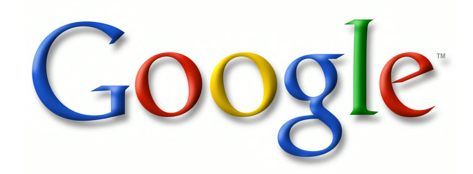
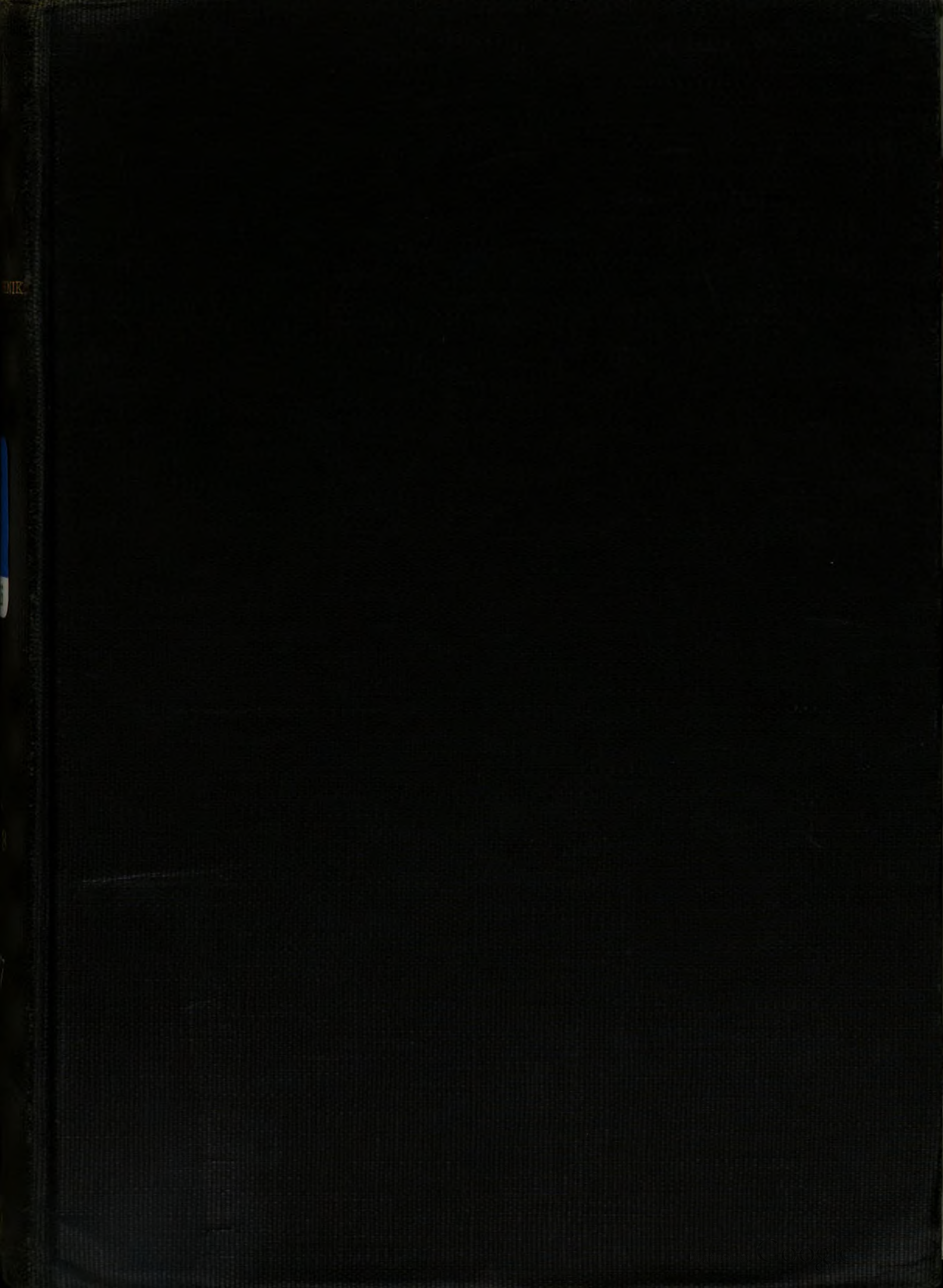
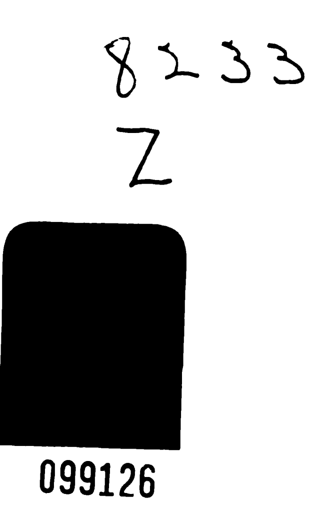
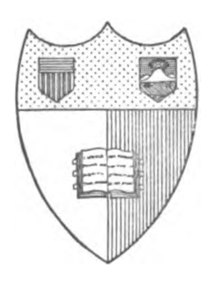










Archiv

für

Elektrotechnik

Unter Beteiligung des Verbandes
Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins

herausgegeben

von

Professor Dr.-Ing. W. Rogowski
Aachen

XX. Band

Mit zahlreichen Textfiguren



Berlin
Verlag von Julius Springer
1928

Namenverzeichnis.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XX. Band **11. Mai 1928** **1. Heft**

Inhaltsverzeichnis.

Preis RM 10.80

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten 1/10 der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40%.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25% für das erste, einen Nachlaß von 40% für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke:
Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften:
Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

Voranzeige der in den nächsten Heften erscheinenden Arbeiten siehe 3. Umschlagseite.

Archiv für Elektrotechnik

XX. Band. 1. Heft. 1928.

Zur Theorie des kompensierten Asynchronmotors.

Von

Dipl.-Ing. **Heß**, Aachen.

Einleitung.

In den letzten Jahren sind in den elektrotechnischen Fachzeitschriften zahlreiche Aufsätze über die Theorie der „kompensierten Asynchronmotoren" veröffentlicht worden. In den meisten[1] der bisher erschienenen Arbeiten wird der Osnosmotor, der in etwas geänderter Schaltung als kompensierter Motor der AEG und des Sachsenwerkes bekannt ist, als einfachster Vertreter der kompensierten Maschinen zur Untersuchung ihrer Theorie herangezogen. Nur Thomälen und Dreyfus liefern in kurzen Aufsätzen Beiträge zur analytischen Theorie des Heyland-Motors. Nach einigen[2] Verfassern sind die Ergebnisse der Untersuchungen für beide Arten der kompensierten Motoren mit „sinngemäßen Änderungen" gültig.

Das Ziel dieser Arbeit ist nun zu zeigen, worin die „sinngemäßen Änderungen" bei Anwendung der Ergebnisse der Untersuchung des kompensierten AEG- und SW-Motors auf den Heyland-Motor bestehen müssen und inwieweit die Stromdiagramme der beiden Maschinen unter gleichen Verhältnissen voneinander abweichen.

Die Spannungsgleichungen des Heyland-Motors.

Die Bauart der beiden kompensierten Motoren nach dem Prinzip von Heyland und Osnos darf als bekannt vorausgesetzt werden. Bild 1 zeigt die Schaltung des Heyland-Motors mit den Arbeitswicklungen 1 und 2, der Erregerspeise-

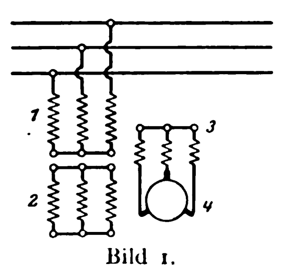


Bild 1.

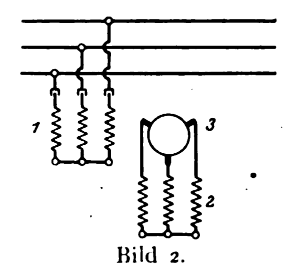


Bild 2.

wicklung, (Wicklung 3), sowie der Erregerwicklung, (Wicklung 4). Bild 2 stellt die Schaltung des kompensierten AEG- und SW-Motors dar. Die Wicklung 1 ist die primäre Arbeitswicklung; die Wicklung 2 bildet die vereinigte sekundäre Arbeits- und Erregerwicklung des Motors. Als Erregerspeisewicklung dient die hier mit Kommutator verbundene Wicklung 3.

Der Unterschied in dem Verhalten eines normalen Drehstrom-Asynchronmotors und dem eines Kommutator-Induktionsmotors[3] muß bei den kompensierten Asynchronmotoren durch das Vorhandensein einer Kommutatorwicklung ebenfalls zutage

[1] Kaden, Arch. f. Elektrot. Bd. 14, S. 645. — Lund, Arch. f. Elektrot. Bd. 15, S. 237. Siegel und Labus, E. u. M. 1925, S. 901 u. 1025, 1926, S. 293. — Thomälen, ETZ 1925, S. 1187. Dreyfus, E. u. M. 1925, S. 673.

[2] Kaden, Siegel und Labus, Thomälen.

[3] Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V_2, S. 84. — Dreyfus und Hillebrand, E. u. M., 1910, S. 886.

treten. Infolge der geringen Windungszahl der an den Kommutator angeschlossenen Wicklung sind die Einflüsse, die den vorgenannten Unterschied hervorrufen, beim Osnos-Motor vernachlässigbar klein. Diese Annahme kann für den Heyland-Motor nicht mehr gelten; denn bei offener sekundärer Arbeitswicklung geht die Schaltung des Heyland-Motors über in die des Drehstrom-Nebenschlußmotors mit Statorhilfswicklung[1]. Das Netzstromdiagramm des Heyland-Motors wird in seiner Lage je nach dem Übersetzungsverhältnisse der Windungszahlen der Erregerwicklung und der sekundären Arbeitswicklung mehr oder weniger von der Lage des Stromdiagrammes des kompensierten AEG- und SW-Motors abweichen und sich in stärkerem oder schwächerem Maße der Lage des Diagrammes des Drehstrom-Nebenschlußmotors nähern.

Zur Bestimmung des Netzstromdiagrammes stellen wir zunächst die Gleichung des Netzstromes in Abhängigkeit von der Schlüpfung und der Bürstenstellung auf. Zu diesem Zwecke gehen wir von den Spannungsgleichungen der einzelnen Stromkreise des Heyland-Motors aus; dabei vernachlässigen wir, wie üblich, die Eisensättigung und die Eisenverluste des Motors. Der Einfluß der Kurzschlußströme unter den Bürsten kann, wie Dreyfus und Hillebrand an dem Beispiel eines Kommutator-Induktionsmotors zeigten[2], ohne merklichen Fehler unberücksichtigt bleiben.

Für die Wicklungen 1 bis 3 des Heyland-Motors setzen wir Sternschaltung voraus; die Wicklung 4 sei eine gewöhnliche Gleichstromwicklung.

Es bedeuten:

$\dot{J}_1, \dot{J}_2, \dot{J}_3$ die Ströme in den einzelnen Stromkreisen,
s die Schlüpfung,
k_{mn} die Wechselreaktanz zwischen den Wicklungen m und n,
$K_n = k_{nn}(1+\sigma_n)$ die totale Selbstreaktanz pro Phase der Wicklung n,
σ_n den Streukoeffizient der Wicklung n,
δ den Verschiebungswinkel der Wicklungsachsen zweier Wicklungen, (er ist negativ für eine Verdrehung der Bürsten im Sinne der Rotorbewegung).
r_n den Ohmschen Widerstand des Stromkreises n.

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz läßt sich die Gleichgewichtsbedingung der inneren und äußeren EMK der Wicklung 1 analytisch darstellen durch die Gleichung:

$$\dot{E}_k + \dot{E}_{1r} + \dot{E}_{11} + \dot{E}_{10} + \dot{E}_{21} + \dot{E}_{31} + \dot{E}_{31\sigma} + \dot{E}_{41} = 0.$$

$\dot{E}_k$ ist die Klemmenspannung. Drückt man die Vektoren der EMK durch die Vektoren der Ströme in Verbindung mit den Reaktanzen und den Widerständen aus, so erhält die obige Gleichung die Form:

$$\dot{E}_k = \dot{J}_1(r_1 - jK_1) - j\dot{J}_2 k_{21} - j\dot{J}_3(K_{31} - k_{41}e^{-j\delta}).$$

j bedeutet eine Nacheilung des Spannungsvektors um 90° gegenüber dem Stromvektor.

In gleicher Weise läßt sich die Spannungsgleichung der sekundären Arbeitswicklung, der Wicklung 2, aufstellen. Die Summe der in der Wicklung 2 induzierten EMK muß gleich sein dem Ohmschen Spannungsabfall dieser Wicklung:

$$\dot{J}_2(r_2 - jsK_2) - js\dot{J}_1 k_{12} - js\cdot\dot{J}_3(k_{23} - K_{42}e^{-j\delta}) = 0.$$

$K_{42} = k_{42}(1+\sigma_{42})$; σ_{42} Wechselstreukoeffizient zwischen den Wicklungen 4 und 2.

[1] Dreyfus und Hillebrand, E. u. M., 1910, S. 882.
[2] Dreyfus und Hillebrand, E. u. M., 1910 S. 888.

Bekanntlich[1] kann man die Streulinien eines Kommutatorankers in 2 Gruppen zerlegen: Die erste Gruppe der Streulinien, die im vorliegenden Falle mit σ_{42}' bezeichnet werde, ist nur mit den einzelnen Leitern der Wicklung verkettet. Die von dieser Gruppe erzeugte Streuspannung ist proportional der Grundperiode des zu kommutierenden Wechselstromes, d. h. unabhängig von einer etwaigen Ankerdrehung. Die zweite Gruppe der Streulinien eines Kommutatorankers, die wir mit dem Koeffizienten σ_{42}'' bezeichnen wollen, hat in ihrer Gesamtheit den Charakter eines Drehfeldes; sie schneidet den Anker bei seiner Drehung mit Schlupffrequenz. Die von dieser Gruppe induzierte Streuspannung muß also proportional der Schlüpfung s sein.

Entsprechend diesen Überlegungen lautet nun die Spannungsgleichung der sekundären Arbeitswicklung:

$$\dot{J}_2(r_2 - j\,s\,K_2) - j\,s\,\dot{J}_1 k_{12} - j\,s\,\dot{J}_3\left[k_{23} - k_{42}\left(1 + \frac{\sigma_{42}'}{s} + \sigma_{42}''\right)\varepsilon^{-j\delta}\right] = 0.$$

Die rechnerische Ermittlung des Verhältnisses $\frac{\sigma_{42}'}{\sigma_{42}}$ ist äußerst schwierig und geht über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Experimentell läßt sich der Wert dieses Verhältnisses bequem bestimmen; er schwankt nach Literaturangaben[2] zwischen 0,1 bis 0,3.

Um die Gleichgewichtsbedingungen der EMK in den Wicklungen 3 und 4 auszudrücken, denken wir uns die Dreieckschaltung der Wicklung 4 durch eine äquivalente Sternschaltung ersetzt, die Wicklungen 3 und 4 also hintereinander geschaltet. Dann muß für diesen geschlossenen Stromkreis die Summe EMK Null ergeben:

$$\begin{aligned} &-\dot{J}_3(r_3' + r_B) + j\,\dot{J}_3 k_{33}(1 + \sigma_3) + j\,\dot{J}_1 k_{13}(1 + \sigma_{13}) + j\,\dot{J}_2 \cdot k_{23} - j\,\dot{J}_3 k_{43} e^{-j\delta} - \\ &- \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\dot{J}_3 \frac{r_4}{\sqrt{3}} - j\,s\,\dot{J}_3 k_{44}'\left(1 + \frac{\sigma_4'}{s} + \sigma_4''\right) + \right. \\ &\left. + j\,s\,\dot{J}_1 k_{14}' e^{j\delta} + j\,\dot{J}_2 s \cdot k_{24}'(1 + \sigma_{24}) e^{j\delta} + j\,\dot{J}_3 s\,k_{34}' e^{j\delta}\right] = 0. \end{aligned}$$

$\sigma_4 = \sigma_4' + \sigma_4''$ ist der zu σ_{42} analoge Streukoeffizient der Wicklung 4.

Wir stellen noch einmal die Spannungsgleichung der einzelnen Wicklungen des Heyland-Motors zusammen:

$$\dot{E}_k = \dot{J}_1(r_1 - j\,K_1) - j\,\dot{J}_2 k_{21} - j\,\dot{J}_3(K_{31} - k_{41} e^{-j\delta}), \tag{1}$$

$$0 = \dot{J}_2(r_2 - j\,s\,K_2) - j\,s \cdot \dot{J}_1 k_{12} - j\,s\,\dot{J}_3\left[k_{23} - k_{42}\left(1 + \frac{\sigma_{42}'}{s} + \sigma_{42}''\right) e^{-j\delta}\right]. \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} &\dot{J}_3\left[r_3 - j(K_3 - k_{43} e^{-j\delta}) - j\,s\left\{k_{44}\left(1 + \frac{\sigma_4'}{s} + \sigma_4''\right) - k_{34} e^{-j\delta}\right\}\right] = \\ &= j\,\dot{J}_1(K_{13} - s\,k_{14} e^{j\delta}) + j\,\dot{J}_2(k_{23} - s\,K_{24} e^{j\delta}) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Die genaue Grundgleichung des Netzstromes des Heyland-Motors.

Die primäre Arbeitswicklung und die Erregerspeisewicklung sind beide in Stern geschaltet und in denselben Nuten untergebracht. Die Windungszahl der Wicklung 3 wird in manchen Fällen weniger als 1% der Windungszahl der Primärwicklung ausmachen. Aus diesen Gründen scheint es gerechtfertigt,

$$\sigma_1 = \sigma_{13} = \sigma_{31} = \sigma_3$$

zu setzen.

---

[1] Arnold, Die Wechselstromtechnik, Bd. V_2, S. 14. — Drefyus und Hillebrand, E. u. M. 1910, S. 882. — Hillebrand, Theorie des Drehstrom-Kollektor-Nebenschluß-Motors. Arch. f. Elektrot. 1912, Bd. 1, S. 189.

[2] Arnold, Die Wechselstromtechnik, Bd. V_2, S. 219, 233 u. 240. — Dreyfus und Hillebrand, E. u. M., 1910, S. 886. — Hillebrand, Arch. f. Elektrot. 1912, S. 279.

Aus den Gleichungen (1), (2), (3) suchen wir nun durch Elimination der unbekannten Vektoren $\dot{J}_2$ und $\dot{J}_3$ den Strom $\dot{J}_1$ in Abhängigkeit von der Schlüpfung s, der Bürstenstellung δ sowie den Konstanten der Maschine zu setzen. Damit ergibt sich für den Vektor des Primärstromes eine Gleichung, in der s und δ als Parameter auftreten. Diese Vektorgleichung hat die allgemeine Form:

$$\dot{J}_1 = \dot{E}_K \frac{A + sB + s^2 C}{D + sE + s^2 F}. \tag{4}$$

A, B, C usw. sind komplexe Größen von der Form $A = a_1 + j a_2$ usw.

Es ist:

$$A = K_3 + k_{44}\sigma_4' - k_{43} c^{-j\delta}\left(1 + j\frac{k_{22}}{r_2}\sigma_{42}'\right) + j r_3,$$

$$B = \frac{K_2}{r_2}\cdot r_3 + k_{44}(1 + \sigma_4'') - k_{43} e^{-j\delta} - j\Big[\frac{K_2}{r_2} K_3 \sigma -$$

$$- \frac{k_{22}}{r_2}\left(k_{44}\{[1 + \sigma_{24}]\sigma_{42}' - [1 + \sigma_2]\sigma_4' + k_{43} c^{-j\delta}[\sigma_2 - \sigma_{42}'']\}\right)\Big],$$

$$C = j\frac{k_{22}}{r_2} k_{44}[(1 + \sigma_{24})(\sigma_{42}'' - \sigma_2) + (1 + \sigma_2)(\sigma_{24} - \sigma_4'')],$$

$$D = K_1 r_3 + r_1 k_{44}\sigma_4' - r_1 k_{43} e^{-j\delta}\left(1 + j\frac{k_{22}}{r_2}\sigma_{42}'\right) + j(r_1 r_3 - K_1 k_{44}\sigma_4'),$$

$$E = \frac{K_2}{r_2} r_1 r_3 + r_1 k_{44}(1 + \sigma_4'') - r_1 k_{43} e^{-j\delta} - j\Big[K_1\frac{K_2}{r_2} r_3\sigma + K_1 k_{44}(1 + \sigma_{24})\cdot\sigma' +$$

$$+ \frac{K_2}{r_2} r_1 K_3 \sigma + K_1 k_{44}(\sigma_4'' - \sigma_{24}) - \frac{K_2}{r_2} r_1 k_{44}\sigma_4'\left(1 - j\frac{K_1}{r_1}\cdot\sigma\right) -$$

$$- \frac{K_{24}}{r_2} r_1 k_{24}\sigma_{42}'\left(1 - j\frac{K_1}{r_1}\sigma''\right)\Big],$$

$$F = j\frac{K_2}{r_2} r_1 k_{44}(\sigma_{24} - \sigma_4'')\left(1 - j\frac{K_1}{r_1}\sigma\right) - \frac{K_{24}}{r_2} k_{24} r_1(\sigma_2 - \sigma_{42}'')\left(1 - j\frac{K_1}{r_1}\sigma''\right).$$

Die Gleichung (4) ist die Gleichung einer Kurve vierter Ordnung, einer sogenannten bizirkularen Quartik[1]. Zur Aufzeichnung dieser Kurve vierter Ordnung spaltet man die Gleichung 4 in die Gleichungen zweier Kreise K_1 und K_2. Durch Addition der entsprechenden Vektoren, die dargestellt werden durch die Strecke zwischen dem Koordinatenursprung und den Peripheriepunkten der beiden Kreise, ergibt sich punktweise die bizirkulare Quartik. Die Zuordnung zweier entsprechender Vektoren vermittelt der in den beiden Kreisgleichungen gemeinsam auftretende Parameter s.

Eine Durchführung dieser Rechnung für die Gleichung (4) ist angesichts des komplizierten und ausgedehnten Ausdruckes dieser Gleichung natürlich unmöglich. Die dabei aufgewandte Arbeit würde sich auch durchaus nicht lohnen, da die Abweichungen der genauen Stromkurve von einem Kreise in dem für den praktischen Betrieb des Motors in Betracht zu ziehenden Teile der Kurve gering sein werden.

Um eine Abschätzung der Größe der Abweichungen der genauen Stromkurve von einem Kreise und damit die Beurteilung der Zulässigkeit gewisser Vernachlässigungen im weiteren Verlaufe dieser Arbeit zu ermöglichen, ist in Bild 3 das genaue Stromdiagramm eines überkompensierten Heyland-Motors für die Bürstenstellung $\delta = 270^0$ aufgezeichnet. Die Größe der Abweichungen ist im wesentlichen bedingt durch das Verhältnis der Wechselstreukoeffizienten der beiden Rotorwicklungen zu ihren Eigenstreukoeffizienten.

[1] Bloch, Ortskurven der graph. Wechselstromtechnik, Zürich 1917, S. 73. — Düll, Die Theorie des Kappschen Vibrators. Arch. f. Elektrot. Bd. 11, S. 57.

Bei der Aufzeichnung der genauen Stromkurve wurde dieses Verhältnis zu 0,5 angenommen; unter diesen Wert wird das Verhältnis auch für den Fall kaum sinken, daß die sekundäre Arbeitswicklung als Käfigwicklung ausgeführt ist. $\frac{\sigma_4'}{\sigma_4} = \frac{\sigma_{42}'}{\sigma_{42}}$ ist, nebenbei erwähnt, gleich 0,1 gesetzt worden.

Die genaue Stromkurve in Bild 3 ist also für einen Wert des Verhältnisses $\frac{\sigma_{24}}{\sigma_2}$ bzw. $\frac{\sigma_{42}}{\sigma_4}$ aufgezeichnet worden, der ungefähr in dem Bereich der maximalen

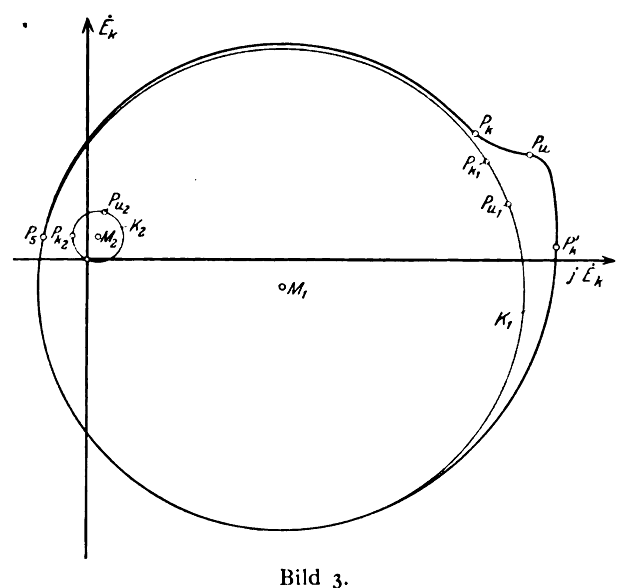


Bild 3.

Abweichungen zwischen den Wechsel- und Eigenstreukoeffizienten zweier derart untergebrachten Wicklungen liegt; man wird daher eine ideale Verkettung der in den Rotornuten dicht aufeinander liegenden Arbeits- und Erregerwicklungen selbst bei kompensierten Motoren mit Kurzschlußläufern annehmen dürfen, ohne dabei zu grobe Vernachlässigungen zu machen.

Das angenäherte Stromdiagramm des Heyland-Motors und seine Punkte besonderer Eigenschaft.

Im vorhergehenden Abschnitte ist die Zulässigkeit der Vernachlässigung der Streuung zwischen den Wicklungen 2 und 4 des Heyland-Motors an einem Beispiele dargelegt worden. Setzt man nun dementsprechend in der Gleichung (4):

$$\sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_{24} = \sigma_{42},$$

so ergibt sich für den Vektor des Primärstromes die Gleichung:

$$\mathfrak{J}_1' = \frac{\dot{E}_K}{r_1} \frac{\frac{K_3 + k_{4\sigma}'}{k_{43}} - e^{-j\delta}\left(1 + j\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\right) + j\frac{r_3}{k_{43}} + s\left[\frac{K_{II}'}{k_{43}} - e^{j\delta} - j\left(\frac{K_2 K_3}{r_2 k_{43}}\sigma - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}e^{-j\delta}\right)\right]}{\frac{\frac{K_1}{r_1} r_3 + K_3 + k_{4\sigma}'}{k_{43}} - e^{-j\delta}\left(1 + j\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\right) + j\left(\frac{r_3}{k_{43}} - \frac{K_1 k_{4\sigma}'}{r_1 k_{43}}\right) + s\left[\frac{K_{II}'}{k_{43}} - e^{-j\delta} - j\left(\frac{K_1}{r_1}\frac{K_{II}'}{k_{43}}\sigma' + \frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{k_{43}}\sigma - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}e^{-j\delta}\right)\right]} \quad (5)$$

Hierin bedeutet:

$$k_{4\sigma}' = k_{44}\,\sigma_4'; \qquad k_{2\sigma}' = k_{22}\,\sigma_4'; \quad K_{11}' = \frac{K_2}{r_2}\,r_3 + k_{41}\,(1 + \sigma_4''),$$

$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_2)} \text{ (Streukoeffizient nach Blondel).}$$

$$\sigma' = \frac{\frac{K_2}{r_2}\,r_3\,\sigma + K_4''\,\sigma''}{\frac{K_2}{r_2}\,r_3 + K_4''}; \qquad \sigma'' = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_1)(1 + \sigma_4'')}.$$

σ'' ist ein dem Blondelschen Streukoeffizienten nachgebildeter Koeffizient, der für $\sigma_4' = 0$ und $\sigma_4 = \sigma_2$ mit dem Streukoeffizienten von Blondel übereinstimmt. Zur genauen Durchführung der Kreisdiagramme, die sich auf Grund der Gleichung (5) für den Primärstrom in Abhängigkeit von s und δ ergeben, erscheint der vorstehende Ausdruck noch zu kompliziert. Setzen wir $r_1 = 0$, so vereinfacht sich Gleichung (5) zu:

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_K}{K_1} \cdot \frac{\frac{K_3 + k_{4\sigma}'}{k_{43}} - e^{-j\delta}\left(1 + j\,\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\right) + j\,\frac{r_3}{k_{43}} + s\left[\frac{K_{11}'}{k_{43}} - e^{j\delta} - j\left(\frac{K_2}{r_2}\,\frac{K_3}{k_{43}}\,\sigma - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\,e^{-j\delta}\right)\right]}{\frac{r_3}{k_{43}} - j\,\frac{k_{4\sigma}'}{k_{43}} - j\,s\,\frac{K_{11}'\,\sigma'}{k_{43}}}. \tag{6}$$

Da beim Vergleich des Stromdiagrammes des Heyland-Motors mit dem des kompensierten AEG- und SW-Motors häufig die für den Primärstrom dieses Motors aufgestellten[1] Beziehungen benötigt werden, so sei noch die Gleichung des AEG- und SW-Motors für $r_1 = 0$ mit Benutzung der hier angewandten Bezeichnungen angegeben:

$$\dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_K}{K_1} \cdot \frac{\frac{K_3}{k_{23}} + e^{-j\beta} + j\,\frac{r_2'}{k_{23}} + s\left(\frac{K_2}{k_{23}} + e^{j\beta}\right)}{\frac{r_2'}{k_{23}} - j\,s\,\frac{k_2}{k_{23}}\,\sigma}. \tag{6a}$$

$K_{11}' = K_4\left(1 + \frac{r_3}{r_2}\,\frac{w_2^2}{w_4^2}\right)$ in Gleichung (6) stellt die resultierende Reaktanz der beiden Rotorwicklungen des Heyland-Motors dar, der in Gleichung (6a) die Reaktanz K_2 der sekundären Arbeitswicklung des kompensierten AEG- und SW-Motors entspricht; $\frac{r_3}{k_{43}}$ geht über in das analoge Verhältnis $\frac{r_2'}{k_{23}}$; r_2' ist der Ohmsche Widerstand des gesamten Sekundärstromkreises des kompensierten AEG- und SW-Motors.

Die Mittelpunktskoordinaten m, n eines Kreises von allgemeiner Lage lassen sich bekanntlich[2] angeben zu:

$$m = \frac{P}{2}\,\frac{a_1 d_1 + a_2 d_2 - b_1 c_1 - b_2 c_2}{c_1 d_2 - c_2 d_1}; \qquad n = \frac{P}{2}\,\frac{a_1 d_2 - a_2 d_1 - b_1 c_2 + b_2 c_1}{c_1 d_2 - c_2 d_1}.$$

Setzen wir für a_1, a_2, b_1, b_2 usw. die entsprechenden Ausdrücke aus der Gleichung (6) ein, so entstehen die Gleichungen für die Mittelpunktskoordinaten x_m, y_m im Stromdiagramm des Heyland-Motors:

---

[1] Arch. f. Elektrot. 1926, Bd. 15, 1923 S. 245 u. S. 465. E. u. M. 1925, S. 903. Siegel vernachlässigt $\frac{K_3}{k_{43}}$.

[2] Arch. f. Elektrot. 1022, Bd. 11, S. 58. ETZ 1925, S. 1179.

$$\left.\begin{aligned} x_m &\cong \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\left[\frac{1+\sigma'}{\sigma'} + \sin\delta\,\frac{k_{43}\,\sigma}{r_3\,\sigma'} - \cos\delta\,\frac{k_{43}}{K_{II}'\sigma'}\left(1 + \frac{K_{II}'}{r_3}\cdot\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\,\sigma'\right)\right] \\ y_m &\cong \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\left[-\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}\,\frac{1-\sigma'}{\sigma'} + \frac{K_3}{r_3} + \frac{K_2 K_3\,\sigma}{K_{II}\,r_3\,\sigma'} + \sin\delta\left(1 - \frac{K_{II}'}{r_3}\,\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\,\sigma'\right) - \right. \\ &\qquad\qquad \left. - \cos\delta\,\frac{k_{43}\,\sigma}{r_3\,\sigma'}\left(1 - \frac{k_{4\sigma}'}{K_{II}'\sigma'}\right)\right] \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Die Ortskurve dieser Mittelpunkte für verschiedene Winkel δ ist eine Ellipse, deren Mittelpunkt bestimmt ist durch die Koordinaten X_m, Y_m:

$$X_m = \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\cdot\frac{1+\sigma'}{\sigma'}; \quad Y_m \cong \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\left[-\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}\,\frac{1-\sigma'}{\sigma'} + \frac{K_3}{r_3}\left(1 + \frac{K_2}{r_2}\,\frac{r_3}{K_{II}'}\right)\right]. \quad (8)$$

Die Gleichungen für X_m, Y_m zeigen der Form nach nur geringe Abweichungen von den Ausdrücken der Mittelpunktskoordinaten u_m, v_m des Kreisdiagrammes eines Kommutator-Induktionsmotors, die für $r_1 = 0$ lauten:

$$u_m = \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\,\frac{1+\sigma''}{\sigma''}; \quad v_m = -\frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\,\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\,\frac{1-\sigma''}{\sigma''}. \quad (8\,a)$$

Die Abweichungen sind durch die Wicklung (3) bedingt. Die Y_m- und v_m-Koordinaten sind dabei proportional der Teilstreureaktanz $k_{4\sigma}'$ bzw. $k_{2\sigma}'$ der Kommutatorwicklung der beiden Motoren.

Der Winkel ψ, der die Verdrehung der Hauptachsen im positiven Sinne gegenüber dem Koordinatensystem angibt, ist bestimmt durch:

$$\operatorname{tg} 2\,\psi = \frac{2\,\dfrac{k_{4\sigma}'}{K_{II}'\,\sigma'} - \dfrac{k_{4\sigma}'}{r_3}\cdot\dfrac{k_{2\sigma}'}{r_2}}{2\,\dfrac{k_{2\sigma}'}{r_2} + \dfrac{k_{4\sigma}'}{r_3}}. \quad (9)$$

Die Längen der Hauptachsen sind zu entnehmen aus den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} a &\cong \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\,\frac{\dfrac{k_{43}}{r_3}\,\dfrac{\sigma}{\sigma'}\left(1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2} - \dfrac{r_3^2}{K_{II}'^2\,\sigma'^2}\right)}{\sqrt{1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2} + \dfrac{r_3^2}{K_{II}'^2\,\sigma'^2} - 2\,\dfrac{r_3}{K_{II}'^2\,\sigma'}\sqrt{1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2}}}} \\ b &\cong \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\cdot\frac{\dfrac{k_{43}}{r_3}\,\dfrac{\sigma}{\sigma'}\left(1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2} - \dfrac{r_3^2}{K_{II}'^2\,\sigma'^2}\right)}{\sqrt{1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2} + \dfrac{r_3^2}{K_{II}'^2\,\sigma'^2} + 2\,\dfrac{r_3}{K_{II}'\,\sigma'}\sqrt{1 + \dfrac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2}}}} \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Für verschiedene Werte des Verhältnisses $\frac{\sigma_4'}{\sigma_4}$ liegt der Ellipsenmittelpunkt auf einer Geraden mit der Neigung $\operatorname{tg}\chi_m = -\frac{K_{II}}{r_3}\,\sigma$ gegen die X-Achse. $\operatorname{tg} 2\,\psi$ [Gleichung (9)] geht proportional mit $\frac{1}{\sigma_4'}$. Für $\sigma_4' = 0$ fällt der Ellipsenmittelpunkt mit dem Mittelpunkt im Diagrammkreise des normalen Asynchronmotors zusammen, der Winkel ψ wird zu 45^0 und a, b gehen über in einfache Beziehungen, wie sie analog zuerst von Lund für den kompensierten AEG-Motor abgeleitet wurden:

$$a' = \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\,\frac{k_{43}}{r_3}\left(1 + \frac{r_3}{K_{II}\,\sigma}\right); \quad b' = \frac{\dot{E}_K}{2\,K_1}\cdot\frac{k_{43}}{r_3}\left(1 - \frac{r_3}{K_{II}\,\sigma}\right). \quad (10\,a)$$

Die Peripheriepunkte der Ellipse lassen sich den ihnen entsprechenden Bürstenwinkeln δ mit Hilfe des zur Ellipse affinen Kreises bequem zuordnen, wobei die große Achse der Ellipse die Affinitätsachse bildet (Bild 4). Die Winkelskala für δ ist entgegengesetzt dem Urzeigersinn zu zählen. Mit Hilfe der Koordinaten eines Punktes für ein beliebiges δ läßt sich die Winkelskala auf dem zur Ellipse affinen Kreise in einfacher Weise festlegen. Bild 4 zeigt ferner noch gestrichelt angegeben die Ortskurve der Mittelpunkte im Stromdiagramm eines kompensierten AEG- und SW-Motors mit Konstanten, die den hier für den Heyland-Motor angewandten entsprechen.

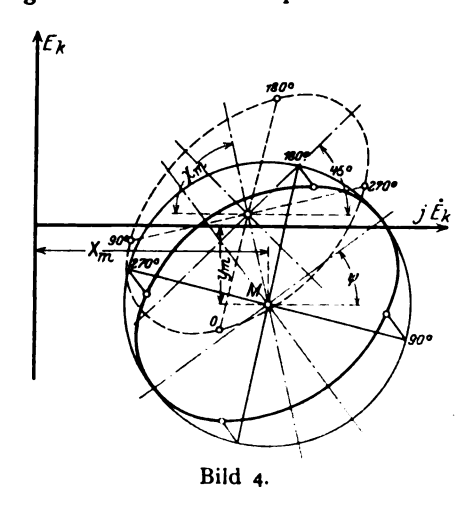


Bild 4.

Unter Berücksichtigung des Primärwiderstandes r_1 ergibt sich als geometrischer Ort für die Diagrammittelpunkte eine Kurve höherer Ordnung als die Ellipse, die jedoch von dieser nur geringe Abweichungen zeigt. Die die streng richtige Kurve annähernde Ellipse ist ziemlich einfach aus zwei konjugierten Durchmessern zu zeichnen, deren Endpunkte den Winkeln $\delta = 0^0$ und 180^0 bzw. $\delta = 90^0$ und 270^0 entsprechen.

Synchronismuspunkt.

Der geometrische Ort der Endpunkte des Primärstrom-Vektors für $s = 0$ und verschiedene Bürstenwinkel δ ist ein Kreis, dessen Mittelpunktskoordinaten $X_m s$, $Y_m s$ und dessen Radius $R s$ sich nach einiger Umrechnung aus der Gleichung (6) ergeben:

$$\left.\begin{aligned} X_m s &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}\left[1 + \frac{\frac{K_3 k_{4\sigma}'}{r_3^2}}{1 + \frac{k_{4\sigma}'^2}{r_3^2}}\right] \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1}; \quad Y_m s = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{\frac{K_3}{r_3}}{1 + \frac{k_{4\sigma}'^2}{r_3^2}} \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{K_3}{r_3} \\ R s &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{r_3}\sqrt{\frac{1 + \frac{k_{2\sigma}'^2}{r_2}}{1 + \frac{k_{4\sigma}'^2}{r_3^2}}} \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{r_3} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Der Mittelpunkt dieses Kreises fällt fast mit dem Synchronismuspunkt des normalen Asynchronmotors zusammen, da $\frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_3}{r_3}$ meist ein kleiner Wert ist. Die Verbindungsgeraden der Punktepaare für $\delta = 0^0$ und 180^0 bzw. $\delta = 90^0$ und 270^0 schneiden sich im Mittelpunkte $M s$; der Winkel ψs, den die Verbindungsgerade der Punkte für $\delta = 90^0$ und $27c^0$ mit der positiven X-Achse bildet, läßt sich bestimmen aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg}\psi s = -\frac{\frac{k_{11}}{r_3}\sigma_4'}{1 - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}} = -\frac{k_{11}}{r_3}\sigma_4'. \tag{12}$$

Der Zählsinn der Winkelskala für δ auf der Peripherie des Kreises der Synchronismuspunkte verläuft entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn (Bild 5). Der geometrische Ort der Synchronismuspunkte im Stromdiagramm des kompensierten

AEG-Motors ist in Bild 5 gestrichelt angegeben. Die Abweichungen in der Lage der entsprechenden Punkte der beiden Ortskurven werden durch das Verhalten der Streuung der Kommutatorwicklung des Heyland-Motors hervorgerufen. Die bei Synchronismus der Maschine verbleibende Streuspannung dieser Wicklung wirkt z. B. für $\delta = 270^0$ wie eine dem Rotorstromkreise aufgedrückte „Wirkspannung“. Der Primärstrom, der den einzelnen Bürstenwinkeln δ entspricht, erscheint deshalb bei dem Heyland-Motor etwas größer und um den Winkel ψ_S gedreht; dabei ist $\operatorname{tg}\psi_S$ nach Gleichung (12) proportional σ_4', dem Teilstreukoeffizienten der Kommutatorwicklung des Heyland-Motors.

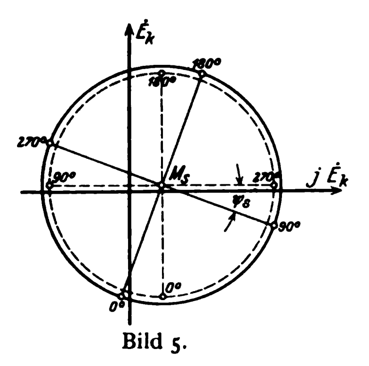


Bild 5.

Die Ortskurve der Endpunkte der Primärstromvektoren ist auch unter Berücksichtigung des Primärwiderstandes r_1 für den Synchronismuszustand des Motors ein Kreis, der sich bezüglich Lage und Radius, wie zu erwarten ist, kaum von dem vorher angegebenen Kreise unterscheidet.

Punkt unendlicher Schlüpfung.

Setzt man in Gleichung (6) $s = \infty$, so ergibt sich als Ortskurve der Endpunkte der Primärstromvektoren für verschiedene Winkel δ eine Ellipse, deren Mittelpunkt M_u mit den Koordinaten X_u, Y_u festgelegt wird durch die Gleichungen:

$$X_u = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{1}{\sigma'}; \qquad Y_u = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{K_{II}'}\frac{\sigma}{\sigma'}. \tag{13}$$

Der Mittelpunkt M_u fällt mit P_u, dem Punkte unendlicher Schlüpfung im Diagramm des Kommutator-Induktionsmotors, zusammen, falls $\sigma' = \sigma''$ ist. M_u liegt dann nur um die Strecke $\frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{K_{II}'}\frac{\sigma}{\sigma'} \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{K_3}{r_3}$ höher als P_u. Der Neigungswinkel ψ_∞ der großen Achse gegenüber der positiven X-Achse sowie die Längen der Hauptachsen a und b der Ellipse sind gegeben durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{tg} 2\psi_\infty = \infty; \qquad \psi_\infty = 45^0, \\ &a = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{K_{II}'\sigma'}\left(1 + \frac{k_2\sigma'}{r_2}\right); \qquad b = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{K_{II}'\sigma'}\left(1 - \frac{k_2\sigma'}{r_2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Mit Hilfe des zur Ellipse affinen Kreises lassen sich die Peripheriepunkte der Ellipse dem Bürstenwinkel δ bequem zuordnen. Die Skala für δ schreitet auf dem affinen Kreise im Uhrzeigersinne fort. Die Endpunkte der großen Achse entsprechen den Winkeln $\delta = -45^0$ und $90^0 + 45^0$, wobei der Punkt für $\delta = -45^0$ unterhalb der X-Achse liegt. Mit wachsendem Werte des Verhältnisses $\frac{\sigma_4'}{\sigma_4}$ wandert M_u auf der Parallelen zur X-Achse, während sich die Ellipse streckt, da die große Achse verlängert, die kleine Achse aber gleichzeitig verkürzt wird. Für $\sigma_4' = 0$ würde die Ellipse übergehen in einen Kreis mit dem Radius: $\frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{K_{II}\sigma'}$, wie er in analoger Form zuerst von Lund für den kompensierten AEG-Motor aufgestellt wurde. Bild 6 zeigt die Ortskurve der Punkte unendlicher Schlüpfung; gestrichelt ist darin der von Lund angegebene Kreis eingezeichnet.

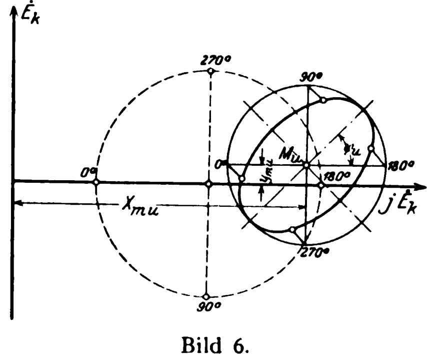


Bild 6.

Unter Berücksichtigung des Primärwiderstandes r_1 weicht die genaue Ortskurve der Punkte unendlicher Schlüpfung von einer Ellipse nur wenig ab.

Kurzschlußpunkt.

Im Kurzschlußzustand $s = 1$ des Heyland-Motors wird die Unterscheidung der Streulinien der Kommutatorwicklung in zwei Gruppen hinfällig; dadurch vereinfacht sich die Gleichung des primären Kurzschlußstromes zu:

$$\dot{J}_{1K} = \frac{\dot{E}_K}{K_1} \cdot \frac{\frac{K_3}{k_{43}} + \frac{K_{II}}{k_{43}} - 2\cos\delta - j\left(\frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{k_{43}}\sigma - \frac{r_3}{k_{43}}\right)}{\frac{r_3}{k_{43}} - j\frac{K_{II}}{k_{43}}\sigma}. \tag{15}$$

Für verschiedene Winkel δ liegen die Endpunkte des primären Kurzschlußstromes auf einer Geraden, die durch den Punkt für $\delta = 90^0$ bzw. 270^0 mit den Koordinaten X_K, Y_K, sowie durch die Neigung $\operatorname{tg}\psi_K$ gegen die positive X-Achse festgelegt ist:

$$X_K \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\sigma + \frac{r_3^2}{K_{II}^2}}{\sigma^2 + \frac{r_3^2}{K_{II}^2}}; \quad Y_K = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\left[\frac{\frac{r_3}{K_{II}}(1-\sigma)}{\sigma^2 + \frac{r_3^2}{K_{II}^2}} + \frac{K_2}{K_{II}}\frac{K_3}{r_2}\right]; \quad \operatorname{tg}\psi_K = \frac{r_3}{K_{II}\cdot\sigma}. \tag{16}$$

Die Gerade geht, wie sich leicht errechnen läßt, mit großer Annäherung gleichfalls durch M_s, den Mittelpunkt der Ortskurve der Synchronismuspunkte (Bild 7).

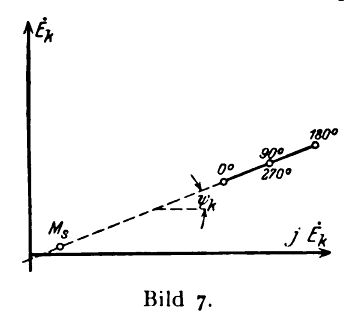


Bild 7.

Der Punkt für $\delta = 90^0$ bzw. 270^0 entspricht fast genau dem Kurzschlußpunkte im Stromdiagramm des normalen Motors für den Fall, daß $\frac{r_3}{K_{II}} = \frac{r_2}{K_2}$ wird. Die Kurzschlußpunkte für verschiedene Winkel δ fallen im Diagramm des kompensierten AEG-Motors bei gleichen Konstanten mit denen im Diagramm des Heyland-Motors zusammen.

Unter Berücksichtigung des Primärwiderstandes r_1 geht die Gerade, auf der die Kurzschlußpunkte für verschiedene Winkel δ liegen, in einen sehr flachen Kreisbogen über. Man kann die Gleichung des primären Kurzschlußstromes als die Gleichung eines Kreises in allgemeiner Lage, in Parameterform geschrieben, auffassen.

$$\dot{J}_{1K}' = \frac{\dot{E}_K}{r_1} \frac{\frac{K_3}{k_{43}} + \frac{K_{II}}{k_{43}} + j\left(\frac{r_3}{k_{43}} - \frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{k_{43}}\sigma\right) - 2\cos\delta}{\frac{K_1 + K_{II}}{k_{43}} + j\left(\frac{r_3}{k_{43}} - \frac{K_1}{r_1}\frac{K_{II}}{k_{43}}\cdot\sigma - \frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{k_{43}}\sigma\right) - 2\cos\delta}. \tag{17}$$

Als Parameter ist $\cos\delta$ zu betrachten. Der Mittelpunkt M_k ist durch die Koordinaten X_{mK}', Y_{mK}' festgelegt:

$$\left.\begin{aligned} X_m'_K &= -\frac{\dot{E}_K}{2r_1}\frac{r_3}{K_{II}\sigma}\frac{1}{1 + \frac{r_1}{K_1}\frac{K_2}{r_2}\frac{K_3}{K_{II}}} \cong -\frac{\dot{E}_K}{2r_1}\frac{r_3}{K_{II}\sigma} \\ Y_m'_K &= \frac{\dot{E}_K}{2r_1}\left[1 + \frac{1}{1 + \frac{\frac{K_1}{r_1}K_{II}\sigma}{\frac{K_2}{r_2}K_3\sigma - r_3}}\right] \cong \frac{\dot{E}_K}{2r_1} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Der Radius dieses Kreises ist bestimmt durch den Abstand des Mittelpunkte M_k von dem Punkte für $\delta = 90^0$ bzw. 270^0, dessen Koordinaten X_K', Y_K' lauten:

$$\left.\begin{aligned} X_K' &= \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\sigma + \frac{r_3^2}{K_{II}^2}}{\left(\sigma - \frac{r_1}{K_1}\frac{r_3}{K_{II}}\right)^2 + \left(\frac{r_1}{K_1} + \frac{r_3}{K_{II}}\right)^2} \\ Y_K' &= \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\frac{r_3}{K_{II}}(1-\sigma) + \frac{r_1}{K_1}\left(1 + \frac{r_3^2}{K_{II}^2}\right) + \sigma^2 \frac{K_2}{K_{II}}\frac{K_3}{r_2}}{\left(\sigma - \frac{r_1}{K_1}\frac{r_2}{K_{II}}\right)^2 + \left(\frac{r_1}{K_1} + \frac{r_3}{K_{II}}\right)^2} \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Der Kreis geht wiederum durch den Mittelpunkt M_S der Ortskurve der Synchronismuspunkte. Die Gleichungen (17) bis (19) entsprechen den von Siegel und Labus aufgestellten[1] Beziehungen für den Kurzschlußzustand des kompensierten Motors vollständig, wenn $\frac{r_3}{K_{II}} = \frac{r_2'}{K_2}$ und $K_3 = 0$ gesetzt wird.

Die Mittelpunkte der bisher besprochenen geometrischen Orte für Punkte besonderer Eigenschaft im Stromdiagramm des Heyland-Motors fallen zusammen mit den entsprechenden markanten Punkten im Diagramm eines Kommutator-Induktionsmotors, der dieselben Motorkonstanten wie der Heyland-Motor besitzt.

Wichtig erscheint noch die Frage nach Form und Lage der Ortskurve für die Endpunkte der primären Stromvektoren des Heyland-Motors bei beliebiger Schlüpfung s. Die Beantwortung dieser Frage wird nämlich den Unterschied des Stromdiagrammes des Heyland-Motors gegenüber dem des kompensierten AEG- und SW-Motors deutlich hervortreten lassen. Aus der Gleichung (6) erkennt man leicht, daß die Gleichungen für die Komponenten des Primärstromvektors in Richtung der X- und Y-Achse die Form haben:

$$\left.\begin{aligned} X &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}(A + a_1 \sin\delta + b_1 \cos\delta) \\ Y &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}(B - a_2 \sin\delta - b_2 \cos\delta) \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Die Kurve, die sich auf Grund vorstehender Gleichungen für beliebige Winkel δ bei verschiedener Schlüpfung s ergibt, ist eine Ellipse, deren Mittelpunkt P durch die Koordinaten X_p, Y_p festgelegt wird:

$$\left.\begin{aligned} X_p &= \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\sigma' + \frac{k_{4\sigma}'}{s K_{II}'}(1+\sigma') + \frac{r_3^2 + k_{4\sigma}'}{s^2 K_{II}'^2} + \frac{K_3}{s K_{II}'}\left(\frac{k_{4\sigma}'}{s K_{II}'} + \frac{K_4}{K_{II}}\sigma\right)}{\sigma'^2 + 2\frac{k_{4\sigma}'}{1 K_{II}'}\sigma' + \frac{r_3^2 + k_{4\sigma}'^2}{s^2 K_{II}'^2}} \\ Y_p &\cong \frac{\dot{E}_K}{K_1}\left[\frac{\frac{r_3}{s K_{II}'}(1-\sigma')}{\sigma'^2 + 2\frac{k_{4\sigma}'}{s K_{II}'}\sigma' + \frac{r_3^2 + k_{4\sigma}'^2}{s^2 K_{II}'^2}} + \frac{K_2 K_3}{r_2 K_{II}}\right] \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

Zum Vergleich mit den Beziehungen für X_p, Y_p geben wir die Ausdrücke für die Koordinaten u, v des Endpunktes des Primärstromvektors für eine beliebige Schlüpfung im Diagramm des Kommutator-Induktionsmotors unter Vernachlässigung des Primärwiderstandes r_1 an. Die mit Index 2 versehenen Bezeichnungen sind hierbei auf die kurzgeschlossene Kommutatorwicklung im Rotor bezogen:

[1] E. u. M. 1925, S. 905.

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\sigma'' + \frac{k_{2\sigma}'}{s K_2'}(1+\sigma'') + \frac{r_2^2 + k_{2\sigma}'^2}{s^2 K_2'^2}}{\sigma''^2 + 2\frac{k_{2\sigma}'}{s K_1'}\sigma'' + \frac{r_2^2 + k_{2\sigma}'^2}{s^2 \cdot K_2'^2}} \\ v &= \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\frac{r_2}{s K_2'}(1-\sigma'')}{\sigma''^2 + 2\frac{k_{2\sigma}'}{s K_2'}\sigma'' + \frac{r_2^2 + k_{2\sigma}'^2}{s^2 \cdot K_2'^2}} \end{aligned}\right\} \quad (21\,a)$$

Die Neigung der großen Achse der Ellipse gegen die positive Y-Achse ist durch den Winkel ψ_p gegeben, dessen Größe entnommen werden kann aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} 2\psi_p = -\frac{\alpha_2(1-s) - 2\frac{\alpha_1\alpha_3}{\alpha_1^2 - \alpha_3^2}}{1 + 2\frac{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{\alpha_2^2 - \alpha_3^2}(1-s)}. \quad (22)$$

Es bedeuten:

$$\alpha_1 = \sigma' + \frac{k_{4\sigma}'}{s K_{II}'}; \quad \alpha_2 = \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}; \quad \alpha_3 = \frac{r_3}{s K_{II}'}.$$

Die Längen der Hauptachsen sind:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{s K_{II}'}\frac{(1-s^2) + \alpha_2(1-s)^2}{\sqrt{1 + s^2 + (1-s)^2 \cdot \cdot_2 - 2s\sqrt{(1+\alpha_2^2)(1-s)^2}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_3^2}} \\ b &= \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{s K_{II}'}\frac{(1-s^2) + \alpha_2(1-s)^2}{\sqrt{1 + s^2 + \alpha_2(1-s)^2 + 2s\sqrt{(1+o_2^2)(1-s)^2}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_3^2}} \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Für $\sigma_4' = 0$ d. h. $r_2 = 0$ gehen die Gleichungen (22) und (23) über in[1]:

$$\operatorname{tg} 2\psi_p' = 2\frac{\sigma\frac{r_3}{s K_{II}}}{\sigma^2 - \frac{r_3^2}{s^2 K_{II}^2}}; \quad a' = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{s K_{II}}\frac{1+s}{\sqrt{\sigma^2 + \frac{r_3^2}{s^2 K_{II}^2}}}; \quad b = \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{k_{43}}{s K_{II}}\frac{1-s}{\sqrt{\sigma^2 + \frac{r_3^2}{s^2 K_{II}^2}}}.$$

In Bild 8 und 9 sind die Diagramme des Heyland-Motors, sowie des kompensierten AEG- und SW-Motors zum Vergleich aufgezeichnet. Wie man aus den Gleichungen (21) erkennen kann, wandert beim Heyland-Motor der Mittelpunkt der Ortskurven, die J_1 als Funktion von δ bei konstanter Schlüpfung s angeben, auf einem Kreise, der dem Diagramme eines Kommutator-Induktionsmotors mit einer Kommutator- und einer normalen Phasenwicklung im Läufer entsprechen würde. Die Konstanten der entsprechenden Wicklungen sind für die beiden Motoren als gleich vorausgesetzt. Dabei ist das Koordinatensystem für das Diagramm des Kommutator-Induktionsmotors im allgemeinen um die Strecke $\frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{K_3}{r_3}$ in Richtung der negativen Y-Achse zu verschieben.

In Bild 8 ist im Diagramm des Heyland-Motors ferner das Stromdiagramm eines kurzgeschlossenen Kommutatormotors mit einer Wicklung im Läufer gestrichelt, das Stromdiagramm des normalen Motors strichpunktiert angegeben. Den beiden Diagrammen liegen natürlich die Konstanten des Heyland-Motors, soweit diese in Frage kommen, zugrunde.

[1] E. u. M. 1925, S. 907.

Der Mittelpunkt der Ortskurve für die Endpunkte der Primärstromvektoren im Diagramm des kompensierten AEG- und SW-Motors liegt auf dem Heyland-Kreise des normalen Asynchronmotors. Nur ist zu beachten, daß hierbei der Mittel-

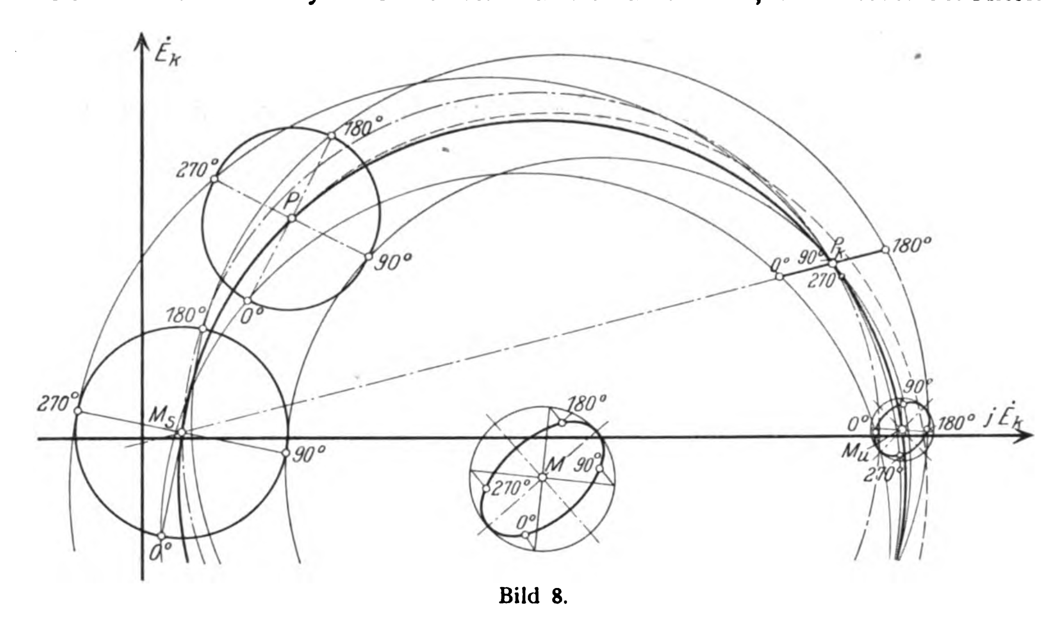


Bild 8.

punkt und Synchronismuspunkt dieses Kreises wieder um die Strecke $\frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{K_3}{r_2'}$ verschoben sind. Die Ortskurven, die J_1 als Funktion von δ angeben, sind bei beiden Motoren Ellipsen, die für Synchronismus in Kreise, für Kurzschluß in eine Gerade

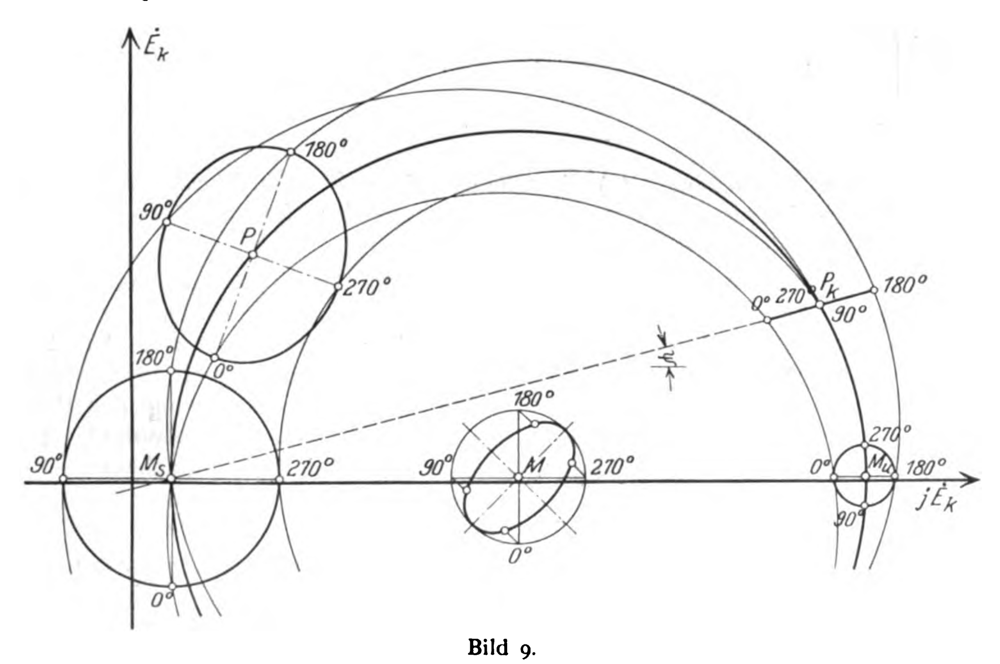


Bild 9.

und für s = ∞ beim Heyland-Motor in eine Ellipse mit der Achsenneigung von 45° gegen das Koordinatensystem, beim AEG- und SW-Motor in einen Kreis übergehen. Die Endpunkte der Hauptachsen der Ellipsen entsprechen im allgemeinen den

Punkten $\delta = 0^0$ und 180^0 bzw. $\delta = 90^0$ und 270^0. Die Verbindungsgerade dieser sich entsprechenden Punkte sind im Diagramm des Heyland-Motors gegenüber den Verbindungsgeraden der Punkte für $\delta = 90^0$ und 270^0 bzw. 0^0 und 180^0 im Stromdiagramm des kompensierten AEG- und SW-Motors stets um einen Winkel gedreht, dessen Tangens von σ_4', dem Teilstreukoeffizienten der Kommutatorwicklung, abhängig ist.

Unter Berücksichtigung des primären Widerstandes wandert der Mittelpunkt der Ortskurve für die Endpunkte der Primärstromvektoren bei veränderlichen Winkeln δ, aber konstanter Schlüpfung s ebenfalls auf einem Kreise, dessen Gleichung sich er-

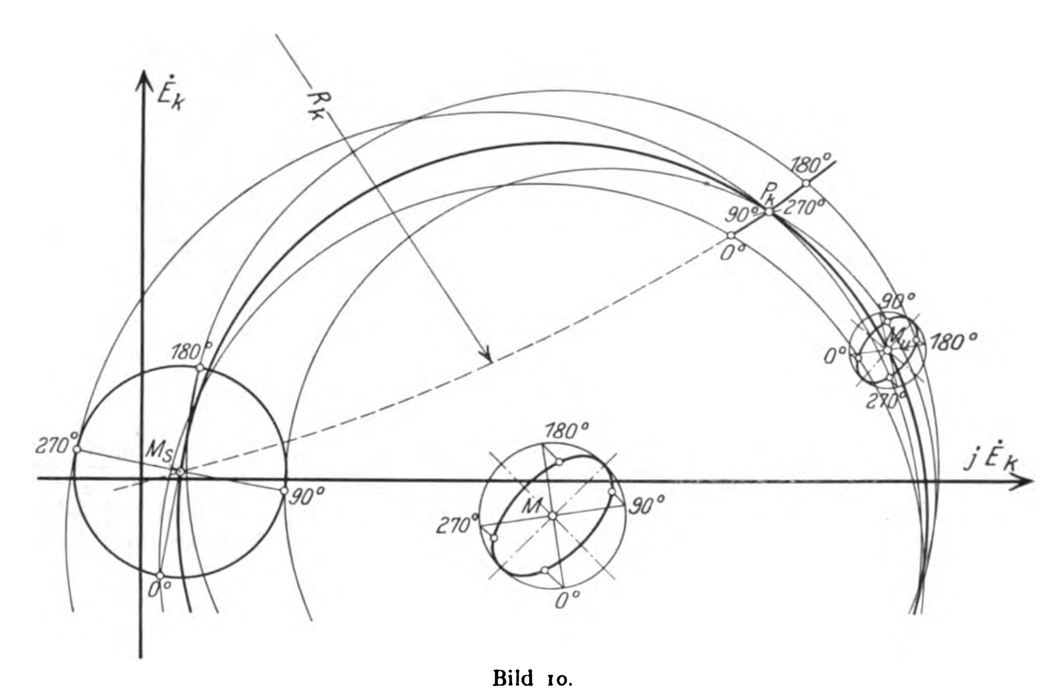


Bild 10.

gibt, wenn man in Gleichung (5) die Glieder mit $e^{\pm j\delta}$ unterdrückt. Dieser Kreis wird jedoch von dem in Bild 8 im Stromdiagramm des Heyland-Motors stark angegebenen Kreise nicht viel abweichen.

Die Ortskurve selbst ist strenggenommen eine Kurve von höherer Ordnung als die Ellipse, von der sie sich nicht viel unterscheidet. Einfach läßt sich die die richtige Kurve annähernde Ellipse aus den durch die Punkte für $\delta = 0^0$ und 180^0 bzw. 90^0 und 270^0 festgelegten konjugierten Durchmessern konstruieren. Bild 10 zeigt das Stromdiagramm des Heyland-Motors mit Berücksichtigung des Primärwiderstandes r_1. Das Stromdiagramm des Kommutator-Induktionsmotors ist gestrichelt, das des normalen Asynchronmotors strichpunktiert eingezeichnet.

Leerlaufpunkt.

Unter Vernachlässigung der Eisen- und Reibungsverluste des Heyland-Motors wird für den Fall des vollkommenen Leerlaufes die dem Netz entnommene Energie vollständig in Stromwärme umgesetzt, d. h. die abgegebene Leistung W_{2m} ist Null:

$$\dot{E}_K \cdot \dot{J}_1 \cos\varphi_1 = \dot{J}_1^2 r_1 + \dot{J}_2^2 r_2 + \dot{J}_3^2 r_3 \tag{24}$$

$\dot{J}_2$ und $\dot{J}_3$ lassen sich in gleicher Weise wie $\dot{J}_1$ aus den Spannungsgleichungen (1), (2) und (3) des Heyland-Motors ermitteln:

$$\dot{J}_2 = -\frac{\dot{E}_K}{r_1} \cdot \frac{-j\frac{K_{12}}{r_2}\frac{K_{43}}{k_{43}}\sigma_4' e^{-j\delta} + s\left[\frac{k_{12}}{r_2}\frac{r_3}{k_{43}} - j\frac{K_{12}}{r_2}\frac{K_{43}}{k_{43}}\sigma' e^{-j\delta}\right]}{c_1 + j c_2 + s(d_1 - j d_2)}, \tag{25}$$

$$\dot{J}_3 = \frac{\dot{E}_K}{r_1} \cdot \frac{-\frac{K_{13}}{k_{43}} + s\left(\frac{k_{14}}{k_{43}} e^{j\delta} + j\frac{K_{13}}{r_2}\frac{K_2}{k_{43}}\sigma\right)}{c_1 + j c_2 + s(d_1 - j d_2)}. \tag{26}$$

Der Nenner $c_1 + j c_2 + s(d_1 - j d_2)$ dient als Abkürzung für den Nenner der Gleichung (5).

Führen wir in (24) die Ausdrücke für $\dot{J}_1$, $\dot{J}_2$ und $\dot{J}_3$ aus (5), (25) und (26) ein, so ergibt sich eine in s quadratische Gleichung. Eine Wurzel dieser Gleichung muß = 1 sein; denn auch für den Kurzschlußzustand ist Gleichung (24) erfüllt. Die zweite Wurzel der quadratischen Gleichung gibt den Ausdruck der gesuchten Leerlaufschlüpfung s_L:

$$s_L = \frac{\sin\delta \frac{k_{II}}{r_3}\sigma_4' + \cos\delta\left(1 - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}\right)}{\frac{K_{II}}{k_{43}(1+\sigma')} - \sin\delta\left(\frac{K_{II}'}{r_3}\sigma' - 2\frac{K_2}{r_2}\sigma_4'\right) + \cos\delta\frac{K_{II}}{r_3}\frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\sigma'} \cong \frac{\sin\delta\frac{k_{II}}{r_3}\sigma_4' + \cos\delta}{\frac{K_{II}}{k_{43}(1+\sigma')} - \sin\delta\frac{K_{II}'}{r_3}\sigma'}. \tag{27}$$

Für $\sigma_4' = 0$ geht s_L über in:

$$s_L' = \frac{\cos\delta}{\frac{K_{II}}{k_{43}(1+\sigma')} - \sin\delta\frac{K_{II}}{r_3}\sigma}. \tag{27a}$$

Zur Bestimmung der Ortskurve der Leerlaufpunkte wäre s in Gleichung (5) durch s_L aus der Gleichung (27) zu ersetzen und dann die Ortskurve ihrer Form und Lage nach zu bestimmen. Die Berechnung der genauen Kurve gestaltet sich aber sehr umständlich. Für verschiedene Winkel δ liegen die Leerlaufpunkte in guter Annäherung auf einem Kreise, von dem drei Punkte leicht zu ermitteln sind. Der „Leerlaufkreis" schneidet den Kreis der Synchronismuspunkte für den Fall $s_L = 0$:

$$s_L = 0 = \sin\delta\frac{k_{II}}{r_3}\sigma_4' + \cos\delta\left(1 - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}\right); \quad \operatorname{ctg}\delta_{s_L=0} = -\frac{\frac{k_{II}}{r_3}\sigma_4'}{1 - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\frac{k_{4\sigma}'}{r_3}} = \operatorname{tg}\psi_s. \tag{28}$$

Der „Leerlaufkreis" und der „Synchronismuskreis" schneiden sich also in Punkten, die dem Wertepaare $\delta = 90^0$ bzw. 270^0 für $\sigma_4' = 0$ entsprechen würden. Ferner geht der „Leerlaufkreis" noch durch den Punkt M_S, berührt jedoch nicht die X-Achse, da beim Heyland-Motor im Gegensatze zu dem kompensierten AEG- und SW-Motor bei keiner Bürstenstellung die beiden Rotorwicklungen stromlos und damit die Kupferverluste der Maschine bei Vernachlässigung des Primärwiderstandes zu Null werden können.

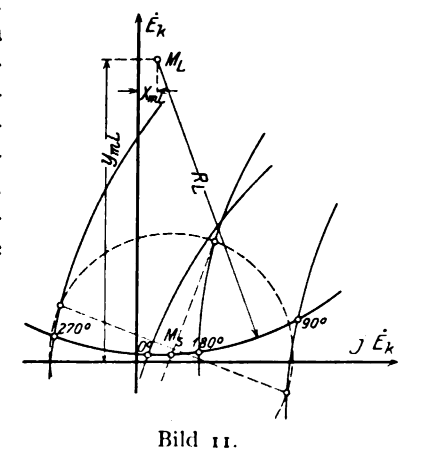
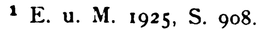


Bild 11.

Für die Koordinaten X_{mL}, Y_{mL} des Mittelpunktes M_L des „Leerlaufkreises" ergeben sich die Ausdrücke[1]:

$$X_{mL} \cong \frac{\dot{E}_K}{K_1} \cdot \frac{\frac{r_3}{K_{II}'}}{\frac{r_1}{K_1} + \frac{r_3}{K_{II}'}}; \quad Y_{mL} = \frac{\dot{E}_K}{2K_1} \cdot \frac{1 + 2\frac{K_3}{r_3}}{\frac{r_1}{K_1} + \frac{r_3}{K_{II}'}}. \tag{29}$$



[1] E. u. M. 1925, S. 908.

Durch den Mittelpunkt M_L und den Peripheriepunkt M_S ist der Kreis der Leerlaufpunkte völlig bestimmt (Bild 11).

Die Leerlaufschlüpfung s_L ist in Abhängigkeit von der Bürstenstellung δ in Bild 12 aufgetragen. Die gestrichelt eingezeichnete Kurve gibt den Verlauf der

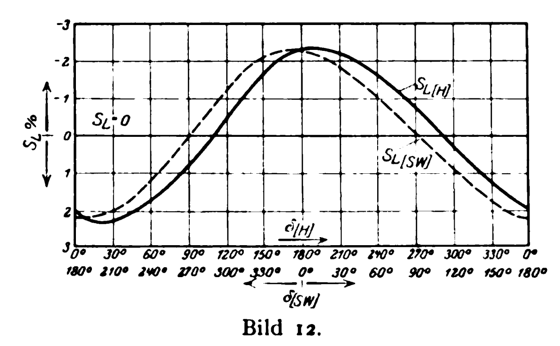


Bild 12.

Leerlaufschlüpfung s_L als Funktion der Bürstenstellung β für einen kompensierten AEG- und SW-Motor an (Kaden)[1].

Kompensationsbedingung für Leerlauf.

Bei kompensierten Asynchronmotoren ist von besonderem Interesse die Bedingung für die Kompensation des Primärstromes bei Leerlauf. Zur genauen Lösung der Aufgabe wäre in Gleichung (5) für die Schlüpfung s der Ausdruck der Leerlaufschlüpfung s_L aus (27) einzusetzen. Die X-Komponente des Leerlaufstromes J_{1L}, die wir aus der sich für J_{1L} ergebenden Gleichung entnehmen können, würde dann, gleich Null gesetzt, die Kompensationsbedingung für Leerlauf liefern. Die Durchführung dieser Rechnung gestaltet sich jedoch sehr kompliziert.

Mit guter Annäherung läßt sich aber an Stelle des Leerlaufpunktes der Synchronismuspunkt setzen, so daß wir als Bedingung für Kompensation bei Leerlauf annehmen können:

$$\frac{r_3}{k_{43}} + \sin\delta - \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\cos\delta = 0; \qquad \sin\delta = \frac{-\frac{r_3}{k_{43}} \pm \frac{k_{2\sigma}'}{r_2}\sqrt{1 + \frac{k_{2\sigma}'^2}{r_2} - \frac{r_3^2}{k_{43}^2}}}{1 + \frac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2}}. \qquad (30)$$

Jedem Werte des Sinus entsprechen zwei Winkelwerte δ. Es würden sich also nach vorstehender Gleichung vier Werte für δ angeben lassen, für welche die Bedingungsgleichung (30) erfüllt wäre. Aus der Lage der vier Punkte finden wir nur zwei als brauchbar. Zur Bestimmung dieser Punkte berechnen wir aus Gleichung (30) cos δ:

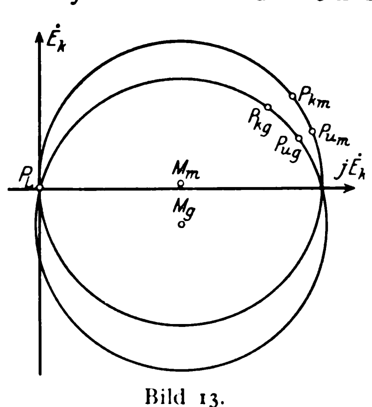


Bild 13.

$$\cos\delta = \frac{\frac{r_3}{k_{43}}\cdot\frac{k_{2\sigma}'}{r_2} \pm \sqrt{1 + \frac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2} - \frac{r_3^2}{k_{43}^2}}}{1 + \frac{k_{2\sigma}'^2}{r_2^2}}. \qquad (30a)$$

Aus dieser Gleichung für cos δ finden wir ebenfalls vier Werte des Winkels δ; als brauchbar erweisen sich nunmehr diejenigen Winkel δ, deren aus den beiden Gleichungen für $\sin\cdot\delta$ und $\cos\cdot\delta$ berechneten Werte einander gleich sind. Für $k_{2\sigma}' = 0$ gehen die Gleichungen (30) und (30a) über in:

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. 14, 1925, S. 478.

$$\sin\delta = -\frac{r_3}{k_{43}}; \qquad \cos\delta = \sqrt{1 - \frac{r_3^2}{k_{43}^2}},$$

wie sie in analoger Form auch schon für den SW-Motor angegeben[1] worden sind. Bild 13 zeigt die Stromdiagramme für die beiden Werte δ, die sich aus der Gleichung (30) ermitteln lassen. Das obere Diagramm ist für den Motorbetrieb wegen der größeren Überlastungsfähigkeit der Maschine das geeignetere, während für den Generatorbetrieb der Maschine das untere Diagramm in Betracht kommen wird.

Die Geraden besonderer Eigenschaft im Stromdiagramm.

Leistungsgrößen und Drehzahl der kompensierten Motoren lassen sich ihren Diagrammen, wie Kaden und Siegel-Labus für den kompensierten SW-Motor zeigten, in ebenso einfacher Weise entnehmen, wie es für den normalen Asynchronmotor der Fall ist. Es ändern sich jeweilig nur die Gleichungen, durch welche die Geraden besonderer Eigenschaft bestimmt werden, die zur Ermittlung der Leistung und Drehzahl notwendig sind. Die Maßstabkonstanten, die Arnold und Kaden zur Ablesung der Leistungsgrößen benutzen, lassen sich eliminieren durch verhältnisgleiche Strecken, die sich aus ähnlichen Dreiecken ergeben[1].

Leistungen sowie Verluste lassen sich dann darstellen als Produkte der Ordinaten-Abschnitte in den betreffenden Diagrammpunkten und der Phasenspannung des Motors. Die Ordinaten-Abschnitte sind in einfacher Weise durch die Leistungs- und Verlustgeraden im Diagramm festzulegen. Es ergeben sich für den Heyland-Motor entsprechend seinen drei Stromkreisen je drei Leistungs- bzw. Verlustgeraden.

Unter Vernachlässigung der Eisenverluste ist die an die Motorenwelle abgegebene Leistung W_{2m} bestimmt durch:

$$W_{2m} = \dot{E}_K \cdot \dot{J}_1 \cos\varphi_1 - V_K = \dot{E}_K \cdot \dot{J}_1 \cos\varphi_1 - (\dot{J}_1^2 r_1 + \dot{J}_2^2 r_2 + \dot{J}_3^2 \cdot r_3). \tag{31}$$

$\dot{J}_2$ und $\dot{J}_3$ sind in dieser Gleichung durch $\dot{J}_1$ und die Konstanten der Maschine auszudrücken:

$$\dot{J}_2 = -\frac{K_1}{k_{12}} \frac{\dot{J}_1\left[1 + j\frac{r_1}{K_1}\left(1 - j\left[\frac{K_3}{r_3} - \frac{k_{43}}{r_3}e^{-j\delta}\right]\right)\right] - j\frac{\dot{E}_K}{K_1}\left(1 - j\left[\frac{K_3}{r_3} - \frac{k_{43}}{r_3}e^{-j\delta}\right]\right)}{\left(1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}\right)\cdot\left(1 - \frac{k_{43}}{K_{II}(1-\sigma)}e^{j\delta}\right)}, \tag{32}$$

$$\dot{J}_3 = \frac{K_1}{k_{14}} e^{j\delta} \frac{\dot{J}_1\left(\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3} + \frac{r_1}{K_1}\left[\frac{k_{43}}{r_3}e^{-j\delta} + j\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}\right]\right) - \frac{\dot{E}_K}{K_1}\left(\frac{w_4^2}{w_2^2} + \frac{k_{43}}{r_3}e^{-j\delta}\right)}{\left(1 + \frac{W_4^2}{W_2^2}\frac{r_2}{r_3}\right)\cdot\left(1 - \frac{k_{43}}{K_{II}(1-\sigma)}e^{j\delta}\right)}. \tag{33}$$

Für $W_{2m} = 0$ ergibt sich dann die Gleichung einer Geraden, deren Lage durch Leerlauf- und Kurzschlußpunkt festgelegt wird. $V_k = 0$ ist die Gerade der Gesamtkupferverluste, welche die Gerade $W_{2m} = 0$ in ihrem Schnittpunkte mit der X-Achse als der Geraden der zugeführten Leistung trifft. Zur Ablesung der Leistung W_{2m} ist vor allem der Neigungswinkel β der Geraden $V_k = 0$ gegen die X-Achse zu bestimmen. Für $\operatorname{tg}\beta$ ergibt sich aus der Gleichung:

$$V_K = \dot{J}_1^2 r_1 + \dot{J}_2^2 r_2 + \dot{J}_3^2 r_3 = 0,$$

wenn $\dot{J}_2$ und $\dot{J}_3$ aus (32) und (33) eingesetzt werden, in erster Annäherung:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{X_m - \frac{\dot{E}_K}{K_1}\frac{r_{II}}{r_1 + r_{II}}}{Y_m - \frac{\dot{E}_K}{K_1} r_{II} \frac{\left[\frac{K_3}{r_3}\frac{1}{1 + \frac{w_4^2 r_2}{w_2^2 r_3}} + \frac{r_1}{K_1}\left(1 + \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3}\right)\right]}{r_1 r_{II}}}; \quad r_{II} = \frac{K_1^2}{k_{12}^2}\frac{r_2}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}}. \tag{34}$$

---

[1] E. u. M. 1925, S. 904, 910 und 1025.
Karl Krug, Das Kreisdiagramm der Induktionsmotoren, Diss. Darmstadt 1911.

Zur genauen Festlegung der Geraden $W_{2m} = 0$ sei noch ihr Schnittpunkt X_2 mit der X-Achse angegeben:

$$X_2 \cong -\frac{1}{2} \frac{R - (Y_m^2 + X_m^2) + \frac{\dot{E}_K^2}{K_1^2} \frac{r_{II}\left(1 + \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3}\right)}{r_1 + r_{II}}}{X_m - \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{r_{II}}{r_1 + r_{II}}} . \tag{35}$$

R bedeutet darin den Radius des in Frage kommenden Diagrammkreises. Die Leistung W_{2m} pro Phase wird also:

$$W_{3m} = \dot{E}_K \overline{PN}. \quad \text{(Bild 14.)} \tag{36}$$

Die gesamten Kupferverluste pro Phase sind gegeben durch:

$$V_K = \dot{E}_K \overline{NV}. \quad \text{(Bild 14.)} \tag{37}$$

Zur Trennung der Gesamtkupferverluste in die Verluste der einzelnen Wicklungen benutzen wir die Geraden, für welche die an die übrigen Wicklungen abgegebene Leistung Null ist. Die auf die Sekundär- und Hilfswicklungen des Motors übertragene Leistung pro Phase ist gegeben durch:

$$W_{1m} = \dot{E}_K \cdot J_1 \cos\varphi_1 - J_1^2 r_1. \tag{38}$$

Die Gleichungen der Neigungswinkel ε_1 und γ der Geraden $W_{1m} = 0$ und $V_{k1} = 0$ gegen die positive X-Achse und ihr Schnittpunkt X_1 mit dieser Achse zeigen für die kompensierten Motoren keinen Unterschied gegenüber denen des normalen Motors, da die Statorarbeitswicklung dieser Motoren sich nicht voneinander unterscheiden:

$$\operatorname{tg}\varepsilon_1 = \frac{X_m}{\frac{\dot{E}_K}{2 r_1} - Y_m}; \quad \operatorname{tg}\gamma = -\frac{X_m}{Y_m}; \quad X_1 = -\frac{1}{2} \frac{R^2 - (X_m^2 + Y_m^2)}{X_m} . \tag{39}$$

Die Gerade der primären Kupferverluste steht also senkrecht auf der Verbindungsgeraden $\overline{OM}$. Siegel-Labus setzen $\beta = \gamma$ und lassen damit die Richtung der Geraden der Primär- und Gesamtkupferverluste zusammenfallen; der durch diese Vereinfachung entstehende Fehler ist allerdings sehr gering (Bild 14).

W_{1m} ergibt sich nunmehr aus dem Diagramm zu:

$$W_{1m} = \dot{E}_K \cdot \overline{PD}. \tag{40}$$

Der primäre Kupferverlust wird dargestellt durch:

$$V_{K1} = \dot{E}_K \overline{DV}. \quad \text{(Bild 14.)} \tag{41}$$

Für die auf die sekundäre Arbeitswicklung, Wicklung 2, übertragene Leistung pro Phase gilt die Gleichung:

$$W_{II} = \dot{E}_K \cdot J_1 \cos\varphi_1 - (V_1 + V_{III}) = \dot{E}_K J_1 \cos\varphi_1 - (J_1^2 r_1 + J_3^2 r_3).$$

$W_{II} = 0$ ist wiederum eine Gerade, die durch ihren Neigungswinkel ε gegen die positive X-Achse und durch ihren Schnittpunkt X_3 mit der X-Achse in ihrer Lage bestimmt wird:

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{X_m - \frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{r_{II}}{r_1 + r_{III}} \frac{\frac{w_4^2}{w_2^2} \frac{r_2}{r_3}\left(1 - \frac{k_{23}^2}{r_2 k_{43}} \sin\delta\right)}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2} \frac{r_2}{r_3}}}{\frac{\dot{E}_K}{K_1} \frac{\frac{K_1}{r_1}}{r_1 + r_{III}} - Y_m}; \tag{42}$$

$$X_3 = -\frac{1}{2}\,\frac{R^2 - (X_m^2 + Y_m^2) + \frac{\dot{E}_K}{K_1}\,\frac{r_{II}}{r_1 + r_{III}}\,\frac{\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3} + \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3} - 2\frac{k_{43}}{r_3}\sin\delta}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}}}{X_m - \frac{\dot{E}_K}{K_1}\,\frac{r_{II}}{r_1 + r_{III}}\,\frac{\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}\left(1 - \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3}\sin\delta\right)}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}}}; \tag{43}$$

r_{III} bedeutet darin:

$$r_{III} = r_{II}\,\frac{\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3} + 2\frac{r_1}{K_1}\frac{k_{43}}{r_3}\cos\delta}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}}.$$

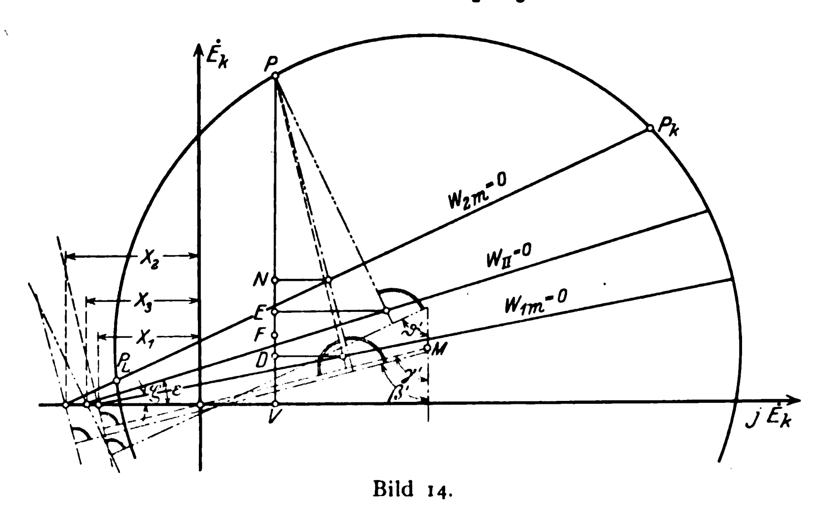


Bild 14.

Die Neigung der Verlustgeraden $V_{kIII} = 0$ gegen die positive X-Achse läßt sich ermitteln aus:

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{X_m(r_1 + r_{III}) + \frac{\dot{E}_K}{K_1}\cdot r_{II}\,\frac{\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}\left(1 + \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3}\sin\delta\right)}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}}}{\frac{\dot{E}_K}{K_1}\cdot r_{II}\cdot\frac{\frac{k_{43}}{r_3}\cos\delta + \frac{r_1}{K_1}\left(\frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3} + \frac{k_{23}^2}{r_2 r_3}\right) - 2\frac{k_{43}}{r_3}\sin\delta}{1 + \frac{w_4^2}{w_2^2}\frac{r_2}{r_3}} - Y_m(r_1 + r_{III})}. \tag{44}$$

Damit ergibt sich also aus dem Diagramm für die auf die sekundäre Arbeitswicklung (Wicklung 2) übertragene Leistung pro Phase:

$$W_{II} = \dot{E}_K \cdot \overline{PE} \tag{45}$$

und für die Verluste pro Phase:

$$V_{KIII} = \dot{E}_K\,\overline{ED}. \tag{46}$$

Teilt man die Strecke $\overline{DE}$ durch den Punkt F im Verhältnis der Widerstände der Wicklungen 3 und 4, so ist:

$$V_{K3} = \dot{E}_K \cdot \overline{DF};\quad V_{K4} = \dot{E}_K\,\overline{FE}. \tag{47}$$

Die Bürstenübergangsverluste sind in $V K_3$ enthalten. Da die Strecke $\overline{NV}$ den gesamten Kupferverlusten pro Phase entspricht, so muß die Strecke $\overline{EN}$ dem Kupferverluste V_{k2} der Wicklung 2 proportional sein:

$$V_{K2} = \dot{E}_K \overline{EN}. \tag{48}$$

Bild 14 veranschaulicht die vorhin angegebenen Leistungs- und Verlustgeraden sowie die Beziehungen, die zur Trennung der Gesamt-Kupferverluste in die der einzelnen Wicklungen aufgestellt worden sind.

Die Schlüpfungsgerade.

Die Gleichung des Primärstromes ist die Parametergleichung eines Kreises in allgemeiner Lage; als Parameter tritt hierin die Schlüpfung s auf. Jedem Kreise kann man durch Inversion eine Gerade zuordnen, deren Richtung durch das Inversionszentrum J bestimmt wird. Jedem Punkte des Kreises entspricht ein Punkt der Parametergeraden. Unter Benutzung von drei Kreispunkten mit bekannten Parameterwerten — z. B. $s = 0; 1; \infty$ — läßt sich die Parametereinteilung auf der dem Kreise zugeordneten Geraden festlegen. Faßt man den Leerlaufpunkt im Diagramm des normalen Asynchronmotors auf als dessen Synchronismuspunkt, wie es auch den Koordinaten dieses Punktes entspricht, so stimmt die Konstruktion der Schlüpfungsgeraden in den Diagrammen des normalen und der kompensierten Motoren überein. Mit diesen Erklärungen wird das Bild 15 vollkommen verständlich sein.

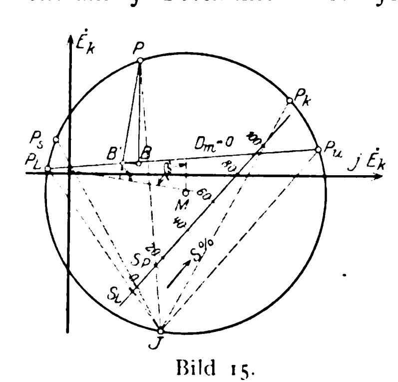


Bild 15.

Ist die Schlüpfungsgerade bekannt, so kann man die Gerade, für die das Drehmoment zu Null wird, ebenfalls ermitteln. Es läßt sich beweisen, daß auch für das Diagramm der kompensierten Motoren die Drehmomentengerade mit guter Annäherung durch den Leerlaufpunkt und den Punkt unendlicher Schlüpfung in ihrer Lage bestimmt werden kann. Der Beweis hierfür, den Siegel, Labus für das Diagramm des kompensierten AEG- und SW-Motors geführt haben[1], ist auch auf das Diagramm des Heyland-Motors anwendbar. Das Drehmoment in einem beliebigen Punkte ist demnach gegeben durch:

$$D_{m\,K\,g} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{p}{2\pi\nu} \cdot \frac{\dot{E}_K}{1 - s_L} \cdot \overline{PB}. \quad \text{(Bild 15.)} \tag{49}$$

Der Faktor $\frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{p}{2\pi\nu} \cdot \frac{\dot{E}_K}{1 - s_L}$ ist für jede Bürstenstellung δ verschieden, da die Leerlaufschlüpfung s_L von δ abhängig ist.

Anhang.

In den vorhergehenden Abschnitten ist der Vergleich zwischen den Arbeitsdiagrammen des Heyland-Motors sowie des kompensierten AEG- und SW-Motors an Hand der Gleichungen geführt worden, die sich zur Bestimmung der Form und Lage der Diagramme aufstellen lassen. Ein Beispiel möge uns zahlenmäßig Aufschluß über die Größe der Abweichungen einiger Betriebskurven der beiden kompensierten Maschinen geben.

Als Beispiel sei ein 5,5-kW-Motor mit 380 Volt Klemmenspannung und 1500 Touren/min gewählt. Die Konstanten der in Vergleich zu setzenden Motoren sind dabei so berechnet, daß die Vektorgleichungen ihrer Primärströme für $\sigma_1' = 0$ in

[1] E. u. M. 1925, S. 1031 und 1926, S. 299.

ihren entsprechenden Faktoren übereinstimmen, d. h. Reaktanz und Widerstand der Primärwicklung sind für beide Motoren einander gleich; ferner stimmt das Verhältnis der Rotorreaktanz zur Wechselreaktanz zwischen der Erregerspeise- und der Erregerwicklung für die beiden Maschinen überein: $\frac{K_2}{k_{23}} = \frac{K_{II}}{k_{43}}$; dann ist noch $\frac{r_2'}{k_{23}} = \frac{r_3}{k_{43}}$. Kleine, aber auf die Lage der Diagramme fast einflußlose Unterschiede ergeben sich nur für die Werte der Eigenreaktanz der Wicklung 3. Alle Wicklungen sind so dimensioniert, daß bei Vollast und $\delta = 270^0$ bzw. $\beta = 90^0$ in den entsprechenden Wicklungen der drei Vergleichsmotoren — Heyland-Motor, kompensierter AEG- und SW-Motor sowie normaler Asynchronmotor gleicher Größe — dieselbe Stromdichte herrscht.

Ein Vergleich der Bilder 8 und 9, welche die Stromdiagramme dieser Vergleichsmotoren darstellen, zeigt die größere Überlastungsfähigkeit des kompensierten AEG- und SW-Motors gegenüber dem Heyland-Motor im Bereiche des Motorbetriebes. Der Grund hierfür liegt, wie schon oft erwähnt, in der Eigenart der Streuung der Kommutatorwicklung des Motors. In den Bildern 16 und 17 ist der primäre Leistungsfaktor cos φ_1 in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung, die in Prozent der Vollast aufgetragen ist, für verschiedene Winkel δ sowie Motor- und Generatorbereich der beiden Vergleichsmotoren aufgetragen. $w_3 = 0$ gibt die cos φ_1-Kurve des normalen Motors an; die Kurven, die dem kompensierten AEG- und SW-Motor entsprechen, sind gestrichelt oder strichpunktiert angegeben. Im Motorbereich zeigt der kompensierte AEG- und SW-Motor auch hier wieder die besseren Leistungsfaktoren, während in dem Gebiet des Generatorbetriebes durchweg der Heyland-Motor den besseren cos φ_1 aufweisen kann.

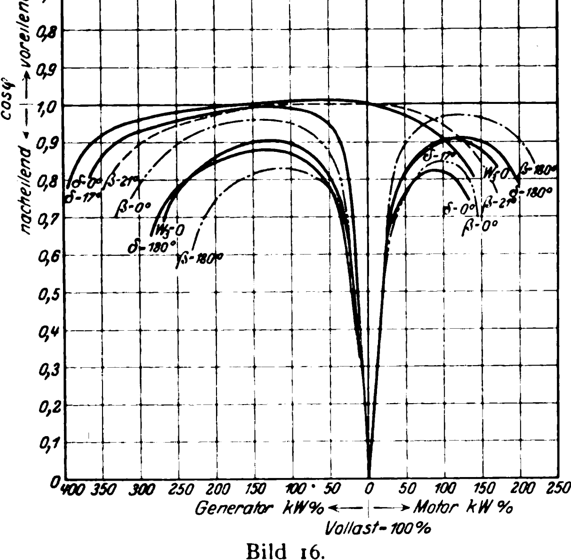


Bild 16.

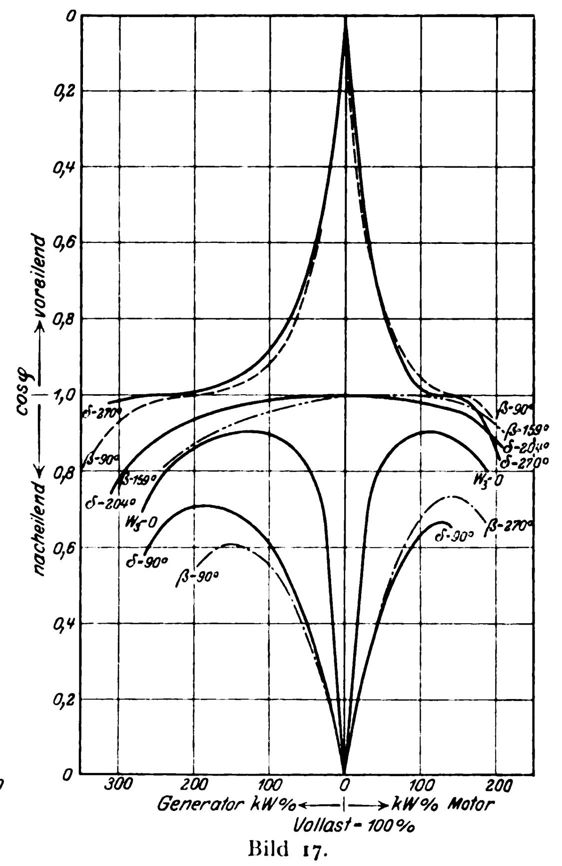


Bild 17.

Von Interesse sind die Ergebnisse, die ein Vergleich der Kupferverluste der drei Motoren angibt. In den Bildern 18, 19 und 20 sind die prozentualen Kupferverluste der Vergleichsmaschinen in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung, die wiederum in Prozent der Vollast angegeben ist, aufgetragen. Die Vollastkupferverluste des normalen Asynchronmotors sind dabei gleich 100% gesetzt.

Die Kurven, die sich auf den AEG- und SW-Motor beziehen, sind wieder gestrichelt oder strichpunktiert angegeben. Die Leerlaufverluste des Heyland-Motors können bei den gewählten Verhältnissen bei keiner Bürstenstellung auf die Größe der Leerlaufkupferverluste des normalen Motors zurückgehen, da die Vektoren der

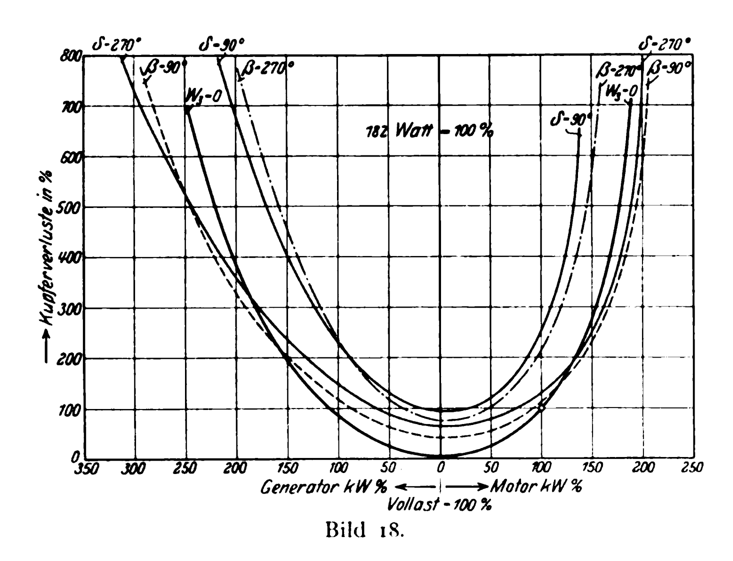


Bild 18.

Rotorströme J_2 und J_3 nie in gleiche Richtung fallen. Nur für den Fall, daß der Synchronismuspunkt mit dem Leerlaufpunkt bei Kompensation zusammenfällt, werden die Leerlaufverluste des Heyland-Motors und des normalen Asynchronmotors ungefähr einander gleich. Der sekundäre Strom des AEG- und SW-Motors jedoch kann in

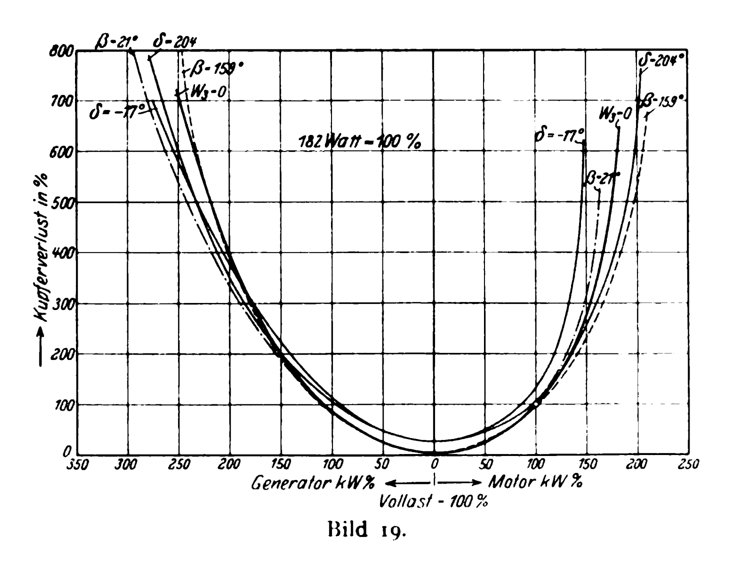


Bild 19.

bestimmten Fällen im Leerlauf zu Null werden; dabei werden die Leerlaufverluste beider Motoren einander gleich.

Im allgemeinen sind die Kupferverluste des Heyland-Motors größer als die des kompensierten AEG- und SW-Motors. Grund hierfür ist, wie oben angedeutet wurde, die Trennung der Rotorwicklung in 2 Wicklungen. Für die Bürstenstellung $\beta = 180^0 - 21^0$ des kompensierten AEG- und SW-Motors und $\delta = 180^0 + 24^0$ des Heyland-Motors, für die Kompensation bei Leerlauf eintritt, sinken bei Vollast die Kupfer-

verluste des AEG- und SW-Motors auf 97% der des normalen Motors, während die Kupferverluste des Heyland-Motors noch 5% mehr betragen als die des normalen Motors. Bei Überbelastungen und Bürstenstellungen, die für den Betrieb der Maschine günstig sind, liegen die Kupferverluste der kompensierten Maschinen oft bedeutend unter denen des normalen Motors.

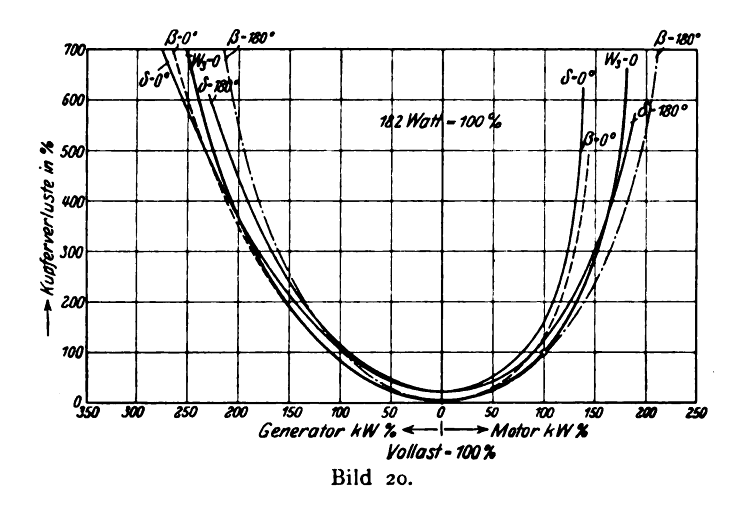


Bild 20.

Da der Strom in der Wicklung 2 des Heyland-Motors der Schlüpfung proportional ist, wird je nach Bürstenstellung δ und Größe der maximalen Leerlaufschlüpfung der Strom J_2 auch bei Vollast starken Schwankungen unterworfen sein können. Die Amperewindungen, die das Drehmoment des Rotors bei Vollast aufbringen müssen, werden also je nach Bürstenstellung mehr oder weniger in der Wicklung

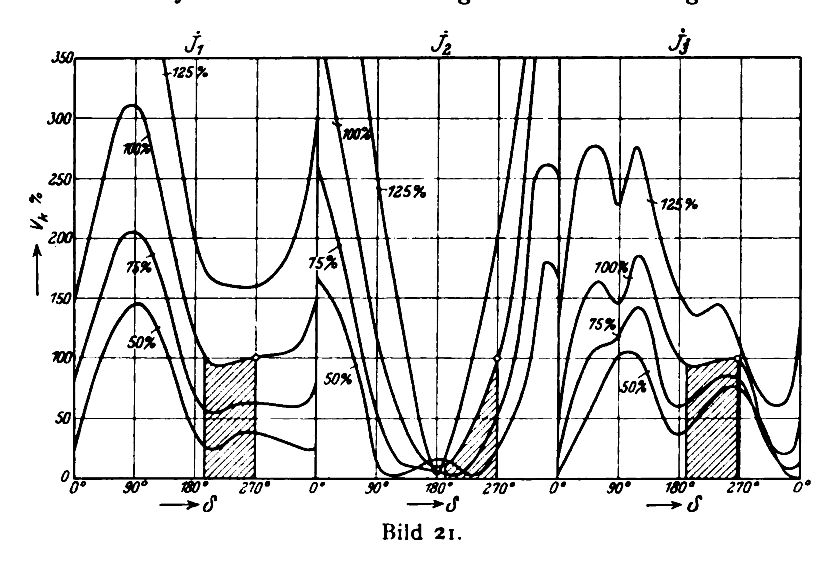


Bild 21.

2 oder 4 verlaufen. Ist die Erregerwicklung (Wicklung 4) auf Überkompensation bemessen, so wird sie bei manchen Bürstenstellungen zu einem großen Teile den Arbeitsstrom der Wicklung 2 übernehmen und damit diese Wicklung erheblich entlasten. Bei anderen Bürstenstellungen wiederum kann Überlastung der Wicklung 2 eintreten. Es besteht somit die Möglichkeit, daß bei einem Heyland-Motor je nach Bürstenstellung δ die Verluste und damit die Erwärmung einzelner Wicklungen unzulässig hohe Werte annehmen können.

In Bild 21 sind für den Motorbetrieb die Verluste in den einzelnen Stromkreisen der Maschine in Abhängigkeit von der Bürstenstellung δ für 50, 75, 100 und 125% Vollast aufgetragen; dabei sind die Verluste in jeder Wicklung bei $\delta = 270^0$ und Vollast = 100% gesetzt. Der Bereich der Bürstenstellung δ, in dem sich für den Heyland-Motor ohne unzulässige Erwärmung einzelner Wicklungen Dauerbetrieb ermöglichen läßt, ist in Bild 21 durch Schraffieren hervorgehoben.

Zusammenfassung.

Ausgehend von dem Unterschiede in den Schaltungen des Heyland-Motors sowie des kompensierten AEG- und S. W.-Motors wird zunächst das genaue Stromdiagramm des Heyland-Motors aufgezeichnet. Das angenäherte Diagramm wird sodann mit dem Kreisdiagramm des kompensierten AEG- und S. W.-Motors an Hand der bisher darüber erschienenen Arbeiten verglichen. Ferner werden die Kompensationsbedingungen der kompensierten Motoren miteinander in Vergleich gesetzt. Darauf werden die Geraden besonderer Eigenschaft angegeben. Im Anhang sind für Vergleichsmotoren Kurven, die den Leistungsfaktor und die Kupferverluste darstellen, in Abhängigkeit der abgegebenen Leistung aufgetragen. Zum Schlusse wird für den als Beispiel gewählten Heyland-Motor das Gebiet der Bürstenstellung ermittelt, für die Dauerbetrieb der Maschine möglich ist.

Über das Anlaufmoment von Einankerumformern bei gleichstromseitigem Anlauf und zugeschalteter Transformatorsekundärseite.

Von

Emil Rappel, AEG-Großmaschinenfabrik.

Vorbemerkung.

Der Anlauf von Einankerumformern von der Gleichstromseite aus erfolgt in der Regel mit zugeschalteter Transformatorsekundärseite, d. h. Umformer und Transformator mit etwaigem Regelapparat bilden zusammen eine Einheit, die, auf der Drehstrom-Oberspannungsseite abgeschaltet, auf der Gleichstromseite angelassen wird. Bei der Bemessung der hierzu erforderlichen Anlasser, die meist nur klein gehalten werden, ist darauf Rücksicht zu nehmen, daß ein Teil des zugeführten Gleichstromes über die Schleifringe in die Drehstromseite fließt und dadurch das auf den Anker ausgeübte Drehmoment vermindert. Das bei konstantem Anlasserstrom und unveränderter Erregung entwickelte Moment ist nicht eine für alle Ankerstellungen konstante Größe, sondern es schwankt zwischen einem maximalen und minimalen Wert je nach der Lage der Schleifringanschlußpunkte relativ zu den Kommutatorbürsten. Für die Größe des Anlassers ist bestimmend das minimale Moment, denn der Anlaufstrom muß so groß gehalten werden, daß das von ihm entwickelte Moment den Anker auch in der ungünstigsten Stellung aus der Ruhelage zu bringen vermag.

Es soll nun im folgenden die Größe des Drehmomentes in Abhängigkeit von der Ankerstellung im Augenblicke des Anlaufs behandelt werden. Die Untersuchung wird für den 3- und 6-Phasenumformer getrennt durchgeführt, und zwar zuerst nur an Hand einer 2-poligen Ankerwicklung. Die dabei gewonnenen Resultate werden dann auf den allgemeinen Fall eines 2p-poligen Ankers mit 2a parallelen Stromzweigen übertragen. Am Schlusse der Arbeit folgt dann eine Zusammenstellung der für die Bemessung der Anlasser erforderlichen Beziehungen mit Angabe von Erfahrungswerten.



I. 3-Phasenumformer.

Bild 1 stelle das Prinzipschema der Ankerwicklung eines 2-poligen Einankerumformers dar mit der in Stern geschalteten Sekundärwicklung des zugehörigen Transformators. Etwaige Regelapparate, wie Drehtransformatoren oder Drosselspulen, sollen nicht mit in die Untersuchung hereingezogen werden, da sich deren Einfluß nachträglich unschwer durch entsprechende Korrektur des Phasenwiderstandes des Transformators berücksichtigen läßt. Doch soll dies in dieser Arbeit nicht geschehen, um nicht bei der Mannigfaltigkeit der Kombinationen die Arbeit mit verhältnismäßig einfachen Umrechnungen bereichern zu müssen. Überdies kann gesagt werden, daß der Einfluß der Regelapparate nicht besonders wesentlich ist und daher in der praktischen Rechnung vernachlässigt werden kann.

Es bezeichne:

J den über die Bürsten zugeführten Strom, den „Linienstrom",
$J_1, J_2 \ldots J_n$ die Ströme in den einzelnen Abschnitten der Ankerwicklung,
J_{t1}, J_{t2}, J_{t3} die Ströme in den Transformatorphasen,
α den Winkel, um den der Anschlußpunkt der Phase I aus der Bürstenachse verdreht ist,
$r_{a\varphi}$ den Phasenwiderstand der Ankerwicklung,
$r_{t\varphi}$ den Phasenwiderstand der Transformator-Sekundärwicklung.

Die Untersuchung soll sich, wie bereits in der Einleitung angekündigt wurde, beschränken auf den Augenblick des Anlaufs, genauer ausgedrückt auf den Augenblick kurz vor Eintritt der Bewegung. Zur Vereinfachung der Aufgabe soll für diesen Augenblick stationärer Gleichstrom in allen Wicklungsteilen angenommen werden. Genau richtig ist dies ja nicht, denn in Wirklichkeit wird die Bewegung bereits eingeleitet werden, noch bevor der Strom seinen Endwert erreicht hat, vorausgesetzt, daß sein Moment größer ist als das der ruhenden Reibung. Aber da die Erfassung des Zeitpunktes für den Eintritt der Bewegung und die genaue Bestimmung der Ströme in diesem Moment aus den Zeitkonstanten der einzelnen Wicklungen wegen der Unsicherheit in der Bestimmung des Reibungsmomentes keinen praktischen Gewinn bringt, so soll schon aus diesem Grunde ganz davon abgesehen werden. Die Ergebnisse der Untersuchung haben jedoch strenge Gültigkeit für den Fall, daß der Anker festgebremst ist oder, was das gleiche bedeutet, daß der Strom nicht ausreicht zur Überwindung des Momentes der ruhenden Reibung. Zur Bestimmung des bei einem gegebenen Linienstrom J auf den Anker ausgeübten Momentes ist nun erst die Kenntnis der Stromverteilung in unserem System erforderlich. Mit deren Ermittlung soll begonnen werden. Ausgangspunkt bilden folgende 8 Gleichungen, die sich an Hand des Schemas von Bild 1 unschwer finden lassen.

$$J = J_1 + J_5, \tag{1}$$
$$J = J_3 + J_4, \tag{2}$$
$$J_{t1} = J_1 - J_2, \tag{3}$$
$$J_{t2} = J_3 - J_2, \tag{4}$$
$$J_{t3} = J_5 - J_4, \tag{5}$$
$$J_2 \cdot r_{a\varphi} = J_{t1} \cdot r_{t\varphi} + J_{t2} \cdot r_{t\varphi} \tag{6}$$
$$J_4 \cdot \frac{3}{2\pi} r_{a\varphi}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - J_3 \cdot \frac{3}{2\pi} r_{a\varphi}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = J_{t3} \cdot r_{t\varphi} + J_{t2} \cdot r_{t\varphi}, \tag{7}$$
$$J_5 \cdot \frac{3}{2\pi} r_{a\varphi}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) - J_1 \cdot \frac{3}{2\pi} r_{a\varphi} \cdot \alpha = J_{t1} \cdot r_{t\varphi} - J_{t3} \cdot r_{t\varphi}. \tag{8}$$

Setzt man

$$\lambda = \frac{r_{a\varphi}}{r_{t\varphi}} \tag{9}$$

und eliminiert aus den Gleichungen (6) mit (8) die Ströme J_{t1}, J_{t2}, J_{t3}, J_4 und J_5 durch Einsetzen der entsprechenden Werte aus den Gleichungen (1) mit (5), so erhält man aus Gleichung (6):

$$J_1 - J_2(\lambda + 2) + J_3 = 0, \tag{10}$$

aus Gleichung (7):

$$J_1 + J_2 - J_3(\lambda + 2) = -J \cdot \frac{3\lambda}{2\pi}\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) \tag{11}$$

und aus Gleichung (8):

$$J_1(\lambda + 2) - J_2 - J_3 = J \cdot \frac{3\lambda}{2\pi}\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right), \tag{12}$$

woraus sich folgende Lösung ergibt:

$$J_1 = \frac{J}{2} \cdot \frac{1}{\lambda + 3}\left[3 + \lambda\left(2 - 3\frac{\alpha}{\pi}\right)\right], \tag{13}$$

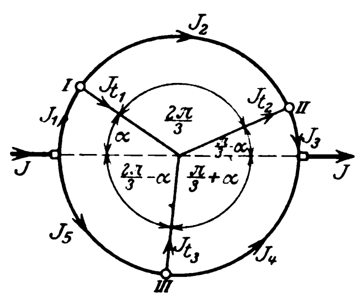


Bild 1. Prinzipschema der Ankerwicklung des 3-phasigen Einankerumformers und der in Stern geschalteten Sekundärwicklung des zugehörigen Transformators. Bestimmung der Stromverteilung in den einzelnen Wicklungsabschnitten bei Stillstand des Ankers.

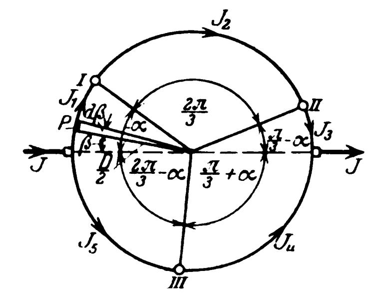


Bild 2. Bestimmung des Drehmomentes für den 3-Phasenumformer bei Stillstand des Ankers.

$$J_2 = \frac{J}{2} \cdot \frac{1}{\lambda + 3} \cdot 3, \tag{14}$$

$$J_3 = \frac{J}{2} \cdot \frac{1}{\lambda + 3}\left[3 + \lambda\left(1 + 3\frac{\alpha}{\pi}\right)\right]. \tag{15}$$

Für J_4 erhält man aus (2) und (15):

$$J_4 = \frac{J}{2} \cdot \frac{1}{\lambda + 3}\left[3 + \lambda\left(1 - 3\frac{\alpha}{\pi}\right)\right] \tag{16}$$

und für J_5 aus (1) und (13):

$$J_5 = \frac{J}{2} \cdot \frac{1}{\lambda + 3}\left[3 + \lambda \cdot 3\frac{\alpha}{\pi}\right]. \tag{17}$$

Wir finden im Vorbeigehen, daß J_2, also der Strom in demjenigen Wicklungsabschnitt, in dessen Bereich keine Bürste liegt, ganz unabhängig ist von der jeweiligen Ankerstellung, er ist nur proportional J.

Nachdem nun die Ströme in den einzelnen Abschnitten der Ankerwicklung bekannt sind, läßt sich für eine gegebene Magnetisierung die Größe des Momentes entwickeln. Von dem im Luftraum vorhandenen Felde nehmen wir für den vorliegenden Fall nur die I. Harmonische und schreiben also:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_m \cdot \sin\beta, \tag{18}$$

wenn $\mathfrak{B}$ die an einem Punkte P (Bild 2) des Ankerumfanges im Winkel β von der Bürstenachse vorhandene Luftinduktion und $\mathfrak{B}_m$ die maximale Induktion der Sinuswelle unter der Polmitte bedeuten.

Es ist allgemein die Kraft P, die auf einen vom Strome J durchflossenen Leiter von der Länge l ausgeübt wird, wenn er sich in einem Felde von der Stärke $\mathfrak{H}$ in senkrechter Richtung zu den Kraftlinien befindet,

$$P = \frac{1}{9{,}81} \cdot J \cdot \mathfrak{H} \cdot l \cdot 10^{-8}\,[\mathrm{kg}], \tag{19}$$

wenn J in A und l in cm gesetzt werden. Bezeichnen wir nun mit D den Durchmesser, mit L die Länge des Ankers ohne Luftkanäle, beide in cm, mit N die Zahl der Leiter am Ankerumfang, mit

$$q = \frac{N}{D \cdot \pi} \tag{20}$$

den Leiterbelag und bedenken, daß wir im Luftraume $\mathfrak{B}$ an Stelle von $\mathfrak{H}$ setzen können, so erhalten wir für das Moment, das auf das Bogenelement $\frac{D}{2} \cdot d\beta$ vom Strome J_n ausgeübt wird,

$$dM = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D}{2} \cdot J_n \cdot \mathfrak{B} \cdot L \cdot q \cdot \frac{D}{2} \cdot d\beta \cdot 10^{-8}\,[\mathrm{mkg}] \tag{21}$$

oder unter Berücksichtigung von Gleichung (18):

$$dM = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{4} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J_n \cdot \sin\beta\, d\beta \cdot 10^{-8}. \tag{22}$$

Das totale Moment wird erhalten durch schrittweise Integration über den ganzen Umfang von $\beta = 0$ bis $\beta = 2\pi$. Dabei ist zu beachten, daß die Ströme J_n in dem Halbkreis von $\beta = \pi$ bis $\beta = 2\pi$ mit negativem Vorzeichen in die Rechnung einzuführen sind, da sie ein positives Moment liefern. Sie sind ja den Strömen in dem 1. Halbkreis entgegengesetzt gerichtet. Man findet also:

$$\left.\begin{aligned} M = \int_{\beta=0}^{\beta=2\pi} dM = \frac{1}{9{,}81} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{4} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \Bigg[J_1 \cdot \int_0^{\alpha} \sin\beta\, d\beta + J_2 \cdot \int_{\alpha}^{\alpha + \frac{2\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta + \\ + J_3 \cdot \int_{\alpha + \frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin\beta\, d\beta - J_4 \cdot \int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3} + \alpha} \sin\beta\, d\beta - J_5 \cdot \int_{\frac{4\pi}{3} + \alpha}^{2\pi} \sin\beta\, d\beta \Bigg] \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Integrale haben die Werte:

$$\int_0^{\alpha} \sin\beta\, d\beta = 1 - \cos\alpha,$$

$$\int_{\alpha}^{\alpha + \frac{2\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta = \frac{1}{2}(3\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha),$$

$$\int_{\alpha + \frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin\beta\, d\beta = 1 - \frac{1}{2}(\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha),$$

$$\int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3} + \alpha} \sin\beta\, d\beta = -1 + \frac{1}{2}(\cos\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha),$$

$$\int_{\frac{4\pi}{3} + \alpha}^{2\pi} \sin\beta\, d\beta = -1 - \frac{1}{2}(\cos\alpha - \sqrt{3}\sin\alpha)$$

Setzt man diese Werte und außerdem die Werte der Ströme J_1 bis J_5 aus den Gleichungen (13) mit (17) in (23) ein, so ergibt sich nach etwas längerer Rechnung:

$$M = \frac{1}{9,81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \left\{1 - \frac{9}{8} \cdot \frac{\lambda}{\lambda + 3} \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cos\alpha + \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \sin\alpha\right]\right\} \cdot 10^{-8}. \quad (24)$$

Wir setzen für den Ausdruck mit der Variablen α:

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{\alpha}{\pi}\right) \cos\alpha + \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot \sin\alpha = x, \quad (25)$$

differenzieren x nach α und erhalten:

$$\frac{dx}{d\alpha} = \frac{1}{\pi} \left\{\left(\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \sin\alpha + (\alpha\sqrt{3} - 1) \cos\alpha\right\}. \quad (26)$$

x ist ein Maximum oder Minimum für $\frac{dx}{d\alpha} = 0$ oder

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1 - \alpha\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \alpha - \frac{2\pi}{3}}. \quad (27)$$

Man löst diesen Ausdruck am raschesten durch Probieren und findet, daß die Gleichung erfüllt ist für $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Es ist nämlich

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{6} = \frac{1 - \frac{\pi}{6}\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \frac{\pi}{6} - \frac{2\pi}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Um zu erkennen, ob für diesen Wert x ein Maximum oder Minimum ist, rechnen wir an Stelle einer nochmaligen Differentiation lieber für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und dann noch für den 2. ausgezeichneten Punkt, nämlich $\alpha = 0$, den Wert x aus und erhalten

$$\text{für } \alpha = 0: \qquad x_0 = \frac{2}{3}$$

$$\text{für } \alpha = \frac{\pi}{6}: \qquad x_1 = \frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

Da $x_0 > x_1$, so ist das Moment nach Gleichung (24) und (25) am größten für $\alpha = \frac{\pi}{6}$ und am kleinsten für $\alpha = 0$ und damit natürlich für Vielfache von $\frac{\pi}{3}$, d. h. immer, wenn ein Anschlußpunkt in die Bürstenachse fällt. In den Minimumpunkten verläuft das Moment jedoch nicht stetig, wie leicht verständlich, sondern es erleidet einen Knick. Es ist nämlich:

$$\text{für } \alpha = 0: \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)_0 = -\frac{1}{\pi}$$

$$\text{und für } \alpha = \frac{\pi}{3}: \left(\frac{dx}{d\alpha}\right)_{\frac{\pi}{3}} = +\frac{1}{\pi},$$

d. h. die Momentenkurve hat in den Minimumpunkten zwei von Null verschiedene, bis auf das Vorzeichen aber gleiche Ableitungen, also eine Spitze.

Für das minimale Moment, auf das es uns ankommt, erhalten wir mit $x_0 = \frac{2}{3}$

$$M_{\min} = \frac{1}{9,81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\lambda}{\lambda + 3}\right) \cdot 10^{-8}. \quad (28)$$

Bezeichnen wir mit M_0 das Moment beim Strome J, aber bei abgeschaltetem Transformator, also bei normalem Motoranlauf, so erhalten wir dafür, wenn wir $r_{t\varphi} = \infty$, also nach Gleichung (9) $\lambda = 0$ setzen,



$$M_0 = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \cdot 10^{-8} \tag{29}$$

und schließlich, was uns am meisten interessiert,

$$\frac{M_{min}}{M_0} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda}{\lambda + 3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\lambda + 12}{\lambda + 3}. \tag{30}$$

Daraus erkennt man, daß der Anlasser, um einen Anlauf des Umformers bei zugeschaltetem Transformator in jeder beliebigen Ankerstellung zu ermöglichen, für einen Strom zu bemessen ist, der

$$K = 4 \cdot \frac{\lambda + 3}{\lambda + 12} \tag{31}$$

mal größer ist als derjenige Strom, den der Umformer benötigt, wenn er ohne den Transformator anläuft.

Es soll nun noch der resultierende Widerstand r_p der Schaltung, bezogen auf den Widerstand r_a der Ankerwicklung zwischen den Bürsten, berechnet werden. Man erhält r_p aus der Gleichung

$$J \cdot r_p = J_5 \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot r_{a\varphi} \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right) + J_4 \cdot \frac{3}{2\pi} \cdot r_{a\varphi} \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right), \tag{32}$$

wenn man J_4 und J_5 aus Gleichung (16) bzw. (17) einsetzt. Es folgt:

$$r_p = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{r_{a\varphi}}{\lambda + 3} \left(3\pi + \frac{\pi}{3} \lambda + 2\alpha\lambda - 6\lambda \frac{\alpha^2}{\pi} \right). \tag{33}$$

Da nun

$$r_{a\varphi} = \frac{4}{3} \cdot r_a, \tag{34}$$

so ist

$$r_p = \frac{r_a}{\lambda + 3} \left[3 + \frac{\lambda}{3} + 2\lambda \frac{\alpha}{\pi} \left(1 - 3 \frac{\alpha}{\pi} \right) \right]. \tag{35}$$

Für $\alpha = 0$ erhält man:

$$r_{p0} = \frac{r_a}{\lambda + 3} \left(3 + \frac{\lambda}{3} \right) = \frac{1}{3} \frac{\lambda + 9}{\lambda + 3} \cdot r_a \tag{36}$$

und für $\alpha = \frac{\pi}{6}$:

$$r_{p1} = \frac{r_a}{\lambda + 3} \left(3 + \frac{\lambda}{2} \right) = \frac{1}{2} \frac{\lambda + 6}{\lambda + 3} \cdot r_a. \tag{37}$$

Das Verhältnis dieser beiden Werte ist:

$$\frac{r_{p1}}{r_{p0}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\lambda + 6}{\lambda + 9}. \tag{38}$$

Man erkennt durch Vergleichen der beiden Werte, daß auch der resultierende Widerstand am größten ist, wenn das Moment seinen Maximalwert annimmt und umgekehrt. Für die Bestimmung des Ohmwertes im Anlaßwiderstand ist es nun allerdings wegen der Kleinheit des Ankerwiderstandes im Vergleich zu ersterem weniger von Bedeutung, welchen von den beiden Werten man wählen wird.

II. 6-Phasenumformer.

Die Untersuchung soll in der gleichen Reihenfolge wie beim 3-Phasenumformer durchgeführt werden. Mit $r_{a\varphi}$ sei wieder der Phasenwiderstand der Ankerwicklung und mit $r_{t\varphi}$ der Phasenwiderstand des 6-phasigen Transformators bezeichnet. Nach Bild 3 ist jedoch der Transformator in offener 3-Phasenschaltung geschaltet, um die Rechnung etwas zu vereinfachen. Bekanntlich ist diese Schaltung ja in ihrer Wirkung identisch mit der ausgesprochenen 6-Phasenschaltung mit Nullpunkt, solange

ein symmetrisches System vorliegt. Für den Widerstand eines Transformatorzweiges muß demnach $2\, r_{t\varphi}$ gesetzt werden. Im übrigen gelten die Bezeichnungen von Bild 3. Die Ströme in den einzelnen Wicklungsabschnitten der beiden Ankerhälften sind einander beziehungsweise gleich. Es genügen daher bereits 7 Gleichungen zur Ermittlung der Stromverteilung. Diese sind:

$$J = J_1 + J_4, \qquad (39) \qquad\qquad J_{t1} = J_1 - J_2, \qquad (40)$$

$$J_{t2} = J_3 - J_2, \qquad (41) \qquad\qquad J_{t3} = J_4 - J_3, \qquad (42)$$

$$J_2 \cdot r_{a\varphi} + J_3 \cdot r_{a\varphi} + J_4 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - J_1 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi} \cdot \alpha = J_{t1} \cdot 2\, r_{t\varphi}, \qquad (43)$$

$$J_2 \cdot r_{a\varphi} + J_3 \cdot r_{a\varphi} - J_4 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + J_1 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi} \cdot \alpha = J_{t3} \cdot 2\, r_{t\varphi}, \qquad (44)$$

$$J_2 \cdot r_{a\varphi} - J_3 \cdot r_{a\varphi} - J_4 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi}\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + J_1 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi} \cdot \alpha = J_{t2} \cdot 2\, r_{t\varphi}. \qquad (45)$$

Es sei wieder wie vorher:

$$\lambda = \frac{r_{a\varphi}}{r_{t\varphi}}. \qquad (46)$$

Als Lösung obiger Gleichungen findet man dann:

$$J_1 = \frac{J}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)}\left[2 + \lambda + \lambda \cdot (\lambda + 3)\left(1 - 3\,\frac{\alpha}{\pi}\right)\right], \qquad (47)$$

$$J_2 = \frac{J}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)}\left[2 + \lambda \cdot \left(1 - 3\,\frac{\alpha}{\pi}\right)\right], \qquad (48)$$

$$J_3 = \frac{J}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)}\left[2 + \lambda \cdot 3\,\frac{\alpha}{\pi}\right], \qquad (49)$$

$$J_4 = \frac{J}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)}\left[2 + \lambda + \lambda \cdot (\lambda + 3) \cdot 3\,\frac{\alpha}{\pi}\right]. \qquad (50)$$

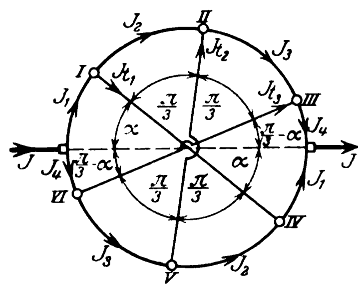


Bild 6. Prinzipschema der Ankerwicklung des 6-phasigen Umformers und der Sekundärwicklung des zugehörigen Transformators in offener 3-Phasenschaltung. Bestimmung der Stromverteilung in den einzelnen Wicklungsabschnitten bei Stillstand des Ankers.

Beim 3-Phasenumformer wurde beobachtet, daß der Strom in einem Wicklungsteil, in dessen Bereich keine Bürste liegt, nämlich J_2 nach Gleichung (14), unabhängig war von α. Beim 6-Phasenumformer läßt sich eine gleiche Unabhängigkeit feststellen, allerdings nicht für einen solchen Strom an und für sich, sondern für die Summe solcher Ströme. Addiert man nämlich Gleichung (48) und (49), so ergibt sich:

$$J_2 + J_3 = \frac{1}{\lambda + 1} \cdot J. \qquad (51)$$

Das Moment erhalten wir durch Integration der Gleichung (22), wenn wir darin die für den 6-Phasenumformer geltenden Werte einsetzen. Wir integrieren hier jedoch leichter nur von $\beta = 0$ bis $\beta = \pi$ und nehmen dann das Ergebnis zweimal. Es ist also:

$$M = 2 \cdot \int_{\beta = 0}^{\beta = \pi} dM = \frac{2}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{4} \cdot q \cdot B_m \left[J_1 \int_0^{\alpha} \sin\beta\, d\beta + J_2 \int_{\alpha}^{\alpha + \frac{\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta + \right.$$
$$\left. + J_3 \int_{\alpha + \frac{\pi}{3}}^{\alpha + \frac{2\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta + J_4 \int_{\alpha + \frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin\beta\, d\beta \right] \cdot 10^{-8}. \qquad (52)$$

Die Integrale haben die Werte:

$$\int_0^{\alpha} \sin\beta\, d\beta = 1 - \cos\alpha,$$

$$\int_{\alpha}^{\alpha+\frac{\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta = \frac{1}{2}(\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha),$$

$$\int_{\alpha+\frac{\pi}{3}}^{\alpha+\frac{2\pi}{3}} \sin\beta\, d\beta = \cos\alpha,$$

$$\int_{\alpha+\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin\beta\, d\beta = 1 - \frac{1}{2}(\cos\alpha + \sqrt{3}\sin\alpha).$$

Setzt man wieder diese Ausdrücke und die Werte der Ströme J_n aus den Gleichungen (47) mit (50) in (52) ein, so erhält man:

$$M = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \left\{1 - \frac{\lambda}{\lambda + 1}\left[\frac{3\alpha}{2\pi}\sqrt{3}\sin\alpha + \left(1 - \frac{3\alpha}{2\pi}\right)\cos\alpha\right]\right\} \cdot 10^{-8}. \quad (53)$$

Für M_0 ergibt sich wieder, wie nicht anders zu erwarten war, der gleiche Ausdruck wie beim 3-Phasenumformer, nämlich:

$$M_0 = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \cdot 10^{-8}. \quad (29)$$

Durch Differenzieren von

$$y = \frac{3\alpha}{2\pi}\sqrt{3} \cdot \sin\alpha + \left(1 - \frac{3\alpha}{2\pi}\right)\cos\alpha \quad (54)$$

nach α folgt

$$\frac{dy}{d\alpha} = \frac{3}{2\pi}\left[(\alpha\sqrt{3} - 1)\cos\alpha - \left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} - \alpha\right)\sin\alpha\right]. \quad (55)$$

Wir setzen wieder $\frac{dy}{d\alpha} = 0$ und erhalten so für das Maximum oder Minimum des Momentes den Ausdruck

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\alpha\sqrt{3} - 1}{\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} - \alpha}, \quad (56)$$

den wir bereits in Gleichung (27) kennengelernt haben und dessen Lösung $\alpha = \frac{\pi}{6}$ ist. Es ist nun

$$\text{für } \alpha = \frac{\pi}{6}: \qquad y_1 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$$

und

$$\text{für } \alpha = 0: \qquad y_0 = 1.$$

Da $y_0 > y_1$, so ist nach Gleichung (53) und (54) das Moment am kleinsten für $\alpha = 0$, also wieder beim Durchgang eines Anschlußpunktes durch die Bürstenachse wie beim 3-Phasenumformer.

Man erhält für das minimale Moment mit $y_0 = 1$

$$M_{\min} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \cdot \frac{1}{\lambda + 1} \cdot 10^{-8} \quad (57)$$

und für das Verhältnis des minimalen Momentes zum Momente M_0 den sehr einfachen Ausdruck

$$\frac{M_{min}}{M_0} = \frac{1}{\lambda + 1}, \tag{58}$$

woraus K sich ergibt zu

$$K = \lambda + 1. \tag{59}$$

Der Anlaufstrom muß also im ungünstigsten Falle $(\lambda + 1)$ mal größer sein als bei normalem Motoranlauf.

Der resultierende Widerstand r_p wird erhalten aus der Gleichung

$$J \cdot r_p = J_1 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi} \cdot \alpha + J_2 \cdot r_{a\varphi} + J_3 \cdot r_{a\varphi} + J_4 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot r_{a\varphi} \left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right), \tag{60}$$

wenn man wieder die Werte der Ströme J_n aus den Gleichungen (47) mit (50) einsetzt. Man findet

$$r_p = 2 \cdot r_{a\varphi} \cdot \frac{\lambda + 3}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)} \left[1 + 3 \frac{\alpha}{\pi} \left(1 - 3 \frac{\alpha}{\pi}\right)\right] \tag{61}$$

oder, da

$$r_{a\varphi} = \frac{2}{3} r_a, \tag{62}$$

$$r_p = \frac{4}{3} r_a \frac{\lambda + 3}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)} \left[1 + 3 \frac{\alpha}{\pi} \left(1 - 3 \frac{\alpha}{\pi}\right)\right]. \tag{63}$$

Für $\alpha = 0$ ist

$$r_{p0} = \frac{4}{3} \cdot r_a \frac{\lambda + 3}{(\lambda + 1)(\lambda + 4)} \tag{64}$$

und für $\alpha = \frac{\pi}{6}$:

$$r_{p1} = \frac{1}{3} \cdot r_a \frac{\lambda + 3}{\lambda + 1}. \tag{65}$$

Bilden wir wieder

$$\frac{r_{p1}}{r_{p0}} = \frac{\lambda + 4}{4}, \tag{66}$$

so finden wir, daß auch beim 6-Phasenumformer Maxima und Minima von Drehmoment und resultierendem Widerstand jeweils zusammenfallen.

III. Übergang von der 2-poligen Maschine mit 2 parallelen Stromzweigen zur 2p-poligen mit 2a parallelen Zweigen.

Die bisherigen Untersuchungen galten zunächst nur für eine 2-polige Ankerwicklung mit $2a = 2$ parallelen Stromzweigen. Die gefundenen Resultate lassen sich aber ohne viel Mühe auf den allgemeinen Fall einer 2p-poligen Wicklung mit 2a parallelen Zweigen übertragen. Sofort kann gesagt werden, daß die Gleichungen (30) und (58) unverändert zu nehmen sind, da es sich darin nur um Relativwerte handelt, die ja unabhängig sind von der Pol- und Zweigzahl. Ein Beweis hierfür soll aber später noch gebracht werden. Um die absolute Größe des Drehmomentes zu bestimmen, soll zunächst der umgekehrte Weg wie bisher gegangen werden, indem wir erst das Moment M_0 für normalen Motoranlauf errechnen und dieses dann mit dem bereits als richtig festgestellten Relativwert $\frac{M_{min}}{M_0}$ multiplizieren. M_0 erhalten wir für den allgemeinen Fall am bequemsten auf folgende Weise:

Es ist die Spannung einer Gleichstrommaschine bekanntlich

$$E = \Phi \cdot N \frac{p}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot 10^{-8} \text{ (Volt)}, \tag{67}$$

wenn Φ den Kraftfluß pro Pol und n die Drehzahl in der Minute bedeuten. Die übrigen Bezeichnungen sind bereits bekannt. Für sinusförmige Feldverteilung, mit welcher wir bisher gerechnet haben, ist der Fluß

$$\Phi = \frac{2}{\pi} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot t_p \cdot L, \tag{68}$$

wobei

$$t_p = \frac{D \cdot \pi}{2p}. \tag{69}$$

Multiplizieren wir Gleichung (67) beiderseits mit dem Strome J, so folgt unter Berücksichtigung von (68) und (69):

$$E \cdot J = D \cdot L \cdot \frac{N}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot J \cdot 10^{-8} \text{(Watt)}. \tag{70}$$

Es ist aber auch

$$E \cdot J = 9{,}81 \cdot M_0 \cdot \frac{2\pi n}{60} [\text{Watt}], \tag{71}$$

so daß wir für M_0 erhalten, wenn wir noch

$$\frac{N}{D\pi} = q \tag{20}$$

setzen, wie bisher,

$$M_0 = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \frac{J}{a} \cdot 10^{-8} [\text{mkg}]. \tag{72}$$

Diese Gleichung ist ganz unabhängig von der Polzahl, da p nicht darin enthalten ist, so daß wir uns also gar nicht um diese zu kümmern brauchen. Sie unterscheidet sich von Gleichung (29) nur durch den Faktor $\frac{1}{a}$. Wir haben also nur in die bisherigen Gleichungen für das Moment überall noch $\frac{1}{a}$ hinzuzufügen, um die allgemein gültigen Beziehungen zu erhalten. Es ist demnach für den 3-Phasenumformer nach Gleichung (28):

$$M_{min, 3\varphi} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} q \mathfrak{B}_m \frac{J}{a} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\lambda_{3\varphi}}{\lambda_{3\varphi} + 3}\right) \cdot 10^{-8} \tag{73}$$

und für den 6-Phasenumformer nach Gleichung (57):

$$M_{min, 6\varphi} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 \cdot L}{2} q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \frac{J}{a} \cdot \frac{1}{\lambda_{6\varphi} + 1} \cdot 10^{-8}, \tag{74}$$

wenn jetzt durch die Indizes 3_φ und 6_φ die Phasenzahl unterschieden werden soll. Diese beiden Gleichungen sind natürlich die gleichen, die wir durch Multiplikation von (72) mit (30) bzw. (58) bekommen, wie wir uns vorgenommen hatten.

Wir wollen uns jedoch nicht mit diesen Ableitungen zufrieden geben, sondern deren Richtigkeit noch durch folgende Überlegung beweisen. Stellen wir uns vor, daß sich das 2-polige Schema, wie wir es bisher behandelt haben, nicht über den ganzen Kreis 2π, sondern nur über einen Winkel $\frac{2\pi}{p}$ erstreckt, so daß also im ganzen Kreis p solche Schemata möglich sind. Die Leiterzahl am ganzen Umfang, also für p Schemata, sei wieder N. Jedem Schema ordnen wir seinen eigenen Transformator mit dem Verhältniswert λ der Phasenwiderstände zu. Wir lassen die Schaltung dieser Systeme zunächst offen, nachher bleibt es uns ja freigestellt, die Schaltung nach Belieben zu wählen, so z. B. können wir je $\frac{p}{a}$ Schemata in Serie und dann a Gruppen parallel schalten. Damit ändern wir nichts an den Eigenschaften der einzelnen Systeme, wenn wir nur die Schaltung der Ankerwicklung

und der p Transformatoren konform treffen. Fassen wir nun wieder ein einziges dieser Schemata ins Auge. Wir haben den Kreis von 2π auf den Winkel $\frac{2\pi}{p}$ zusammenschrumpfen lassen. Da nun aber nach Voraussetzung die Leiterzahl N des Ankers unverändert bleiben soll, müssen wir auch den Leiterbelag von q auf

$$q' = \frac{q}{p} \tag{75}$$

reduzieren, d. h. wir rechnen nur als Bezugslängeneinheit nicht 1 cm, sondern $\frac{1}{p}$ cm. Bezeichnen wir dann analog das diesem reduzierten Schema zukommende Moment mit M′ und den entsprechenden Linienstrom mit J′, so ist M'_{min} z. B. beim 3-Phasenumformer nach Gleichung (28):

$$M'_{min,\,3\varphi} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot q' \cdot \mathfrak{B}_m J' \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\lambda_{3\varphi}}{\lambda_{3\varphi} + 3}\right) \cdot 10^{-8}. \tag{76}$$

Nun ist aber

$$J' = \frac{J}{a}, \tag{77}$$

da ja a Gruppen aus je $\frac{p}{a}$ solchen Systemen gebildet werden sollen. J bedeutet den totalen Linienstrom. Setzt man Gleichung (75) und (77) in (76) ein, so ergibt sich:

$$M'_{min,\,3\varphi} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot \frac{q}{p} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \frac{J}{a} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{\lambda_{3\varphi}}{\lambda_{3\varphi} + 3}\right) \cdot 10^{-8}. \tag{78}$$

Dies ist also das Moment, welches von den stromführenden Leitern auf dem Bogenstück $\frac{2\pi}{p}$ ausgeübt wird. Das totale Moment, also das Moment sämtlicher Leiter am Umfang, ist dann p mal so groß, oder

$$M_{min,\,3\varphi} = p \cdot M'_{min,\,3\varphi} = \frac{1}{9{,}81} \cdot \frac{D^2 L}{2} \cdot q \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \frac{J}{a} \left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{\lambda_{3\varphi}}{\lambda_{3\varphi} + 3}\right) \cdot 10^{-8}, \tag{79}$$

was zu beweisen war.

Was nun noch die resultierenden Widerstände betrifft, so kann auch hier gesagt werden, daß die früher aufgestellten Beziehungen auch für den allgemeinen Fall Gültigkeit besitzen.

Bevor wir nun in einer abschließenden Zusammenstellung die gefundenen wichtigsten Beziehungen wiedergeben, soll noch die Gleichung (72) in eine für das praktische Rechnen geeignetere Form zurückgebracht werden. Es ist nach Gleichung (68) und (69):

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{L \cdot t_p} \cdot \Phi = \frac{p}{D \cdot L} \cdot \Phi. \tag{80}$$

Mit $q = \frac{N}{D\pi}$ erhalten wir für M_0:

$$M_0 = \frac{1}{9{,}81 \cdot 2\pi} \cdot N \cdot \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot J \cdot 10^{-8} \,[\text{mkg}], \tag{81}$$

IV. Zusammenfassung.

Der besseren Übersicht wegen seien auch nochmals die in den folgenden Beziehungen verwendeten Bezeichnungen wiedergegeben.

Es ist:

- J der dem Umformer gleichstromseitig zugeführte Anfahrstrom,
- Φ der Fluß bei sinusförmiger Feldverteilung oder bei beliebig verteiltem Felde dessen I. Harmonische,



M das von J und Φ entwickelte Drehmoment, wenn die Sekundärwicklung des Transformators an den Schleifringen liegt,
M_0 das von J und Φ entwickelte Drehmoment, wenn der Transformator abgeschaltet ist (normaler Motoranlauf),
N die Zahl der Leiter am Ankerumfang,
p die Polpaarzahl,
a die halbe Zahl der parallelen Stromzweige,
r_a der Widerstand der Ankerwicklung,
$r_{t\varphi}$ der Phssenwiderstand der Sekundärwicklung des Transformators bei Sternschaltung.
Bei Dreieckschaltung sind die Phasenwiderstände auf Sternschaltung umzurechnen.
Die Indizes 3_φ und 6_φ bezeichnen die Phasenzahl.

Das von einem Strome J und einem sinusförmig verteilten Felde Φ im Augenblicke des Anlaufs im Einankerumformer entwickelte Drehmoment variiert, wenn die Sekundärwicklung des Transformators an den Schleifringen liegt, mit der Lage der Schleifringanschlußpunkte relativ zu den Kommutatorbürsten. Es ist ein Minimum, wenn ein Anschlußpunkt in die Bürstenachse fällt.

Ist das Moment bei abgeschaltetem Transformator, also bei normalem Motoranlauf,

$$M_0 = \frac{1}{2\pi \cdot 9{,}81} \cdot N \cdot \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot J \cdot 10^{-8}\,[\mathrm{mkg}], \tag{81}$$

so beträgt das minimale Moment bei zugeschaltetem Transformator, wenn J und Φ konstant gehalten werden, beim 3-Phasenumformer nach Gleichung (30)

$$M_{\min,\,3\varphi} = \frac{1}{4} \cdot \frac{12 + \lambda_{3\varphi}}{3 + \lambda_{3\varphi}} \cdot M_0 \tag{82}$$

und beim 6-Phasenumformer nach Gleichung (58)

$$M_{\min,\,6\varphi} = \frac{1}{1 + \lambda_{6\varphi}} \cdot M_0, \tag{83}$$

worin nach den Gleichungen (9) und (34) bzw. (46) und (62) bedeuten:

$$\lambda_{3\varphi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{r_a}{r_{t\varphi}} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{6\varphi} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_a}{r_{t\varphi}}.$$

Befindet sich der Anker in seiner ungünstigsten Stellung, so benötigt also der Umformer einen

$$K_{3\varphi} = 4 \cdot \frac{3 + \lambda_{3\varphi}}{12 + \lambda_{3\varphi}} \quad \text{bzw.} \quad K_{6\varphi} = 1 + \lambda_{6\varphi}$$

mal größeren Anfahrstrom als bei normalem Motoranlauf. Für diesen Strom muß der Anlasser bemessen werden.

Der resultierende Widerstand r_p der Anker- und Transformatorsekundärwicklung ist ebenfalls abhängig von der Ankerstellung. Maxima und Minima von resultierendem Widerstand und Moment fallen jeweils zusammen, bei dem kleinsten Moment ist also auch r_p am kleinsten. Für den 3-Phasenumformer ist nach Gleichung (37), (36) und (38):

$$r_{p\max,\,3\varphi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6 + \lambda_{3\varphi}}{3 + \lambda_{3\varphi}} \cdot r_a, \tag{84}$$

$$r_{p\min,\,3\varphi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9 + \lambda_{3\varphi}}{3 + \lambda_{3\varphi}} \cdot r_a, \tag{85}$$

$$\left(\frac{r_{p\max}}{r_{p\min}}\right)_{3\varphi} = \frac{3}{2} \cdot \frac{6 + \lambda_{3\varphi}}{9 + \lambda_{3\varphi}} \tag{86}$$

und für den 6-Phasenumformer nach Gleichung (65), (64) und (66):

$$r_{p\,max,\,6\varphi} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3 + \lambda_{6\varphi}}{1 + \lambda_{6\varphi}} \cdot r_a, \qquad (87)$$

$$r_{p\,min,\,6\varphi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3 + \lambda_{6\varphi}}{(1 + \lambda_{6\varphi})(4 + \lambda_{6\varphi})} \cdot r_a, \qquad (88)$$

$$\left(\frac{r_{p\,max}}{r_{p\,min}}\right)_{6\varphi} = \frac{4 + \lambda_{6\varphi}}{4}. \qquad (89)$$

An einer Reihe von ausgeführten Einankerumformern wurde für λ gefunden:

$$\lambda_{3\varphi} = 5{,}0 \div 10{,}0 \quad \text{und} \quad \lambda_{6\varphi} = 1{,}25 \div 2{,}5;$$

$\lambda_{3\varphi}$ ist 4 mal so groß als $\lambda_{6\varphi}$, wie es auch sein muß.

In der folgenden Tabelle sind die obigen Beziehungen zahlenmäßig zusammengestellt.

Phasenzahl	3	6
λ	5,0 ÷ 10,0	1,25 ÷ 2,5
$\frac{M_{min}}{M_0}$	0,532 ÷ 0,423	0,444 ÷ 0,285
K	1,88 ÷ 2,36	2,25 ÷ 3,5
$\frac{r_p}{r_a}$ max	0,688 ÷ 0,615	0,630 ÷ 0,525
$\frac{r_p}{r_a}$ min	0,583 ÷ 0,488	0,480 ÷ 0,322
$\frac{r_{p\,max}}{r_{p\,min}}$	1,18 ÷ 1,26	1,31 ÷ 1,62

Man erkennt aus dieser Tabelle, daß der Umformer bei gleichstromseitigem Anlauf und zugeschaltetem Transformator im ungünstigsten Falle einen rund 2,4 mal bei 3-phasiger Ausführung und einen rund 3,5 mal größeren Strom bei 6-phasiger Ausführung aufnehmen muß zur Überwindung des Momentes der ruhenden Reibung als bei normalem Motoranlauf. Die scheinbare Abnahme des Ankerwiderstandes infolge der Zuschaltung der Transformatorwicklung braucht in der praktischen Rechnung bei der Bestimmung des Ohmwertes im Anlasser wegen der relativ geringen Größe des Ankerwiderstandes nicht berücksichtigt zu werden, um so weniger, da aus Sicherheitsgründen ein für alle Fälle ausreichender Anfahrstrom erreicht werden muß.

Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren.

Von

L. Dreyfus.

Allgemeine Gesichtspunkte.

Die Verluste, welche in vorliegender Arbeit untersucht werden, bilden den größten Teil der zusätzlichen Verluste in Drehstromasynchronmotoren. Sie beruhen sämtlich auf der Unterteilung der Wicklungen in Spulen und der Einbettung dieser Spulen in Nuten. Die dadurch bedingten zusätzlichen Verluste treten an drei Stellen auf: 1. an der Oberfläche des Ankers in den Zahnkronen; 2. in dem ganzen Volumen der Ankerzähne und 3. im Ankerrücken. Wir unterscheiden demgemäß: Oberflächenverluste, Zahnpulsationsverluste und zusätzliche Rückenverluste. Keine von diesen drei Gattungen ist bisher anders als höchstens oberflächlich untersucht worden. Ebensowenig sind auf experimentellem Wege quantitative Gesetze gefunden worden. Wenngleich also das Problem schon lange aktuell ist, existiert noch keine Theorie der zusätzlichen Verluste in Drehstromasynchronmotoren.

Ich bin darauf gefaßt, daß man mancherorts dem Versuche, eine solche Theorie abzuleiten, mit Mißtrauen begegnen wird. Man glaubt nämlich vielfach, die zusätzlichen Verluste seien zum größten Teil Wirbelstromverluste, die infolge mangelhafter Isolation zwischen den einzelnen Blechen entständen. Man braucht ja nur anzunehmen, daß infolge des Stanzens und „Ausdornens" der Nuten durchschnittlich 2 benachbarte Blicke genügend Kontakt bekommen, um die Wirbelströmung zu leiten, so würde schon dadurch der theoretische Wert der Wirbelstromverluste auf den vierfachen Betrag steigen. Wenn man aber — wie dies im Laboratorium der ASEA geschehen ist, — Probeanker aus Blechen mit dicker Preßspanisolation anfertigt, bei denen eine Vergrößerung der Wirbelstromverluste durch Überbrückung der Isolation ausgeschlossen ist, so findet man sehr bald, daß die zusätzlichen Verluste dadurch gar nicht sehr viel vermindert werden. Es geht daher nicht an die zusätzlichen Wirbelstromverluste durch den Hinweis auf Unvollkommenheiten der mechanischen Ausführung abzufertigen. Der überwiegende Teil der zusätzlichen Verluste sind aber gerade Wirbelstromverluste und wenn diese sich nicht durch Bearbeitungsfehler erklären lassen, so müssen sie der Berechnung zugänglich sein.

Allerdings ist es nicht leicht, für die zusätzlichen Eisenverluste mit einem Male eine Theorie aufzustellen, die gleichzeitig für die Praxis genügend einfach und genügend richtig ist. Was zuerst die Einfachheit betrifft, so muß man wohl unterscheiden zwischen Resultat und Herleitung. Es kann zuweilen einer recht komplizierten Rechnung bedürfen um zu entscheiden, ob eine unter gewissen Vernachlässigungen hergeleitete einfache Formel anwendbar sei oder nicht. Derartige Untersuchungen kann man bei der Grundlegung einer neuen Theorie nicht umgehen und ihre eventuelle Kompliziertheit hat nichts mit der praktischen Bedeutung der Theorie zu schaffen. Wer in praktischen Fällen die zusätzlichen Eisenverluste wirklich berechnen will, findet am Ende der Arbeit eine übersichtliche Zusammenstellung des ganzen Rechnungsganges, die auf die Bedürfnisse der Praxis zugeschnitten ist und eine Anwendung der Theorie selbst ohne vorausgegangenes Studium der Ableitungen ermöglicht.

Ob die Theorie für die Praxis „genügend richtig" ist, kann natürlich nur der Vergleich mit dem Experimente lehren. Jedenfalls darf man die Forderungen nicht allzuhoch spannen. Es ist weder möglich noch wünschenswert, das Problem



mit allen kleinen Finessen durchzurechnen. Dagegen ist es sehr wichtig, die Theorie soweit auszubauen, daß sie über den Einfluß der verschiedenen Faktoren, insbesondere der Zähnezahlen, bestimmte Aufschlüsse liefert, die dann durch das Experiment kontrolliert werden können. In dieser Hinsicht war es mir von großem Vorteil, daß gleichzeitig im Laboratorium der ASEA S. E. Eriksson experimentelle Untersuchungen anstellte, anfänglich den Ergebnissen der Theorie voreilend, später ihnen folgend und durch sie geleitet. Ich werde hier nur sehr wenig auf diese Untersuchungen Bezug nehmen: zumal die Absicht besteht, sie gesondert zu veröffentlichen. Indessen kann ich soviel sagen, daß sie die Ergebnisse der Theorie in allen Punkten bestätigten und daß ich gerade auf Grund dieser sehr eingehenden Experimente kein Bedenken trage, der Praxis die Anwendung der neuen Theorie zu empfehlen.

Der Umfang der notwendigen theoretischen Untersuchungen hat mich veranlaßt, den Stoff in soweit zu beschränken, als alle Ableitungen auf normale Drehstrommotore mit Phasenankern hinzielen. Natürlich gilt ein großer Teil der Untersuchungen ebensogut für Käfiganker. Da aber die Zahnpulsationsverluste der Käfiganker einer besonderen Behandlung bedürfen, erschien es mir besser diese Maschinengattung fürs erste ganz auszuschließen. Ebensowenig wird von anderen Maschinengattungen, wie Synchronmaschinen und Kommutatormaschinen die Rede sein, wenngleich der Leser beim Studium der Arbeit leicht einsehen wird, daß die neue Theorie auch hier mit Erfolg angewendet werden kann.

Trotz dieser Beschränkung war es notwendig die Theorie in 3 getrennte Aufsätze zu zergliedern, von denen der erste die Oberflächenverluste, der zweite die Zahnpulsationsverluste und der dritte die zusätzlichen Rückenverluste behandeln wird. In allen drei Zonen treten sowohl zusätzliche Hysterese- wie Wirbelstromverluste auf, von welchen sich jedoch im allgemeinen nur die letzteren einer theoretischen Behandlung fügen. Bei den Hystereseverlusten ist man nicht selten auf eine mehr oder weniger genaue Schätzung angewiesen. Glücklicherweise überwiegen im allgemeinen die Wirbelstromverluste was sich daraus erklärt, daß die Periodenzahl der die Verluste erzeugenden Felder ziemlich hoch ist. Eine kurze Besprechung der Hystereseverluste bringt ein Anhang zum 3. Teile.

Wirbelstromverluste in hochperiodigen Feldern sprechen in dieser Arbeit eine so hervorragende Rolle, daß einige allgemeine Erläuterungen hierzu wohl am Platze sein dürften. Ich denke dabei weniger an die Grundgesetze, die a. a. O. nachgelesen werden können, als vielmehr an die Schwierigkeiten, mit denen die praktische Anwendung dieser Gesetze verbunden ist.

Die Zahnfrequenz, welche für die zu untersuchenden Feldpulsationen vielfach die Rolle einer Grundperiodenzahl spielt, beträgt bei synchronem Lauf

$$\nu_z = \nu \frac{Q}{p} = \nu \cdot q_0. \tag{1}$$

Dabei bedeutet:

Q die gesamte Zähnezahl,
p die Polpaarzahl,
q_0 die Zähnezahl pro Polpaar,
ν die synchrone Periodenzahl.

Für einen 50 periodigen, 4 poligen Drehstrommotor mit 48 Nuten wird bei Synchronismus

$$\nu_z = 50 \cdot \frac{48}{2} = 1200.$$

Außer dieser Grundwelle der Zahnperiodenzahl können auch Oberwellen von beträchtlicher Größe auftreten. Es erhebt sich daher die Frage, ob bei so hohen Periodenzahlen der Skineffekt der Wirbelströmung berücksichtigt werden muß.

Diese Frage ganz ohne Zuhilfenahme des Experimentes zu beantworten ist schwierig. Denn in die Theorie des Skineffektes gehen einige Materialkonstanten ein, die noch nicht genügend erforscht sind, d. i. die elektrische Leitfähigkeit λ der Ankerblicke und die magnetische Wechselstrompermeabilität μ. Bekanntlich ist die Größe des Skineffektes eine Funktion der „reduzierten Blechstärke“

$$\xi_n = \Delta \cdot 2\pi \sqrt{n \nu_z \cdot \lambda \mu_z 10^{-5}} = \xi \sqrt{n}. \qquad (2)$$

Hierin bedeutet

Δ die Blechstärke in cm,

ν_z die Zahnperiodenzahl nach Gleichung (1),

n die Ordnungszahl der Oberwelle,

$n \nu_z$ also diejenige Periodenzahl, für welche der Skineffekt zu berechnen ist. Wenn man die elektrische Leitfähigkeit λ durch Messung des Gleichstromwiderstandes eines Blechstreifens bestimmt, erhält man gewöhnlich niedrigere Werte, als sie den im Epsteinapparate bei normaler Periodenzahl gemessenen Wirbel-

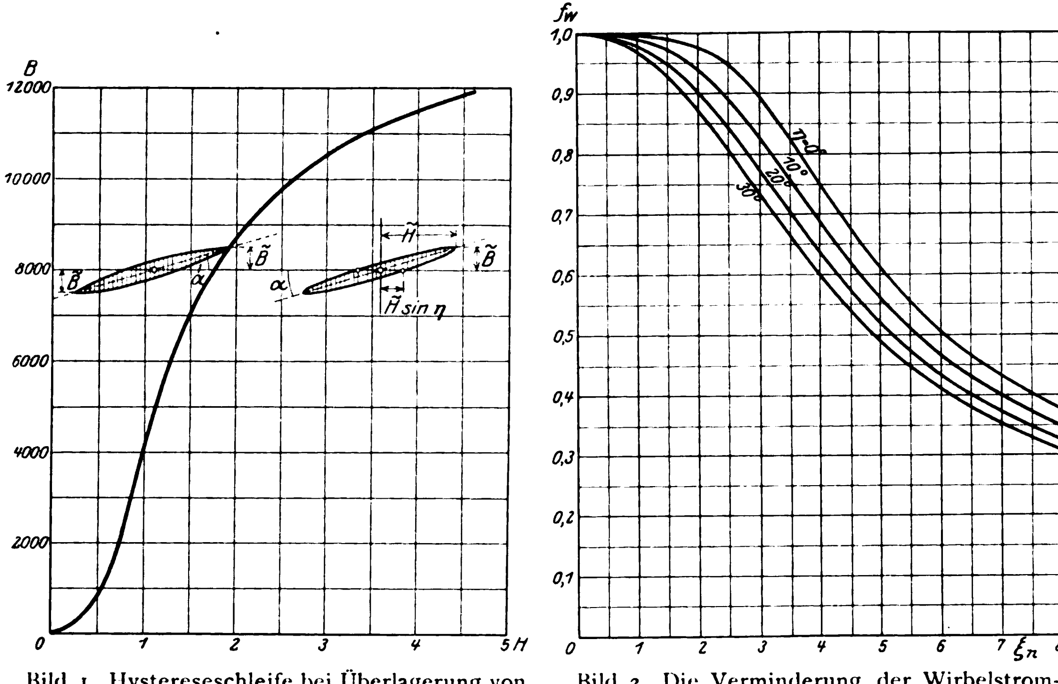


Bild 1. Hystereseschleife bei Überlagerung von Gleich- und Wechselfeld. Ersatz durch eine flächengleiche Ellipse. ($\eta = 17\frac{1}{2}^\circ$).

Bild 2. Die Verminderung der Wirbelstromverluste infolge der Wirbelstromrückwirkung, ausgedrückt durch den Reduktionsfaktor fw.

stromverlusten entsprechen. Bei Dynamoblech ist häufig der Gleichstromwert 4, der Wirbelstromwert dagegen 6. Es ist wahrscheinlich, daß dieser Unterschied auf der Struktur des Eisens beruht.

Was die effektive Eisenpermeabilität μ_z betrifft, so ist diese jeweils aus dem Mittelwert $\frac{d B_z}{d H_z}$ des dem Hauptfelde übergelagerten Zusatzfeldes zu bestimmen. Überlagern sich beide Felder in gleicher oder entgegengesetzter Richtung wie beispielsweise in den Ankerzähnen, so folgt μ_z aus der mittleren Neigung der kleinen Hystereseschleife (Bild 1), welche die Pulsation des Zusatzfeldes beschreibt. In den wenigsten Fällen ist diese Hystereseschleife genau bekannt. Noch geringer sind unsere Kenntnisse für den Fall, daß Hauptfeld und Zusatzfeld sich kreuzen. Endlich ist bei ausgeprägtem Skineffekt die Wechselstrompermeabilität der Randschichten

und der inneren Schichten verschieden. Die Schwierigkeit λ und vor allem μ_z richtig einzuschätzen vereitelt somit in vielen Fällen eine sichere Berechnung der Hilfsgröße ξ_n.

Dürfte man mit einem konstanten Mittelwert der Permeabilität rechnen und wäre hierfür ξ_n bekannt, so wäre das Verhältnis zwischen den wirklichen und den ohne Rücksicht auf den Skineffekt berechneten Wirbelstromverlusten gleich dem Rückwirkungsfaktor f_w, der in Bild 2 als Funktion von ξ_n aufgetragen ist. Bei seiner Ableitung ist angenommen, daß die Induktion der Feldstärke um den Hysteresewinkel η nacheilt. Für

$$\xi_n < \frac{3}{\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}},$$

kann der Skineffekt vernachlässigt werden, während für

$$\xi_n > \frac{3}{\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}},$$

$$f_w = \frac{3}{\xi_n} \frac{1}{\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}} \qquad (3)$$

angenommen werden kann. Im allgemeinen ist es gebräuchlich den Hysteresewinkel zu vernachlässigen und mit

$$f_w = \frac{3}{\xi_n} \qquad (3a)$$

zu rechnen. Setzen wir für einen 4poligen Drehstrommotor mit 48 Nuten

$$\Delta = 0{,}05,$$
$$\nu_z = 1200,$$
$$\lambda = 6$$

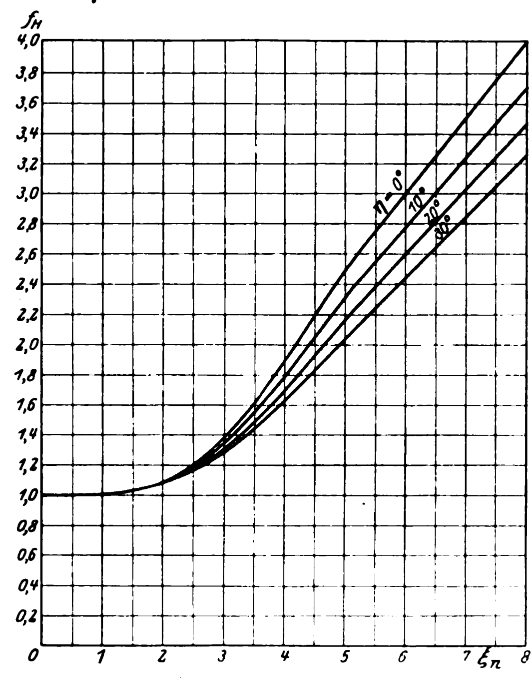


Bild 3. Die Erhöhung der Hystereseverluste infolge der Wirbelstromrückwirkung, ausgedrückt durch den Vergrößerungsfaktor f_H.

und gemäß Bild 1 für gleichgerichte Überlagerung von Hauptfeld und Zusatzfeld

$$\mu_z = 570,$$

so ergibt sich

$$\xi_n = 0{,}05 \cdot 2\pi \sqrt{n} \cdot 1200 \cdot 6 \cdot 570 \cdot 10^{-5} = 2\sqrt{n}. \qquad (2a)$$

In solchen Fällen macht sich daher der Skineffekt in den Wirbelstromverlusten der ersten und zweiten Zahnharmonischen ($n = 1{,}2$) nicht bemerkbar, und wenn diese Harmonischen ausschlaggebend sind, kann der Skineffekt überhaupt vernachlässigt werden. Wenn dagegen, wie bei gewissen Kurzschlußversuchen, im wesentlichen nur Zahnfelder erzeugt werden, ist μ_z viel größer — z. B. 4 mal so groß — und man erhält dann bereits für die Grundwelle ($n = 1$) eine Reduktion der Wirbelstromverluste durch den Skineffekt.

Indessen kommt diese Reduktion den Totalverlusten nicht voll zugute, da gleichzeitig die Hystereseverluste durch den Skineffekt erhöht werden. Stellt man hierfür unter den gleichen Annahmen wie oben für f_w eine Näherungsrechnung an, so erhält man für die Vergrößerung der Hystereseverluste durch den Skineffekt die Kurven des Bildes 3. Für

$$\xi_n < 2 \cdot \left(\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}\right),$$

kann der Skineffekt vernachlässigt werden ($f_H = 1$). Für

$$\xi_n \cdot 2 \left(\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}\right).$$

Kann mit einem Vergrößerungsfaktor

$$f_H = \frac{\xi_n}{2} \cdot \frac{1}{\cos\frac{\eta}{2} + \sin\frac{\eta}{2}}, \tag{4}$$

gerechnet werden. Es ist besonders bemerkenswert, daß für $\xi_n > 3$, sowohl die Wirbelstrom- als auch die Hystereseverluste proportional mit ξ_n^3 zunehmen, also nicht proportional mit ν^2 oder ν, sondern mit $\nu\sqrt{\nu}$. Für große reduzierte Blechstärken ist daher das Verhältnis zwischen Hysterese- und Wirbelstromverlusten konstant und kann zu

$$\frac{P_H}{P_w} = \sin\eta \tag{5}$$

berechnet werden.

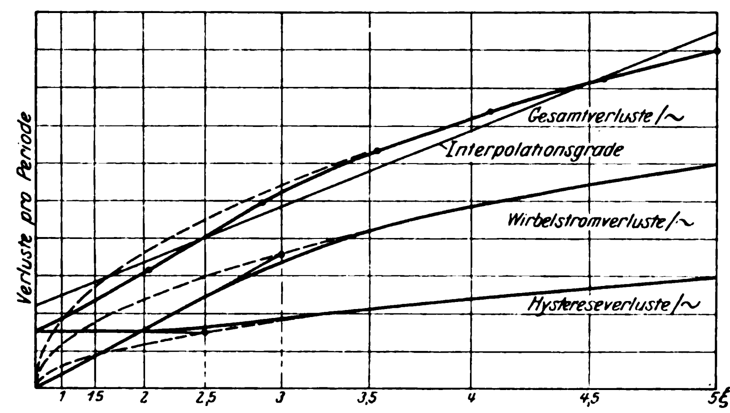


Bild 4. Schwierigkeit einer experimentellen Trennung der Wirbelstrom- und Hystereseverluste.

Diese gleichartige Abhängigkeit der Hysterese- und Wirbelstromverluste von der Periodenzahl macht es unmöglich, beide Verlustgattungen auf rein experimentellem Wege zu trennen, sobald der Skineffekt eine Rolle spielt. Ja man kann zuweilen einer Meßreihe nicht einmal ansehen, ob sie in den Bereich des Skineffekts fällt. So habe ich z. B. in Bild 4 die Hysterese- und Wirbelstromverluste pro Periode als Funktion von ξ^2, d. h. als Funktion der Periodenzahl aufgetragen unter der Annahme, daß die Hystereseverluste bei hohen Periodenzahlen halb so groß seien als die Wirbelstromverluste. Die Superposition beider Kurven habe ich punktweise mit gleichmäßigen Intervallen zwischen den Punkten vorgenommen. Wie Bild 4 zeigt, läßt sich die ermittelte Punktreihe zwanglos durch eine Gerade interpolieren, besonders bei praktischen Messungen, wo infolge unvermeidlicher Meßfehler die Punkte nicht so regelmäßig liegen würden. Man hat es also schwer den Skineffekt zu entdecken; und doch reichen die Kurven in Wirklichkeit bis $\xi = 5$. Wenn man die im folgenden ausgearbeitete Theorie experimentell kontrollieren will, muß man sich dieser Verschleierung des Skineffektes wohl bewußt sein.

Erster Teil.

Die Oberflächenverluste (Wirbelstromverluste).

Unter „Oberflächenverluste“ verstehen wir diejenigen Verluste, welche sich in nächster Nähe der Oberfläche, bei Nutenankern also in den Zahnkronen,

ausbilden. Sie beruhen samt und sonders auf kurzwelligen Oberfeldern, welche die Zahnkronen durchsetzen ohne einen resultierenden Zahnflux auszubilden.

Derartige Oberfelder haben im wesentlichen 2 Ursachen:

Die erste Ursache ist die Deformation des Stator und Rotor verkettenden Drehfeldes durch die Nutenschlitze. Überall wo Nutenschlitze die glatte Ankeroberfläche unterbrechen, erfährt die Feldverteilungskurve eine scharfe Einsattelung (Bild 5), deren Wirkung identisch ist mit der eines Zusatzfeldes von der in Bild 5a angedeuteten Verteilung. Wenn derartige Zusatzfelder in die Zahnkronen eindringen und mit einer der Drehzahl entsprechenden Umfangsgeschwindigkeit durch sie hindurch geschleift

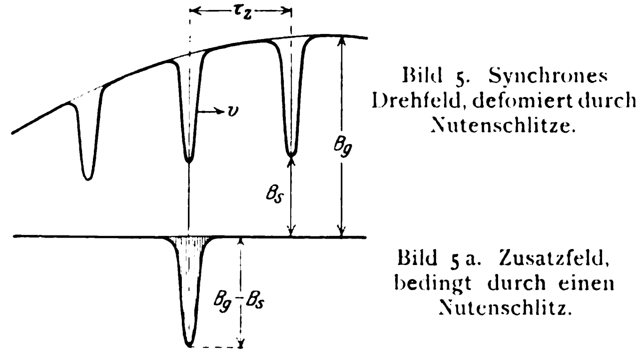


Bild 5. Synchrones Drehfeld, defomiert durch Nutenschlitze.

Bild 5a. Zusatzfeld, bedingt durch einen Nutenschlitz.

Bild 5 und 5a. Zur Entstehung der Oberflächen-Reluktanzverluste.

werden, entstehen Verluste in den der Oberfläche zunächst liegenden Schichten. Ich nenne diese Verluste „Oberflächen-Reluktanzverluste“, weil sie durch die veränderliche Reluktanz des Luftspaltes von Nutenankern bedingt sind. Nur bei halbgeschlossenen Nuten mit schmalen Nutenschlitzen sind die Oberflächenreluktanzverluste gering, andernfalls können sie sehr erheblich werden. In jedem Falle sind sie bereits in den Leerlaufverlusten enthalten und werden daher bei der indirekten Wirkungsgradbestimmung mit berücksichtigt.

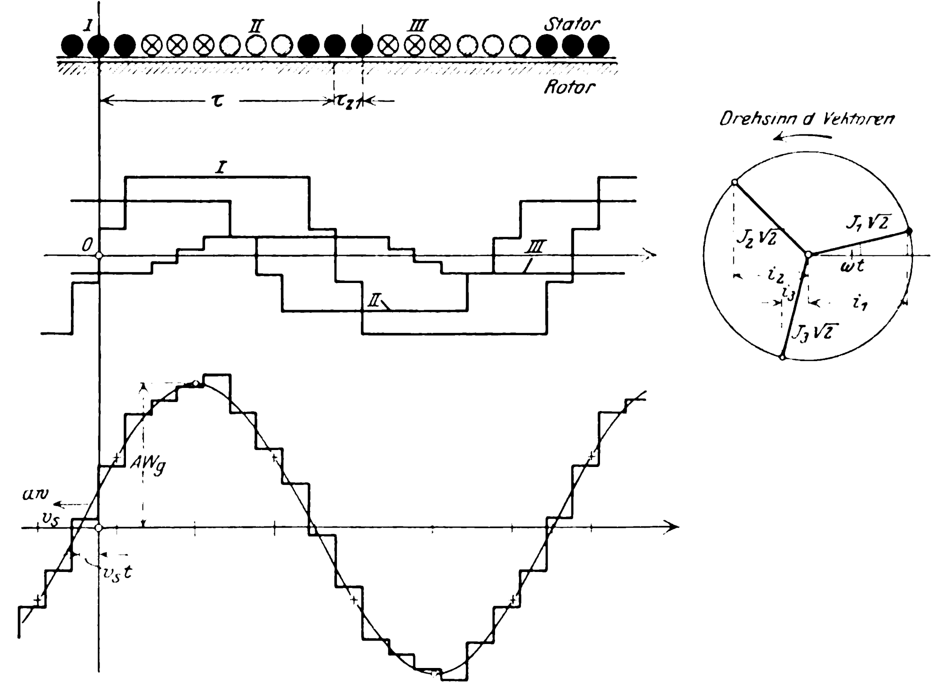


Bild 6. Zur Entstehung der Oberflächen-Treppenverluste.

Die zweite Ursache für das Auftreten kurzwelliger Oberfelder ist die Treppenform der Amperewindungsverteilung, die Bild 6 für eine Wicklung mit 3 Nuten pro Pol und Phase darstellt. Bekanntlich erhält man bei der harmonischen Analyse dieser Amperewindungsverteilung kurzwellige Obertöne, welche Felder erzeugen, die sich bereits durch die Zahnkronen schließen, ohne merklich in die Zahnstege einzudringen. Die Eisenverluste, welche hierauf zurückzuführen sind, nenne ich „Oberflächen-Treppenverluste". In die Leerlaufverluste geht nur ein kleiner Teil dieser Zusatzverluste ein, weil bei Leerlauf nur der eine Teil Strom führt, weil dieser Strom im allgemeinen viel kleiner als der Vollaststrom ist, und weil (bei schwacher Sättigung) die Treppenverluste dem Quadrate der Stromstärke proportial sind. Bei der indirekten Wirkungsgradbestimmung bleiben daher die Treppenverluste zum größten Teil unberücksichtigt.

Treten gleichzeitig Reluktanz- und Treppenverluste auf, so gilt der wichtige Satz: Die Oberflächen-Reluktanzverluste und die Oberflächen-Treppenverluste dürfen im allgemeinen getrennt berechnet und dann addiert werden. Der Beweis kann für den glatten Anker auf folgende Weise erbracht werden:

Bezeichnungen.

Konstruktionsdaten. (Dimension cm)

	Polteilung	τ
	Zahnteilung	τ_z
	Schlitzbreite	b_s
	Luftspalt zwischen den Zahnkronen	δ
	Ersatz-Luftspalt der die feldschwächende Wirkung der Nutenschlitze berücksichtigt	δ'
	Blechstärke exclusive Isolation	Δ
	Blechstärke inclusive Isolation	Δ'
	Ankereisenlänge exclusive Isolation	L
	Ankereisenlänge inclusive Isolation	L'
	Ankereisenoberfläche exclusive Isolation	$O = 2 p \tau L$
	bzw. (siehe Gleichung 35)	$O' = O \frac{\tau_z'}{\tau_z}$
Wicklungsdaten.	Polpaarzahl	p
	Nutenzahl	Q
	Nutenzahl pro Polpaar	q_0
	Nutenzahl pro Pol und Phase	q
	Leiterzahl pro Nut	n_s
	Anzahl paralleler Kreise	a
	Wicklungsfaktor für die m^te^ Harmonische	$f_m = \frac{\sin m \frac{\pi}{6}}{q \cdot \sin m \frac{\pi}{q_0}}$
	(Wickelschritt unverkürzt, Wellenzahl p · m)	

Elektrische und magnetische Daten.

Strom pro Phase (Effektivwert)	J
Grundwelle der resultierenden Luftspaltamperewindungen	AW_g
Effektivwert des hierdurch erzeugten Luftspaltfeldes:	$\frac{B_g'}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}4\pi}{\delta'} \frac{AW_g}{\sqrt{2}}$
dito zwischen den Zahnkronen:	$\frac{B_g}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}4\pi}{\delta} \frac{AW_g}{\sqrt{2}}$



Primäre Periodenzahl bzw. Kreisfrequenz ν, ω
Zahnperiodenzahl bzw. = Kreisfrequenz $\nu_z = q_0 \nu$, $\omega_z = q_0 \omega$
Elektrische Leitfähigkeit der Ankerbleche λ (= 4 bis 6 für Dynamoankerbleche)

Wird das Koordinatensystem relativ zur Wicklung des genuteten Teiles (Stators) wie in Bild 6 festgelegt, und sind

$$i_1 = J\sqrt{2}\cos\omega t$$
$$i_2 = J\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$
$$i_3 = J\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

die Momentanwerte der Ströme in den 3 Phasen, so lautet die Gleichung der Amperewindungsverteilung in eine Fouriersche Reihe (Ordnungszahl m) entwickelt:

$$aw = J\sqrt{2}\frac{q\,n_s}{2a}\cdot\frac{4}{\pi}\sum_{m=1,3,5}^{\infty}\frac{f_m}{m}\left[\sin m\frac{\pi}{\tau}x\cos\omega t + \sin m\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + \right.$$
$$\left. + \sin m\left(\frac{\pi}{\tau}x - \frac{4\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right)\right]$$
$$= J\sqrt{2}\frac{q_0 n_s}{2a}\cdot\frac{1}{\pi}\sum_{m=1,5,7}^{\infty}\frac{f_m}{m}\sin\left(m\frac{\pi}{\tau}x \pm \omega t\right) \qquad \begin{matrix} + m = 1, 7, 13\ldots \\ - m = 5, 11, 17\ldots \end{matrix}$$

In dem vorliegenden Zusammenhang interessieren am meisten die Zahnharmonischen der Treppenkurve. Ihre Ordnungszahl ist:

$$m = n\,q_0 \mp 1 \qquad n = 1, 2, 3\ldots \tag{6}$$

und ihr Wicklungsfaktor ist abgesehen vom Vorzeichen ebensogroß wie der Wicklungsfaktor der Grundwelle, nämlich:

$$f'_n = \frac{\cos n\cdot q\,\pi}{\cos n\,\pi}f_1. \tag{7}$$

Die benachbarten Harmonischen von den Ordnungszahlen

$$m = n\,q_0 \mp 5$$
$$n = n\,q_0 \mp 7 \text{ usw.}$$

spielen nur eine untergeordnete Rolle da ihr Wicklungsfaktor viel kleiner, nämlich (abgesehen vom Vorzeichen) gleich f_5, f_7 usw. ist. Mit Rücksicht hierauf schreiben wir für die eigentlichen Zahnharmonischen der Treppenkurve

$$aw_t = J\sqrt{2}\frac{q_0 n_s}{2a}\cdot\frac{f_1}{\pi}\sum_{n=1,2}^{\infty}\frac{\cos n\,q\,\pi}{\cos n\,\pi}\left[\frac{\sin\left((n\,q_0 - 1)\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right)}{n\,q_0 - 1} + \right.$$
$$\left. + \frac{\sin\left((n\,q_0 + 1)\frac{\pi}{\tau}x + \omega t\right)}{n\,q_0 + 1}\right] \tag{8}$$

und für das hierdurch erregte Treppenfeld[1]) bei Vernachlässigung der Sättigung:

$$B_t = B_t\cdot\sum_{n=1,2}^{\infty}\frac{1}{2n\pi}\left[\frac{n\,q_0}{n\,q_0 - 1}\sin\left((n\,q_0 - 1)\frac{\pi}{\tau}x - \omega t\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{n\,q_0}{n\,q_0 + 1}\sin\left((n\,q_0 + 1)\frac{\pi}{\tau}x + \omega t\right)\right]\frac{\cos n\,q\,\pi}{\cos n\,\pi} \tag{8a}$$

[1]) Streng genommen sind freilich die Stufen des Treppenfeldes nicht senkrecht wie die Stufen der Amperewindungsverteilung, sondern schräge, was bei späteren genaueren Rechnungen berücksichtigt wird. Für die vorliegende Betrachtung kann jedoch hiervon abgesehen werden.

wobei

$$B_t = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta} \cdot J\sqrt{2} \cdot \frac{n_s f_1}{a} \tag{9}$$

gesetzt wurde.

Diese Harmonischen setzen sich zusammen mit anderen Oberwellen von gleicher Wellenlänge, welche die Nutenschlitze dem Stator und Rotor verkettenden Drehfelde aufzwingen. Die magnetische Leitfähigkeit des Luftspaltes unter Berücksichtigung der Nutenschlitze des Stators, kann durch die Gleichung

$$\frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta'} - \frac{1}{\delta} \sum_{n=1,2}^{\infty} \left(k_n \frac{\cos n q \pi}{\cos n \pi} \cos n q_0 \frac{\pi}{\tau} x \right) \tag{10}$$

ausgedrückt werden. Ist dann

$$a w_g = AW_g \sin\left(\frac{\pi}{\tau} x + \omega t - \psi\right)$$

die Grundwelle der resultierenden Luftspaltamperewindungen, so erhält das hierdurch erregte Luftspaltfeld infolge der veränderlichen Luftspaltreluktanz die Zahnharmonischen

$$B_r = B_g \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{k_n}{2} \left[\sin\left((n q_0 - 1)\frac{\pi}{\tau} x - \omega t + \psi\right) - \sin\left((n q_0 + 1)\frac{\pi}{\tau} x + \omega t - \psi\right) \right] \frac{\cos n q \pi}{\cos n \pi}$$

wobei

$$B_g = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta} \cdot AW_g \tag{11}$$

gesetzt wurde. Diese „Reluktanz-Harmonischen" sind zu den früher berechneten „Treppenharmonischen" unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung ψ geometrisch zu addieren (Bild 7) und aus den resultierenden Harmonischen von den Wellenlängen $\frac{\tau}{n q_0 - 1}$ bzw. $\frac{\tau}{n q_0 + 1}$ sind alsdann die Wirbelstromverluste abzuleiten.

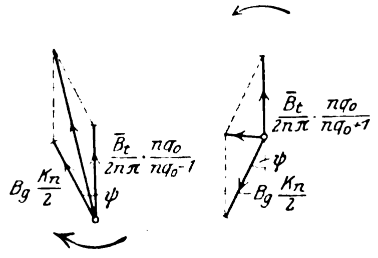


Bild 7. Zur Zusammensetzung der Drehfeldkomponenten der Ordnungszahlen $nq_0 - 1$ und $nq_0 + 1$.

Die Wirbelstromverluste eines Drehfeldes von der Amplitude B und der Wellenlänge l, welches mit der Geschwindigkeit $v = \nu \cdot l$ über die Oberfläche O eines glatten Ankers hinweggleitet, berechnen sich aus folgender bekannten Gleichung (B = Eiseninduktion, nicht Luftspaltinduktion, O = Eisenoberfläche exclusive Blechisolation)

$$\frac{P^{Watt}}{O^{cm^2}} = \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{1}{l} \cdot \left(\frac{v}{1000} \cdot \frac{B}{1000} \Delta\right)^2. \tag{12}$$

Dabei ist der Skineffekt vernachlässigt und angenommen, daß die Rückenhöhe des Ankereisens groß im Verhältnis zur Wellenlänge sei.

Setzen wir weiter voraus, daß der glatte Anker gegen den genuteten Stator mit der synchronen Geschwindigkeit v_s rotiere, so sind für unseren Fall die Relativgeschwindigkeiten der beiden Drehfelder von den Wellenlängen $l = \frac{2\tau}{n q_0 \mp 1}$ gegen den Rotor:

$$v = v_s\left(1 \pm \frac{1}{n q_0 \mp 1}\right) = v_s \frac{n q_0}{n q_0 \mp 1}$$

und die Quadrate der resultierenden Feldamplituden

$$B^2 = B_t^2 \frac{1}{4 n^2 \pi^2} \cdot \left(\frac{n q_0}{n q_0 \pm 1}\right)^2 \pm 2 \cdot B_t \frac{1}{2 n \pi} \cdot \frac{n q_0}{n q_0 \pm 1} \cdot B_g \frac{k_n}{2} \cos \psi + B_g^2 \cdot \frac{k_n^2}{4}.$$

Somit ergibt sich für die Summe der Wirbelstromverluste beider Felder:

$$\begin{aligned}\frac{P_n^{\mathrm{Watt}}}{O^{\mathrm{cm}^2}} &= \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau} \left(\frac{v_s}{1000} \cdot \frac{1}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \Bigg[B_t^2 \frac{1}{4 n^2 \pi^2} \cdot \left(\frac{(n q_0)^4}{(n q_0 - 1)^3} + \frac{(n q_0)^4}{(n q_0 + 1)^3}\right) + \\ &\quad + B_t \frac{1}{2 n \pi} \cdot B_g k_n \cos \psi \left(\frac{(n q_0)^3}{(n q_0 - 1)^2} - \frac{(n q_0)^3}{(n q_0 + 1)^2}\right) + \\ &\quad + B_g^2 \frac{k_n^2}{4} \left(\frac{(n q_0)^2}{n q_0 - 1} + \frac{(n q_0)^2}{n q_0 + 1}\right)\Bigg]. \\ &= \left(\frac{\pi}{4} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{n}{\tau_z} \left(\frac{v_s}{1000} \cdot \frac{1}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \Bigg[\frac{B_t^2}{n^2 \pi^2} \cdot \frac{1 + \frac{3}{n^3 q_0^3}}{\left(1 - \frac{1}{n^2 q_0^2}\right)^3} + \\ &\quad + 4 \frac{B_t}{n \pi} \cdot B_g k_n \cdot \cos \psi \frac{\frac{1}{n q_0}}{\left(1 - \frac{1}{n^2 q_0^2}\right)^2} + B_g^2 k_n^2 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{n^2 q_0^2}}\Bigg]\end{aligned} \qquad (13\,a)$$

oder wenn wir bei nicht zu kleinen Zähnezahlen pro Polpaar $\frac{1}{n^2 q_0^2}$ vernachlässigen:

$$\frac{P_n}{O} = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{n}{\tau_z} \left(\frac{v_s}{1000} \frac{1}{1000} \Delta'\right)^2 \left[\left(\frac{B_t}{n \pi}\right)^2 + \frac{4 \cos \psi}{n q_0} \left(\frac{B_t}{n \pi} \cdot B_g k_n\right) + (B_g k_n)^2\right]. \qquad (13)$$

Damit sind wir am Ende unserer Betrachtung angelangt. Hätte man die Reluktanz- und Treppenverluste getrennt berechnet und dann einfach addiert, so hätte man bis auf das mittlere Glied in der eckigen Klammer denselben Ausdruck erhalten. Dieses Glied bezeichnet also den Fehler, den man mit dieser Näherungsrechnung begeht. Bei 3 Zähnen pro Pol und Phase ist $q_0 = 18$ und $\cos \psi$ ist bei Vollast von der Größenordnung $^1/_2$; das vernachlässigte Mittelglied hat also die Größenordnung $0{,}1 \frac{B_t}{n \pi} \cdot B_g k_n$. In Wirklichkeit ist der Fehler noch geringer, da sowohl im Stator als auch im Rotor Reluktanz- und Treppenverluste auftreten und $\cos \psi$ für Stator und Rotor verschiedenes Vorzeichen besitzt, so daß sich der begangene Fehler teilweise aufhebt.

Auf ähnliche Weise kann auch für den Nutenanker bewiesen werden, daß die getrennte Berechnung und Addition der Reluktanz- und Treppenverluste keinen erheblichen Fehler verursacht.

Erster Abschnitt.

Die Oberflächen-Reluktanzverluste (Wirbelstromverluste).

Gemäß Gleichung (13) betragen die Reluktanzverluste an der Oberfläche eines mit der Umfangsgeschwindigkeit v rotierenden glatten Ankers bei Vernachlässigung des Skineffektes:

$$\frac{P_r^{\mathrm{Watt}}}{O^{\mathrm{cm}^2}} = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_z} \left(\frac{v}{1000} \frac{B_\rho}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \cdot \sum_{n=1,2,3}^{\infty} (n k_n^2). \qquad (14)$$



Vergleicht man diesen Ausdruck mit Gleichung (12), so erkennt man, daß die Reluktanzverluste infolge eines Drehfeldes vom Effektivwerte $\frac{B_g}{\sqrt{2}}$ halb so groß sind, als die Reluktanzverluste infolge eines Gleichfeldes B_g. Dieses Resultat gilt nicht nur für die Verluste im glatten Anker, sondern auch im genuteten Anker und sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung des Skineffektes. Der Faktor $\frac{1}{2^*}$, welcher dieses Ergebnis ausdrückt, soll hier und in Zukunft immer mit einem Sternchen versehen werden, wodurch manche Erklärung erspart wird.

Kapitel 1. Überschlagsrechnung.

Ich will der eigentlichen Untersuchung eine Überschlagsrechnung vorausschicken. Ihr Zweck ist es, uns mit den Hauptzügen des untersuchten Phänomenes soweit

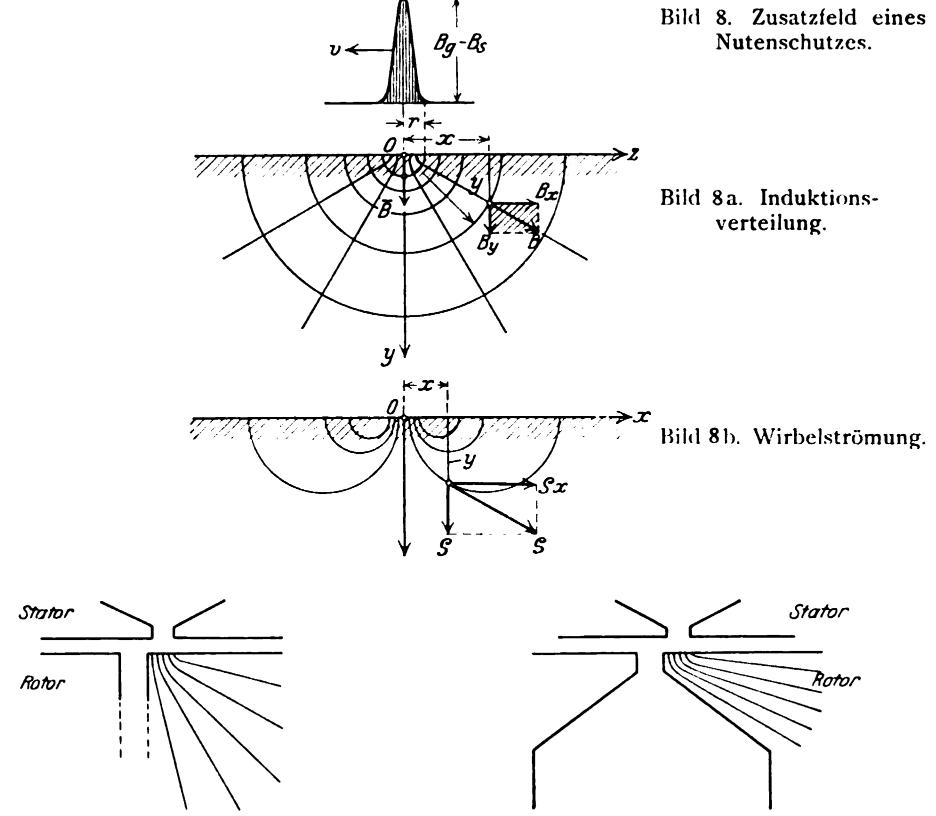


Bild 8. Zusatzfeld eines Nutenschutzes.

Bild 8a. Induktionsverteilung.

Bild 8b. Wirbelströmung.

Bild 9. Erhöhung der Induktion in einer Grenzlage der Rotornut.

Bild 10. Weitere Erhöhung der Induktion infolge der Verschmälerung der Rotorzahnkrone.

bekannt zu machen, daß wir den später genauer abzuleitenden Gesetzmäßigkeiten das richtige Verständnis entgegenbringen. Zu diesem Zwecke denken wir uns einen glatten Anker, in den nur an einer einzigen Stelle ein Zusatzfeld von der in Bild 5a angegebenen Verteilung eintritt. Die Kraftlinien breiten sich dann, wie Bild 8a zeigt, schon in geringem Abstande r von der Nutmitte praktisch geradlinig, und zwar radiell, aus und es ist lehrreich zu untersuchen, wie sich die Wirbelströmung in diesem Gebiete (zwischen r = r und r = ∞) verteilt und wie groß die Wirbelstromverluste ausfallen, wenn das eindringende Feld mit der Geschwindigkeit v gegen den Anker rotiert.

Die Gleichungen der Induktionsverteilung lauten hierfür:

$$B = \bar{B} \cdot \frac{\bar{r}}{r},$$

$$B_x = \bar{B}\,\bar{r}\,\frac{x}{x^2 + y^2},$$

$$B_y = \bar{B}\,\bar{r}\,\frac{y}{x^2 + y^2}.$$

Vernachlässigen wir den Skineffekt, so folgt die Wirbelströmung in den Randschichten der Bleche aus dem Ansatz

$$\varrho_y = \lambda \cdot \frac{\Delta}{2} \cdot \frac{\partial B_x}{\partial t} \cdot 10^{-4} = \lambda \cdot \frac{\Delta}{2} v \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d B_x}{d x},$$

$$\varrho_x = -\lambda \frac{\Delta}{2} \frac{\partial B_y}{\partial t} \cdot 10^{-4} = -\lambda \frac{\Delta}{2} v \cdot 10^{-4} \cdot \frac{d B_y}{d x}.$$

Die Ausrechnung liefert:

$$\varrho_y = \left(\lambda \frac{\Delta}{2} v\, 10^{-4}\right) \cdot \bar{B} \cdot \bar{r} \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^4},$$

$$\varrho_x = \left(\lambda \frac{\Delta}{2} v\, 10^{-4}\right) \bar{B} \cdot \bar{r} \cdot \frac{2 x y}{(x^2 + y^2)^4},$$

$$\varrho = \left(\lambda \cdot \frac{\Delta}{2} v\, 10^{-4}\right) \cdot B r \cdot \frac{1}{r^2},$$

$$\frac{\varrho_x}{\varrho_y} = \frac{y^2 - x^2}{2 x y} = \operatorname{ctg} 2\varphi,$$

wobei

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{y}{x}.$$

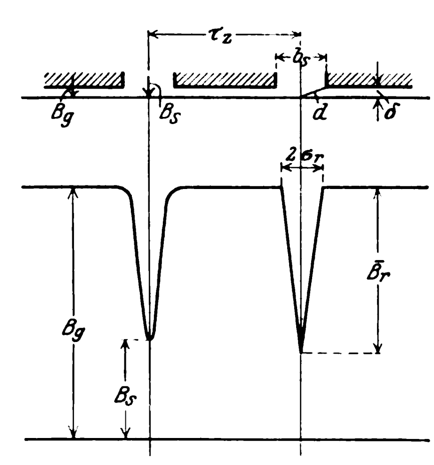


Bild 11. Deformation des Luftspaltfeldes durch Nutenschlitze.

Die Stromlinien der Wirbelströmung folgen aus

$$\frac{d y}{d x} = \frac{y^2 - x^2}{2 x y}$$

und liefern die Lösung (Integrationskonstante = r)

$$y^2 = 2 r x - x^2.$$

Diese Gleichung bedeutet eine Schar von Halbkreisen durch den Koordinatenanfangspunkt, deren Mittelpunkte auf der Abszissenachse liegen (Bild 8b).

ϱ ist die maximale Wirbelstromdichte an den Seitenflächen eines Bleches; nach der Mitte zu nimmt die Wirbelstromdicke linear ab, so daß ihr quadratischer Mittelwert nur $\frac{\varrho}{\sqrt{3}}$ beträgt. Die Wirbelstromverluste eines Volumenelementes

$$d v = r\, d r\, d \varphi\, \Delta$$

betragen daher

$$d P = \frac{10^{-4}}{\lambda} \cdot \frac{\varrho^2}{3} d v \tag{15}$$

und die Gesamtverluste eines Bleches:

$$P = \left(\frac{\lambda}{12}\cdot 10^{-12}\right)\cdot(v\cdot\bar{B}\cdot\Delta)^2\cdot\int\limits_{r}^{\infty}\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r^2\cdot\frac{\Delta}{r^3}\cdot d\,r\,d\,\varphi. \tag{16a}$$

Daraus folgt für die Verluste pro cm Ankerbreite:

$$\frac{P}{\Delta} = \left(\frac{\pi}{4}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{\bar{B}}{1000}\cdot\Delta\right)^2. \tag{16}$$

Das Bemerkenswerteste an diesem Resultat ist, daß nur die Größe der Induktion $\bar{B}$ und nicht auch der Bogen $r\pi$, über welchem diese Induktion eintritt, für die Verluste von Bedeutung ist. Wir können daraus schließen, daß bei der wirklichen Feldverteilung nach Bild 11 nur die Tiefe $B_g - B_s$ der Einsattelung und nicht

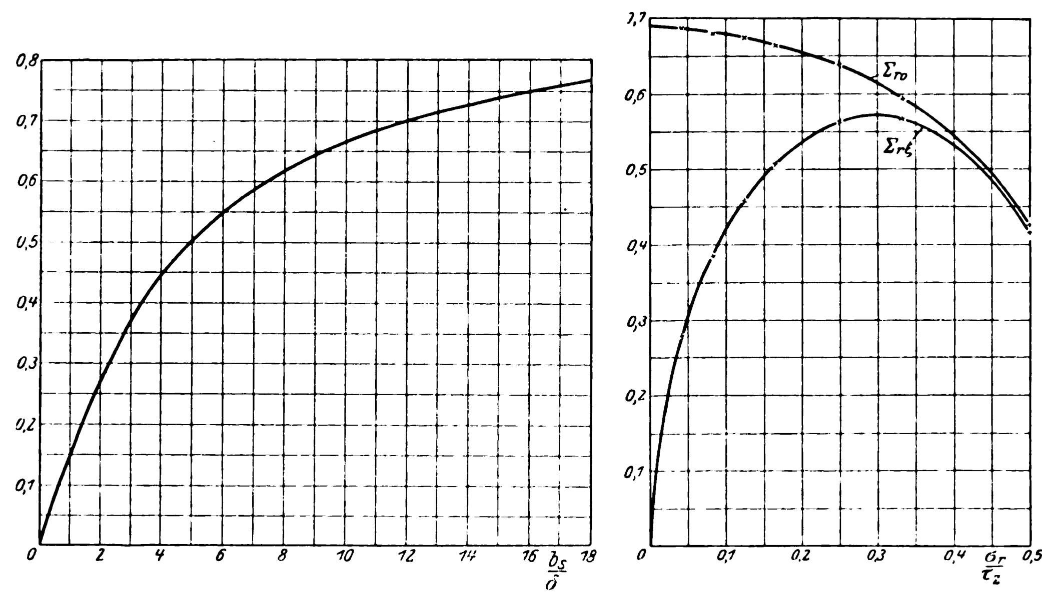


Bild 12.
Die Funktion $y' = \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b_s}{2\,\delta} - \frac{\delta}{b_s}\ln\left(1+\frac{b_s^2}{4\,\delta^2}\right)\right]$.

Bild 13. Zur Berechnung der Oberflächen-Reluktanzverluste des glatten Ankers.

auch deren Breite den Ausschlag gibt — wenigstens solange der Skineffekt zu vernachlässigen ist —. Weiter sehen wir aus Gleichung (16a), daß die Wirbelstromverluste mit der 3. Potenz der Entfernung r von der Eintrittsstelle abnehmen. Die Verlustbildung konzentriert sich also auf die der Eintrittsstelle zunächst liegende Zone. Wenn daher, wie in Bild 11, die Breite der Einsattelung klein ist im Verhältnis zur Nutteilung, so darf man die gewonnene Formel auch auf die Oberflächen-Verluste von glatten Ankern in genuteten Statoren anwenden und erhält dann für die spezifischen Verluste:

$$\frac{P_r^{\,Watt}}{O^{cm^2}} = \frac{1}{2^*}\,\frac{P}{\Delta\cdot\tau_z} = \frac{1}{2^*}\left(\frac{\pi}{4}\,\frac{\lambda}{6}\right)\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{\bar{B}}{1000}\,\Delta\right)^2. \tag{17}$$

Unsicher ist nur, welchen Wert wir der Induktion $\bar{B}$ im Verhältnis zur Einsattelung $B_g - B_s$ (Bild 11) geben sollen. Mit der einfachsten Annahme $\bar{B}\Delta = (B_g - B_s)\Delta'$ würde man die Verluste sicherlich zu hoch rechnen, da $B_g - B_s$ nur in einem einzigen Punkte, $\bar{B}$ dagegen über dem Bogen $r\pi$ auftritt. Spätere Rechnungen ergeben, daß

$$\bar{B}\cdot\Delta = 0{,}82\cdot(B_g - B_s)\cdot\Delta' \tag{18}$$

die richtige Annahme ist.



Bisher war angenommen, daß die Ankeroberfläche nicht durch Nutenschlitze unterbrochen sei. Sind Nutenschlitze vorhanden, so kann sich die Wirbelströmung nicht wie in Bild 8b symmetrisch ausbilden, sondern wird an der einen Seite zusammengedrängt. Dadurch steigen die Wirbelstromverluste und zwar maximal auf den doppelten Wert, welcher in der in Bild 9 gezeichneten Lage von Statornut zu Rotornut auftritt. Denn im Vergleich mit Bild 8 ist jetzt die Induktion überall auf den doppelten Wert gestiegen, während das Eisenvolumen, in dem die Verluste zu berechnen sind, auf die Hälfte gesunken ist. Anwendung halb geschlossener Nuten wie in Bild 10 führt abermals zu einer Verdichtung der Kraftlinienströmung und Verminderung des aktiven Eisenvolumens, so daß die Wirbelstromverluste hierdurch abermals erhöht werden.

Aus alle dem haben wir zu folgern, daß die Reluktanzverluste bei Nutenankern größer sind als bei glatten Ankern, daß aber diese Vergrößerung um so weniger ausmacht, je mehr sich die Wirbelstromverluste auf die Umgebung der Eintrittsstelle des Feldes konzentrieren, mit anderen Worten: Je schmäler die Einsattelung in Bild 11 im Verhältnis zur Breite der Rotorzahnkronen ist.

Kapitel 2. Genauere Rechnung für den glatten Anker.

Wenngleich die Überschlagsrechnung des vorigen Abschnittes als vorläufiges Orientierungsmittel gute Dienste leistet, läßt sich auf sie keine zuverlässige Theorie der Oberflächen-Reluktanzverluste gründen. Die eine Ursache ist die Unsicherheit bezüglich der Wahl der Induktion B, deren Beseitigung (Gleichung 18) auf den Ergebnissen der folgenden Untersuchungen beruht. Die andere Ursache ist, daß bei der Überschlagsrechnung der Skineffekt nicht berücksichtigt wurde und auch nachträglich nicht auf einfache Weise berücksichtigt werden kann. Der letzte Umstand ist recht mißlich. Denn für die Oberflächenverluste eines Feldes nach Bild 11 ist nicht die Grundwelle ($n = 1$) von der Wellenlänge τ_z, sondern Oberwellen von viel höherer Ordnungszahl die Hauptträger der Verluste, und für diese Oberwellen kann gemäß Gleichung (2a) der Skineffekt nicht mehr vernachlässigt werden. Es ist also eine genauere Rechnung notwendig, die wir zuerst für den glatten Anker durchführen.

Zunächst einige Bemerkungen, teils über die wirkliche Form des Zusatzfeldes, teils über die vereinfachte Form, mit welcher wir es in die Rechnung einführen werden.

Ist B_g die Induktion am Luftspalte über den Zahnkronen, B_s über der Nutmitte, so gilt bei Vernachlässigung der Sättigung mit den Bezeichnungen von Bild 11

$$B_s = B_g \cdot \frac{\delta}{d}. \tag{19}$$

Jede Nut bedingt pro cm Ankerlänge einen Kraftlinienverlust

$$\Delta \Phi = B_g \cdot b_s \cdot y', \tag{20}$$

wobei y' die in Bild 12 abgebildete Cartersche Funktion bedeutet. Die wirkliche Form der Einsattelung ersetzen wir willkürlich durch ein gleichschenkeliges Dreieck von der Höhe

$$B_r = (B_g - B_s) \cdot \frac{\pi^2}{9}. \tag{21}$$

Die Basis $2\,\sigma_r$ des Ersatzdreieckes wird so gewählt, daß derselbe Kraftlinienverlust $\Delta\,\Phi$ entsteht, also

$$\sigma_r = \frac{\Delta \Phi}{B_r} = \frac{9}{\pi^2} \cdot \frac{b_s\, y'}{1 - \frac{\delta}{d}}. \tag{22}$$

Die so vereinfachte Feldverteilung entwickeln wir in eine Fouriersche Reihe. Die Grundwelle hat die Wellenlänge τ_z, der n-te Oberton die Wellenlänge $\frac{\tau_z}{n}$ und seine Amplitude an der Ankeroberfläche im Eisen beträgt:

$$B_n = B_r \cdot \frac{\Delta'}{\Delta} \cdot 2 \frac{\sigma_r}{\tau_z} \left(\frac{\sin n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}}{n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}} \right)^2. \tag{23}$$

Führt man diese Werte in Gleichung (12) ein, so folgt für die Oberflächen-Reluktanzverluste ohne Berücksichtigung des Skineffektes:

$$\frac{P_r^{Watt}}{O^{cm^2}} = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_z} \left(\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_r}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \sum_{r0} \tag{24}$$

mit

$$\sum_{r0} = \sum_{1,2,3}^{\infty} \left(\frac{\sin^4 n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}}{\left(n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}\right)^3} \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z} \right). \tag{24a}$$

Den Skineffekt berücksichtigt man, indem man jedes Reihenglied, für welches

$$\xi_n = \xi \sqrt{n} > 3$$

erhalten wird, mit

$$f_w = \frac{3}{\xi_n} = \frac{3}{\xi \sqrt{n}}$$

multipliziert. Ist bereits $\xi \geqq 3$, ergibt sich die Lösung

$$\begin{aligned} \frac{P_r^{Watt}}{O^{cm^2}} &= \frac{1}{2^*} \cdot \frac{3}{\xi} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_z} \left(\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_r}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \sum_{r\xi} \\ &= \frac{1}{2^*} \left(\frac{10}{2 \pi^2} \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\tau_z}} \cdot \left[\left(\frac{v}{1000}\right)^{1,5} \left(\frac{B_r}{1000}\right)^2 \frac{\Delta'^2}{\Delta}\right] \cdot \sum_{r\xi} \end{aligned} \tag{25}$$

mit

$$\sum_{r\xi} = \sum_{1,2,3}^{\infty} \left(\frac{\sin^4 n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}}{\sqrt{n} \left(n \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z}\right)^3} \pi \frac{\sigma_r}{\tau_z} \right). \tag{25a}$$

Die beiden unendlichen Reihen, die eine Funktion des Verhältnisses $\frac{\sigma_r}{\tau_z}$, d. h. der halben Breite der Einsattelung zur Nutteilung, sind, sind in Tabelle 1 und 2 mit Rechenschieber ausgerechnet und in Bild 13 aufgetragen. Wir können daher sogleich zur Diskussion der Resultate übergehen, die wir mit einem Vergleich der Ausdrücke 12 und 24 bzw. 25 eröffnen.

Nach Gleichung (24) sind die Reluktanzverluste ebenso groß, wie sie eine sinusförmige Einsattelung von der Wellenlänge τ_z und der Tiefe (= doppelte Amplitude)

$$\frac{4}{\pi} B_r \sqrt{\sum_r} = \frac{4 \pi}{9} (B_g - B_s) \sqrt{\sum_r} \tag{26}$$

hervorbringen würde. Wäre also der Skineffekt zu vernachlässigen, so ergäbe sich bei scharfen Einsattelungen $\left(\frac{\sigma_r}{\tau_z} < 0{,}2\right)$ eine Tiefe von ungefähr

$$1{,}15 (B_g - B_s) \tag{26a}$$

und die Verluste wären dabei unabhängig von der Breite der Einsattelung, wie wir dies schon durch die Überschlagsrechnung des vorigen Abschnittes festgestellt haben.

Man kann Gleichung (26a) auch so ausdrücken: Die Reluktanzverluste sind ungefähr 30% größer, wie die einer sinusförmigen Einsattelung von der wirklichen Tiefe aber einer Wellenlänge gleich der Nutteilung τ_z. Oder vielleicht noch einfacher:

Die Reluktanzverluste betragen ungefähr zwei Drittel der Oberflächenverluste eines sinusförmigen Drehfeldes von der konstanten Amplitude $\frac{B_g - B_s}{2}$ und der Wellenlänge τ_z.

Es ist interessant diesen ohne Rücksicht auf den Skineffekt erhaltenen Wert mit den normalen Wirbelstromverlusten P_0 im Ankerrücken zu vergleichen. Auch diese gehorchen grundsätzlich Gleichung (12), wenn diese auch noch mit einem

Tabelle 1. $\sum_{ro} = \sum_{1,23}^{\infty}\left(\frac{\sin^4 n\pi\frac{\sigma}{\tau_z}}{\left(n\pi\frac{\sigma}{\tau_z}\right)^3}\cdot\pi\frac{\sigma}{\tau_z}\right)$.

$\frac{\sigma}{\tau_z}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,0169	0,0655	0,139	0,228	0,406	0,514	0,406
2	0,0327	0,114	0,203	0,256	0,203	0,0640	0,0000
3	0,0464	0,1352	0,175	6,135	0,01505	0,00000	0,0150
4	0,0571	0,129	0,1014	0,0322	0,00000	0,000802	0,0000
5	0,0643	0,0980	0,0377	0,00182	0,00324	0,00410	0,00325
6	0,0675	0,0676	0,00702	0,00000	0,00750	0,00000	0,00000
7	0,0675	0,0374	0,00041	0,00066	0,00118	0,00150	0,00118
8	0,0642	0,0160	0,00000	0,00400	0,00000	0,00100	0,00000
9	0,0587	0,00500	0,00019	0,00502	0,00057	0,00000	0,00056
10	0,0508	0,00091	0,00163	0,00205	0,00162	0,00051	0,00000
11	0,0425	0,0005	0,00355	0,00017	0,00030	0,00038	0,00003
12	0,0338	0,0000	0,00376	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
13	0,0258	0,00003	0,00215	0,00011	0,00019		
14	0,0186	0,00033	0,00059	0,00075	0,00059		
15	0,0126	0 00108	0,00004	0,00108	0,00012		
16	0,00802	0,00200	0,00000	0,00050	0,00000		
17	0,00472	0,00263					
18	0,00250	0,00249					
19	0,00117	0,00192					
20	0,00046	0,00103					
21	0,00014	0,00040					
22	0,00002	0,00008					
23	0,00001	0,00001					
24	0,00000	0,00000					
$\sum_{25,27}^{47}$	0,00607						
$\sum_{26,28}^{48}$	0,00593						
$\sum_{1,3}^{\infty}$	0,346	0,347	0,358	0,372	0,427	0,520	0,426
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,342	0,333	0,317	0,294	0,213	0,074	0,000
$\sum_{1,2}^{\infty}$	0,688	0,680	0,675	0,666	0,640	0,594	0,426

Tabelle 2. $\frac{1}{\sqrt{\pi \frac{\sigma}{\tau_z}}} \cdot \sum_{r\xi} = \sum_{1,2,3}^{\infty} \left(\frac{\sin^4 n \pi \frac{\sigma}{\tau_z}}{\left(n \pi \frac{\sigma}{\tau_z}\right)^{3,5}} \cdot \pi \frac{\sigma}{\tau_z} \right)$.

$\frac{\sigma}{\tau_z}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,0467	0,1278	0,222	0,315	0,458	0,5020	0,324
2	0,0640	0,1573	0,229	0,249	0,162	0,0443	0,000
3	0,0740	0,1528	0,1613	0,1077	0,0098	0,0000	0,0069
4	0,0790	0,1264	0,0810	0,0223	0,0000	0,00391	0,0000
5	0,0794	0,0850	0,02689	0,00112	0,00164	0,00180	0,00116
6	0,0762	0,0540	0,00457	0,00000	0,00346	0,00000	0,00000
7	0,0706	0,0275	0,00024	0,00035	0,00051	0,00055	0,00036
8	0,0628	0,0112	0,00000	0,00196	0,00000	0,00035	0,00000
9	0,0541	0,00326	0,00010	0,00231	0,00022	0,00000	0,00015
10	0,04451	0,00056	0,00082	0,00090	0,00058	0,00016	0,00000
11	0,03543	0,00003	0,00171	0,00007	0,00010	0,00011	0,00001
12	0,02697	0,00000	0,00173	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
13	0,01977	0,00002	0,00095	0,00004			
14	0,01376	0,00017	0,00025	0,00027			
15	0,00900	0,00055	0,00002	0,00037			
16	0,00555	0,00099	0,00000	0,00017			
17	0,00316	0,00124					
18	0,00163	0,00115					
19	0,00074	0,00086					
20	0,00028	0,00045					
21	0,00008	0,00017					
22	0,00001	0,00004					
23	0,00001	0,00001					
24	0,00001	0,00000					
$\sum_{25,26}^{48}$	0,00565						
$\sum_{1,2}^{\infty}$	0,772	0,752	0,730	0,702	0,637	0,553	0,333
$\sum_{r\xi}$	0,279	0,385	0,457	0,508	0,565	0,566	0,417

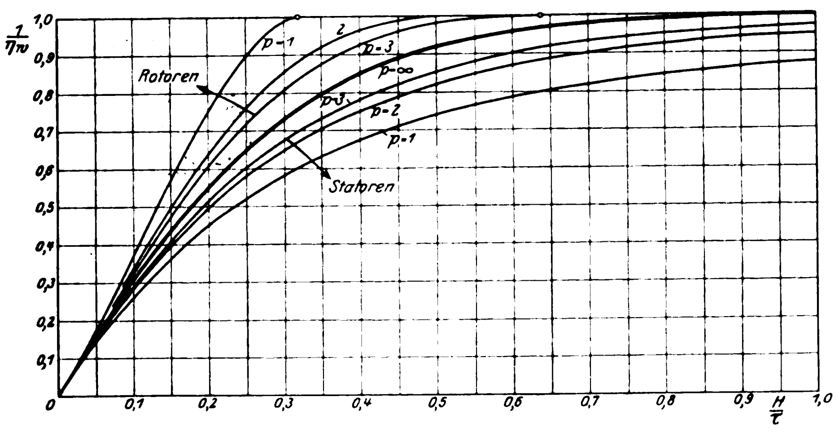


Bild 14. Darstellung der Funktion $\frac{1}{\eta_w} = f\left(\frac{H}{\tau}\right)$.

Faktor $\eta_w = \frac{1}{f\left(\frac{H}{\tau}\right)}$ multipliziert wird, der eine Funktion des Verhältnisses Rückenhöhe H zu Polteilung τ ist, und aus Bild 14 entnommen werden kann. Der Vergleich liefert

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{8\pi^2}{81} \cdot q_0 \left(\frac{B_g - B_s}{2 B_g'}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \sum\nolimits_{r0} = \frac{8\pi^2}{81} \cdot \frac{q_0}{4} \left(\frac{\delta'}{\delta} - \frac{\delta'}{d}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \sum\nolimits_{r0}. \qquad (27)$$

Macht man beispielsweise

$q_0 = 24$ (4 Nuten pro Pol und Phase),

$\delta = 0{,}05 \quad \delta' = 0{,}06 \left(\frac{B_g'}{B_g} = \frac{\delta}{\delta'}\right)$,

$b_s = 0{,}30$,

$d = \sqrt{\delta^2 + \left(\frac{b_s}{2}\right)^2} = 0{,}158$,

$\frac{H}{\tau} = 0{,}3$,

$p = 3$ (Stator),

$\frac{1}{\eta_w} = 0{,}675$,

so ergibt sich für die Reluktanzverluste im Rotor:

$$\frac{P_r}{P_0} = 0{,}975 \cdot 6 \cdot 0{,}82^2 \cdot 0{,}675 \cdot 0{,}68 = 1{,}8,$$

also ein außerordentlich hoher Wert. Wir sehen daraus, daß man bei fein verteilten Wicklungen die Schlitzbreite b_s sehr klein machen muß, wenn unzulässig hohe Oberflächenreluktanzverluste vermieden werden sollen.

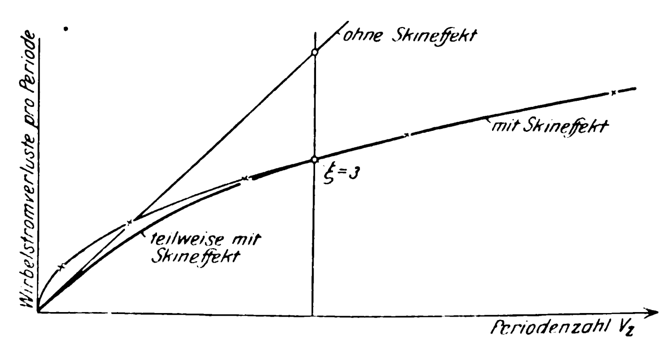


Bild 15. Oberflächen-Reluktanzverluste als Funktion der Periodenzahl.

Glücklicherweise vermindert der Skineffekt diese Verluste nicht unerheblich, wie ein Vergleich der Kurven Σ_{r0} und $\Sigma_{r\xi}$ in Bild 13 lehrt. Wie die Definitionsgleichung (24a) und (25a) zeigen, geben beide Reihen für die Grundwelle (n = 1) denselben Wert; die Differenz $\Sigma_{r0} - \Sigma_{r\xi}$ ist also nur auf die Oberwellen zurückzuführen. Sind diese klein, wie für $\frac{\sigma_r}{\tau_z}$ 0,25, so verschwindet der Unterschied zwischen beiden Reihen. Gute Konstruktionen arbeiten häufig in der Nähe von $\frac{\sigma_r}{\tau_z} = 0{,}1$, wofür $\frac{\Sigma_{r\xi}}{\Sigma_{r0}} = 0{,}6$ erhalten wird. Wenn dann die Grundwelle (n = 1) gerade auf der Grenze $\xi = 3$ liegt, für welche der Skineffekt anfängt, sich bemerkbar zu machen, so betragen die wirklichen Reluktanzverluste gerade 60% des ohne Rücksicht auf den Skineffekt berechneten Wertes. Meistens aber ist $\xi < 3$ und um die Verluste auch für beliebige Werte von ξ angeben zu können, berechnet man die

„Verluste pro Periode" als Funktion der Periodenzahl nach den beiden Gleichungen (24) und (25). Man erhält dann ohne Skineffekt eine Gerade, mit Skineffekt eine Parabel (Bild 15). Im Punkte $\xi = 3$ müssen sich ihre Ordinaten wie Σ_{r0} zu $\Sigma_{r\xi}$ verhalten. Damit ist die Lage dieses Punktes bestimmt. Für höhere Werte der Periodenzahl ist die Parabel die richtige Kurve; für kleinere Periodenzahlen ist ein Kurvenast einzuzeichnen, der die Parabel im Punkte $\xi = 3$, die Gerade im Koordinatenanfangspunkte tangiert.

Kapitel 3. Genauere Rechnung für den Nutenanker.

Wir haben bereits im ersten Kapitel gefunden, daß infolge der Nutung der Ankeroberfläche eine Erhöhung der Reluktanzverluste zu erwarten sei. Wir wollen nun versuchen, für den Grad dieser Erhöhung zuverlässige Aufschlüsse zu gewinnen.

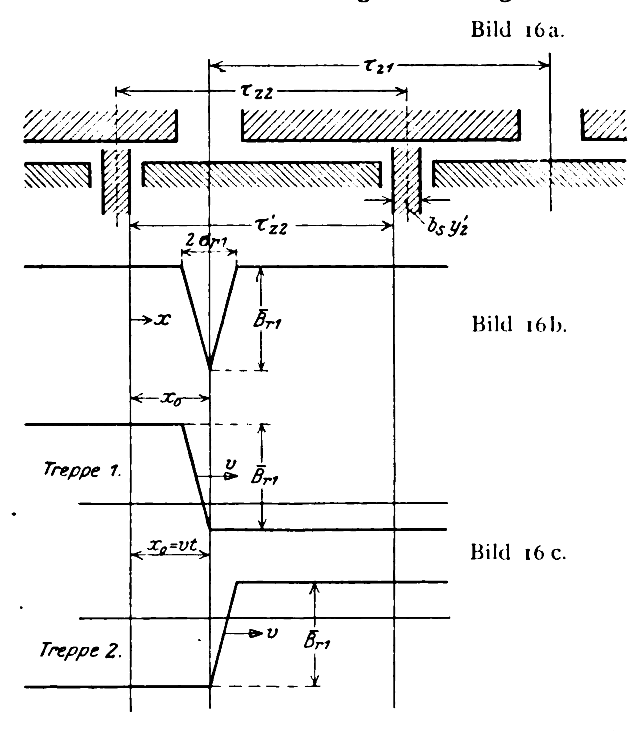


Bild 16. Zur Berechnung der Oberflächen-Reluktanzverluste in Nutenankern.

Eine konsequente Durchführung der Rechnung ist möglich, wenn wir die Zahnbreite desjenigen Teiles (Rotors, Index 2), für den die Oberflächenverluste berechnet werden sollen, konstant annehmen. Wir vernachlässigen damit die Erhöhung der Verluste, welche gemäß Bild 10 infolge der allmählichen Verschmälerung der Zahnkronen eintritt. Dieser Einfluß ist auch kaum erheblich, wenn bei schmalen Statornutenschlitzen die höheren Harmonischen den Hauptteil der Reluktanzverluste erzeugen.

Fürs erste setze ich außerdem voraus, daß die Nutenzahl im Stator geringer sei als im Rotor und untersuche die Oberflächen-Reluktanzverluste in einem Rotorzahn. Die effektive Breite τ_{z2}' des Rotorzahnes setze ich etwas größer als die wirkliche Breite, und zwar mit Rücksicht auf Gleichung (20).

$$\tau_{z2}' = \tau_{z2} - b_{s2}\, y_2'. \tag{28}$$

Im Stator sei die Nutteilung τ_{z1}; der Nutenschlitz erzeugt eine Einsattelung des Luftspaltfeldes von der Breite $2\sigma_{r1}$ und der Tiefe B_{r1} (Bild 16a). Diese Einsattelung kann man sich durch Übereinanderlagerung zweier schräger Feldtreppen



nach Bild 16b entstanden denken, die mit der Geschwindigkeit v über die Zahnoberfläche hinweggleiten. Den Grenzbedingungen folgend zerlegen wir jede Feldtreppe in ihren Mittelwert und eine übergelagerte Fouriersche Reihe

$$B_{r1} = \sum_{1,2}^{\infty} B_n \cos n \frac{\pi}{\tau_{z2}'} x. \tag{29}$$

Die Amplituden B_n variieren mit der Abszisse

$$x_0 = v\,t = \nu_z \tau_{z1} \cdot t = 2\,\nu_z' \tau_{z2}' \cdot t, \tag{30}$$

nach folgenden Gesetzen:

Erstens: $x_0 = -\sigma_{r1}$ bis $x_0 = 0$,

Treppe 1: $B_n = 0$,

$$\frac{d B_n}{dt} = 0,$$

Treppe 2:

$$\left.\begin{aligned} B_n &= -B_{r1} \frac{\tau_{z2}'}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{4}{n^2 \pi^2} \sin^2 n \frac{\omega'}{2} (t + t_\sigma) \\ \frac{d B_n}{dt} &= -B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{2}{n \pi} \sin n\,\omega' (t + t_\sigma) \end{aligned}\right| \tag{31}$$

Dabei ist:

$$\omega' = 2\pi\nu_z' = \frac{2\pi}{T'} = 2\pi\nu_z \cdot \frac{\tau_{z1}}{2\tau_{z2}'}, \tag{30a}$$

und

$$t_\sigma = \frac{T'}{2} \cdot \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}. \tag{30b}$$

Zweitens: $x_0 = 0$ bis $x_0 = \sigma_{r1}$,

Treppe 1:

$$B_n = B_{r1} \frac{\tau_{z2}'}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{4}{n^2 \pi^2} \sin^2 n \frac{\omega'}{2} t,$$

$$\frac{d B_n}{dt} = B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{2}{n \pi} \sin n\,\omega' t,$$

Treppe 2:

$$B_n = -B_{r1} \frac{2}{n\pi} \cdot \frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}} \sin n\,\omega' t,$$

$$\frac{d B_n}{dt} = -B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{4}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \cos n\,\omega' \left(t + \frac{t_\sigma}{2}\right),$$

Treppe 1 + 2:

$$\frac{d B_n}{dt} = B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \frac{2}{n\pi} [2 \sin n\,\omega' t - \sin n\,\omega' (t + t_\sigma)]. \tag{32}$$

Drittens: $x_0 = \sigma_{r1}$ bis $x_0 = \frac{\tau_{z2}'}{2}$

Treppe 1:

$$B_n = B_{r1} \cdot \frac{2}{n\pi} \cdot \frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}} \sin n\,\omega' \left(t - \frac{t_\sigma}{2}\right),$$

$$\frac{d B_n}{dt} = B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \frac{4}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \cos n\,\omega' \left(t - \frac{t_\sigma}{2}\right),$$

Treppe 2:

$$B_n = -B_{r1} \frac{2}{n\pi} \frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}} \sin n\,\omega' \left(t + \frac{t_\sigma}{2}\right),$$

$$\frac{d B_n}{dt} = -B_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \frac{4}{n\pi} \sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \cos n\,\omega' \left(t + \frac{t_\sigma}{2}\right).$$

Treppe 1 + 2:

$$\begin{aligned} \frac{d B_n}{dt} &= \bar{B}_{r1} \cdot \frac{v}{\sigma_{r1}} \frac{8}{n\pi} \sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \sin n \omega' t \\ &= \bar{B}_{r1} \frac{v}{\sigma_{r1}} \cdot \frac{4}{n\pi} \left(1 - \cos n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) \sin n \omega' t \end{aligned} \qquad (33)$$

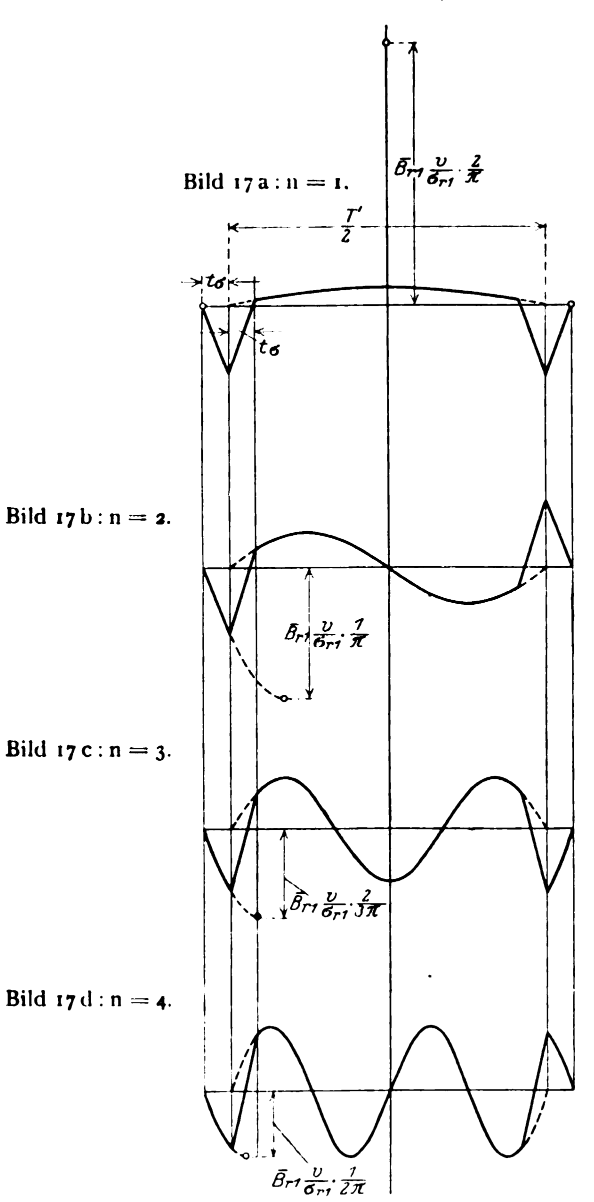


Bild 17. Pulsation der Amplituden $\frac{d B_n}{dt}$ für n = 1, 2, 3 und 4.

Man kann hiernach sagen, daß die Zahnkronen von stehenden Wechselfeldern durchsetzt werden, deren halbe Wellenlängen gleich $\frac{\tau_{z2}'}{n}$ (n = 1, 2, 3 . . .) und deren Frequenzen gleich

$$\nu_z' = \nu_z \cdot \frac{\tau_{z1}}{2\tau_{z2}'} \qquad (30c)$$

sind. Die zeitliche Schwankung ihrer Amplitude ist jedoch nicht rein harmonisch, sondern ihr Gesetz wechselt sprungweise, wie wir das soeben durch Gleichung (31) bis (33) ausgedrückt haben. Eine Illustration dieser Gleichungen bilden die Bilder 17a bis 17d, welche die Pulsation $\frac{dB_n}{dt}$ für $n = 1, 2, 3$ und 4 angeben.

Wenn man den Skineffekt vernachlässigt, erhält man für die spezifischen Wirbelstromverluste einer Harmonischen von der Ordnungszahl n die allgemeine Gleichung:

$$\frac{P_n^{\,Watt}}{O^{cm^2}} = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{10^{-12}}{4\pi} \cdot \frac{\lambda}{6} \right) \frac{\tau_{z2}'}{n} \Delta'^2 \left| \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dB_n}{dt} \right)^2 dt \right| \qquad \left(T = \frac{1}{\nu_z} \right). \tag{34}$$

Der erste Faktor $\frac{1}{2^*}$ ist deshalb hinzugefügt, weil der Mittelwert der Quadrate der Feldeinsattelungen über eine Polteilung halb so groß ist wie der Wert $(\bar{B}_{r1})^2$ mit dem B_n^2 in obiger Gleichung zu berechnen ist.

Die Auswertung und Summierung über alle Oberwellen liefert

$$\left(\frac{P_{r2}}{O_2'} \right)_0 = \frac{1}{2^*} \left(\frac{2}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{6} \right) \frac{1}{\tau_{z1}} \left(\frac{v}{1000} \cdot \frac{\bar{B}_{r1}}{1000} \Delta' \right)^2 \cdot \sum\nolimits_{r0}' \tag{35}$$

mit

$$O_2' = O_2 \frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z2}} = Q \cdot \tau_{z2}' \cdot L$$

und

$$\left.\begin{aligned} \sum\nolimits_{r0}' = {} & \left(1 - \frac{2\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) \sum_{1,2}^{\infty} \frac{\sin^4 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right)^3} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) + \frac{\sigma_{r1}}{2\tau_{z2}'} \sum_{1,2}^{\infty} \frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right)^3} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) + \\ & + \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \sum_{1,2}^{\infty} \left(2 - \cos n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) \cdot \frac{n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} - \sin n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right)^4} \left(\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) \\ = {} & \left(1 - \frac{2\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'}\right) \left(\sum\nolimits_{r0}'\right)_1 + \frac{\sigma_{r1}}{2\tau_{z2}'} \left(\sum\nolimits_{r0}'\right)_2 + \frac{2\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \left(\sum\nolimits_{r0}'\right)_3 - \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z2}'} \left(\sum\nolimits_{r0}'\right)_4 \end{aligned}\right\} \tag{35a}$$

Wenn man auch dem Skineffekt Rechnung tragen will, so stößt man auf eine unerwartete Schwierigkeit. Nach Bild 17 pulsierten die Amplituden der einzelnen Obertöne nicht sinusförmig, sondern nach einem ziemlich verwickelten Gesetze. Im nächsten Kapitel wird eine andere Rechenmethode entwickelt, die mit sinusförmig schwankenden Wechselfeldern arbeitet und daher eine einfache Berücksichtigung des Skineffektes ermöglicht. Die Resultate dieser Rechnung lassen es als eine genügende Annäherung erscheinen, wenn man die Verluste des Nutenankers mit Rücksicht auf den Skineffekt im selben Verhältnis reduziert wie für den glatten Anker. Bei der Untersuchung der Reihenzerlegung nach Gleichung (23) zeigt sich nämlich, daß mit und ohne Skineffekt die Verluste beinahe aller Harmonischen durch die Ankernutung ungefähr im selben Verhältnis vergrößert werden, so daß also auch die Gesamtverluste sehr nahezu im gleichen Verhältnis stehen müssen. Auf diesem Resultat beruht die folgende Näherungsgleichung:

$$\left(\frac{P_{r2}}{O_2'} \right)_\xi = \frac{1}{2^*} \cdot \frac{3}{\xi} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{6} \right) \frac{1}{\tau_{z1}} \left(\frac{v}{1000} \frac{\bar{B}_{r1}}{1000} \Delta' \right)^2 \cdot \sum\nolimits_{r0}' \left(\frac{\sum_{r\xi}}{\sum_{r0}} \right). \tag{36}$$

Diese Gleichung gilt für $\xi > 3$; bei kleineren Werten von ξ wird eine graphische Interpolation gemäß Bild 15 notwendig.

Die unendliche Reihe (35a) ist in Tabelle 1, 7, 3, 4 und 5 mit Rechenschiebergenauigkeit berechnet und in Bild 18 zusammen mit den entsprechenden Reihen (24a) und (25a/24a) für den glatten Anker aufgetragen. Bei scharfen Einsattelungen ($\sigma_{r1} < 0{,}2\,\tau_{z2}'$) beträgt die Erhöhung der Verluste durch die Ankernutung ungefähr 10%. Bemerkenswert ist ferner, daß — wie schon für den glatten Anker gefunden — die Verluste bei ausgeprägtem Skineffekt mit $\sqrt{\sigma_{r1}}$ zunehmen, während sie ohne Skineffekt bei scharfen Einsattelungen nahezu unabhängig von σ_{r1} wären.

Tabelle 3. $$\left(\sum\nolimits'_{ro}\right)_3 = \sum_{1,2,3}^{\infty}\left(\frac{n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} - \sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4}\cdot\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right).$$

$\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,1660	0,163	0,161	0,158	0,147
2	0,0818	0,0786	0,0735	0,0670	0,0505
3	0,0536	0,0490	0,0420	0,0338	0,0188
4	0,0394	0,0334	0,0254	0,01726	0,00633
5	0,0306	0,0236	0,01532	0,00853	0,00283
6	0,0246	0,01687	0,0091	0,00423	0,00187
7	0,0201	0,01208	0,00534	0,00236	0,00129
8	0,0168	0,00860	0,00316	0,00160	0,00079
9	0,01402	0,00607	0,00200	0,00125	0,00052
10	0,01183	0,00425	0,00141	0,00099	0,00041
11	0,0100	0,00298	0,00112	0,00074	0,00032
12	0,00847	0,00211	0,00094	0,00053	0,00023
13	0,00716	0,00154	0,00078	0,00039	
14	0,00606	0,00117	0,00065	0,00031	
15	0,00511	0,00094	0,00051	0,00027	
16	0,00431	0,00080	0,00040	0,00023	
17	0,00363	0,00070			
18	0,00305	0,00063			
19	0,00254	0,00056			
20	0,00213	0,00049			
21	0,00178	0,00043			
22	0,00149	0,00037			
23	0,00125	0,00031			
24	0,00106	0,00026			
$\sum_{25,27}^{47}$	0,00448				
$\sum_{26,28}^{48}$	0,00372				
$\sum_{1,3}^{\infty}$	0,319	0,261	0,228	0,205	0,170
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,205	0,148	0,115	0,092	0,060
$\sum_{1,2}^{\infty}$	0,524	0,409	0,343	0,297	0,230

Tabelle 4. $\left(\sum'_{ro}\right)_4 = \sum_{1,2,3}^{\infty}\left(\cos n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \cdot \frac{n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} - \sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^4}\cdot \pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)$.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,160	0,1415	0,1139	0,0790	0,0000
2	0,0708	0,0393	0,0000	- 0,0335	— 0,0505
3	0,0379	0,0000	0,0297	0,03385	0,00000
4	0,0197	— 0,01670	0,0254	— 0,00813	0,00633
5	0,00793	0,0205	0,01084	0,00426	0,00000
6	0,00000	- 0,01687	0,00000	0,00423	— 0,00187
7	— 0,00522	0,01048	0,00378	0,00118	0,00000
8	— 0,00840	- 0,00430	0,00316	0,00080	0,00079
9	— 0,00992	0,00000	0,00141	0,00125	0,00000
10	— 0,01028	0,00212	0,00000	0,00050	0,00041
11	- 0,00966	0,00258	- 0,00079	0,00037	0,00000
12	— 0,00847	0,00211	— 0,00094	0,00053	0,00023
13	— 0,00693	0,00134	0,00055	0,00020	
14	0,00525	0,00058	0,00000	0,00016	
15	— 0,00362	0,00000	0,00036	- 0,00027	
16	— 0,00216	0,00040	0,00040	0,00011	
17	— 0,00094	- 0,00061			
18	0,00000	— 0,00063			
19	0,00061	- 0,00048			
20	0,00106	— 0,00025			
21	9.00126	0,00000			
22	0,00129	0,00018			
23	0,00121	0,00027			
24	0,00106	0,00026			
$\sum_{25,27}^{47}$	0,00052				
$\sum_{26,28}^{48}$	- 0,00026				
$\sum_{1,3}^{\infty}$	0,173	0,114	0,078	0,050	0,000
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,059	0,005	0,023	0,038	— 0,045
$\sum_{1,2}^{\infty}$	0,232	0,119	0,055	0,012	0,045

Gleichung (35) und (36) beruhen auf der Voraussetzung, daß der die Verluste erzeugende Teil (Stator) weniger Zähne hat als der andere Teil (Rotor), an dessen Oberfläche die Verluste erzeugt werden. Diese Voraussetzung war deshalb gemacht worden, damit nicht gleichzeitig 2 Nutenschlitze des Stators über ein und demselben Rotorzahn stehen können, was die analytische Behandlung erschwert hätte. Zweifellos können jedoch Gleichung (35) und (36) mit einiger Vorsicht auch für den Fall angewandt werden, daß der Rotor die kleinere Zähnezahl besitzt. Wir haben ja früher gesehen (Kapitel 1 und Bild 8b), daß sich die Wirbelströmung im wesentlichen auf einen kleinen, dem Statorschlitz direkt gegenüberliegenden Bereich zusammendrängt. Sind also die Feldeinsattelungen genügend scharf und genügend



Tabelle 5. Die 4 Summanden der Reihe $\Sigma r o'$, die Reihe $\Sigma r o'$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\left(1 - \frac{2\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right) \cdot (\Sigma r o')_1$	0,573	0,454	0,338	0,222	0,000
$\frac{\sigma_1}{2\tau_{z2}'} \cdot (\Sigma r o')_2$	0,118	0,178	0,218	0,243	0,267
$\frac{2\sigma_1}{\tau_{z2}'} \cdot (\Sigma r o')_3$	0,087	0,136	0,172	0,198	0,230
$-\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \cdot (\Sigma r o')_4$	— 0,019	— 0,020	— 0,014	— 0,004	0,022
$\Sigma r o'$	0,759	0,748	0,714	0,659	0,519
Beitrag der 1. Harmon.	0,070	0,156	0,240	0,307	0,350
Beitrag der 2. Harmon.	0,055	0,134	0,189	0,198	0,126

weit voneinander entfernt $\left(\frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z1}} \text{ klein}\right)$, so beeinflussen sich die von benachbarten Statorzähnen erzeugten Wirbelströmungen nur wenig. Gleichung (35) und (36) bleiben dann anwendbar, auch wenn die Statornutenzahl die des Rotors übertrifft.

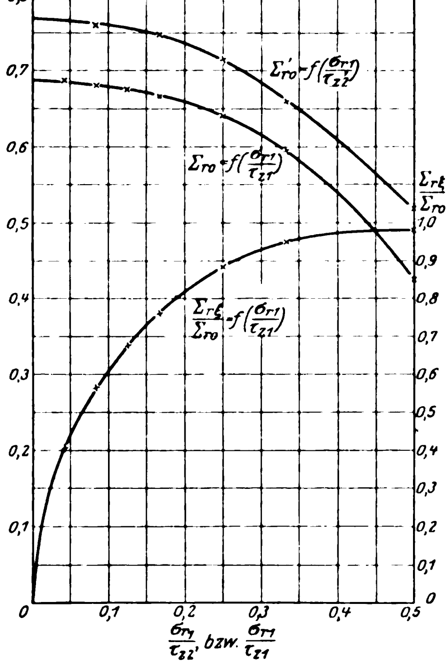


Bild 18. Zur Berechnung der Oberflächenreluktanzverluste des Nutenankers.

Kapitel 4. Fortsetzung und Kontrolle der Rechnungen für den Nutenanker nach allgemeineren Methoden.

A. Analytische Methode.

Wenngleich die Rechnungen des vorigen Kapitels in den meisten Fällen die Oberflächenreluktanzverluste des Nutenankers mit genügender Sicherheit zu bestimmen gestatten, will ich doch in diesem Kapitel noch eine andere analytische Methode entwickeln. Daß ich sie erst an zweiter Stelle behandle hat seinen Grund darin, daß sie im allgemeinen komplizierter ist als die im vorigen Kapitel mit geteilten Rechnungen. Auf der anderen Seite hat sie den Vorzug allgemeinerer Gültigkeit, d. h. sie behält denselben Grad von Genauigkeit auch in den Fällen, in welchen die Rechnungen des vorigen Kapitels ungenau werden, wie bei der Berücksichtigung des Skineffektes und der Berechnung der Oberflächen-Reluktanzverluste in demjenigen Teil (Stator oder Rotor), welcher die geringere Nutenzahl besitzt.

Diese allgemein anwendbare Methode knüpft an die Rechnungen des zweiten Kapitels für den glatten Anker an. Wir können hiernach ein Gleichfeld mit äquidistanten, durch die (Stator-) Nuten bedingten Einsattelungen durch eine Fouriersche Reihe

$$B = \sum B_k \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} (x - v t) \tag{37}$$

wiedergeben (Bild 19). Dabei ist

$$B_k = B_{r\,1} \frac{\Delta'}{\Delta} \cdot 2 \frac{\sigma_{r\,1}}{\tau_{z\,1}} \left(\frac{\sin k \pi \frac{\sigma_{r\,1}}{\tau_{z\,1}}}{k \pi \frac{\sigma_{r\,1}}{\tau_{z\,1}}} \right)^2 \tag{23}$$

die Amplitude der k^{ten} Harmonischen und

$$v = \nu_z \tau_{z\,1} = \frac{\omega}{2\pi} \tau_{z\,1},$$

die für alle Harmonische gemeinsame Relativgeschwindigkeit gegen den induzierten Teil (Rotor). Jede Oberwelle „k" ist ein Drehfeld, das wir in 2 Wechselfelder

$$B_k \sin k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x \sin k \omega t + B_k \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x \cos k \omega t \tag{38}$$

zerlegen können (Bild 19a). Was diese Wechselfelder für die analytische Behandlung geeignet macht, ist, daß sie mit der Periodenzahl $k \nu_z$ nach einem Sinus-Gesetz

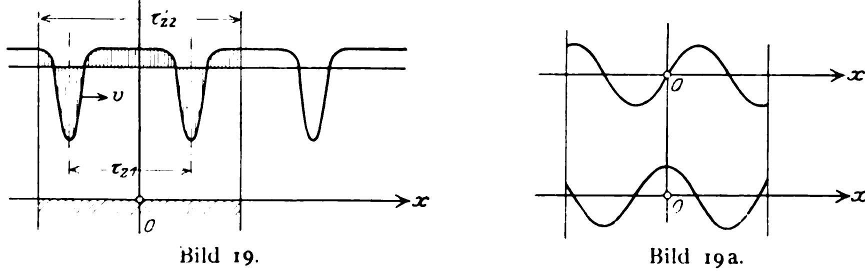


Bild 19. Bild 19a.

Zur Berechnung der Oberflächen-Reluktanzverluste in Nutenankern.

der Zeit pulsieren. Daß sie räumlich sinusförmig verteilt sind, ist kein besonderer Vorteil, da ihre Wellenlänge $\frac{\tau_{z\,1}}{k}$ doch nicht zur Breite $\tau_{z\,2}'$ der Rotorzahnkronen (Gleichung (28) paßt. Was daher die räumliche Verteilung betrifft, so müssen wir diese erst an die Grenzbedingungen anpassen, was durch folgende Reihenentwicklungen geschieht:

$$\left.\begin{aligned} \sin k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x &= \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \sin n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4\alpha \cos \alpha \frac{\pi}{2}}{(n^2 - \alpha^2)\pi} \sin n \frac{\pi}{\tau_{z\,2}'} x \\ \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x &= \sum_{n=2,4,6}^{\infty} - \cos n \frac{\pi}{2} \cdot \frac{4\alpha \sin \alpha \frac{\pi}{2}}{(n^2 - \alpha^2)\pi} \cos n \frac{\pi}{\tau_{z\,2}'} x \end{aligned}\right\} \tag{39}$$

mit

$$\alpha = k \cdot \frac{2\tau_{z\,2}'}{\tau_{z\,1}}. \tag{39a}$$

Die Gleichungen versagen für $\alpha = n$. Hierfür ist natürlich

$$\sin k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x = \sin n \frac{\pi}{\tau_{z\,2}'} x$$

bzw.

$$\cos k \frac{2\pi}{\tau_{z\,1}} x = \cos n \frac{\pi}{\tau_{z\,2}'} x,$$

d. h. die Reihe schrumpft in **ein** Glied zusammen.

Gemäß Gleichung (12) erhält man für die Wirbelstromverluste eines Drehfeldes B_k ohne Berücksichtigung des Skineffektes:



$$\left.\begin{aligned}\frac{P_{k_2}{}^{Watt}}{O_2'{}^{cm^2}} &= \frac{1}{2^*}\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\tau_{z_2}'\left(\frac{k\,\nu_z}{1000}\cdot\frac{B_k}{1000}\cdot\Delta\right)^2\cdot\left[\sum_{n=1,3,5}^{\infty}\frac{16\,\alpha^2\cos^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n\,(n^2-\alpha^2)^2\,\pi^2}+\right.\\ &\left.\qquad+\sum_{n=2,4,6}^{\infty}\frac{16\,\alpha^2\sin^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n\,(n^2-\alpha^2)^2\,\pi^2}\right]\\ &= \frac{1}{2^*}\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6}\right)\cdot k\,\tau_{z_1}\left(\frac{\nu_z}{1000}\cdot\frac{B_k}{1000}\cdot\Delta\right)^2\cdot\sum_\alpha\end{aligned}\right\}\qquad(40)$$

mit

$$\sum_\alpha=\frac{8\,\alpha^3}{\pi^2}\left[\sum_{n=1,3,5}^{\infty}\frac{\cos^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n\,(n^2-\alpha^2)^2}+\sum_{n=2,4,6}^{\infty}\frac{\sin^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n\,(n^2-\alpha^2)^2}\right].\qquad(40\text{a})$$

Für den Ausnahmefall $\alpha = n$ verschwindet eine der beiden Reihen und liefert statt dessen:

$$\left.\begin{aligned}a = n \text{ ungerade: } \sum_\alpha &= 0{,}5+\frac{8\alpha^3}{\pi^2}\sum_{n=2,4,6}^{\infty}\frac{1}{n\,(n^2-a^2)^2}\\ a = n \text{ gerade: } \sum_\alpha &= 0{,}5+\frac{8\,\alpha^3}{\pi^2}\sum_{n=1,3,5}^{\infty}\frac{1}{n\,(n^2-\alpha^2)^2}\end{aligned}\right|\qquad(40\text{b})$$

Schließlich kann man noch den Skineffekt berücksichtigen, in dem man die Verluste jedes Oberfeldes „k" für welches,

$$\xi_k=\sqrt{k}\cdot\xi=\sqrt{k}\cdot 2\,\pi\,\Delta\sqrt{\nu_z\,\mu\,\lambda\cdot 10^{-5}}$$

größer als 3 ausfällt mit dem Reduktionsfaktor

$$\frac{3}{\sqrt{k}\cdot\xi}$$

multipliziert. Also:

$$\frac{P_{k_2}{}^{Watt}}{O_2'{}^{cm^2}}=\frac{1}{2^*}\cdot\frac{3}{\xi}\cdot\left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\sqrt{k}\,\tau_{z_1}\left(\frac{\nu_z}{1000}\cdot\frac{B_k}{1000}\cdot\Delta\right)^2\cdot\sum_\alpha\qquad(41)$$

Führt man diese Summierung nicht nur nach n, sondern auch nach k durch, so erhält man die gesamten Oberflächen-Reluktanzverluste in den Zahnkronen des Rotors. Es ist die Notwendigkeit dieser doppelten Summierung, welche diese Methode im allgemeinen gegenüber den Rechnungen des vorigen Kapitels weniger geeignet erscheinen läßt. Indessen hat sie den Vorteil, daß sie frei von Annahmen über das Verhältnis der Zähnezahlen ist, und daß sie den Skineffekt mit aller wünschenswerten Genauigkeit zu berücksichtigen erlaubt. Auch ist sie frei von einer Voraussetzung über die Form des Statorfeldes, welches die Rotoroberflächenverluste erzeugt und gilt daher ganz allgemein, nicht nur für die Berechnung der Reluktanz-, sondern auch der Treppenverluste.

Ich will die gewonnenen Formeln benützen um eine allgemeine Folgerung bezüglich des Einflusses der Rotornutung zu ziehen: Würde man in den Gleichungen 40 und 41 $\Sigma_\alpha = 1$ setzen, so erhielte man die für den glatten Anker gültigen Gesetze. Die Reihe Σ_α gibt somit für jeden einzelnen Oberton „k" den Einfluß der Rotornung auf die Wirbelstromverluste an. In Tabelle 6 habe ich die Reihe für einige Werte von α zwischen 0 und 10 berechnet und in Bild 20 aufgetragen. Hat der Rotor doppelt soviele Nuten als der Stator (ein größeres Verhältnis kommt praktisch kaum vor), so ist für die Grundwelle ($k = 1$) ungefähr $\alpha = 1$ und somit für die ganze Wellenskala:



$$k = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \ldots$$
$$\alpha = 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \ldots$$

Aus Bild 20 entnimmt man, daß für diesen Fall der Grundton dem Nutenanker ungefähr halb so große Oberflächenverluste induziert wie dem glatten Anker. Allein jede Welle, für die $\alpha > 1{,}4$, oder anders ausgedrückt jedes Drehfeld, dessen Wellenlänge $\frac{\tau_{z1}}{k}$ kleiner ist als $1{,}4\,\tau_{z_2}'$ erzeugt im genuteten Anker größere Verluste als im ungenuteten. Am größten ist diese Verlusterhöhung für

$$\alpha = 2 \quad 4 \quad 6 \ldots$$

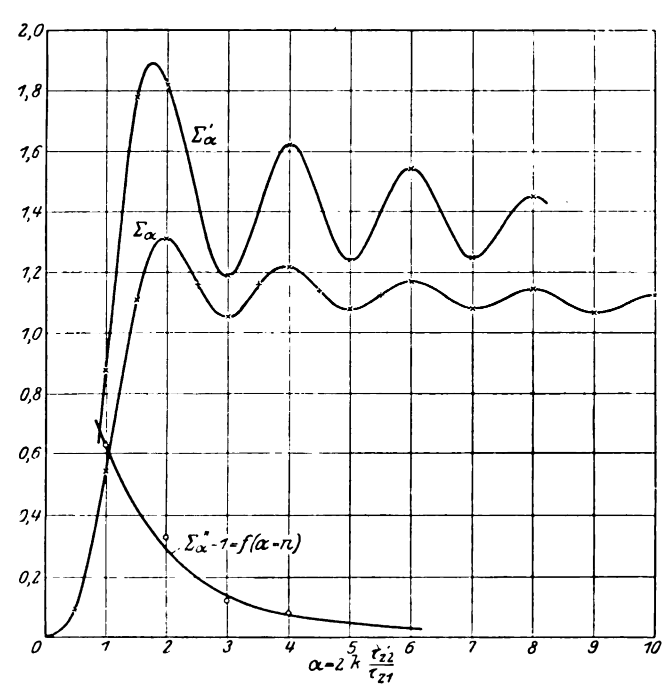


Bild 20. Darstellung der Reihe

$$\sum_\alpha = \frac{8\,a^3}{\pi^2}\left[\sum_{1,3}^{\infty} \frac{\cos^2 \alpha \frac{\pi}{2}}{n\,(n^2 - a^2)^2} + \sum_{2,4}^{\infty} \frac{\sin^2 \alpha \frac{\pi}{2}}{n\,(n^2 - a^2)^2}\right]$$

für offene Nuten und der Reihen Σ'_α und Σ''_α für halbgeschlossene Nuten.

d. h. für

$$\frac{\tau_{z1}}{k} = \tau_{z_2}', \quad \frac{\tau_{z2}'}{2} \quad \frac{\tau_{z2}'}{3} \ldots$$

wo sie

$$\Sigma_\alpha = 1{,}31 \quad 1{,}22 \quad 1{,}17$$

beträgt. Am kleinsten ist sie für die Zwischenwerte

$$\alpha = 3 \quad 5 \quad 7$$

wo sie

$$\Sigma_\alpha = 1{,}05 \quad 1{,}08 \quad 1{,}08$$

beträgt. Für hohe Oberwellen (α groß) pendelt Σ_α um einen Mittelwert 1,1 und dies erklärt, weshalb bei scharfen Einsattelungen $\left(\frac{\sigma_{r1}}{\tau_{r1}} \text{ klein}\right)$ die Verluste des Nutenankers ungefähr 10% höher liegen als die des glatten Ankers.



$$\text{Tabelle 6.}\quad \sum_{\alpha} = \frac{8\alpha^3}{\pi^2}\left[\sum_{1,3}^{\infty}\frac{\cos^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n(n^2-\alpha^2)^2} + \sum_{2,4}^{\infty}\frac{\sin^2\alpha\frac{\pi}{2}}{n(n^2-\alpha^2)^2}\right],$$

$$\alpha = 0{,}5,\ 1{,}5,\ 2{,}5 \cdots \sum_{\alpha} = \frac{4\alpha^3}{\pi^2}\cdot\sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{1}{n(n^2-\alpha^2)^2}\right) = \frac{4\alpha^3}{\pi^2}\sum_{1,2}(A_n),$$

$$\alpha = 1,\ 3,\ 5 \cdots \sum_{\alpha} = \frac{8\alpha^3}{\pi^2}\sum_{2,4}^{\infty}\left(\frac{1}{n(n^2-\alpha^2)^2}\right) + 0{,}5 = \frac{8\alpha^3}{\pi^2}\sum_{2,4}(A_n) + 0{,}5,$$

$$\alpha = 2,\ 4,\ 6 \ldots \sum_{\alpha} = \frac{8\alpha^3}{\pi^2}\sum_{1,3}^{\infty}\left(\frac{1}{n(n^2-\alpha^2)^2}\right) + 0{,}5 = \frac{8\alpha^3}{\pi^2}\sum_{1,3}(A_n) + 0{,}5.$$

α	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
A_n für n = 1	1,780	0,640	0,0362	0,00790	0,00270	0,001175
2	0,0355	0,1635	0,0988	0,00746	0,001893	0,000727
3	0,00435	0,00733	0,0441	0,03145	0,00264	0,000736
4	0,00101	0,00132	0,00263	0,01778	0,01384	0,001232
5	0,000311	0,000386	0,000568	0,00123	0,00885	0,00724
6	0,000130	0,000146	0,000188	0,000296	0,00067	0,00505
7	0,0000602	0,0000652	0,000078	0,000106	0,000172	0,000406
8	0,0000307	0,0000327	0,000039	0,000047	0,000065	0,000110
9					0,000030	0,000030
$\sum_{1,2} A_n$	1,822	0,813	0,1826	0,0663	0,03086	0,016706
Σ_α	0,0925	1,11	1,16	1,16	1,14	1,125

α	1	3	5	7	9	
A_n für n = 2	0,05555	0,02000	0,001135	0,000247	0,0000843	
4	0,00111	0,00510	0,00309	0,000229	0,0000590	
6	0,000136	0,000228	0,001378	0,000985	0,0000822	
8	0,0000315	0,0000413	0,0000822	0,000555	0,0004330	
10	0,0000102		0,0000178	0,0000385	0,0002770	
12	0,0000041			0,0000092	0,0000210	
14					0,0000054	
$\sum_{2,4} A_n$	0,5685	0,0254	0,00570	0,002064	0,000962	
Σ_α	0,546	1,055	1,079	1,08	1,067	

α	2	4	6	8	10	
A_n für n = 1	0,111111	0,00445	0,000815	0,000252	0,000102	
3	0,013333	0,00680	0,000457	0,0001102	0,0000402	
5	0,000453	0,00247	0,001652	0,0001318	0,0000356	
7	0,0000707	0,000131	0,000845	0,000635	0,0000530	
9	0,0000187	0,000026	0,000055	0,000384	0,000308	
11	0,0000066		0,000013	0,0000280	0,0002065	
13	0,0000028			0,0000070	0,00001615	
15					0,00000427	
$\sum_{1,3} A_n$	0,12499	0,01388	0,00384	0,00155	0,00077	
Σ_α	1,311	1,22	1,172	1,144	1,122	

B. Analytisch-graphische Methode.

Mit der im vorigen beschriebenen rein analytischen Methode wetteifert ein vorwiegend graphisches Verfahren, dessen Stärke darin liegt, daß es frei ist von jeder Annahme bezüglich der Form der Nuten. Es gestattet daher auch den Einfluß der allmählichen Verschmälerung der Zahnkronen bei halbgeschlossenen Nuten quantitativ zu erfassen und bildet so eine wertvolle Erweiterung unserer früheren Untersuchungsmethoden. Bild 21 zeigt, wie man dabei zu Wege geht.

Den Ausgangspunkt bildet Gleichung 38, welche die k^{te} Drehfeldharmonische B_k des Luftspaltfeldes in zwei Wechselfelder zerlegt. Bild 21a behandelt die erste Komponente, welche die Verteilung

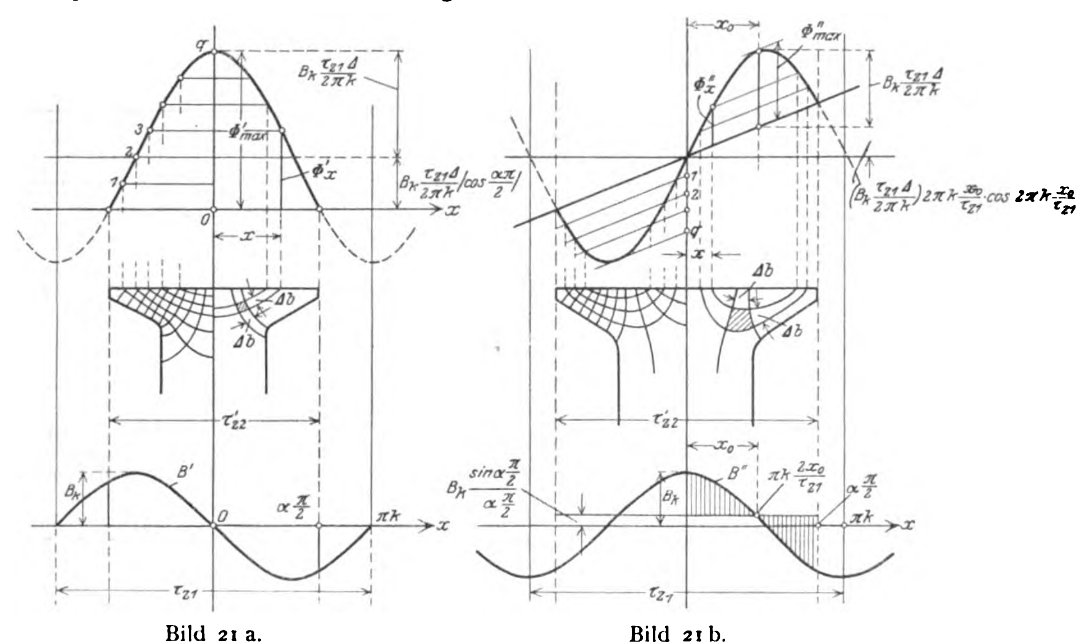


Bild 21 a. Bild 21 b.

Bild 21. Graphische Methode zur Berücksichtigung der Verschmälerung der Zahnkronen.

$$B' = -B_k \sin k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x$$

besitzt, Bild 21b die zweite Komponente von der Verteilung

$$B'' = B_k \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x$$

Über der reduzierten Zahnteilung τ_{z2}' dringen diese Felder in den Rotorzahn ein. Die Sinus-Komponente schließt sich durch die Zahnkrone, ohne in den Zahnsteg einzudringen. Von der Cosinus-Komponente ist der Mittelwert

$$B_{mitt} = B_k \frac{\sin \alpha \frac{\pi}{2}}{\alpha \frac{\pi}{2}} = B_k \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0$$

$$\left(\alpha = k \cdot \frac{2\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}\right)$$

in Abzug zu bringen, um das Zahnkronenfeld allein zu erhalten.

Aus der Feldkurve wird die ebenfalls in Bild 21 eingetragene Fluxverteilung abgeleitet. Es ergibt sich



$$\Phi_x' = \int_{-\frac{\tau_{z_1}'}{2}}^{x} B' \Delta \, d\,x = B_k \frac{\tau_{z1} \Delta}{2\pi k} \left[\cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x - \cos \alpha \frac{\pi}{2}\right]$$

mit

$$\Phi_{max}' = B_k \frac{\tau_{z1} \Delta}{2\pi k} \left[1 + \left|\cos \alpha \frac{\pi}{2}\right|\right] = B_k \frac{\tau_{z1} \Delta}{2\pi k} F_\alpha' \tag{42a}$$

bzw.

$$\Phi_x'' = \int_0^x (B'' - B_{mitt}) \Delta \, d\,x = B_k \frac{\tau_{z1}}{2\pi k} \Delta \left[\sin k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x - k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0 \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0\right]$$

mit

$$\Phi_{max}'' = B_k \frac{\tau_{z1}}{2\pi k} \Delta \left[\sin k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0 - k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0 \cos k \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x_0\right] = B_k \frac{\tau_{z1} \Delta}{2\pi k} \cdot F_\alpha'' \tag{42b}$$

* Anmerkung: Diese Trennung des sich bereits durch die Zahnkronen schließenden Feldes („Zahnkronenfeld") von dem durch die Zahnkronen in die Zahnstege übertretenden Feldes (Zahnstegfeld") ist willkürlich und in ihren Konsequenzen nicht ganz einwandfrei. Denn die Superposition der von beiden Feldern für sich allein erzeugten Verluste ist streng genommen nicht statthaft. Richtiger wäre es, die Gesamtverluste in den Zahnkronen aus dem Kraftlinienbilde des resultierenden Wechselfeldes zu bestimmen, und zwar ebenfalls nach der im folgenden beschriebenen Methode. Doch bilden die Verluste des Zahnstegfeldes in den Zahnkronen einen so geringen Teil der Gesamtverluste des Zahnstegfeldes, daß eine kleine Ungenauigkeit in diesem Punkte im Interesse der Übersichtlichkeit der Darstellung in Kauf genommen werden kann.

Nun wird Φ_{max} in q gleiche Teile geteilt und die in gleicher Höhe gelegenen Punkte der Fluxkurven werden auf die Zahnkrone projiziert. Diese Punkte bestimmen dann die Begrenzungslinien ebensovieler Kraftröhren, welche alle den gleichen Flux

$$\Delta \Phi = \frac{\Phi_{max}}{q} = \frac{B_k}{k} \frac{\tau_{z1} \Delta}{2\pi q} \cdot F_\alpha$$

führen. Von ihnen ausgehend ist die Induktionsströmung nach den bekannten Gesetzen für das Entwerfen von Potentialströmungen (μ = konst) aufgezeichnet. Die Kraftlinien und Niveaulinien bilden kleine Quadrate von der Fläche $(\Delta b)^2$, und die Kontrolle für die Richtigkeit der Zeichnung besteht eben darin, dass überall wirklich quadratähnliche Maschen erhalten werden.

Die Induktion B pulsiert sinusförmig mit der Periodenzahl $v_z \cdot k$. Die Wirbelstromverluste eines Volumenelementes $\Delta \cdot (\Delta b)^2$ betragen daher bei Vernachlässigung des Skineffektes:

$$\Delta P = \left(\pi^2 \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left(\frac{\nu_z k}{1000} \cdot \frac{B}{1000} \Delta\right)^2 \cdot \Delta (\Delta b)^2$$

Nun ist aber

$$B \cdot \Delta b \cdot \Delta = \Delta \Phi$$

also

$$\Delta P = \left(\pi^2 \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left(\frac{\nu_z k}{1000} \cdot \frac{\Delta \Phi}{1000}\right)^2 \cdot \Delta.$$

Das heißt: Die Wirbelstromverluste jedes der kleinen Volumenelemente, in die wir das Zahnblech eingeteilt haben, sind untereinander gleich. Wir brauchen daher nur die Anzahl N der Quadrate für die eine Hälfte der Zahnkrone zu zählen und finden so für die spezifischen Verluste:

$$\frac{P_2}{O_2'} = \frac{P}{\tau_{z2}' \Delta} = 2\,N \cdot \left(\pi^2 \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left[\frac{\nu_z}{1000} \cdot \frac{B_k}{1000} \cdot \frac{\tau_{z1}}{2\pi q} \cdot \Delta \cdot F_\alpha\right]^2 \cdot \frac{1}{\tau_{z2}'}$$

$$= \frac{N}{2\,q^2} \cdot \left(\frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left[\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_k}{1000} \cdot \Delta\right]^2 \cdot \frac{F_\alpha^2}{\tau_{z2}'}$$

und für beide Felder B′ und B″ zusammen

$$\frac{P_{k_2}}{O_2'} = \left(\frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{1}{2\,\tau_{z_2}'} \cdot \left[\frac{v}{1000}\,\frac{B_k}{1000}\,\Delta\right]^2 \left(\frac{N'}{(q')^2} \cdot F_\alpha'^2 + \frac{N''}{(q'')^2} \cdot F_\alpha''^2\right)$$

Dieses Resultat vergleichen wir mit dem entsprechenden Ausdruck für den glatten Anker, nämlich:

$$\frac{P_{k_2}}{O_2} = \left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{k}{\tau_{z\,1}} \left[\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_k}{1000} \cdot \Delta\right]^2.$$

Das Verhältnis Σ_α' des vorigen zu diesem Werte zeigt also an, in welchem Maße die spezifischen Oberflächenverluste der k^{ten} Drehfeldharmonischen durch die Untersuchung erhöht werden. Hierfür ergibt sich die einfache Formel:

$$\Sigma_\alpha' = \frac{\frac{N'}{q'^2} F_\alpha'^2 + \frac{N''}{q''^2} F_\alpha''^2}{\alpha\,\frac{\pi}{2}}. \tag{43}$$

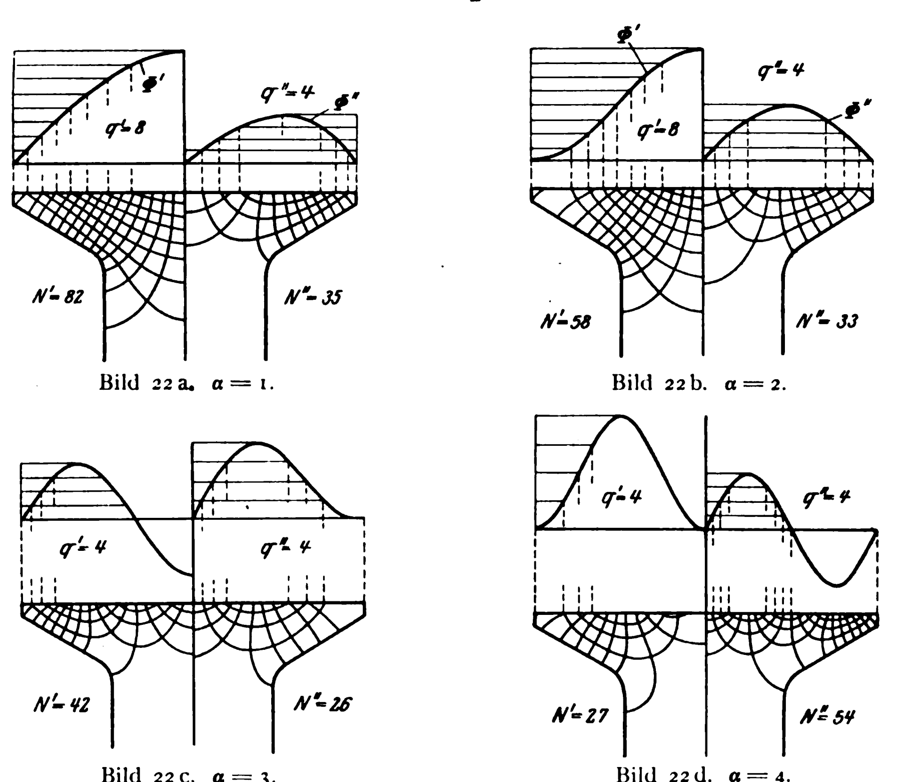


Bild 22a. $\alpha = 1$.

Bild 22b. $\alpha = 2$.

Bild 22c. $\alpha = 3$.

Bild 22d. $\alpha = 4$.

Bild 22. Verteilung der Induktion in den Zahnkronen.

Um einen Überblick zu gewinnen wurde die graphische Konstruktion für verschiedene Fälle ($\alpha = 1,\ 1{,}5,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$) durchgeführt und der Vergrößerungsfaktor Σ_α' nach Gleichung (43) berechnet. Bild 22 zeigt die Induktionsverteilung B' und B'' für $\alpha = 1,\ 2,\ 3,\ 4$. Der Verlustfaktor Σ_α' ist in Bild 20 eingetragen, so daß er direkt mit dem entsprechenden Werte Σ_α für konstante Zahnkronbreite ($r_{z\,2}'$) verglichen werden kann. Hiernach ist die Zunahme der Oberflächenverluste bei halbgeschlossenen Nuten infolge der größeren Zahnsättigung so erheblich, daß sie selbst bei Näherungsrechnungen nicht außer acht gelassen werden kann.

2. Abschnitt. Die Oberflächen-Treppenverluste (Wirbelstromverluste).

Die Oberflächen-Treppenverluste haben ihre Ursache in der Treppenform der Amperewindungsverteilung (Bild 5). Sie sind insofern einfacher zu behandeln als

die Oberflächen-Reluktanzverluste, als für die Treppenverluste die höheren Zahnharmonischen eine ungleich geringere Rolle spielen. Bei normalen Ausführungen ist die Grundwelle der Zahnschwingung am stärksten ausgeprägt und ihre Verluste überwiegen. Mit Rücksicht hierauf ist die Berücksichtigung des Skineffektes oft unnötig.

Andererseits werden die Treppenverluste in weit höherem Grade durch die Nutung und das Verhältnis der Nutenzahlen beeinflußt als die Reluktanzverluste, so daß die Untersuchungen in dieser Hinsicht weiter ausgedehnt werden müssen. Dabei kommen uns die Rechnungen des 4. Kapitels des vorigen Abschnittes zu gute, die ja ganz allgemein für Oberflächenverluste irgend welcher Art gelten.

Bei Belastung sind die Treppenverluste in den Zahnkronen von gleicher Größenordnung wie die Verluste in den Zahnstegen und daraus erhellt ohne weiteres, daß die Kenntnis ihrer Gesetzmäßigkeiten von großer Bedeutung ist.

Kapitel 1. Genauere Rechnung für den glatten Anker.

In dem einleitenden Abschnitt zum ersten Teile haben wir die Superposition der Treppen- und Reluktanzverluste beim glatten Anker untersucht. Wir gelangten dabei zu einer Näherungsformel für die Treppenverluste zweier Zahnoberfelder von den Ordnungszahlen

$$m = n q_0 \mp 1,$$

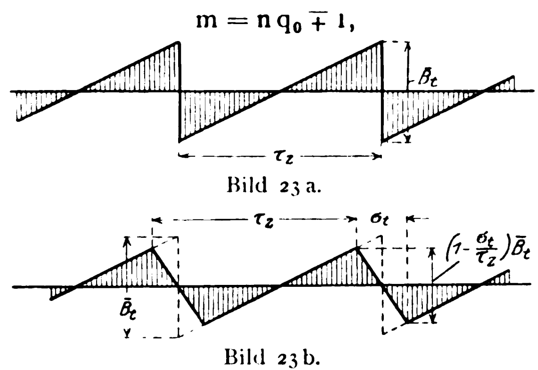


Bild 23. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste beim glatten Anker.

die in Gleichung (13) enthalten ist, und die wir in folgender Form schreiben können:

$$\frac{P_{tn}{}^{\mathrm{Watt}}}{O^{\mathrm{cm}^2}} = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6} \cdot 10^{-12}\right) \cdot \frac{n}{\tau_z} \left(v \cdot \frac{\bar{B}_t}{\pi n} \cdot \Delta'\right)^2 \qquad (13\,b)$$

mit

$$\bar{B}_t = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta}\, J\, \sqrt{2}\, \frac{n_s f_1}{a}. \qquad (9)$$

Nun ist aber $\frac{\bar{B}_t}{\pi n}$ nichts anderes als die Amplitude der n^{ten} Oberwelle einer sägezahnförmigen Kurve nach Bild 23a von der konstanten Zahntiefe $\bar{B}_t$ und der Zahnbreite τ_z. Vergleichen wir außerdem Gleichung (13b) und Gleichung (12), so erkennen wir, daß die wirklichen Treppenverluste gerade halb so groß sind, wie sie dem sägezahnförmigen Felde nach Bild 23a entsprechen würden. Auf der Kenntnis dieses Zusammenhanges, auf den der Faktor $\frac{1}{2^*}$ aufmerksam macht, beruhen alle Rechnungen, die wir in diesem Abschnitt durchzuführen haben.

Gleichung (13b) und Bild 23a sind indessen insofern noch zu ungenau, als die Front des Sägezahnes in Wirklichkeit nicht senkrecht, sondern schräge ist. Wie wir bei der Berechnung der Zahnpulsationsverluste näher ausführen werden, ist das Verhältnis dieser Schrägung zur Schlitzbreite für

$$\frac{b_s}{\delta} = 2 \text{ bis } 10$$

ziemlich konstant und beträgt ungefähr (Bild 23b)

$$\sigma_t = 1{,}4\, b_s. \tag{44}$$

Genauere Werte sind Bild 24 zu entnehmen. Diese Schrägung vermindert die Treppenverluste erheblich, da nun die Amplitude der n^{ten} Harmonischen des Sägezahnes im Verhältnis

$$f_{\sigma n} = \frac{\sin n\pi \frac{\sigma_t}{\tau_z}}{n\pi \frac{\sigma_t}{\tau_z}}, \tag{45}$$

kleiner ausfällt als in Gleichung (13b) angenommen. Die Summe der Treppenverluste beim glatten Anker beträgt daher nur (bei Vernachlässigung des Skineffektes)

$$\frac{P_t^{Watt}}{O^{cm\,2}} = \frac{1}{2^*}\left(\frac{1}{2\pi}\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\frac{1}{\tau_z}\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{\bar{B}_t}{1000}\cdot\Delta'\right)^2\cdot\Sigma_{t\,0} \tag{46}$$

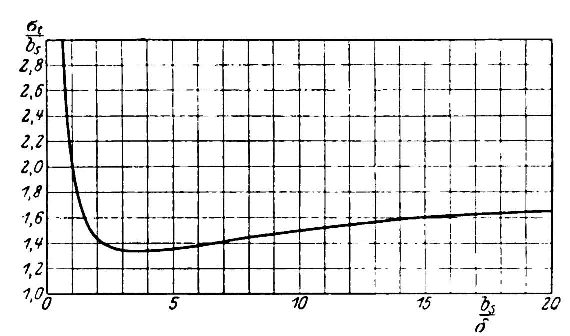


Bild 24. Das Schrägungsverhältnis $\frac{\delta_t}{b_s}$.

mit

$$\sum_{t\,0} = \sum_{1,2,3}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\pi \frac{\sigma_t}{\tau_z}}{\left(n\pi\frac{\sigma_t}{\tau_z}\right)^3}\,\pi\frac{\sigma_t}{\tau_z}\right). \tag{46a}$$

Den Skineffekt berücksichtigt man, indem man jedes Reihenglied, für welches

$$\xi_n = \xi\sqrt{n} > 3$$

erhalten wird mit

$$f_w = \frac{3}{\xi_n} = \frac{3}{\xi\sqrt{n}}$$

multipliziert. Ist bereits $\xi \geqq 3$, so ergibt sich die Lösung:

$$\left.\begin{aligned}\frac{P_t^{Watt}}{O^{cm\,2}} &= \frac{1}{2^*}\cdot\frac{3}{\xi}\left(\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\frac{1}{\tau_z}\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{\bar{B}_t}{1000}\cdot\Delta'\right)^2\cdot\sum_{t\,\xi}\\ &= \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{10}{8\pi^2}\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}\right)\frac{1}{\sqrt{\tau_z}}\left[\left(\frac{v}{1000}\right)^{1,5}\left(\frac{\bar{B}_t}{1000}\right)^2\frac{\Delta'^2}{\Delta}\right]\sum_{t\,\xi}\end{aligned}\right\} \tag{47}$$

mit

$$\sum_{t\,\xi} = \sum_{1,2,3}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\pi\frac{\sigma_t}{\tau_z}}{\sqrt{n}\left(n\pi\frac{\sigma_t}{\tau_z}\right)^3}\,\pi\frac{\sigma_t}{\tau_z}\right). \tag{47a}$$

Tabelle 7. $\sum_{t_0} = \sum_{1,2,3}^{\infty} \left(\frac{\sin^2 n \pi \frac{\sigma}{\tau_z}}{\left(n \pi \frac{\sigma}{\tau_z}\right)^3} \pi \frac{\sigma}{\tau_z} \right).$

$\frac{\sigma}{\tau_z}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,995	0,977	0,950	0,913	0,812	0,684	0,406
2	0,488	0,456	0,406	0,341	0,203	0,0855	0,00000
3	0,317	0,2705	0,205	0,135	0,0301	0,00000	0,0150
4	0,2285	0,1710	0,1014	0,0428	0,00000	0,01069	0,00000
5	0,1733	0,1045	0,0442	0,00730	0,00648	0,00547	0,00325
6	0,1350	0,0676	0,0150	0,00000	0,00750	0,00000	0,00000
7	0,1072	0,0398	0,00276	0,00226	0,00236	0,00199	0,00118
8	0,0855	0,0214	0,00000	0,00533	0,00000	0,00134	0,00000
9	0,0687	0,01000	0,00130	0,00502	0,00113	0,00000	0,00056
10	0,0545	0,00365	0,00325	0,00274	0,00162	0,00068	0,00000
11	0,0432	0,00074	0,00416	0,00069	0,00061	0,00051	0,00003
12	0,0338	0,00000	0,00376	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
13	0,0262	0,00045	0,00252	0,00042	0,00037		
14	0,0199	0,00133	0,00118	0,00100	0,00059		
15	0,0147	0,00217	0,00028	0,00108	0,00024		
16	0,0107	0,00267	0,00000	0,00067	0,00000		
17	0,00752	0,00279					
18	0,00500	0,00249					
19	0,00316	0,00205					
20	0,00183	0,00137					
21	0,00093	0,00079					
22	0,00037	0,00034					
23	0,00008	0,00008					
24	0,00000	0,00000					
$\sum_{25,27}^{47}$	0,00833						
$\sum_{26,28}^{48}$	000820						
$\sum_{1,3}^{\infty}$	1,758	1,411	1,210	1,065	0,853	0,692	0,426
$\sum_{2,4}^{\infty}$	1,063	0,728	0,531	0,394	0,213	0,098	0,000
$\sum_{1,2}^{\infty}$	2,821	2,139	1,741	1,459	1,066	0,790	0,426
$\sum_{5,6}^{\infty}$	0,793	0,265	0,079	0,027	0,021	0,010	0,005

Die beiden unendlichen Reihen sind in Tabelle 7 und 8 mit Rechenschiebergenauigkeit ausgerechnet und in Bild 25 als Funktion des Verhältnisses $\frac{\sigma_t}{\tau_z}$ aufgetragen. Wir sehen, daß mit Rücksicht auf die Treppenverluste große Verhältnisse $\frac{\sigma_t}{\tau_z}$ erwünscht wären, während die Rücksicht auf die Reluktanzverluste zu kleinen Verhältnissen $\frac{\sigma_r}{\tau_z}$ führt. Führt man, wie häufig,

Tabelle 8. $\frac{1}{\sqrt{\pi\frac{\sigma}{\tau_z}}} \cdot \sum_{t\xi} = \sum_{1,2,3}^{\infty} \left(\frac{\sin^2 n\pi\frac{\sigma}{\tau_z}}{\left(n\pi\frac{\sigma}{\tau_z}\right)^{3,5}} \cdot \pi\frac{\sigma}{\tau_z} \right).$

$\frac{\sigma}{\tau_z}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	2,750	1,910	1,515	1,260	0,917	0,670	0,324
2	0,954	0,629	0,458	0,333	0,162	0,0591	0,000
3	0,506	0,3055	0,189	0,1077	0,0196	0,0000	0,0069
4	0,316	0,1675	0,0809	0,02955	0,00000	0,00523	0,0000
5	0,214	0,0913	0,0316	0,00451	0,00327	0,00240	0,00116
6	0,1525	0,0540	0,00980	0,00000	0,00346	0,00000	0,00000
7	0,1120	0,0295	0,00166	0,00139	0,00101	0,00074	0,00036
8	0,0836	0,01485	0,00000	0,00261	0,00000	0,00046	0,00000
9	0,0633	0,00652	0,00069	0,00231	0,00043	0,00000	0,00015
10	0 0477	0,00226	0,00164	0,00120	0,00058	0,00021	0,00000
11	0,0361	0,00044	0,00200	0,00029	0,00021	0,00015	0,00001
12	0,0270	0,00000	0,00173	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
13	0,0201	0,00024	0,00111	0,00016			
14	0,01473	0,00070	0,00050	0,00037			
15	0,0105	0,00110	0,00012	0,00037			
16	0,00740	0,00131	0,00000	0,00021			
17	0,00504	0,00133					
18	0,00326	0,00115					
19	0,00200	0,00092					
20	0,00113	0,00060					
21	0,00056	0,00034					
22	0,00022	0,00014					
23	0,00005	0,00003					
24	0,00000	0,00000					
$\sum_{25}^{48}$	0,00786						
$\frac{1}{\sqrt{\pi\frac{\sigma}{\tau_z}}} \sum_{t\xi}$	5,334	3,219	2,294	1,744	1,108	0,738	0,333
$\sum_{1}^{\infty}{}_{t\xi}$	1,925	1,634	1,433	1,260	0,977	0,755	0,417
$\sum_{5}^{\infty}{}_{t\xi}$	0,292	0,106	0,032	0,010	0,008	0 004	0,002

$$b_s = 0,1\,\tau_z$$

aus, so wird für die Treppenverluste

$$\frac{\sigma_t}{\tau_z} = 0,14$$

und somit

$$\Sigma_{t0} = 1,62, \quad \Sigma_{t\xi} = 1,38.$$

Daß dies sehr hohe Werte sind, erkennt man am besten, wenn man die Oberflächentreppenverluste mit den normalen Wirbelstromverlusten P_0 im Ankerrücken vergleicht. Hierfür ergibt sich bei Vernachlässigung des Skineffektes:

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot q_0 \cdot \left(\frac{B_t}{B_g'}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \Sigma_{t0} \tag{48}$$

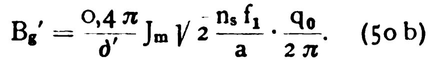
bzw. unter Berücksichtigung des Skineffektes für $\xi \geqq 3$

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \frac{3}{\xi} \cdot q_0 \left(\frac{\overline{B}_t}{B_g'}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \Sigma_{t\xi} \tag{49}$$

(bezüglich η_w siehe Bild 14). Ferner beträgt nach Gleichung (9) die maximale Höhe der Feldtreppen bei einem wirksamen Luftspalt δ_t

$$\overline{B}_t = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} \cdot \sqrt{2}\,\frac{n_s f_1}{a}. \tag{50a}$$

Dagegen berechnet sich das synchrone Drehfeld B_g' aus dem Magnetisierungsstrom J_m und dem wirksamen Ersatzluftspalt δ' zu:



$$B_g' = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta'} J_m \sqrt{2}\,\frac{n_s f_1}{a} \cdot \frac{q_0}{2\pi}. \tag{50b}$$

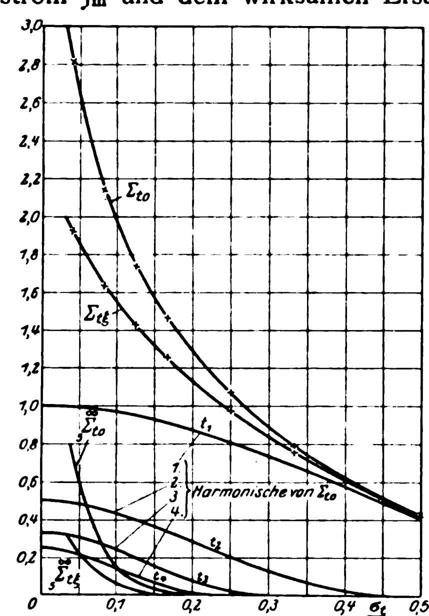


Bild 25. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des glatten Ankers.

(nte Harmonische von $\Sigma_{t\xi} = \frac{1}{\sqrt{n}} \times$ nte Harmonische von Σ_{to}).

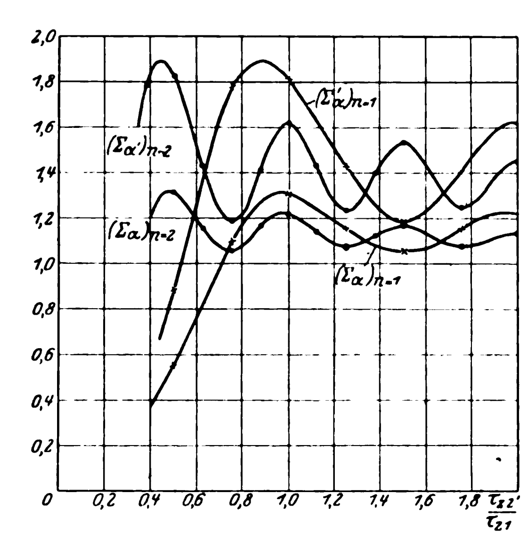


Bild 26. Oberflächenverluste der Grundwelle ($n = 1$) und 2ten Harmonischen ($n = 2$) des Nutenankers im Vergleich zum glatten Anker. $\Sigma\alpha'$: Zahnkrone allmählich verschmälert (Bild 22). $\Sigma\alpha$: Breite t_{z2}' der Zahnkrone konstant.

Wir erhalten also

$$\frac{\overline{B}_t}{B_g'} = \frac{\delta'}{\delta_t} \cdot \frac{J}{J_m} \cdot \frac{2\pi}{q_0} \tag{50}$$

und indem wir dieses Verhältnis in Gleichung (48) und (49) einführen, ergibt sich bei Vernachlässigung des Skineffektes:

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{2}{q_0} \cdot \left(\frac{J}{J_m} \cdot \frac{\delta'}{\delta_t}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \Sigma_{t\,0}, \tag{48a}$$

bzw. für $\xi > 3$ unter Berücksichtigung des Skineffektes:

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{2}{q_0} \cdot \frac{3}{\xi} \cdot \left(\frac{J}{J_m} \cdot \frac{\delta'}{\delta_t}\right)^2 \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \Sigma_{t\,\xi}. \tag{49a}$$

Ich will hierin die Zahlenwerte aus unserem früheren Beispiele einsetzen (vgl. S. 54). Für einen 6 poligen Drehstrommotor mit 4 Werten pro Pol und Phase sollte sein:

$$q_0 = 24,$$

$$\frac{H}{\tau} = 0{,}3 \qquad \frac{1}{\eta_w} = 0{,}675,$$

Außerdem setzen wir

$$\frac{\sigma_t}{\tau_z} = 0{,}14, \quad \sum_{t\xi} = 1{,}38, \quad \xi = 3,$$
$$\delta' = 1{,}2\,\delta_t,$$
$$\frac{J}{J_m} = 3.$$

Dann folgt aus Gleichung (49a) für die Oberflächen-Treppenverluste in dem einen Teile (Stator oder Rotor)

$$\frac{P_t}{P_0} = \frac{2}{24} \cdot 3^2 \cdot 1{,}2^2 \cdot 0{,}675 \cdot 1{,}38 = 1{,}0.$$

Das ist ein so hoher Betrag, daß wir allen Grund haben, die Oberflächen-Treppenverluste sowohl theoretisch als experimentell aufmerksam zu studieren.

Kapitel 2. Genauere Rechnung für den Nutenanker.

Die Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste bei Nutenankern kann nach zwei grundsätzlich verschiedenen Verfahren erfolgen, entsprechend den beiden in Kapitel 3 und 4 des vorigen Abschnittes entwickelten Methoden. Wenn man Tabelle 7 für die Treppenverluste des glatten Ankers aufmerksam durchliest, erkennt man, daß für $\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} \geqq \frac{1}{8}$ mindestens 85% der gesamten Wirbelstromverluste dem Grundton [$n = 1$ in Tabelle 7 identisch mit $K = 1$ in Gleichung (37)] und dem ersten Oberton [$n = 2$ in Tabelle 7 identisch mit $K = 2$ in Gleichung (37)] zuzuschreiben sind. Man erhält daher ein treffendes Urteil über den Einfluß der Ankernutung, wenn man nach der in Kapitel 4 des vorigen Abschnittes entwickelten Methode untersucht, wie die Verluste dieser beiden Harmonischen durch die Ankernutung verändert werden.

Auf Grund der zitierten Untersuchungen wissen wir, daß selbst bei konstanter Zahnbreite ($\tau_{z2}' =$ konst) die Oberflächenverluste durch die Schlitzung der Ankeroberfläche im allgemeinen $\left(\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}} > 0{,}7\right)$ erhöht werden. Für den Grundton ($n = 1$) und die 2. Harmonische ($n = 2$) des Sägezahn-Feldes (Bild 23) kann der Vergrößerungsfaktor Σ_α aus Bild 26 zu dem Verhältnis $\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}$ abgelesen werden. Wir wissen aber auch, daß bei halbgeschlossenen Nuten die Zunahme der Oberflächenverluste gegenüber dem glatten Anker noch wesentlich größer ist, weil die allmähliche Verschmälerung der Zahnkronen die Sättigung erhöht. Für die in Bild 22 gezeichnete Nutenform kann der zugehörige Vergrößerungsfaktor Σ_α' ebenfalls aus Bild 26 entnommen werden und zwar wieder für die erste und zweite Harmonische des Sägezahnfeldes. Außerdem gebe ich in der folgenden Tabelle eine kleine Übersicht über die Größenordnung der Verlustzunahme:

$\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}$	Verluste der Grundwelle ($n = 1$) im Vergleich zum glatten Anker (nach Bild 20)	Dito bei Berücksichtigung der allmählichen Verschmälerung der Zahnkronen	Verluste der 2. Harmonischen ($n = 2$) im Vergleich zum glatten Anker (nach Bild 20)	Dito bei Berücksichtigung der allmählichen Verschmälerung der Zahnkronen
0,5	0,55	0,88	1,31	1,82
0,75	1,11	1,78	1,055	1,19
1,0	1,31	1,82	1,22	1,62
1,25	1,16	1,43	1,08	1,24
1,5	1,055	1,19	1,17	1,54
1,75	1,16	1,41	1,08	1,25
2,0	1,22	1,62	1,14	1,45



Diese Übersicht zeigt, daß bei den am häufigsten angewandten Verhältnissen der Nutenzahlen eine sehr erhebliche Vergrößerung der Oberflächenverluste durch die Ankernutung zu erwarten ist.

Nach dieser orientierenden Untersuchung gehe ich zur Besprechung der zweiten Methode über, welche die Wirkung aller Harmonischen in einer einzigen Ziffer zusammenfaßt. Sie ist der entsprechenden Methode des 3. Kapitels des vorigen Abschnittes nachgebildet, die Verschmälerung der Zahnkronen wird dabei fürs erste nicht berücksichtigt.

Diese zweite Methode ist grundverschieden von der beim glatten Anker angewandten. An Stelle des Sägezahn-Feldes lassen wir eine Treppenstufe von der Höhe B_{t1} und der Schrägung σ_{t1} über eine Zahnkrone von der Breite τ_{z2}' [Gleichung (28)] mit der Geschwindigkeit v hinweggleiten (Bild 27). Dieses Treppenfeld zerlegen wir in eine Fouriersche Reihe von den Wellenlängen $\frac{2\,\tau_{z2}'}{n}$, also

$$B_t = \sum_{1,2}^{\infty} B_n \cos n \frac{\pi}{\tau_{z2}'} x. \tag{51}$$

Bild 27. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste in Nutenankern.

Die Amplituden B_n variieren mit der Abszisse $x_0 = v\,t$ nach folgenden Gesetzen: Erstens:

$$x_0 = -\frac{\sigma_{t1}}{2} \quad \text{bis} \quad x_0 = \frac{\sigma_{t1}}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} B_n &= B_{t1} \frac{\tau_{z2}'}{\sigma_{t1}} \cdot \frac{4}{n^2 \pi^2} \sin^2 n \frac{\omega'}{2} \left(t + \frac{t_\sigma}{2}\right) \\ \frac{d B_n}{dt} &= B_{t1} \frac{v}{\sigma_{t1}} \cdot \frac{2}{n \pi} \sin n \omega' \left(t + \frac{t_\sigma}{2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

Dabei ist wie früher:

$$\omega' = 2 \pi \nu_z' = \frac{2\pi}{T'} = 2 \pi \nu_z \cdot \frac{\tau_{z1}}{2\,\tau_{z2}'}$$

und

$$t_\sigma = \frac{T'}{2} \cdot \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}.$$

Zweitens:

$$x_0 = \frac{\sigma_{t1}}{2} \quad \text{bis} \quad x_0 = \frac{\tau_{z2}'}{2}$$

$$\left.\begin{aligned} B_n &= B_{t1} \cdot \frac{2}{n \pi} \cdot \frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}}{n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}} \sin n \omega' t \\ \frac{d B_n}{dt} &= B_{t1} \frac{v}{\sigma_{t1}} \cdot \frac{4}{n \pi} \sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'} \cos n \omega' t \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

Wenn nun

$$\tau_{z1} > \tau_{z2}' + \sigma_{t1}, \tag{54}$$

so ist gleichzeitig nie mehr als eine einzige Fehltreppe im Bereich τ_{z2}' einer Zahnkrone und die Verluste können unter Vernachlässigung des Skineffektes leicht nach Ansatz (34) berechnet werden. Es ergibt sich:

$$\left(\frac{P_{t2}}{O_2'}\right)_0 = \frac{1}{2^*} \left(\frac{1}{2\pi} \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_{z1}} \left(\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_{t1}}{1000} \cdot \Delta'\right)^2 \cdot \sum_{t_0}' \tag{55}$$

mit

$$\left.\begin{aligned}\sum\nolimits_{t0}' = \sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\right)^3}\cdot\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\right) - \\ -\frac{2\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{\sin n\pi\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'} - n\pi\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\cos n\pi\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\right)^4}\cdot\pi\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\right) \\ = \left(\sum\nolimits_{t0}'\right)_1 - \frac{2\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}\left(\sum\nolimits_{t0}'\right)_2\end{aligned}\right\} \tag{55a}$$

Den Skineffekt berücksichtigen wir mit genügender Annäherung in der Weise, daß wir die Verluste des Nutenankers im selben Verhältnis reduzieren wie für den glatten Anker. Daß wir dabei den Skineffekt etwas überschätzen, spielt praktisch keine Rolle. Wir setzen also

$$\left(\frac{P_{t2}}{O_2'}\right)_\xi = \frac{1}{2^*}\cdot\frac{3}{\xi}\left(\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\frac{1}{\tau_{z1}}\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{\overline{B}_{t1}}{1000}\Delta'\right)^2\cdot\sum\nolimits_{t0}'\cdot\left(\frac{\sum_{t\xi}}{\sum_{t0}}\right). \tag{56}$$

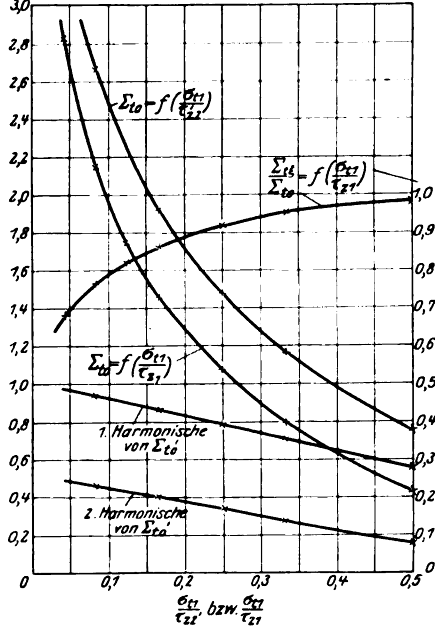


Bild 28. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des Nutenankers $\tau_{z1} > \tau_{z2} + \delta_{t1}$.

Diese Gleichung gilt für $\xi \geqq 3$. Für kleinere Werte von ξ ist mit Hilfe von Gleichung (55) und (56) eine graphische Interpolation gemäß Bild 15 zu bewerkstelligen.

Die unendliche Reihe (55a) ist in Tabelle 7, 9 und 10 ausgerechnet und in Bild 28 zusammen mit den entsprechenden Reihen Σ_{t0} und $\frac{\Sigma_{t\xi}}{\Sigma_{t0}}$ für den glatten Anker aufgetragen. Hierbei ist zu beachten, daß Σ_{t0}' eine Funktion von $\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'}$, Σ_{t0} und $\frac{\Sigma_{t\xi}}{\Sigma_{t0}}$ dagegen Funktionen von $\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}$ sind und daß gemäß Gleichung (54) $\tau_{z1} > \tau_{z2}' + \sigma_{t1}$ sein muß. Setzen wir, wie in einem früheren Zahlenbeispiel (S. 74),

$$\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} = 0{,}14,$$

so ergeben sich für den glatten Anker und den Nutenanker gleiche Verluste bei

$$\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'} = 0{,}22 \quad \text{also} \quad \frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}} = 0{,}635.$$

Für kleinere Verhältnisse $\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}$ verringert die Ankernutung die Verluste und umgekehrt bei größeren Werten von $\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}$. Dabei ist jedoch die Erhöhung der Verluste durch die Verschmälerung der Zahnkronen noch nicht berücksichtigt, was nachträglich leicht möglich ist, da in Tabelle 10 auch die Grundwelle und die 2. Harmonische der Reihe Σ_{t0}' aufgenommen sind.

Tabelle 9. $\sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{\sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} - n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\cos n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^4}\cdot\pi\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right) = (\Sigma t_0')_2.$

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
n = 1	0,333	0,327	0,316	0,301	0,259
2	0,1643	0,149	0,1295	0,1045	0,05074
3	0,1056	0,0862	0,0608	0,03375	— 0,00319
4	0,0751	0,0523	0,02535	0,00420	— 0,00632
5	0,0563	0,03075	0,00685	— 0,00486	0,00041
6	0,04315	0,01688	— 0,00159	— 0,00422	0,00187
7	0,03361	0,00774	— 0,00396	— 0,00101	— 0,00011
8	0,02615	0,00209	— 0,00316	0,00108	— 0,00080
9	0,02023	— 0,00106	— 0,00136	1,00125	0,00005
10	0,01545	— 0,00243	0,00020	0,00039	0,00041
11	0,01160	— 0,00260	0,00097	— 0,00040	— 0,00002
12	0,00847	— 0,00211	0,00094	— 0,00053	— 0,00024
13	0,00748	— 0,00131	0,00047		
14	0,00389	— 0,00050	— 0,00005		
15	0,00229	+ 0,00014	— 0,00037		
16	0,00105	0,00054	— 0,00040		
17	0,00013	0,00068			
18	— 0,00053	0,00063			
19	— 0,00097	0,00043			
20	— 9,00122	0,00019			
21	— 0,00132	— 0,00004			
22	— 0,00131	— 0,00019			
23	— 0,00122	— 0,00027			
24	— 0,00106	— 0,00026			
$\sum_{1,3}^{\infty}$	0,567	0,471	0,383	0,330	0,262
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,332	0,221	0,153	0,106	0,046
$\sum_{1,2}^{\infty}$	0,899	0,694	0,536	0,436	0,308

Tabelle 10. Die 2 Summanden der Reihe $\Sigma t_0'$, die Reihe $\Sigma t_0'$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$(\Sigma t_0')_1$	2,821	2,139	1,741	1,459	1,066
$-\frac{2\sigma_1}{\tau z_2'}(\Sigma t_0')_2$	— 0,153	— 0,231	— 0,267	— 0,291	— 0,308
$\Sigma t_0'$	2,668	1,908	1,474	1,168	0,758
Beitrag der 1. Harmonischen	0,936	0,868	0,702	0,712	0,553
Beitrag der 2. Harmonischen	0,461	0,406	0,341	0,271	0,152

Ich will noch kurz zeigen, von welcher Größenordnung diese Zunahme der Verluste sein kann. Bei der jetzigen Behandlung des Problems haben wir das Feld in den Zahnkronen in Wechselfelder verschiedener Wellenlänge von der Verteilung

$\cos n \frac{\pi}{\tau_{z2}'} x$ aufgelöst [Bild 27 und Gleichung (51)]. Die Induktionsverteilung für Grund- und Oberwellen zeigt Bild 22 und zwar durch folgende Abbildungen:

Der Grundwelle	$n = 1$	entspricht Bild	22a links	mit $\alpha = 1$,
„ 2. Harmonischen	$n = 2$	„ „	22b rechts	„ $\alpha = 2$,
„ 3. „	$n = 3$	„ „	22c links	„ $\alpha = 3$,
„ 4. „	$n = 4$	„ „	22d rechts	„ $\alpha = 4$

usw.

Es kommt also immer nur die eine Hälfte der Abbildungen in Betracht und deshalb auch nur die eine Hälfte des Vergrößerungsfaktors Σ_α' nach Gleichung (43). Mit Rücksicht hierauf setzen wir für den vorliegenden Fall mit $F_\alpha = 1$:

$$\Sigma_\alpha'' = \frac{4}{\pi \alpha} \cdot \frac{N}{9^2} \tag{43a}$$

und berechnen:

$\alpha = n =$	1	2	3	4
$\Sigma_\alpha'' =$	1,63	1,33	1,12	1,08

Mit diesen Werten sind also die Anteile der einzelnen Oberwellen in Gleichung (55), (56) bzw. Bild 28 zu multiplizieren, wenn man den Einfluß der allmählichen Verschmälerung der Zahnkrone in Bild 22 berücksichtigen will. Streng richtig ist diese Methode im übrigen nicht, denn streng genommen ist die getrennte Berechnung und Addition der Verluste von Grund und Oberwellen nicht mehr zulässig. Bei einer Form der Zahnkrone nach Bild 22 ist nämlich die Induktion in konstantem Abstand vom Luftspalte nicht mehr sinusförmig verteilt. Außerdem pulsiert nach Gleichung (52) und (53) die Induktion der Grund- und Oberwellen nicht mehr nach einem einheitlichen Sinus-Gesetze der Zeit. Es müßte also eigentlich erst noch untersucht werden, wie groß die Rechengenauigkeit bei Superposition der Verluste von Grund und Oberwellen ausfällt.

Es obliegt mir noch die Rechnung auch auf den Bereich

$$\tau_{z1} < \tau_{z2}' + \sigma_{z1}$$

auszudehnen, für welche die Lösung 55 keine Gültigkeit besitzt. Ich will da gleich vorausschicken, daß diese Rechnungen zwar im Prinzip nicht schwierig, in der Durchführung aber recht mühsam und zeitraubend sind und daher hier nicht im einzelnen durchgeführt werden sollen. Das Prinzip ist das gleiche, wie es früher bei der Berechnung der Reluktanzverluste des Nutenankers anwandten (siehe Bild 16). Wie dort haben wir auch jetzt gleichzeitig mit 2 Feldtreppen zu operieren (sie sind jetzt nur τ_{z1} phasenverschoben) und die dadurch erregten Induktionsschwankungen $\frac{d B_n}{d t}$ zu superponieren. Dabei beschränkt man sich zweckmäßig auf 4 ausgezeichnete Fälle, welche im folgenden zusammen mit den Ergebnissen der Rechnung namhaft gemacht werden sollen. Prinzipiell gelten wieder die Verlustgleichungen 55 und 56. Nur besitzen die Reihen Σ_{t0}' folgende neue Werte:

Fall a. $\tau_{z1} = \tau_{z2}'$ (Bild 29a).

$$\left(\Sigma_{t0}'\right)_\alpha = \sum_{1,2}^{\infty} \left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}}\right)^3} \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) - \frac{4 \sigma_1}{\tau_{z2}'} \sum_{1,3}^{\infty} \left(\frac{\sin n \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} - n \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \cdot \cos n \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4} \cdot \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) \tag{57}$$

Fall b. $\tau_{z1} = \tau_{z2}' - \sigma_{t1}$ Nebenbedingung $\sigma_{t1} < \frac{\tau_{z2}'}{3}$ (Bild 29b).

$$\left.\begin{aligned}\left(\sum\nolimits_{t0}'\right)_b = &\left(1 - \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right) \sum_{1,2}^{\infty} \left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3} \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) - \\ &- \frac{\sigma_1}{2\tau_{z2}'} \sum_{1,2}^{\infty} \begin{smallmatrix}1,3\\ \pm \\ 2,4\end{smallmatrix} \left(\frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \cos 3 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} - n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \dfrac{\cos 5 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\cos n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) + \\ &+ \frac{4\sigma_1}{\tau_{z2}'} \sum_{2,4}^{\infty} \left(\frac{n\pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} - \sin n\pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4} \cdot \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right)\end{aligned}\right\} \qquad (58)$$

Bild 29a. $\tau_{z1} = \tau_{z2}'$.

Bild 29b. $\tau_{z1} = \tau_{z2}' - \sigma_{t1}$.

Bild 29c. $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2} + \frac{\sigma_{t1}}{2}$

Bild 29d. $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2}$

Bild 29. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste in Nutenankern.

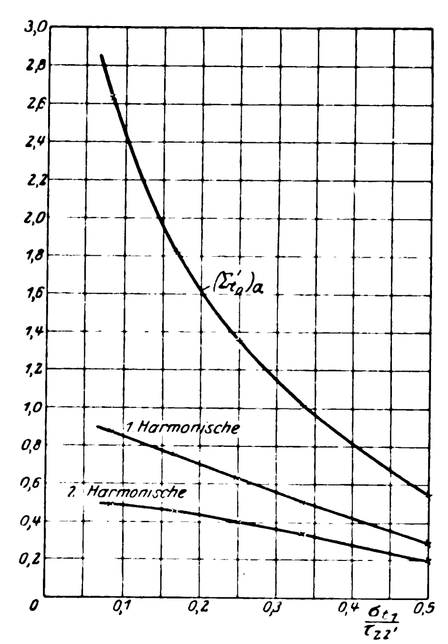


Bild 30a. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des Nutenankers. Fall a: $\tau_{z1} = \tau_{z2}'$.

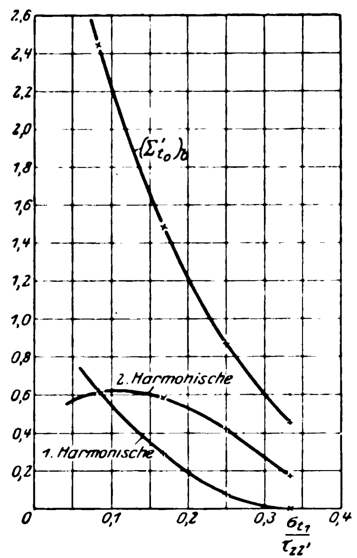


Bild 30b. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des Nutenankers. Fall b: $\tau_{z1} = \tau_{z2} - \sigma_{t1}$

Fall c. $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2} + \frac{\sigma_{t1}}{2}$ Nebenbedingung $\sigma_{t1} < \frac{\tau_{z2}'}{3}$ (Bild 29c).

$$\left.\begin{aligned}
\left(\sum_{t0}'\right)_c = &\left(1-\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)\sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\cdot\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)+\\
&+\frac{2\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{1,2}^{\infty}\left(\frac{n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}-\sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4}\cdot\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)-\\
&-\left(1-\frac{3\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)\sum_{1,3}^{\infty}\overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}}\left(\frac{\sin^3 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)-\\
&-\frac{4\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{1,3}^{\infty}\overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}}\left(\frac{\sin n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}\cdot\frac{2n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}-\sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)-\\
&-\left(1-\frac{3\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)\sum_{2,4}^{\infty}\overset{2,6}{\underset{4,8}{\pm}}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\cos n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\cdot\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)-\\
&-\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{2,4}^{\infty}\overset{2,6}{\underset{4,8}{\pm}}\left(\frac{\sin^3 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4}\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)
\end{aligned}\right\} \quad (59)$$

Fall d. $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2}$ (Bild 29d).

$$\left.\begin{aligned}
\left(\sum_{t0}'\right)_d = &\sum_{1,3}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)\\
&-\frac{4\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{1,3}^{\infty}\left(\frac{\sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}-n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\cos n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4}\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)-\\
&-\frac{4\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{1,3}^{\infty}\overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}}\left(\frac{\sin n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\cdot\pi\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)+\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\sum_{1,3}^{\infty}\overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4}\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)\\
&+\sum_{4,8}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3}\cdot\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)
\end{aligned}\right\} \quad (60)$$

Wie man sieht sind die neuen Ausdrücke Σ_{t0}' im allgemeinen recht kompliziert. Es treten in ihnen ein gut Teil neue Reihen auf, welche in Tabelle 11 bis 18 zusammengestellt sind zu dem Zwecke, eine eventuelle Kontrolle der Rechnungen zu erleichtern. Außerdem enthalten die Tabellen 19 bis 22 die Summierung der Ausdrücke Σ_{t0}' aus den in den früheren Tabellen ausgerechneten Reihen. Dabei ist

nicht nur das Endresultat (Σ_{t0}') sondern auch der Beitrag der ersten und zweiten Harmonischen gesondert angegeben; auf diese Weise ist es leicht möglich, die Verlusterhöhung zu berücksichtigen, die bei halbgeschlossenen Nuten infolge der allmählichen Verschmälerung der Zahnkrone auftritt (Kapitel 4 des vorigen Abschnittes). Schließlich gibt Bild 30a—d auch noch eine graphische Darstellung der 4 neuen Reihen Σ_{t0}'. Für Fall b und c schneiden sich die beiden Kurven im Punkte $\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'} = \frac{1}{3}$. In der Tat liefert hierfür Fall b

$$\tau_{z1} = \tau_{z2}' - \sigma_{t1} = \frac{2}{3}\tau_{z2}'$$

und ebenso Fall c

$$\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2} + \frac{\sigma_{t1}}{2} = \frac{2}{3}\tau_{z2}'$$

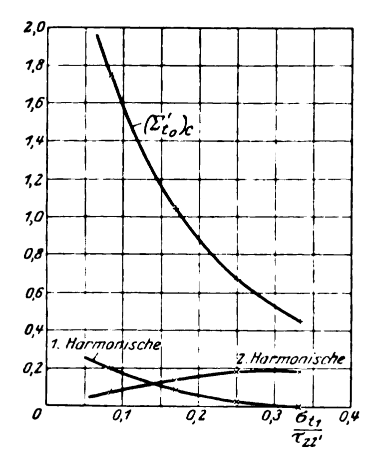


Bild 30c. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des Nutenankers.
Fall c: $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2} + \frac{\sigma_{t1}}{2}$.

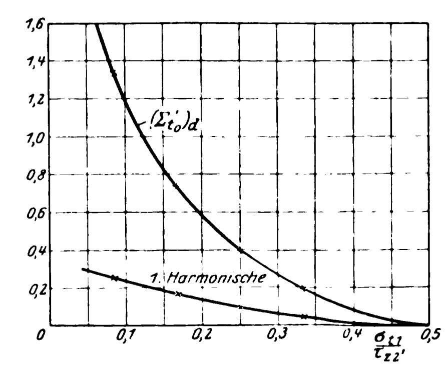


Bild 30d. Zur Berechnung der Oberflächen-Treppenverluste des Nutenankers.
Fall d: $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2}$.

Im übrigen kann von einer Diskussion der Resultate abgesehen werden, da wir diese — wenigstens qualitativ — schon durch Bild 26 vorweggenommen haben. Setzen wir beispielsweise gemäß den obenstehenden Ausdrücken für den für Fall b und c gemeinsamen Punkt:

$$\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z2}'} = \frac{1}{3}, \frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}} = 1{,}5, \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} = 0{,}5$$

so ergibt sich für den Nutenanker

$$\Sigma_{t0}' = 0{,}45$$

und für den glatten Anker

$$\Sigma_{t0} = 0{,}425$$

also eine Erhöhung von etwa 6% durch die Ankernutung, und dieselbe Schlußfolgerung hätte man auch aus der unteren Kurve des Bildes 26 für n = 1 ziehen können.

Der Vorteil der neuen Reihenentwicklungen Σ_{t0}' liegt ja nur darin, daß sie die Verlustbildung durch eine einzige Ziffer charakterisieren. Dabei sind freilich nur 4 Sonderfälle ausgerechnet; d. h. sind τ_{z1} und σ_{t1} gegeben, so gibt es nur 4 Werte von τ_{z2}', für welche die obigen Resultate direkt angewandt werden können. Das hindert indessen nicht, daß man bei anderen Werten von τ_{z2}' genügend genaue Werte durch graphische Interpolation erhalten kann.

Auf der anderen Seite ist die Methode des Kapitels 4 des vorigen Abschnittes frei von einschränkenden Annahmen bezüglich des Verhältnisses der Zähnezahlen und insofern allgemein anwendbar. Sie hat nur den Nachteil, daß die Gesamtverluste erst durch Summierung der Teilverluste aller Oberwellen K erhalten werden. Wenn man aber bei Näherungsrechnungen die Verluste der ersten und zweiten Harmonischen nach Bild 26 bestimmt und die Verluste aller höheren Harmonischen einfach 10% (für Σ_α) bis 30% (für Σ_α') höher einschätzt als für den glatten Anker (diese Oberwellenverluste können dann leicht aus Tabelle 7 bzw. 8 erhalten werden) so gelangt man auch nach dieser an sich umständlicheren Methode schnell zu befriedigend genauen Resultaten.

Tabelle 11.

$$\sum_{1,2}^{\infty} \overset{1,3}{\underset{2,4}{\pm}} \left(\frac{\sin n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \cdot \cos 3n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} - n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^4} \cdot \frac{\cos 5n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\cos n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \cdot \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}} \right) = \left(\sum_{t_0'}\right)_{b_2}.$$

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 1	7,110	6,310	5,110	3,660
2	— 3,132	— 1,826	— 0,295	0,836
3	1,701	0,1965	— 0,755	0,678
4	— 0,913	0,4174	0,508	0,6355
5	0,417	0,4975	0,1029	0,0293
6	— 0,00983	0,3387	— 0,0365	0,0169
7	— 0,0998	— 0,1434	0,00684	0,0107
8	0,2088	0,0168	0,01269	0,00863
9	0,2515	0,0243	0,00406	0,0251
10	0,2485	— 0,0146	0,00568	0,00305
11	— 0,2160	— 0,0035	— 0,01278	0,00274
12	0,1692	0,00845	0,01880	0,00212
13	— 0,1180	— 0,00123	— 0,00666	0,00167
14	0,0716	— 0,00533	0,00259	0,00149
15	— 0,0342	0,00378	0,00075	0,00542
16	0,00837	0,00431	0,00159	0,00080
17	0,00648	0,01156		
18	— 0,01213	0,01254		
19	0,01141	0,00766		
20	0,00730	0,00162		
21	0,00228	0,00172		
22	0,00177	— 0,00137		
23	— 0,00405	0,00036		
24	0,00422	0,00106		
$\sum_{1,3}^{\infty}$	8,525	5,871	4,244	2,996
$\sum_{2,4}^{\infty}$	3,362	1,047	0,201	0,004
$\sum_{1,2}^{\infty}$	5,163	4,824	4,445	3,900



Tabelle 12. $\sum_{1,3}^{\infty} \pm_{3,7}^{1,5} \left(\frac{\sin^3 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^3} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \right) = \left(\sum_{t_0'} \right)_{c_3}$.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 1	0,1297	0,253	0,3635	0,456
3	— 0,1213	— 0,1913	— 0,1895	0,1352
5	0,1055	0,101	0,0408	0,00365
7	— 0,0850	— 0,0385	— 0,00106	— 0,00133
9	0,0635	0,00707	— 0,00050	— 0,00501
11	— 0,0428	— 0,00019	0,00384	— 0,00034
13	0,0260	— 0,00012	— 0,00233	
15	— 0,0136	0,00153	0,00107	
17	0,00595	— 0,00270		
19	— 0,00192	0,00198		
21	0,00036	— 0,00056		
23	— 0,00011	0,00002		
$\sum_{1,3}^{\infty}$	0,066	0,131	0,216	0,588

Tabelle 13. $\sum_{1,3}^{\infty} \pm_{3,7}^{1,5} \left(\frac{\sin n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}} \cdot \frac{2 n \pi \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} - \sin n \pi \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \pi \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^3} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \right) = \left(\sum_{t_0'} \right)_{c_4}$.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 1	1,930	0,985	0,682	0,535
3	— 0,2285	— 0,130	— 0,0943	— 0,0666
5	0,0899	0,0512	0,0262	0,00787
7	— 0,0500	— 0,0219	— 0,00383	0,00250
9	0,0314	0,00784	— 0,00162	— 0,00250
11	— 0,0209	— 0,00147	0,00216	0,00071
13	0,0137	— 0,00083	— 0,00142	0,00040
15	— 0,00874	0,00143	0,00038	— 0,00054
17	0,00520	— 0,00140		
19	— 0,00286	0,00106		
21	0,00128	— 0,00058		
23	— 0,00032	0,00015		
$\sum_{1,3}^{\infty}$	1,760	0,891	0,610	0,477

Tabelle 14. $$\sum_{2,4}^{\infty} \overset{2,6}{\underset{4,8}{\pm}} \left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \cos n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^3} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \right) = \left(\sum t_0'\right)_{c5}.$$

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 2	0,472	0,395	0,287	0,1713
4	— 0,198	— 0,0855	0	— 0,0214
6	0,0955	0	— 0,01064	0
8	— 0,0427	0,0107	0	— 0,00268
10	0,0141	— 0,00316	— 0,00230	0,00137
12	0	0	0	0
14	— 0,00508	— 0,00115	0,00083	
16	0,00503	0,00133	0	
18	— 0,00354	0		
20	0,00158	— 0,00068		
22	— 0,00036	0,00029		
24	0	0		
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,336	0,317	0,275	0,149

Tabelle 15. $$\sum_{2,4}^{\infty} \overset{2,6}{\underset{4,8}{\pm}} \left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^4} \cdot \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau z_2'} \right) = \left(\sum t_0'\right)_{c6}.$$

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 2	0,483	0,463	0,3655	0,282
4	— 0,2185	— 0,1415	0,0646	0,01775
6	0,1215	0,04305	0,00451	0
8	0,0708	— 0,00885	0	0,00110
10	0,0403	0,00070	— 0,00059	— 0,00045
12	— 0,02153	0	0,00080	0
14	0,0105	— 0,00018	— 0,00015	0,00012
16	— 0,00443	0,00055	0	0,00007
18	0,00150	— 0,00053		
20	0,00035	0,00023		
22	0,0003	— 0,00003		
24	0	0		
$\sum_{2,4}^{\infty}$	0,342	0,329	0,306	0,265

Tabelle 16. $\sum_{1,3}^{\infty} \overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}} \left(\frac{\sin n\pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n\pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^3} \pi \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) = \left(\sum_{t_0'}\right)_{d_3}.$

$\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 1	3,780	1,826	1,148	0,792
3	−0,3825	−0,135	−0,0426	0
5	0,1082	0,0146	−0,00916	−0,00633
7	−0,0412	0,00532	0,00334	−0,00231
9	0,0141	−0,00502	0,00160	0
11	−0,00286	0,00138	−0,00086	0,00059
13	−0,00174	0,00084	−0,00052	0,00036
15	0,00307	−0,00108	0,00034	0
17	−0,00288			
19	0,00212			
21	−0,00112			
23	0,00031			
$\sum_{1,3}^{\infty}$	3,476	1,707	1,100	0,784

Tabelle 17. $\sum_{1,3}^{\infty} \overset{1,5}{\underset{3,7}{\pm}} \left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}}{\left(n \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}\right)^4} \frac{\pi}{2} \frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'} \right) = \left(\sum_{t_0'}\right)_{d_4}.$

$\frac{\sigma_1}{\tau_{z2}'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 1	7,605	3,74	2,425	1,745
3	−0,808	−0,345	−0,1743	−0,086
5	0,265	0,080	0,0225	0,00279
7	−0,117	−0,0217	−0,0010	−0,00073
9	0,0583	0,00425	0,00037	0,00107
11	−0,0300	−0,00026	−0,00096	−0,00012
13	0,0154	0,00013	0,00049	0,00006
15	−0,00752	−0,00055	−0,00005	−0,00014
17	0,00338	0,00063		
19	−0,00127	−0,00041		
21	0,00034	0,00014		
23	−0,00003	0,00001		
$\sum_{1,3}^{\infty}$	6,984	3,457	2,268	1,663

Tabelle 18. $$\sum_{4,8}^{\infty}\left(\frac{\sin^2 n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}}{\left(n \frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)^3}\cdot\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right) = \left(\sum t_0'\right)_{d_5}.$$

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
n = 4	0,2285	0,171	0,1014	0,0428
8	0,0855	0,0214	0	0,00533
12	0,0338	0	0,00376	0
16	0,0107	0,00267	0	0,00067
20	0,00183	0,00137		
24	0	0		
$\sum_{4,8}^{\infty}$	0,360	0,196	0,105	0,049

Tabelle 19. Die zwei Summanden der Reihe $(\Sigma t_0')_a$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$(\Sigma t_0')_{a1}$	2,821	2,139	1,741	1,459	1,066
$-\frac{4\sigma_1}{\tau z_2'}(\Sigma t_0')_{a2}$	—0,189	—0,314	—0,383	—0,440	—0,524
$(\Sigma t_0')_a$	2,632	1,825	1,358	1,019	0,542
Beitrag der 1. Harmonischen	0,878	0,759	0,634	0,512	0,294
Beitrag der 2. Harmonischen	0,488	0,456	0,406	0,341	0,203

Tabelle 20. Die 3 Summanden der Reihe $(\Sigma t_0')_b$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\left(1-\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)\cdot(\Sigma t_0)_{b1}$	2,585	1,781	1,308	0,973
$-\frac{\sigma_1}{2\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{b2}$	—0,215	—0,402	—0,555	—0,650
$+\frac{4\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{b3}$	0,068	0,099	0,115	0,123
$(\Sigma t_0')_b$	2,438	1,478	0,868	0,446
Beitrag der 1. Harmonischen	0,615	0,289	0,073	0
Beitrag der 2. Harmonischen	0,605	0,585	0,415	0,176

Tabelle 21. Die 6 Summanden der Reihe $(\Sigma t_0')_c$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$\left(1-\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\right)\cdot(\Sigma t_0')_{c1}$	2,585	1,781	1,308	0,973
$\frac{2\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{c2}$	0,087	0,136	0,172	0,198
$-\left(1-\frac{3\sigma_1}{\tau z_2'}\right)\cdot(\Sigma t_0')_{c3}$	−0,050	−0,065	−0,054	−0
$-\frac{4\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{c4}$	−0,587	−0,593	−0,610	−0,635
$-\left(1-\frac{3\sigma_1}{\tau z_2'}\right)\cdot(\Sigma t_0')_{c5}$	−0,252	−0,158	−0,069	−0
$-\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{c6}$	−0,029	0,055	−0,076	−0,088
$(\Sigma t_0')_c$	1,754	1,046	0,671	0,448
Beitrag der 1. Harmonischen	0,198	0,086	0,020	0,002
Beitrag der 2. Harmonischen	0,066	0,136	0,179	0,177

Tabelle 22. Die 5 Summanden der Reihe $(\Sigma t_0')_d$ und die Beiträge der ersten und zweiten Harmonischen dieser Reihe.

$\frac{\sigma_1}{\tau z_1}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$
$(\Sigma t_0')_{d1}$	1,758	1,411	1,210	1,065
$-\frac{4\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0)_{d2}$	−0,189	−0,314	−0,383	−0,440
$-\frac{4\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{d3}$	1,159	1,140	−1,100	1,045
$+\frac{\sigma_1}{\tau z_2'}\cdot(\Sigma t_0')_{d4}$	0,582	0,575	0,566	0,555
$+(\Sigma t_0')_{d5}$	0,360	0,196	0,105	0,049
$(\Sigma t_0')_d$	1,352	0,728	0,398	0,184
Beitrag der 1. Harmonischen	0,251	0,165	0,086	0,039
Beitrag der 2. Harmonischen	0	0	0	0

Fortsetzung folgt.

Zur Theorie des elektrischen Durchschlags. I.
Die Durchschlagsfunktion.

Von

Paul Böning, Woosung, China, Tung-Chi Techn. Hochschule.

I. Einleitung.

Während die Verhältnisse beim elektrischen Durchschlag durch Gase theoretisch und experimentell weitgehend geklärt sind[1], ist das bei den flüssigen und festen Isolierstoffen nicht der Fall. Wohl liegen eine große Anzahl von Versuchsergebnissen vor, sei es graphisch oder tabellarisch, auch sind verschiedene Ansätze vorhanden, aus diesen Ergebnissen das Gesetz des elektrischen Durchschlags abzuleiten, aber die aufgestellten Formeln können nicht befriedigen[2]. Im folgenden sei näher auf die Abhängigkeit der Durchschlagsspannung vom Elektrodenabstand eingegangen, die kurz mit Durchschlagsfunktion bezeichnet werde. Die ersten planmäßigen Versuche sind wohl von Steinmetz[3] ausgeführt worden. Dann hat sich eingehend Baur[4] mit der Aufgabe beschäftigt, der glaubte, ein allgemein gültiges Gesetz des Durchschlags gefunden zu haben. In der Folgezeit sind noch öfter Versuchsergebnisse durch empirische Formeln ausgedrückt worden zu dem Zweck, für die Berechnung der elektrischen Festigkeit von Isolationen die notwendigen Unterlagen in praktischer Form zu gewinnen[5].

In nachstehender Übersicht sind einige solcher Ausdrücke zusammengestellt. Hierin bedeutet:

U_D = Durchschlagsspannung, d = Elektrodenabstand, der durchgeschlagen wird, a, b = Konstanten.

U_D:

1. Steinmetz[6]: $d = aU + bU^2$, Elektroden verschiedener Form.
2. Baur[7]: $U = a d^{2/3}$, planparallele Elektroden.
3. Krogh[8]: $U = a d^n$, n zwischen $1/2$ und $2/3$, planparallele Elektroden.
4. Moscicki[9]: $U = a d$, konaxsiale Zylinder.
5. Grünewald[10]: $U = a d \pm b$, planparallele Elektroden.
6. Schumann[11] $U = \frac{d}{a d + b}$, kugelige Elektroden.

Die meisten Versuchsergebnisse zeigen, daß die Durchschlagsfunktion nicht linear ist, daß vielmehr die Durchschlagsspannung mit wachsender Länge des Durchschlagswegs immer weniger zunimmt. Es scheint so, als ob die Durchschlagsfestigkeit mit der Dicke des Isolierstoffes abnähme. Da man aber geneigt ist, die Durchschlagsfestigkeit als Materialkonstante anzusehen, suchte man zunächst die Erscheinung durch Nebenumstände zu erklären. Mit Recht konnte insbesondere bei älteren

[1] W. O. Schuhmann, Elektrische Durchbruchsfeldstärke von Gasen, 1923.

[2] a) Turner und Hobart, Die Isolierung elektrischer Maschinen, 1906; sehr viele Angaben. b) C. Baur, Das elektrische Kabel, 1910. c) K. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik 1921, 46.

[3] Steinmetz, Notes on the Disruptive Strength of Dielectrics; Trans. Am. Inst. Elec. Engrs. 1893, 64 (zit. nach Turner-Hobart, S. 78).

[4] C. Baur, Electrician 1901, ETZ 1904, 7. Ferner: Das elektrische Kabel, S. 45.

[5] Vgl. z. B. F. Grünewald, ETZ 1924, 1084 (Glimmer). — W. O. Schumann und Schüler, Zeitschr. f. Techn. Phys. 1925, 439, Bericht von Schumann, Über Versuche zur Natur des elektrischen Durchschlags.

[6] l. c. 3.

[7] l. c. 4.

[8] l. c. 2a, S. 45. ETZ 1904, S. 139.

[9] l. c. 2a, S. 50. ETZ 1904, S. 528.

[10] l. c. 5.

[11] l. c. 5.



Versuchen die Meßanordnung und Meßmethode für die Abweichungen verantwortlich gemacht werden, insofern, als hierbei nicht genügend auf Feldänderungen oder Vorentladungen Rücksicht genommen worden sei. Eine andere Erklärung, die sich besonders auf künstliche Isolierstoffe bezieht, ist die, daß dünne Schichten gleichförmiger und leichter fehlerfrei hergestellt werden könnten als dicke.

Gegenüber der ersten Ansicht ist nun festzustellen, daß die in Frage stehende Erscheinung der scheinbaren Abnahme der Festigkeit auch dann beobachtet wird, wenn die Versuchsanordnung vollkommen einwandfrei ist. In letzter Zeit ist dies wieder von Schumann und seinen Schülern[1] an Glas, Quarz, Porzellan, Bakelit und Idonit nachgewiesen worden.

Auch die zweite Erklärung ist nicht stichhaltig:

Werden Schichten des gleichen Isolierstoffs aufeinandergelegt, die je die Durchschlagsspannung U_D erfordern, so ist nunmehr die Gesamtdurchschlagsspannung nicht $n \cdot U_D$, sondern $< n \cdot U_D$. Ein Beispiel hierzu ist Hartpapier, bei dem doch die eine Schicht so sorgfältig hergestellt wird wie die andere.

Man muß im Gegenteil behaupten: Eine fehlerhafte Stelle von gewisser Ausdehnung müßte bei einer dünnen Schicht viel störender sein als bei einer dicken, was sich durch eine größere Streuung der Meßwerte kundgeben würde. Diesem entsprechen in der Tat die Beobachtungen.

Es drängt sich somit der Gedanke auf, daß die Abweichung der Durchschlagsfunktion vom linearen Charakter eine bestimmte, in der Natur des Isolierstoffs gelegene Ursache haben muß. Aufgabe dieser Arbeit ist es, diese Ursache zu ermitteln und die sich daraus ergebenden Folgerungen zu erörtern. Unter Durchschlagsfunktion soll hierbei die Abhängigkeit der Durchschlagsspannung von der Dicke des Isolierstoffes verstanden werden, also

$$U_D = f(d),$$

zunächst bei $d =$ Konstanz im Bereiche der Durchschlagsstelle, unter der Voraussetzung der Konstanz aller sonstigen Bedingungen (z. B. Temperatur, Druck).

II. Theorie der Durchschlagsfunktion.

a) Grundvorstellungen. In einer weiteren Arbeit[2] wird der Einfluß elektrolytischer Ionen auf das Verhalten der Isolierstoffe gegenüber elektrischen Beanspruchungen allgemein erörtert werden. Die Grundvorstellungen seien hier des Zusammenhanges wegen kurz vorweggenommen. Sie gründen sich auf die Erfahrungstatsache, daß die Leitung in Isolierstoffen elektrolytischer Natur ist. Hieraus wird abgeleitet, daß sich in den Stoffen elektrolyterfüllte Kanäle befinden müssen, was noch durch die anderweitig festgestellte zellenartige Struktur[3] der meist kolloidalen Stoffe wahrscheinlicher gemacht wird. Schließlich wird die Tatsache der Ionenadsorption an Grenzflächen herangezogen, die besagt, daß an der Grenze zwischen zwei Medien, von denen das eine dissoziierte Ionen enthält, ein Teil entweder der Kationen oder Anionen adsorbiert wird, während der gleiche Teil der Ionen entgegengesetzten Vorzeichens (Ergänzungsionen) frei bleibt. Die adsorbierten Ionen seien kurz Grenzionen genannt.

Im übrigen wird der Stoff als ideales Dielektrikum im Sinne der klassischen Anschauung angesehen. Bild 1 gibt die Vorstellung wieder; es zeigt ein Stück

[1] l. c. Zeitschr. f. Techn. Phys. 1925, 439.

[2] Über das Verhalten der Isolierstoffe auf Grund adsorbierter Ionen. Erscheint demnächst.

[3] Herr Prof. Rogowski hatte die Freundlichkeit, darauf hinzuweisen, daß auch die Untersuchung der molekularen Durchschlagsfestigkeit (vgl. Arch. f. Elektrot. XVIII, 1927, 123) auf die Annahme führt, daß selbst in den ideal homogen erscheinenden Kristallen Kanäle, Spalten vorhanden sein müssen, die einerseits die Zerreißfestigkeit des Stoffes herabsetzen und andererseits den Ionen gestatten, die zur Zertrümmerung der Gitterstruktur notwendige Energie schon bei geringerer Feldstärke zu sammeln. Interessant ist, daß die vorliegende Arbeit gerade von den den Kristallen gegenüber stehenden Stoffgebilden, den Kolloiden ausgeht.

Isolierstoff mit einem Kanal, in dem sich ein Elektrolyt befindet und an dessen Wänden Grenzionen adsorbiert sind.

b) Ein solcher Stoff sei zwischen planparallelen Platten einer Gleichspannung ausgesetzt. Dann tritt folgendes ein:

1. Die elektrolytischen Ionen werden Träger eines elektrischen Stromes zwischen den Elektroden. Mit der Dauer der Einwirkung nimmt die Zahl der Ionen immer mehr ab und damit die Stromstärke. Der Kanal bedeutet einen Nebenschluß zu

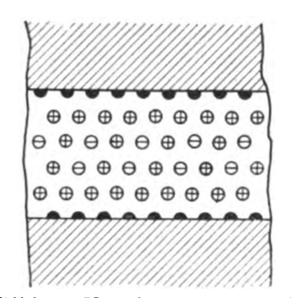


Bild 1. Kanal im Isolierstoff mit Grenzionen (a), Ergänzungsionen (b) mit gewöhnl. Ionen (c).

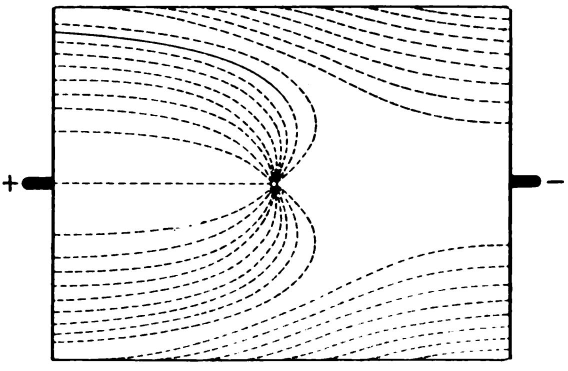


Bild 2. Negatives Ion zwischen planparallelen Elektroden.

dem gebildeten Kondensator, macht ihn also unvollkommen und gibt zur Wärmeentwicklung Anlaß. Sofern das Material gleichförmig ist, haben die elektrolytischen Ionen zunächst keinen Einfluß auf die Feldverhältnisse, zumal sie bei einem Stoff, der als Isolierstoff gelten soll, möglichst entfernt werden müssen.

2. Die freien Ergänzungsionen werden unter dem Zwang des Feldes nach der Elektrode entgegengesetzten Vorzeichen getrieben und ausgeschieden.

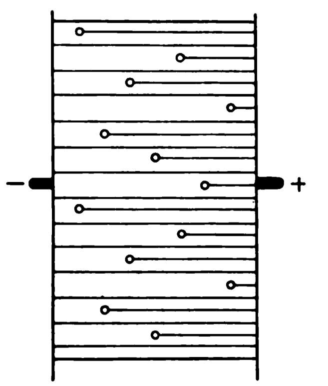


Bild 3. Negative Ionen räumlich gleichmäßig verteilt zwischen den Elektroden.

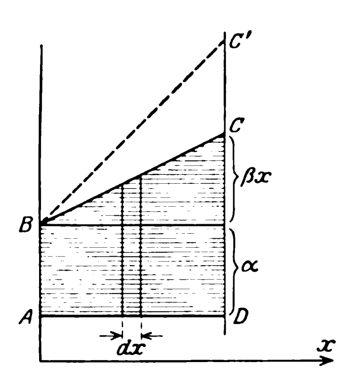


Bild 4. Feldlinienschema.

3. Es bleiben also nur noch die Grenzionen übrig, die so lange durch die Adsorptionskräfte an ihrem Ort bleiben, als die Feldstärke einen gewissen Betrag nicht überschreitet. Tritt dies aber ein, so erfolgt der Durchschlag, d. h. ein plötzlicher Durchbruch der Grenzionen durch den Kanal, große Wärmentwicklung, Bildung von Gasen und damit Zerstörung der Isolation.

c) Einfluß der Grenzionen auf das Feld. Immer unter der Voraussetzung der Gleichförmigkeit des Isolierstoffs besitzt der Stoff nach Ausscheidung der freien Ionen eine Raumladung konstanter Dichte infolge der Grenzionen. Es ist zu untersuchen, welchen Einfluß diese ausüben. Zunächst sei ein einzelnes negatives Ion

an beliebigem Ort zwischen den Kondensatorplatten betrachtet[1] (Bild 2). Man erkennt, daß alle Feldlinien dieses Ions nach der positiven Platte laufen. Oder, um von den Feldlinien der positiven Platte auszugehen: Das hineingekommene Ion fängt einen Teil der Feldlinien ab. Sind sehr viele Ionen gleichmäßig auf den Zwischenraum verteilt, so werden die Feldlinien mehr und mehr parallel gerichtet (Bild 3).

Ordnet man die Feldlinien nach ihrer Zahl und Länge, so ergibt sich Bild 4. Wie sich leicht übersehen läßt, liegen die Endpunkte der Feldlinien nach den Raumladungen auf einer Geraden BC, deren Steigung proportional der räumlichen Ladungsdichte ist. Bei größerer Ladungsdichte würde sich z. B. die Gerade BC′ ergeben.

1. Ableitung der Spannungsverteilungsfunktion.

Allgemein gilt für einen Kondensator mit planparallelen Elektroden:

$$U = \frac{4\pi Q}{\varepsilon F} \cdot x = \Phi \cdot x \qquad (F = 1,\ \varepsilon = 1).$$

Nun ist Φ nicht konstant, sondern kann gemäß Bild 4 gesetzt werden:

$$\Phi = \alpha + \beta x.$$

Demnach wird die auf die Strecke dx entfallende Spannung

$$d U_y = (\alpha + \beta x)\, dx,$$

woraus sich die Spannungsfunktion ergibt:

$$U_y = \int_{x=0}^{x=x} (\alpha + \beta x)\, dx$$

$$U_y = \alpha x + \frac{\beta}{2} x^2$$

und damit die Gesamtspannung am Kondensator mit dem Plattenabstand d:

$$U = \alpha d + \frac{\beta}{2} d^2. \tag{1}$$

Es ergibt sich also, daß sich die Spannung nicht gleichmäßig auf den Abstand zwischen den planparallelen Platten verteilt, daß vielmehr das Spannungsgefälle von der einen Elektrode an stetig zunimmt und an der anderen einen Maximalwert erreicht.

2. Ableitung der Durchschlagsfunktion.

Wird daran festgehalten, daß die Durchschlagsfestigkeit eine Materialkonstante ist, und daß der Durchschlag einsetzt, wenn ein bestimmtes Spannungsgefälle erreicht wird (Relaiswirkung), so ist die für den Durchschlag maßgebende Größe das maximale Spannungsgefälle an einer der Elektroden.

Dieses ist

$$U' = \left.\frac{d U_y}{dx}\right|_{x=d} = \alpha + \beta d.$$

Für einen bestimmten Stoff hat das Maximalspannungsgefälle (oder die Durchbruchsfeldstärke) den konstanten Wert a; also ist

$$\alpha + \beta d = a.$$

Wird dieser Wert in die Gleichung der Gesamtspannung

$$U = \alpha d + \frac{\beta}{2} d^2$$

eingesetzt, wobei $\frac{\beta}{2} = b$ sei, so ergibt sich die Durchschlagsfunktion

$$U_D = ad - bd^2. \tag{2}$$

d) Diskussion der Durchschlagsfunktion.

[1] Nach Maxwells Elektrizität, Bd. 1 (Tafel IV).



1. Die Funktion ist zu ihrer Charakterisierung in Bild 5 dargestellt, wobei die Einheiten willkürlich gewählt sind.

Die Steigung der Anfangstangente (d = 0)

$$\frac{a\,d}{d} = a$$

stellt das Maß für die Durchbruchsfeldstärke oder die elektrische Festigkeit des Isolierstoffes dar; die Konstante b ist ein Maß für die Ionendichte.

2. Das Verhältnis $\frac{b}{a}$ bedingt die Krümmung der Kurven, sie ist um so stärker, je größer $b = \frac{\beta}{2}$, d. h. je größer die Grenzionendichte unter sonst gleichen Verhältnissen ist.

3. Die Kurven durchlaufen ein Maximum

$$\text{bei } d = \frac{a}{2\,b} \text{ (Bild 5).}$$

4. Es wäre der Fall denkbar, daß bei einem gewissen Abstand der Elektroden alle Feldlinien von den Grenzionen abgefangen werden, so daß keine mehr nach der anderen Elektrode hinübergelangen. Da aber das Vorhandensein eines durchgehenden Feldes Bedingung für die Entfernung der Ergänzungsionen ist, so werden bei Überschreiten dieses kritischen Abstandes nur so viele Ergänzungsionen abwandern, daß immer noch — wenn auch wenige — Feldlinien von Elektrode zu Elektrode bestehen bleiben. Dies bedeutet aber eine Abnahme der Wirkung der Grenzionen und damit ein Wiederansteigen der Durchschlagsspannung mit wachsendem Elektrodenabstand. Die Kurve der Durchschlagsfunktion hat dann einen Wendepunkt (Bild 5, gestrichelte Kurve). (Die Gleichungen gelten also nur für Werte $\alpha > 0$.) [1]

5. Es ist noch die Frage zu diskutieren, wie sich die Verhältnisse bei Wechselstrom gestalten. Grundsätzlich findet auch hierbei eine Elektrolyse statt und damit auch eine Ausscheidung der Ergänzungsionen während jeder Halbperiode. Während jeder nächsten Halbperiode kehren diese wohl meist als Gase (H_2, O) auftretenden Ausscheidungsprodukte nicht wieder in den Stoff zurück, die Verhältnisse sind damit bei Wechselspannung gleich denen bei Gleichspannung.

III. Prüfung der abgeleiteten Durchschlagsfunktion an vorliegenden Messungsergebnissen.

Um aus einer durch Tabelle oder Kurve gegebenen Durchschlagsfunktion den analytischen Ausdruck abzuleiten, werden in bekannter Weise zwei beliebige Wertepaare (U_1, d_1; U_2, d_2) gewählt und daraus die Konstanten a und b bestimmt.

Es ist

$$a = \frac{\frac{U_1}{d_1^2} - \frac{U_2}{d_2^2}}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}}$$

und

$$b = \frac{a}{d_1} - \frac{U_1}{d_1^2} = \frac{a\,d_1 - U_1}{d_1^2} .$$

Wählt man zweckmäßiger die Werte so, daß $d_1 = 2\,d_2$, so wird einfacher

$$a = \frac{4\,U_2 - U_1}{d_1} .$$

Leider liegen wirklich einwandfreie Meßergebnisse nur spärlich vor. Auch ist die Streuung der Meßwerte besonders bei kleinen Dicken sehr groß. Dennoch sei versucht, die Gültigkeit der Durchschlagsfunktion nachzuweisen.



1. Meßergebnisse bei Glimmer, Mikanit, Pertinax[1] (Bild 6).

Die für die drei Kurven berechneten Durchschlagsfunktionen sind (U in kV, d in mm):

a) Glimmer $U_D = 30,6\,d - 1,55\,d^2$, $\frac{b}{a} = 0,0507$.

b) Mikanit $U_D = 21,33\,d - 1,11\,d^2$, $\frac{b}{a} = 0,0522$.

c) Pertinax $U_D = 20\,d - 1,055\,d^2$, $\frac{b}{b} = 0,0528$.

Die berechneten und gemessenen Werte liegen fast aufeinander.

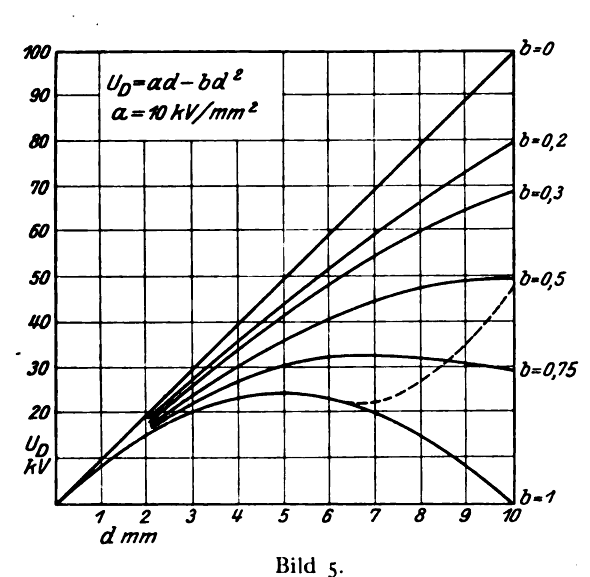


Bild 5.
Charakter der Durchschlagsfunktion.

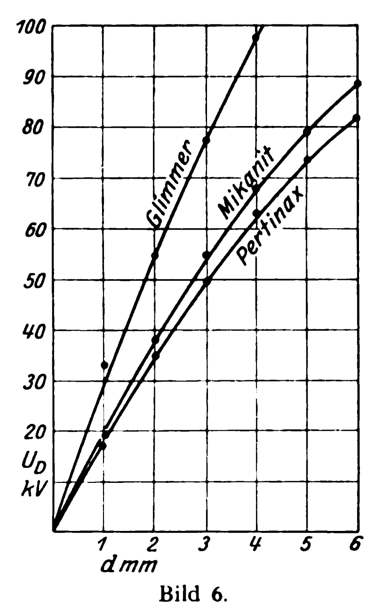


Bild 6.
Beispiele von Durchschlagsfunktionen. Punkte gemessen, Kurven berechnet.

Mikanit enthält Lacke, also kolloidale Stoffe, noch mehr Pertinax. Wegen der Struktur kolloidaler Körper sind sie reich an Grenzflächen, die Ionen adsorbieren können. Infolgedessen ist eine Zunahme der Kurvenkrümmung $\left(\text{dargestellt durch } \frac{b}{a}\right)$ von a — c zu erwarten, was auch zutrifft.

3. Meßergebnisse bei verschiedenen Glimmersorten[2].

Die an verschiedenen Glimmersorten gewonnenen Ergebnisse zeigen, daß die Durchschlagsfunktionen bei klaren reinen Sorten nahezu Geraden sind, daß sie aber um so mehr in krumme Kurven übergehen, je mehr Flecken und Einschlüsse sie aufweisen. Bemerkenswert ist der mikroskopische Befund, daß die unreinen Sorten durchsetzt sind von Blasen, die im Sinne der Theorie Grenzflächen bieten.

4. Meßergebnisse bei Porzellan[3], Gummi[4], Carta[5], Idonit[6].

Die berechneten Durchschlagsfunktionen sind:

[1] Genaue Ableitung in einer späteren Arbeit. — Petersen, Hochspannungstechnik, 1911, S. 57.
[2] F. Grünewald, ETZ 1924, S. 1084.
[3] Bültemann, Dielektrisches Material, 1926, S. 146.
[4] Strecker, Hilfsbuch 1921, S. 46.
[5] l. c. 2, S. 65.
[6] Helios 1925, S. 400 (zit. nach Günther-Schulze).

a) Porzellan $U_D = 29\,d - 1{,}33\,d^2$ kV
b) Gummi $U_D = 13\,d - 0{,}75\,d^2$ kV } (Bild 7)
c) Carta $U_D = 15\,d - 1{,}6\,d^2$ kV
d) Idonit ÷ } (Bild 8).

In manchen Fällen weichen die berechneten Kurven von den gemessenen in charakteristischer Weise ab: die gemessenen Werte liegen am Anfang der Kurven mehr oder weniger höher als die berechneten, wenn zur Berechnung der Kurven Wertepaare aus der Mitte und am Ende verwendet werden. Dies hat seinen natürlichen Grund, der im folgenden liegt. Wie schon hervorgehoben wurde, streuen die Meßwerte um so stärker, je geringer die Dicke des Isolierstoffs ist, weil Abweichungen in der Zusammensetzung einen relativ stärkeren Einfluß haben. Je dünner der Isolierstoff ist, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich auch Stellen ohne jede Durchschlagsfestigkeit bemerkbar machen.

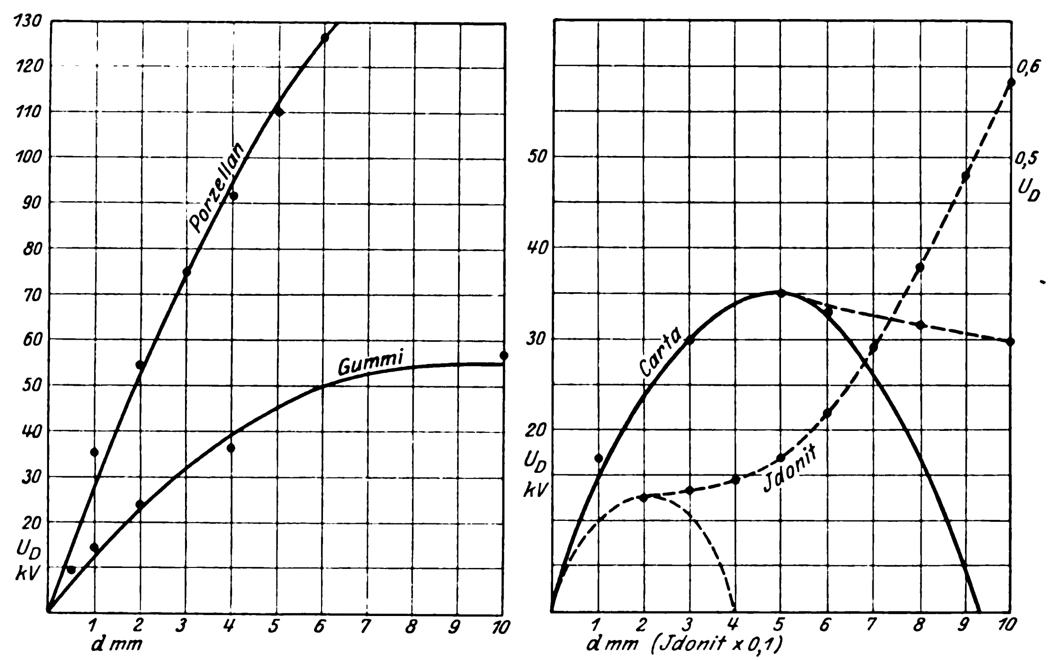


Bild 7. Durchschlagsfunktionen. Punkte gemessen. Kurven berechnet.

Bild 8. Durchschlagsfunktionen. Punkte gemessen, ausgezogene Kurven berechnet, gestrichelte Kurven mutmaßlicher Verlauf.

Zeigen sich bei der Prüfung Stücke mit solchen Stellen (extrem niedere Durchschlagsspannung), so werden sie gewöhnlich als „fehlerhaft" ausgeschieden. Man findet daher in den Tabellen unter den gemessenen Spannungen niemals den Wert Null. Offenbar führt diese Auslese zu zu hohen Mittelwerten der Durchschlagsspannung bei kleinen Materialdicken. Richtige Mittelwerte werden erst bei größeren Dicken erhalten, weil dabei die im Material verteilten Stellen ohne Festigkeit, die doch sicher vorhanden sind, mitberücksichtigt werden.

Die Kurve c (Carta, bei 100° in Öl) ist ein Beispiel sowohl für die Eigenschaft der Durchschlagsfunktion, ein Maximum zu durchlaufen, als auch dafür, daß sie niemals den Wert Null erreichen kann. Vgl. II, d, 3.—4.

Ein weiteres Beispiel bildet Idonit.

IV. Die Durchschlagsfunktion bei konzentrischen Kugelelektroden.

Bei der Ableitung der Durchschlagsfunktion bei konzentrischen Kugelelektroden sind zwei Fälle zu unterscheiden:



a) **Innere Kugel** (r) negativ.
b) **Äußere Kugel** (R) negativ.

Die Grenzionen können positiv oder negativ sein; hier sollen sie stets **negativ** angenommen werden.

Fall a. 1. Die Zahl der Feldlinien von der inneren zur äußeren Kugel ist wieder in jedem Querschnitt konstant $= \alpha$, diejenige der Grenzionen nimmt mit wachsendem Radius R_x zu. Ihre Zahl bei R_x ist proportional der räumlichen Dichte σ und dem Volumen der Kugel u. zw. gleich

$$\frac{4\pi}{3} \cdot R_x^3 \cdot \sigma \cdot 4\pi = \beta R_x^3. \, *$$

Die Querschnittsfläche F des Feldlinienwegs ist hier ebenfalls eine Funktion des Radius:

$$F = 4\pi R_x^2 = \gamma R_x^2.$$

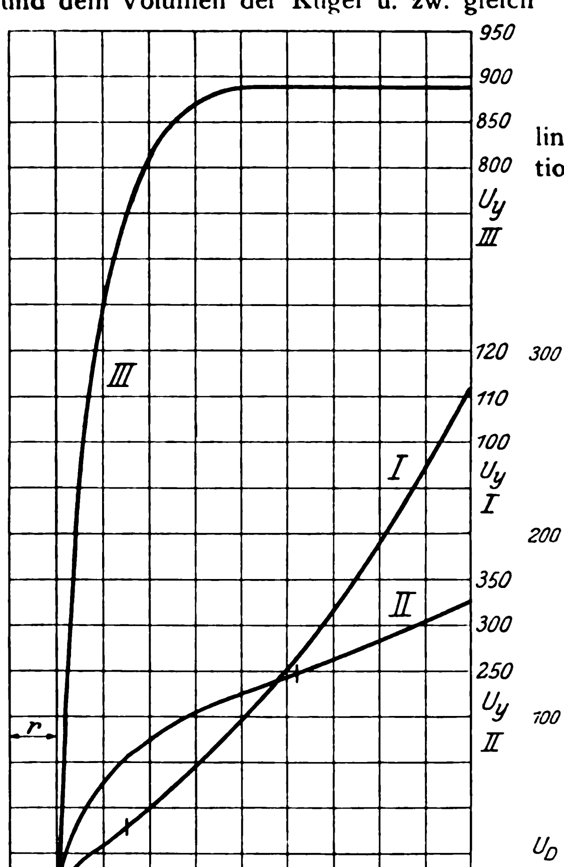


Bild 9. Die Verteilung der Spannung auf den Radius bei konzentrischen Kugelelektroden.

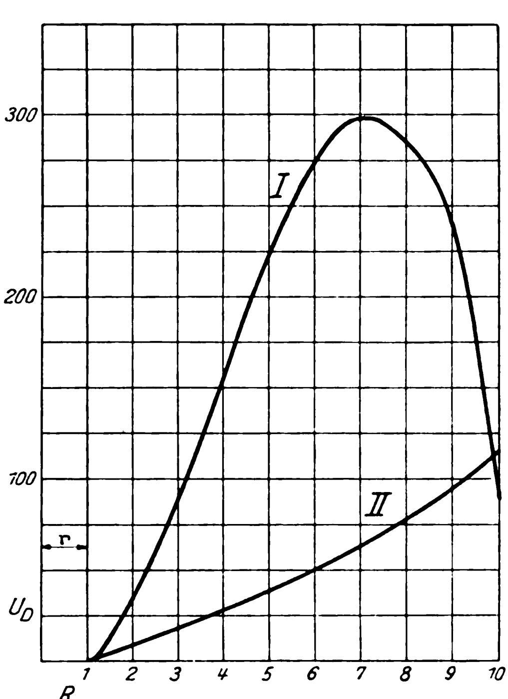


Bild 10. Die Durchschlagsfunktionen bei konzentrischen Kugelelektroden. Fall a.

Hiermit ergibt sich die Teilspannung auf den Weg $d R_x$

$$d U_y = \frac{\Phi}{\varepsilon F} \cdot d R_x = \frac{\alpha + \beta R_x^3}{\varepsilon \gamma} d R_x$$

und

$$U_y = \frac{\alpha}{\varepsilon \gamma}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_x}\right) + \frac{\beta}{\varepsilon \gamma}\left(\frac{R_x^2}{2} - \frac{r^2}{2}\right),$$

wenn die Integration vom konstanten Radius r der inneren Kugel an ausgeführt wird.

Wird gesetzt

$$\frac{\alpha}{\varepsilon \gamma} = c, \quad \frac{\beta}{\varepsilon \gamma} = b,$$

* Genauer $= \beta\,(R_x^3 - r^3)$; hier sei $r \lesseqgtr R_x$.

so ergibt sich die Spannungsfunktion

$$U_y = c\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_x}\right) + \frac{b}{2}(R_x^2 - r^2), \tag{3}$$

oder

$$U_y = A + \frac{b}{2} R_x^2 - c R_x^{-1} \tag{4}$$

mit

$$A = \frac{c}{r} - \frac{b}{2} r^2.$$

Der Radius r der inneren Kugel sei stets als konstant angenommen.

Die Funktion setzt sich also zusammen aus einem konstanten Wert, einer Parabel und einer Hyperbel. Sie ist in Bild 9 für folgende willkürliche Werte gezeichnet:

Kurve I $c = 16$, $\frac{b}{2} = 1$, $r = 1$, $R_x = 1$ bis 10, $A = c - \frac{b}{2} = 15$;

„ II $c = 250$, $\frac{b}{2} = 1$, $r = 1$, $R_x = 1$ bis 10, $A = c - \frac{b}{2} = 249$.

Die Kurven haben Wendepunkte, und zwar I. bei $R_x = 2{,}5$, II. bei $R_x = 6{,}2$, gemäß der Gleichung $R_w = \sqrt[3]{\frac{2c}{b}}$.

Man erkennt, daß es nicht ohne weiteres feststeht, an welcher Elektrode das maximale Spannungsgefälle auftritt. Allgemein ist das Verhältnis der Spannungsgefälle an den Elektroden:

$$\delta = \frac{\mathfrak{E}_R}{\mathfrak{E}_r} = \frac{bR + cR^{-2}}{br + cr^{-2}},$$

er ist

$$\delta_I = 1{,}2 \quad \text{und} \quad \delta_{II} = 0{,}09.$$

2. Ableitung der Durchschlagsfunktion.

Wird wieder für die Festigkeit des Isolierstoffes ein konstanter Wert = a eingesetzt, so ist entweder

$$\mathfrak{E}_R = bR + cR^{-2} = a,$$

oder

$$\mathfrak{E}_r = br + cr^{-2} = a,$$

je nachdem wo das größte Spannungsgefälle auftritt.

Durch Einführen dieser Bedingungsgleichungen in die Spannungsgleichung ($R_x = R$) ergibt sich die Durchschlagsfunktion entweder

$$U_{D1} = aR^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) + \frac{b}{2}\left(3R^2 - \frac{2R^3}{r} - r^2\right) \tag{5}$$

oder

$$U_{D2} = ar^2\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) + \frac{b}{2}\left(R^2 + \frac{2r^3}{R} - 3r^2\right). \tag{6}$$

Zur Charakterisierung der Durchschlagsfunktionen sind die mit den Werten des früheren Beispiels (Bild 9, I) und a = 20 in Bild 10, I, II gezeichnet.

Man erkennt daraus, daß bis etwa zum Radius R = 10 der Durchbruch an der inneren Kugel erfolgt, denn die Festigkeit wird hier bei kleineren Spannungen erreicht (II), als an der äußeren Kugel (I).

Über R = 10 würde es umgekehrt sein, da dann I < II. Die Kurve II ist im Anfang nahezu eine Gerade und krümmt sich später nach oben, sie hat also in diesem Fall (nicht immer) den entgegengesetzten Charakter wie die Durchschlagsfunktion bei planparallelen Elektroden. Hier wirken die Grenzionen nivellierend auf die Spannungsverteilung ein (vgl. Kurve I mit II, Bild 9), indem sie nach wachsenden

R hin ein größeres Spannungsgefälle hervorrufen und damit den Anfang bei r entlasten.

Verfolgt man die Kurve I (Bild 10) weiter, so würde sie bei $R = 10,5$ die Nulllinie schneiden. Das würde bedeuten, daß der Durchschlag bereits bei der geringsten Spannung erfolgen müßte, was natürlich unmöglich ist. Hier gelten dieselben Erörterungen wie bei II 4, d. h. die Kurve erreicht in Wirklichkeit nie den Nullwert. Fall b. 1. Alle Feldlinien gehen von der inneren Kugel aus. Die Zahl der direkten Feldlinien sei wieder $= \alpha$, diejenige der Grenzionen folgt jetzt der Gleichung $\Phi' = \beta (K - R_x)^3$, worin $K = R =$ Radius der äußeren Kugel ist.

Hiermit ergibt sich die Teilspannung

$$d U_y = \frac{\alpha + \beta (K - R_x)^3}{\varepsilon \gamma R_x^2} \cdot d R_x;$$

oder mit

$$\frac{\alpha}{\varepsilon \gamma} = c, \quad \frac{\beta}{\varepsilon \gamma} = b$$

wird

$$d U_y = \left[\frac{c}{R_x^2} + \frac{b (K - R_x)^3}{R_x^2}\right] d R_x$$

Die Spannungsfunktion ergibt sich daraus

$$U_y = (c + b K^3)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_x}\right) - 3 b K^2 \log \frac{R_x}{r} + 3 b K (R_x - r) - \frac{b}{2}(R_x^2 - r^2). \quad (7)$$

Bild 9, Kurve III zeigt den Verlauf der Funktion für dieselben Zahlenwerte wie bei Kurve I.

Man erkennt, daß eine sehr hohe Gesamtspannung notwendig ist, um dieselbe Anzahl Feldlinien wie bei I, aber in entgegengesetzter Richtung durch den Isolierstoff zu treiben, und ferner, daß hierbei ein großes Spannungsgefälle an der inneren Kugel auftritt.

2. Ableitung der Durchschlagsfunktion.

Das maximale Spannungsgefälle tritt in diesem Falle stets an der inneren Kugel auf.

Dieses ist

$$\left.\frac{d U_y}{d R_x}\right|_{R_x = r} = \frac{c}{r^2} + \frac{b}{r^2}(K - r)^3$$

und wird gleich a gesetzt.

Für die Gesamtspannung ist zu beachten, daß $K = R$ und mit R veränderlich ist; demnach wird sie

$$U = (c + b R^3)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) - 3 b R^2 \log \frac{R}{r} + 3 b R (R - r) - \frac{b}{2} R^2 - r^2) \quad (8)$$

Setzt man hierin wieder den Wert c aus

$$c = a r^2 - b (R - r)^3$$

ein, so folgt die Durchschlagsfunktion

$$U_D = [a r^2 - b (R - r)^3 + b R^3]\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) - 3 b R^2 \log \frac{R}{r} + 3 b R (R - r) - \frac{b}{2}(V^2 - r^2) \quad (9)$$

Beispiel.

Die Verhältnisse beim Durchschlag eines Isolierstoffes zwischen konzentrischen Kugeln seien an einem konkreten Beispiel untersucht.

Es sei $r = 1$ mm, $R = 2$ bis 10 mm,
$a = 20$ kV/mm, $b = 0,1$ kV/mm².

Die Durchschlagsfunktion ist berechnet worden für Fall a nach Gleichung (6) (Bild 11, I) und Fall b nach Gleichung (9) (Bild 11, II).

Es zeigt sich das eigentümliche Ergebnis, daß der Isolierstoff von einer kleineren Spannung durchschlagen wird, wenn die innere Kugel positiv ist.

Dieser Polaritätseffekt ist auf Grund der Theorie immer zu erwarten, wenn die Elektroden verschiedene Größe haben.

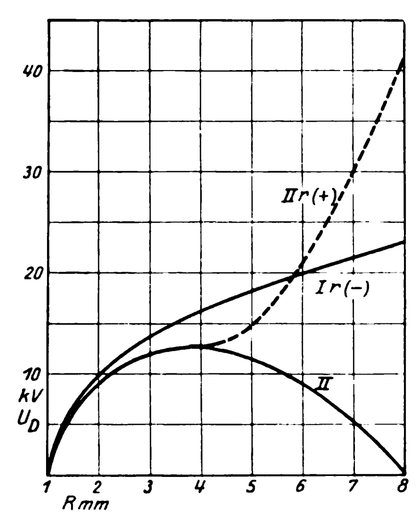


Bild 11. Beispiel. Polaritätseffekt.

In der Tat ist diese Erscheinung durch Versuche mit flüssigen und festen Isolierstoffen lange bekannt. So fand Voege[1] für Spitzen gegen Plattenelektroden in Petroleum und Äther eine höhere Durchschlagsspannung, wenn die Spitze negativ war. Dasselbe wurde von Schumann und seinen Schülern bei Öl nachgewiesen. Auffallend ist der Effekt bei Idonit (Gabler), bei dem sich die Durchschlagsspannung zwischen kugeligen Elektroden von $r = 2{,}5$ mm und $R = 15$ mm um 30% geringer erwies, wenn die Elektrode mit der stärkeren Krümmung negativ war.

V. Zusammenfassung.

Im folgenden seien kurz die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchungen zusammengefaßt.

1. Bestimmte Vorstellungen von der Konstitution eines Isolierstoffs ergeben die Folgerung, daß Raumladungen auftreten müssen, wenn der Isolierstoff einem elektrischen Feld ausgesetzt wird[2].

2. Die Raumladungen bilden in berechenbarer Weise das Feld zwischen den Elektroden um; die sich ergebende Spannungsverteilungsfunktion wird abgeleitet.

3. Auf Grund der Annahme, daß die Durchschlagsfestigkeit eine Materialkonstante ist, wird die Durchschlagsfunktion für die Anordnung planparalleler Elektroden berechnet.

4. Es wird gezeigt, daß die abgeleitete Durchschlagsfunktion den Meßergebnissen gerecht wird.

Insbesondere entspricht das Durchlaufen eines Maximums der Durchschlagsspannung den Beobachtungen. Die Gültigkeitsgrenze der abgeleiteten Durchschlagsfunktion wird angegeben und ihr weiterer Verlauf erörtert.

5. Die Durchschlagsfunktionen für die Anordnung konzentrischer Kugeln werden abgeleitet.

Es zeigt sich das Auftreten eines Polaritätseffektes. Das Ergebnis deutet allgemein die beobachteten Polaritätseffekte bei unsymmetrischen Elektroden.

[1] ETZ 1904, 1033.

[2] Über den experimentellen Nachweis der Raumladungen wird in einer weiteren Arbeit berichtet werden.

Stoßspannung und Durchschlag bei Gasen.

Von

W. Rogowski.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

1. Das bisherige Ergebnis. In einer früheren Arbeit[1] habe ich gezeigt, daß die berühmte und bisher allgemein anerkannte Townsendsche Theorie der Funkenentladung[2] in große Schwierigkeiten kommt, wenn sie die Erfahrungen erklären soll, die der Versuch für den Durchschlag der Luft bei Stoßspannungen ergeben hat. Bekanntlich nimmt Townsend an, daß bei genügend hoher Spannung im Gase eine Elektronenlawine und eine positive Ionenlawine entsteht. Beide bewegen sich in entgegengesetzter Richtung und steigern sich gegenseitig hoch. Kommt dieses gegenseitige Emportreiben nicht zur Ruhe, so erhalten wir große Ströme und schließlich Durchschlag. Der Größenordnung nach läßt sich die Geschwindigkeit beider Lawinenarten abschätzen. Es sei Luft bei Atmosphärendruck vorausgesetzt und eine Feldstärke von etwa 30000 Volt/cm (Funkenlänge 1 cm). Wie ich früher ausgeführt habe, hat man dann bei der Elektronenlawine mit einer Geschwindigkeit von rund 10^7 bis 10^8 cm/sec, bei der der positiven Ionenlawine rund mit 10^5 cm/sec zu rechnen. Legt man diese Werte zugrunde, so folgt zwangläufig, daß man nur dann zu merklichen Strömen kommt, wenn die gewöhnliche statische Durchschlagspannung wesentlich länger als 10^{-5} sec auf die Funkenbahn wirkt. Hiernach sollte man zur Erzielung eines Durchschlags von etwa 10^{-4} sec an abwärts höhere Werte der Funkenspannung erwarten. Nach unseren älteren experimentellen Erfahrungen beginnt aber diese Erhöhung erst von rund 10^{-6} sec, vielleicht sogar erst von 10^{-7} sec an. Der Durchschlag geht eben in Wirklichkeit etwa 2 bis 3 Zehnerpotenzen rascher vor sich, als man nach der Townsendschen Theorie erwarten sollte. Hierin liegt die Schwierigkeit. Entweder müssen wir der Berechnung der Lawinengeschwindigkeiten[3] oder den Versuchen oder aber den Vorstellungen der Townsendschen Theorie mißtrauen.

2. Kritik der Geschwindigkeiten. Den Ausschlag für die aufgedeckte Unstimmigkeit gibt die niedrige Geschwindigkeit der positiven Ionen von rund 10^5 cm/sec bei 30000 Volt/cm. Ihrer Berechnung liegt das einmolekelige Ion und die üblichen Werte der freien Weglänge zugrunde. Indessen muß man nach neueren Messungen von Dempster[4] durchaus mit der Möglichkeit rechnen, daß solche Ionen auch größere freie Weglängen erreichen können. Dempster hat bei Wasserstoffionen in Helium das Neunfache des üblichen Wertes feststellen können. Freilich bei Heliumionen in Helium fand er wieder die normalen Werte. Wie die Verhältnisse bei Sauerstoff- oder Stickstoffionen liegen, darüber scheint nichts bekannt zu sein. Trotz dieser Unsicherheit kann der Größenordnung nach unser obiger Geschwindigkeitswert immer noch als brauchbar angesehen werden. Das rührt daher,

[1] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot., XVI, 1926, S. 496. — Arbeiten des Elektrot. Instituts der Technischen Hochschule Aachen, Bd. II, S. 1.

[2] Townsend, Ionisation der Luft, Handbuch der Radiologie I, herausgegeben von Marx. — Schumann, Durchbruchfeldstärke von Gasen, Springer 1923. — Kaufmann, Elektrizitätslehre, Müller-Pouillet, Bd. IV, 33, 115. — Seeliger, Gasentladung, Ambrosius Barth, Leipzig 1927.

[3] Die Berechtigung meiner Kritik der Townsendschen Theorie ist inzwischen von verschiedenen Seiten anerkannt worden. Vgl. Schumann, Zeitschr. f. techn. Physik 1926, S. 620; Seeliger, Gasentladungen, Ambr. Barth, Leipzig 1927, S. 170 u. ff.; Holm, Arch. f. Elektrot., XVIII, 1927, S. 80.

[4] Dempster, Phil. Mag. 1927, Serie 7, Bd. 3, S. 115. Den Hinweis auf diese Arbeit verdanke ich Herrn Prof. J. Franck, Göttingen.



daß er nur mit der Wurzel aus der freien Weglänge wächst[1]. Wir brauchen, wenn wir mit der Townsendschen Theorie die außerordentliche Plötzlichkeit des Durchschlages erklären wollen, die hundert-, vielleicht die tausendfache Geschwindigkeit der positiven Ionen, somit Weglängen, die 10^4 bis 10^6 mal größer als die üblichen sind. Niemand wird annehmen wollen, daß die Besonderheiten der freien Weglänge, die das Experiment zur Zeit im Begriff ist, aufzudecken, derartige Größenordnungen erreichen könnten. Schließlich müssen wir, wie später mitgeteilte Funkenoszillogramme lehren, nicht nur hohe Geschwindigkeiten, sondern auch plötzlich einsetzende

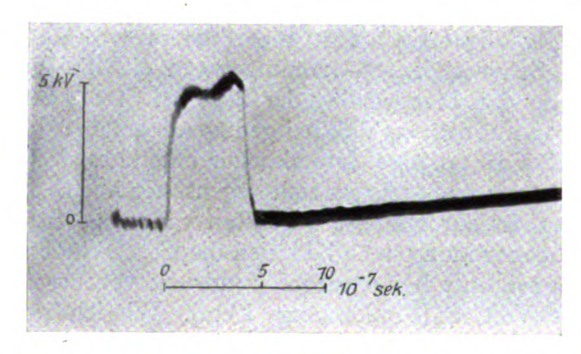


Bild 1. Durchschlag einer Plattenfunkenstrecke bei Aufprägung statischer Durchschlagspannung.

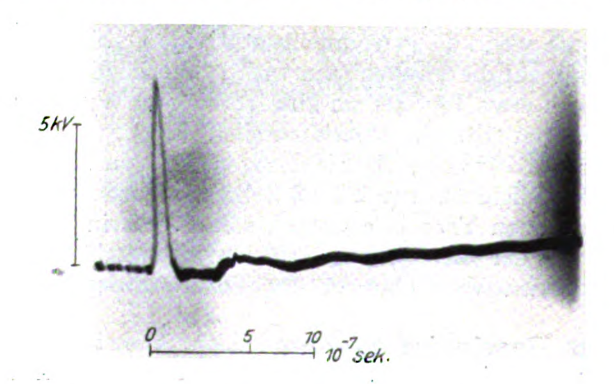


Bild 2. Durchschlag einer Plattenfunkenstrecke bei Aufprägung von Überspannung.

starke Ströme erklären. Zu letzteren gehören aber wiederum vielfache Ionisierungen und Energieabfuhr und Bremsung der Ionen[2].

Die früher angegebene Geschwindigkeit der Elektronenlawine von rund 10^7 bis 10^8 cm/sec bringt keine wesentliche Schwierigkeit für die Theorie. Durch Versuche von Ramsauer[3] und Brüche[4] sind wir ziemlich eingehend bei den Elektronen über die Besonderheiten der freien Weglänge unterrichtet. Bei Stickstoff liegen die gemessenen Werte der freien Weglänge für langsame Elektronen teilweise um die Hälfte

[1] Vgl. die von Townsend und Hertz stammenden Formeln (4) und (5) meiner früheren Arbeit, Arch. f. Elektrot., XVI, 1926, 6. Heft. Inzwischen hat Herr Hertz, Zeitschr. f. Phys. 32, 1925, S. 298, eine Verfeinerung seiner Rechnung mitgeteilt, die aber noch niedrigere Werte der Geschwindigkeit für unseren Fall ergibt.

[2] Man beachte, daß nach den Oszillogrammen Bild 1 und 2 bei 30% Überspannung die Funkenverzögerung von rund $4 \cdot 10^{-7}$ auf rund 10^{-8} sec zusammenschrumpft. Da die Geschwindigkeit der Lawine proportional der Wurzel aus der Feldstärke wächst, fehlen in diesem Falle beinahe vier Zehnerpotenzen in der Geschwindigkeit.

[3] Ramsauer, Annal. d. Phys., 64, 1921, S. 513, — Jahrb. f. Radioaktivität und Elektrot., Bd. 19, 1922, S. 345.

[4] Brüche, Annal. d. Phys., IV, 83, 1927, S. 1065; 81, 1926, S. 566.

niedriger als die gaskinetische. Bei Sauerstoff wurde keine wesentliche Änderung gefunden. Die Geschwindigkeit der Elektronenlawine dürfte daher ebenfalls eher zu hoch als zu niedrig geschätzt sein.

3. Kritik der Versuche. Wie ich früher ausführte, liegt die Schwäche der früheren zum Vergleich mit der Theorie herangezogenen Versuche darin, daß die Momentanspannung an der Funkenstrecke nicht gemessen, sondern berechnet wird. Bereits damals stellte ich Messungen mit dem Kathodenoszillographen in Aussicht. Sie sind inzwischen in der Arbeit von mir[1] und meinen Mitarbeitern Flegler und Tamm[2] gegeben worden. Unsere Aufnahmen haben die aufgedeckte Unstimmigkeit zwischen Theorie und Versuch nicht nur bestätigt, sondern sogar zahlenmäßig verstärkt. Unser Ergebnis läßt sich wie folgt zusammenfassen: Wird auf eine (bestrahlte) Funkenstrecke plötzlich rund die statische Durchschlagspannung geschaltet, so erfolgt der Durchschlag ziemlich regelmäßig bereits nach etwa 10^{-7} sec. Steigert man die Durchschlagspannung nur um etwa 30%, so schrumpft die Funkenverzögerung von 10^{-7} auf rund 10^{-8} sec zusammen (vgl. die neueren Bilder 1 und 2 und die älteren 44 und 45, S. 506, Bd. 18).

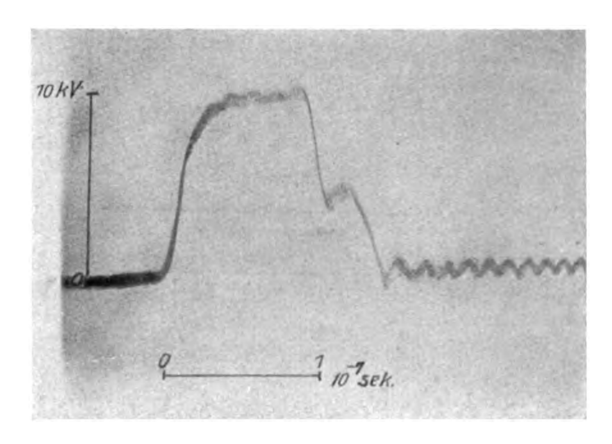


Bild 3. Durchschlag einer Plattenfunkenstrecke. Statische Durchschlagspannung. Außerordentlich rasche Zeitablenkung.

4. Schlußfolgerung. Wir können jetzt mit aller Bestimmtheit das experimentelle Ergebnis als völlig gesichert und die früher für den Vergleich grundlegenden Werte der Geschwindigkeiten als hinreichend einwandfrei ansehen. Es wird daher nichts anderes übrig bleiben als anzunehmen, daß die Townsendsche Theorie, wenn auch ihre sonstigen Leistungen durchaus nicht verkannt werden sollen, Bestandteile enthält, die mit der Wirklichkeit in Widerspruch stehen. Die Vorstellung von dem gegenseitigen Herauftreiben zweier durch den ganzen Entladungsraum hin- und hereilender Lawinen kann heute nicht mehr aufrechterhalten werden.

5. Eine weitere Schwierigkeit. Bisher hatten wir zum Vergleich zwischen Theorie und Versuch nur die Zeit herangezogen, nach deren Ablauf der Durchschlag beginnt. Die genauere Betrachtung der Art, wie der Durchschlag beginnt und vor sich geht, deckt aus unseren Oszillogrammen noch eine weitere Unstimmigkeit auf. Zunächst sei daran erinnert, daß bei unseren Versuchen die Funkenstrecke am Ende einer Wanderwellenleitung lag. Geht der Strom $\mathfrak{J}$ durch die Funkenstrecke, so muß gleichzeitig eine rückläufige Entladewelle U_e in die Leitung ziehen. Zwischen dem Strom $\mathfrak{J}$ und der Entladewelle U_e besteht die Beziehung $\mathfrak{J} \cdot R_0 = U_e$, wo R_0 der Wellenwiderstand (375 Ohm in unserem Falle) ist. Bei den Tammschen Versuchen war der Funkenstrecke noch der Widerstand $R_1 = 375$ Ohm vor-

[1] Arch. f. Elektrot. XVIII, 1927, 504.
[2] Tamm, Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 235.

geschaltet. In diesem Falle lautet die Beziehung $\mathfrak{J} = \frac{U_a - U_0}{R_0 + R_1}$ (U_a Anfangsspannung, U_0 Stufenspannung). Die Leitung kann somit der Funkenstrecke Strom nur unter gewissen Spannungen zur Verfügung stellen. Was wir messen, ist also ein Spannungs- und Stromzustand, der unter der gemeinsamen Wirkung von Funkenstrecke und Leitung entsteht. Alle bisher aufgenommenen Oszillogramme zeigen nun, daß der Übergang vom Isolator in den Leiter in außerordentlich kurzer Zeit,

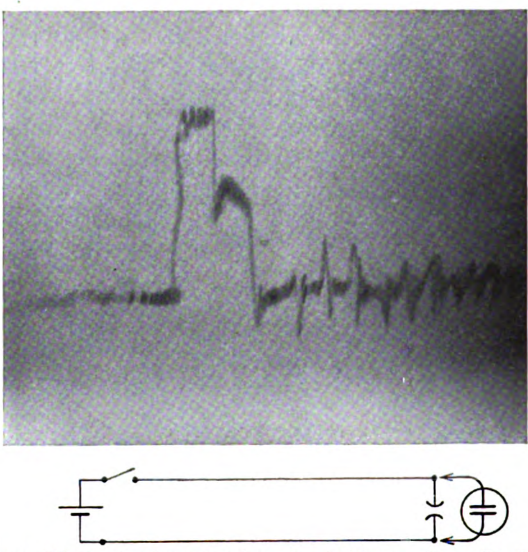


Bild 4. Durchschlag einer Plattenfunkenstrecke. Ausbildung einer Stufe (vgl. Bild 3, 5 und 6)[1].

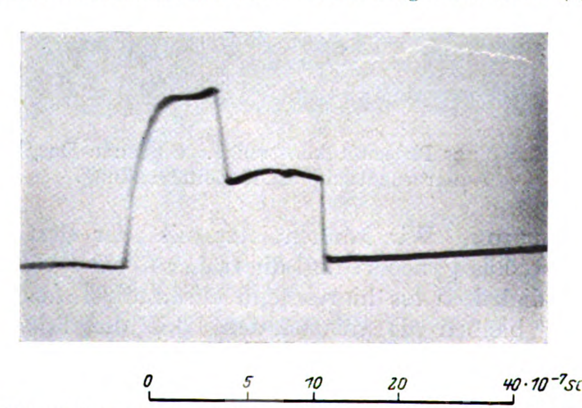


Bild 5. Vergrößerung der Stufe bei Durchschlag durch Wasserstoff.

die noch unterhalb 10^{-8} sec liegt, vor sich geht. Ein Blick auf Bild 2 zeigt dies deutlich. Um über diesen Übergang noch Genaueres zu erfahren, ist in starker zeitlicher Auseinanderziehung Bild 3 aufgenommen worden. Ohne Ansprechen der Funkenstrecke würde der wagerechte Teil der Kurve 10000 Volt entsprechend sich über das ganze Bild erstreckt haben. Der Abfall ist durch das Ansprechen der (Platten-) Funkenstrecke verursacht. Die Auswertung der Zeit, die der Übergang vom Isolator in den Leiter erfordert, wird dadurch erleichtert, daß aus uns noch unbekannten Gründen eine Schwingung von rund 300 Millionen Per/sec in der Zeitablenkung erfolgt. Im Original ist mit dem unbewaffneten Auge deutlich statt eines homogenen Striches eine dichte Reihenfolge von feinen senkrechten

[1] Bild 4 ist entnommen Arch. f. Elektrot. XVIII, 1927, S. 479, Bild 5 u. 6 Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 235.

Strichen zu sehen. Zwischen zwei solchen senkrechten Strichen, also in Zeiten von $3 \cdot 10^{-9}$ sec setzt der Spannungsabfall, somit das Anschwellen des Stromes ein. Der Townsendschen Theorie nach erwarten wir ein allmähliches Anwachsen des Stromes, wobei das Anstiegtempo durch die Geschwindigkeit positiver Ionen geregelt wird. Dementsprechend sollte auch die Spannung allmählich absinken. Davon ist nichts in unseren Oszillogrammen zu entdecken.

Einen gewissen Anhalt für die Beurteilung der Oszillogramme wird man in folgender Betrachtung finden. Es sei ein isoliert aufgestellter, (unendlich) großer Kondensator gegeben (Flächenbelag σ_1). Plattenabstand a. In seinem Innern finde zur Zeit $t = 0$ plötzlich in einer „Ebene" eine Trennung positiver und negativer Elektrizität statt (idealisierte Stoßionisierung). Flächenbelag σ_2. Entfernung dieser Ebene von der positiven Platte δ. Die Geschwindigkeit der negativen Elektrizität sei mit v, der positiven mit Null angenommen. Dann ergibt sich für die Spannung des Kondensators:

$$U = 4\pi\sigma_1 a - 4\pi\sigma_2 v t.$$

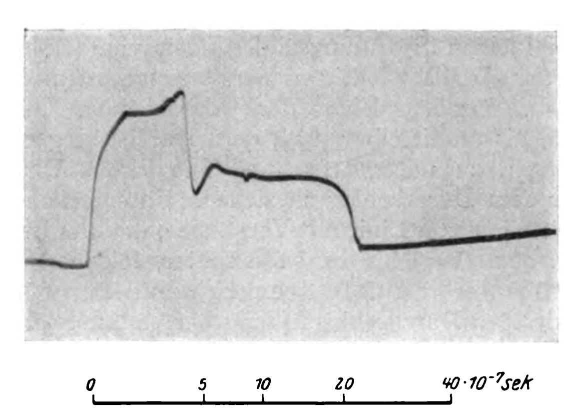


Bild 6. Vergrößerung der Stufe bei Erniedrigung des Druckes.

Die Spannung ist unabhängig von δ. Sie beginnt somit, wie die Formel lehrt, sofort nach Eintritt der Bewegung zu sinken. Es ist somit nicht notwendig, daß die negativen Ionen die ganze Bahn erst durchsetzen müssen, damit sich ein Spannungsabfall bemerkbar macht. Unsere Oszillogramme besagen daher, daß irgendwo in der Funkenstrecke sich genügend viel Elektronen mit genügend großer Geschwindigkeit in der Zeit von etwa $3 \cdot 10^{-9}$ sec in Bewegung setzen. Durch diese Betrachtung wird die beobachtete Durchschlagskurve Bild 2 wenigstens einigermaßen verständlich. Wir müssen bei diesem Bild infolge der Kürze der zur Verfügung stehenden Zeit bezweifeln, daß die Elektronen einen vollen Weg von der Kathode zur Anode durchlaufen können, wenn sich ein Absinken der Spannung (der eigentliche Durchschlagsvorgang) bemerkbar macht.

Soll die Spannung U konstant bleiben (Stufe, Bild 4, 5, 6), was nur möglich ist, wenn der Kondensator mit einer Stromquelle verbunden und nicht mehr isoliert ist, so muß man ansetzen:

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{\sigma_2}{a} v t.$$

Der Strom in unserer Wanderwellenleitung hat somit die Größe:

$$i = F\frac{\sigma_2 v}{a}. \quad (F \text{ Kondensatorfläche.})$$

Solange der Wanderwellenstrom kleiner ist als dieser Betrag, sinkt die Spannung. Zur Flächenbelegung σ_0 gehöre die Stufenspannung U_0; nun muß sein $U_a - U_0 = R\,i$; U_a Anfangsspannung, R Wellenwiderstand plus Vorschaltwiderstand.

Somit

$$U_0 = U_a - Ri = U_a - RF\frac{\sigma_2 v}{a} = 4\pi\sigma_0 \cdot a.$$

6. Vorgänge in der Funkenstrecke vor dem Durchschlag. Bei allen oszillographischen Aufnahmen ist keine Spur davon zu merken, daß sich der Durchschlag vorher durch eine nachweisbare Veränderung der Wanderwelle ankündigt. Dieses Ergebnis wird verständlicher, wenn wir die Ionisierungsarbeit berechnen, die notwendig ist, um die für die beobachteten Ströme nötigen Elektronen zu erzeugen. Sie ist tatsächlich, wie die folgende Rechnung lehrt, sehr klein.

Ist $\mathfrak{J}$ der Strom in Ampere unmittelbar nach dem Durchschlag, so treffen in der Zeit t sec $\frac{0{,}1 \cdot \mathfrak{J} \cdot 3 \cdot 10^{10} \cdot t}{e}$ Elektronen auf die Anode auf ($e = 4{,}77 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten = Ladung des Elektrons). Die Ionisierungsspannung sei mit 16 Volt angesetzt. Es ist eine Ionisierungsenergie von $\frac{16}{300} \cdot e$ Erg pro Molekel zu leisten. Die Gesamtionisierungsarbeit in der Zeit t beträgt somit $16 \cdot 10^7 \cdot \mathfrak{J}_{Amp}\, t$ Erg $= 16\, \mathfrak{J}_{Amp}\, t$ Wattsec. Setzen wir, uns an Bild 5 anlehnend, $\mathfrak{J}_{Amp} = 2{,}5$ Amp., so ist die Ionisierungsarbeit in der Zeit t $40 \cdot t$ Wattsec. Bei 5000 Volt gehört hierzu in der Zeit t ein Energiestrom von rund 10^{-2} Ampere. Dieser ist mit der bisher durch unsern Oszillographen gegebenen Empfindlichkeit nicht nachzuweisen und würde auch bei kleinen Spannungsänderungen von kapazitiven Ladeströmen überdeckt werden. Gerade die wichtigen Vorgänge vor dem Durchschlag, die die Funkenbahn umbilden, entgehen leider der Beobachtung. Es wird daher nichts anderes übrig bleiben, als unmittelbar nach dem Durchschlag die Funkenbahn willkürlichen Veränderungen zu unterwerfen und aus ihrem Verhalten Rückschlüsse auf die Vorgänge vor dem Durchschlag zu ziehen. Entsprechend befassen sich auch die folgenden Abschnitte in erster Linie mit Vorgängen, die unmittelbar auf den Durchschlagsvorgang, d. h. etwa 10^{-8} bis 10^{-7} sec später, folgen.

7. Veränderung der Funkenstrecke nach dem Durchschlag. Unmittelbar nach Eintritt des Durchschlags (nach der ersten Spannungssenkung) muß eine durchgreifende Veränderung in der Funkenbahn erfolgt sein. Die Spannung an der Funkenstrecke nimmt nach Beginn des Durchschlags, wie die Aufnahmen zeigen, ab, mit ihr die durchschnittliche Feldstärke. Trotzdem vermag die Erzeugung immer größerer Ströme aufrecht erhalten zu werden (fallende Charakteristik). Ist somit der Vorgang, der die plötzlich eintretenden großen Ströme liefert, erst da, so erweist er sich als ziemlich unabhängig von der Spannung, während sich sonst die Ionisierungsvorgänge gegen Spannungsänderungen sehr empfindlich erweisen. Bekanntlich hat man bisher fallende Charakteristiken durch Raumladungen und Feldverzerrungen zu begründen versucht. Unsere Oszillogramme sind in erster Linie Spannungsbilder. Die Spannungssenkungen beim Durchschlag geben aber ohne weiteres auch ein Maß für den Strom durch die Entladungsbahn (vgl. Abschnitt 5). Unsere Bilder zeigen somit, daß das eigentliche Durchschlagsphänomen mit Bewegung von erheblichen Ladungen verknüpft ist. Es ist daher anzunehmen, daß in der Tat auch hier die Veränderung der Funkenstrecke zum mindesten in einem erheblichen Teil in Ausbildung einer Raumladung besteht. Unmittelbar mit dem Durchschlag würde sich dann die Ausbildung einer Raumladung vollziehen, die die notwendige Feldverzerrung bewirkt. Ob aber diese Auffassung vollständig ausreicht, kann nur an Hand weiterreichender Untersuchungen beantwortet werden. Die niedrige Spannung unmittelbar nach dem Durchschlag (Größenordnung weniger als 100 Volt) kommt immerhin überraschend. Die Raumladung kann durch die Feldverzerrung, die sie hervorruft, für lokal große Feldstärken sorgen. Immerhin ist es nicht ausgeschlossen, daß wir alsdann es bereits mit einer angeregten Gasstrecke zu tun haben, in der die Stromerzeugung erleichtert ist.

8. Erfolgt unmittelbar nach Einsetzen des Durchschlags Stoßionisierung in der ganzen Funkenbahn? Lehnen wir das gegenseitige Hinauftreiben der Elektronen- und positiven Ionenlawine ab, so stehen wir den großen Strömen, die der Durchschlag mit sich bringt, wieder ratlos gegenüber. Wo kommen sie her?



Hier liegt die Kernfrage des ganzen Problems. Wie vorhin gesagt, können wir über Vorgänge unmittelbar vor dem Durchschlag aus unseren Aufnahmen nichts erfahren. Spielt wenigstens unmittelbar nach Einsetzen des Durchschlags Ionisierung in der ganzen Funkenbahn eine Rolle? Zunächst könnte nach dem Vorhergehenden nur an eine Stoßionisierung der Elektronen gedacht werden[1]. Wir kehren so zurück zu Townsends ersten Ansätzen, als er die Ionisierung durch positive Ionen noch nicht in seine Theorie eingegliedert hatte. Wollen wir die hohen Ströme des Durchschlags in der Tat so erklären, so müssen wir mit wesentlich höheren Ionisierungskoeffizienten rechnen, als Townsend sie selbst durch Beobachtung des dunklen Vorstromes unterhalb des Durchschlags festgestellt hat. Dies wäre keineswegs befriedigend.

Eine andere Schwierigkeit taucht auf. Die oszillographischen Aufnahmen ergeben nicht immer einen völlig gleichmäßigen Zusammenbruch der Spannung bei der Entladung. In vielen Fällen bildet sich ein stufenförmiger Abfall aus (vgl. die Bilder 4, 5 und 6). Diese Stufe nimmt bei Wasserstoff beträchtliche Längen an (Bild 5), desgleichen bei Luft, wenn wir den Druck herabmindern (Bild 6). Nun fließen während der Dauer der Stufe große Elektrizitätsmengen durch die Funkenbahn. Bei Bild 5 sind es, wie man leicht nachrechnet, $2 \cdot 10^{-6}$ Coulomb. Bei Bild 6 kommen wir rund auf den gleichen Betrag. Nehmen wir an, der Strom werde durch Elektronen und Stoßionisierung gebildet. Dann müßte sich in der Funkenbahn auch eine positive, ziemlich langsam bewegliche Ionenwolke von der angegebenen Elektrizitätsmenge gebildet haben. Man bedenke, daß die Ladung einer Elektrode in beiden Fällen (Kapazität 3 cm) nur rund 10^{-8} Coulomb beträgt. Die gebildeten Mengen sind rund 200 mal größer als bei unverzerrtem Feld die Elektrizitätsmengen auf den Elektroden! Es müßte sich somit unter der Voraussetzung von Stoßionisierung in der ganzen Funkenbahn eine ungeheure Feldverzerrung ausbilden. Bereits die einfache Menge würde das Feld von Grund auf verwandeln[2]. Daß trotzdem Strom und Spannung in der Funkenstrecke konstant bleiben sollten, muß bei der von Townsend nachgewiesenen hohen Empfindlichkeit der Ionisierungskoeffizienten von der Feldstärke als ausgeschlossen gelten. Halten wir daher an der Abschnitt 2 angesetzten Geschwindigkeit positiver Ionen fest, so muß man annehmen, daß, wenigstens unmittelbar nach Einsetzen der Entladung, die Stromstärke nicht durch Stoßionisierung in der ganzen Funkenbahn gebildet wird.

Es soll keineswegs in Abrede gestellt werden, daß die geringen Ionisationsströme, die Townsend unterhalb der Entladung nachgewiesen hat, in der ganzen Funkenstrecke entstehen. Auch richtet sich unser Einwand nicht gegen die direkt von ihm gemessenen Ionisationsströme des dunklen Vorstromes. Hier steht lediglich die Extrapolation Townsends von den dunklen Vorströmen zum Durchschlagsphänomen zur Diskussion. Die großen Ströme, die, so weit wir sehen, unstetig einsetzen und den eigentlichen Durchschlag ausmachen, scheinen nur in der Nähe der Kathode zu entstehen.

---

[1] Vgl. auch meine frühere Arbeit Arch. f. Elektrot. XVIII, S. 507, zweiter Abschnitt.

[2] Hat ein (unendlich) großer Kondensator die Spannung U, den Abstand a und die überall gleiche positive Raumladung ϱ, so beträgt die Feldstärke im Innern, wenn x die Entfernung von der positiven Platte bedeutet:

$$\mathfrak{E} = \frac{U}{a} - 2\pi\varrho a\left\{1 - \frac{2x}{a}\right\} = 4\pi\sigma - 2\pi q\left\{1 - \frac{2x}{a}\right\},$$

wo σ die Oberflächenladung des Kondensators ohne innere Raumladung bedeutet; $q = \varrho a$ ist die Raumladung auf der Strecke a bei 1 cm² Grundfläche. Ist q doppelt so groß wie σ, so steigt für $x = a$ die Feldstärke durch die Raumladung auf den doppelten Wert; für $x = 0$ sinkt sie auf Null. Für $q = 200\,\sigma$ hat die Feldstärke für $x = a$ rund den 100 fachen Wert gegenüber dem raumladungsfreien Fall. Für $x < \frac{a}{2}$ kehrt das Feld seine Richtung um und erreicht für $x = 0$ dem absoluten Betrag nach wieder rund den 100 fachen Wert. Damit die Feldstärke an keiner Stelle negativ werde, darf somit q nicht größer als $2\,\sigma$ werden. An dieser Forderung müssen wir festhalten, so lange wir annehmen, daß infolge der vielen Zusammenstöße mit den Molekeln Elektronen hoher Geschwindigkeit nicht vorkommen.

9. Ionisierung nur in der Nähe der Kathode? Nimmt man an, daß die Elektronen, die die Entladung bilden, sämtlich aus dem Metall der Kathode stammen, so läßt sich die Stufe ohne weiteres erklären. Die sich vorhin ergebende Schwierigkeit einer sich bildenden Raumladung fällt alsdann ganz weg. Freilich müßten wir schon annehmen, daß diese Austreibung von Elektronen durch gemeinsame Wechselwirkung von Metall und Gas erfolgt. Niemand wird aber diese Annahme als befriedigend ansehen wollen.

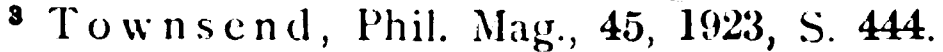
Noch eine zweite Deutung ist möglich. Der Ionisierungsherd kann in einer dünnen Schicht unmittelbar an der Kathode liegen. Da die Stufe sich in etwa 10^{-8} bis 10^{-7} sec ausbilden kann, so käme dieser Schicht bei Atmosphärendruck eine Dicke der Größenordnung nach von $^1/_{100}$ mm zu. In diesem Falle erreichen die gebildeten positiven Ionen bereits frühzeitig genug die Kathode, wo sie neutralisiert werden. Der Rest der Funkenbahn würde dann eine eigentümliche Art Widerstand für die Bewegung der Elektronen bilden.

10. Weitere Theorien des Durchschlags. Die Townsendsche Theorie beschränkt sich für den Durchschlag bei der Wechselwirkung zwischen Elektronen, Ionen und Molekeln lediglich auf die Ionisierung. Ihr Versagen bei Stoßspannungen beweist, daß sie in grundlegenden Annahmen abgeändert werden muß. Es ist daran gedacht worden, auf die Ionisierung durch positive Ionen zu verzichten und lediglich die Ionisierung durch Elektronen beizubehalten. Dafür sollten aber die positiven Ionen durch Aufprall oder elektrostatische Kräfte [1] an der Kathode neue Elektronen auslösen. Auch eine andere Möglichkeit, nach der die positiven Ionen nicht ionisieren, wohl aber bei ihrer Neutralisation an der Kathode eine Strahlung auslösen, die ihrerseits wieder Elektronen freimachen sollte, ist erörtert worden [2]. Nach einer dritten Fassung sollen die Elektronen nicht nur ionisieren, sondern auch Atome bzw. Molekeln anregen. Die ausgesandte Strahlung bei Rückkehr der Elektronen in den normalen Zustand sollte dann an Stelle der positiven Ionen neue Elektronen an der Kathode ergeben. Townsend [3] selbst hat diese Möglichkeiten diskutiert, aber an Hand experimenteller Ergebnisse wieder verworfen. Unsere Betrachtungen sprechen gegen jede Durchschlagstheorie, die ein Wandern von positiven Ionen über längere Strecken zur Voraussetzung haben, und letzteres trifft für die beiden ersten der genannten Theorien zu. Den oben angegebenen Vorschlägen fehlt zur Zeit die überzeugende Beweiskraft. Trotzdem wird man die Vermutung nicht von der Hand weisen wollen, daß die oben angeführten Vorgänge irgendwie beim Durchschlag eine hervorragende Rolle spielen können.

Wir können annehmen, unmittelbar vor dem Durchschlag sei das unverzerrte elektrostatische Feld vorhanden. Unmittelbar nach dem Durchschlag haben wir, wenn wir unserer Erklärung der Oszillogramme rechtgeben, das durch Raumladungen verzerrte Feld. Das Durchschlagsphänomen ist somit unmittelbar mit dem Aufbau dieser Raumladungen verknüpft.

Freilich bleibt es ein Geheimnis, wie sich so beträchtliche Raumladungen plötzlich bilden können und wie deren Entstehung von Vorgängen in der ganzen Funkenbahn abhängig ist. Letzteres müssen wir schon annehmen, denn der Durchschlag hängt, wie wir ja wissen, nicht von der Feldstärke allein, sondern von der Feldstärke und dem Elektrodenabstand ab.

Keineswegs kann somit von einer befriedigenden Erklärung gesprochen werden. Immerhin hat die oszillographische Forschung die Erklärungsmöglichkeiten stark eingeengt und durch Bloßlegung der entscheidenden Phase des Durchschlags unsere experimentellen Erfahrungen wesentlich bereichert.



[1] Townsend a. a. O. — Holst u. Osterhuis, Phil. Mag. 46, 1923, 1117.

[2] Taylor, On sparking potentials of electrial discharge tubes Proefschrift, Utrecht, Universität. Hier findet sich auch eine recht gute Zusammenstellung verschiedener Durchschlagstheorien

[3] Townsend, Phil. Mag., 45, 1923, S. 444.



Quecksilberlampe und Radium als Vorionisatoren. Ihr Einfluß auf den elektrischen Funken.

Von

W. Rogowski und **R. Tamm.**

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

1. Ziel. Beleuchtet man eine Funkenstrecke mit einer Bogenlampe, einer Quecksilberlampe, mit Röntgenstrahlen oder Radium, so spricht die Funkenstrecke bekanntlich auch bei Beanspruchung mit kurzen Spannungsstößen sehr regelmäßig an, d. h. die Funkenverzögerung hat einen bestimmten, beliebig reproduzierbaren Wert. Benutzt man die Funkenstrecke zum Messen kurzer Spannungsstöße, so muß man die Verzögerung möglichst klein machen. Von diesem Gesichtspunkt aus wurde mitunter die Frage erörtert, welche Ionisationsquelle zum Beleuchten der Funkenstrecke die geeignetste sei. Radium hat den Vorteil der Bequemlichkeit in der Handhabung, ist aber sehr teuer. Die Quecksilberlampe ist billiger, aber umständlicher. Im allgemeinen herrscht wohl die Ansicht vor, einige Milligramm Radium gäben eine sehr starke Ionisation. Im folgenden haben wir die Wirkung der Quecksilberlampe mit der des Radiums verglichen. Es wird sich zeigen, daß gerade umgekehrt die Quecksilberlampe ein vorzüglicher Vorionisator ist.

2. Messungen bei kleinem Vorschaltwiderstand. Die Untersuchungen wurden mit dem von Rogowski, Flegler und Tamm beschriebenen Kathodenoszillographen[1] durchgeführt.



Bild 1. Schaltanordnung.

Oszillographisch aufgezeichnet wird in allen Fällen der zeitliche Verlauf der Spannung an den Elektroden. Die Funkenstrecke wurde mit Sprungwellen beansprucht. Die Schaltung ist in Bild 1 wiedergegeben[2]. Legt man den Schalter ein, so springt $2 \cdot 10^{-7}$ sec später an der Funkenstrecke die Spannung auf den Wert der Schaltspannung und bleibt dauernd auf diesem Wert, falls die Funkenstrecke selbst keinen Strom durchläßt. Jeder Strom durch die Funkenstrecke erzeugt einen Spannungsabfall an den Elektroden, der dem Strom proportional ist. In unserm Falle ($R_2 = Z$) ist bei 6,7 Amp. Strom in der Funkenbahn die Spannung an den Elektroden auf Null gesunken. Der Beginn des Absinkens der Spannung an den Elektroden ist für uns ein Zeichen für das Einsetzen des Durchschlags.

Zum Nachweis der Verzögerung haben wir folgende Methode angewandt: Wir beanspruchen die Funkenstrecke mit einer unendlich langen Sprungwelle von etwa 5 kV und stellen sie so ein, daß sie gerade noch anspricht (Bild 2). Beansprucht man jetzt die gleiche Funkenstrecke mit einer sehr steilen Welle von etwa 10 kV[3], so müßte der Durchschlag bei der gleichen Spannung, also bei 5 kV eintreten, falls keine Verzögerung vorhanden ist; ist aber eine Verzögerung vorhanden, so schießt die

[1] Rogowski, Flegler, Tamm, Arch. f. Elektrot., XVIII, 513, 1927.
[2] Vgl. Tamm, Arch. f. Elektrot., XIX, 235, 1928.
[3] In diesem Falle wurde der Widerstand R_1 weggelassen, durch Reflexion am offenen Ende entsteht dann die doppelte Schaltspannung.

10-kV-Welle über 5 kV hinaus. Die im Augenblick des Zusammenbruchs erreichte maximale Spannung gibt ein Maß für die Verzögerung (Bild 3).

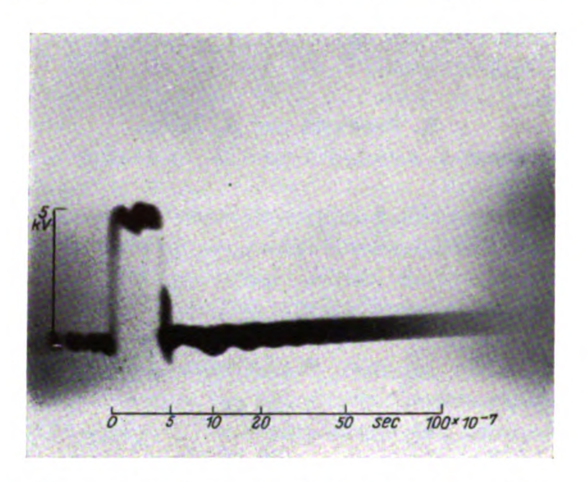


Bild 2. Funkenoszillogramm, 5 kV-Stoßwelle, Radiumemanation (8,5 mgr Radiumäquivalent) a = 8 cm; Atmosphärendruck, Elektrodenabstand etwa 1 mm.

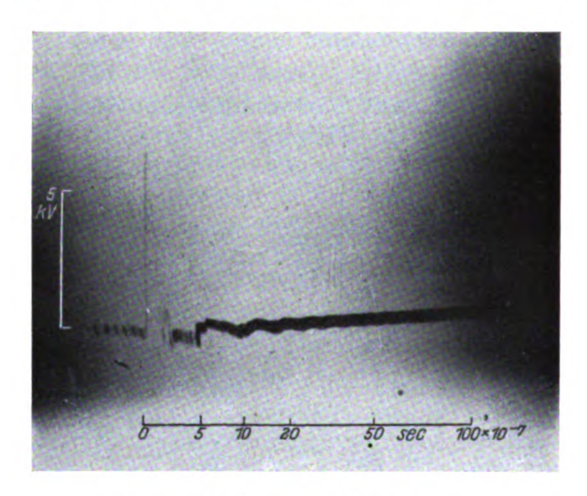


Bild 3 wie Bild 2, jedoch 10 kV-Stoßwelle.

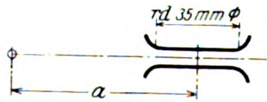


Bild 4. Anordnung der Beleuchtungsquelle.

Die Funkenstrecke wurde in beiden Fällen mit Radiumemanation [1] bestrahlt. Das Glasröhrchen mit dem Präparat (8,5 mg Radiumäquivalent) befand sich 8 cm von der Elektrodenachse entfernt (Bild 4; $a = 8$ cm). Die Funkenstrecke hatte Kupferplattenelektroden mit richtiger Randausbildung (Durchmesser des homogenen Feldes etwa 35 mm).

In Tabelle 1 sind die Auswertungen aufgenommener Oszillogramme wiedergegeben. Aufnahmen 416 — 421 geben die Durchbruchspannung bei verschiedenem

[1] Das Präparat wurde in liebenswürdiger Weise von Herrn Prof. Dr. Geiger, Kiel, zur Verfügung gestellt, wofür ihm auch an dieser Stelle bester Dank ausgesprochen sei.

Tabelle 1.

Schaltspannung U_s ungefähr 5 kV, Elektrodenabstand konstant etwa 1 mm, atmosphärischer Druck; $R_2 = 375$ Ohm.

Film-Nr.	Bestrahlung		Abstand der Ionisationsquelle cm	Durchbruch-spannung U_s %	
416	Rad.-Äquiv. mgr etwa	8,5	8	100	Bild 2 Sprung-welle 5 kV
417		8,5	8	138	Bild 3 Sprung-welle 10 kV
421		8,5	16	157	
420		8,5	32	150	
418		8,5	∞	180	Bild 5
419		8,5	∞	196	
422	Quecksilber-lampe		10	128	
423	„		10	129	Bild 6

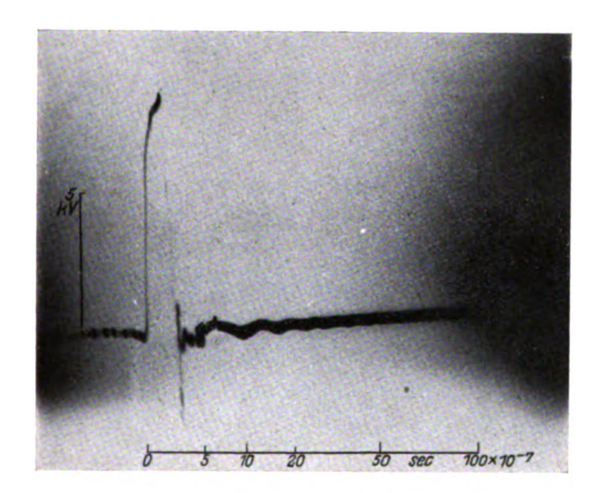


Bild 5 wie Bild 3, jedoch $a = \infty$.

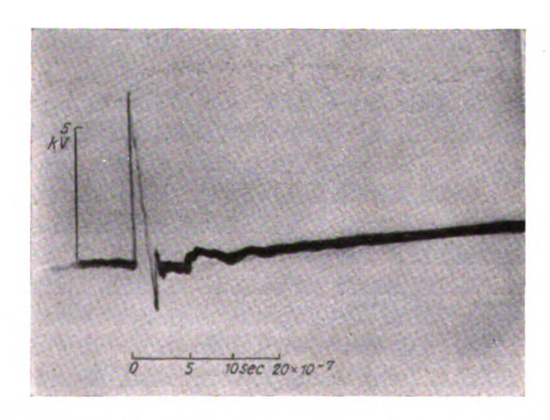


Bild 6 wie Bild 3, jedoch Quecksilberlampe $a = 10$ cm.

Abstand des Röhrchens an. Man sieht, daß bei größerem Abstand die Verzögerung größer ist. Die Beobachtung auf dem Leuchtschirm zeigte, daß das Ansprechen sehr unregelmäßig war. Bei einem Abstand von 8 cm (vgl. Tabelle 1, Film-Nr. 417) wurde mitunter ein Ansteigen der Spannung auf über $1,6 \cdot U_s$ beobachtet; bei einem Abstand von 32 cm (Film-Nr. 420) manchmal, bei unendlicher Entfernung (Film-Nr. 418 und 419) häufig ein Ansteigen bis auf $2 \cdot U_s$.

Unter Nr. 422 und 423 sind die Auswertungen zweier Oszillogramme mitgeteilt, bei denen die gleiche Funkenstrecke bei gleicher Einstellung mit einer Quecksilberlampe (Leuchtrohr etwa 5 cm lang, 5 Amp.) in einem Abstand von 10 cm beleuchtet wurde. Die erreichte Spannung liegt hier wesentlich niedriger als bei Radiumbestrahlung. Die Leuchtschirmbeobachtung zeigte, daß das Ansprechen vollkommen regelmäßig war.

Aus diesen Beobachtungen geht einwandfrei hervor, daß unter den angegebenen Verhältnissen die Beleuchtung mit einer Quecksilberlampe merklich wirksamer ist als Bestrahlung mit 8,5 mg Radium bei einer Entfernung von 8 cm.

3. Messungen bei großem Vorschaltwiderstand. Die bisherigen Aufnahmen sind dadurch charakterisiert, daß zu einem Strom von 6,7 Amp. ein Spannungsabfall von 5 kV gehört. Es ist zu vermuten, daß der Zusammenbruch von der

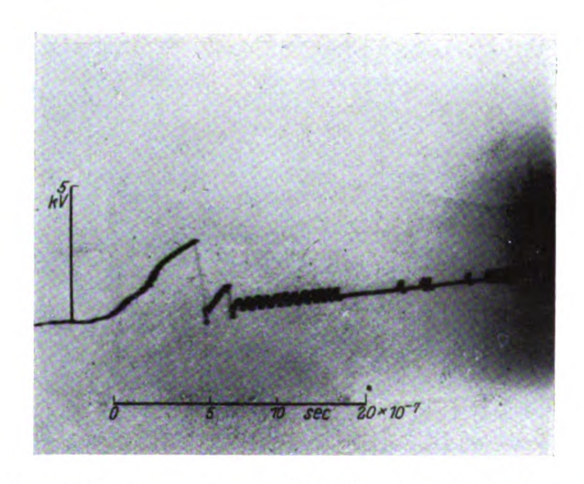


Bild 7. Funkenoszillogramm, $R_2 = 15480$ Ohm, Quecksilberlampe $a = 10$ cm.

Charakteristik des speisenden Kreises abhängt. Wir hatten bisher gesehen (vgl. Bild 2—6), daß nach erfolgtem Spannungszusammenbruch die Spannung dauernd auf Null bleibt, d. h. ein Strom von 6,7 Amp. genügt, um einen dauernden Kurzschluß aufrecht zu erhalten.

Begrenzt man den maximalen Strom durch Erhöhung des Widerstandes R_2 immer mehr, so muß man einmal zu einem Punkt kommen, bei dem der Strom nicht mehr genügt, den Kurzschluß aufrecht zu erhalten. Bei einem Widerstand $R_2 =$ 7740 Ohm, d. h. einem maximalen Strom von etwa 0,6 Amp. ist man ungefähr an der Grenze. Bild 7 und 8 zeigen zwei Aufnahmen bei Vorschaltung von 15 480 Ohm und einem maximalen Strom von etwa 0,3 Amp. Der Spannungsanstieg an der Funkenstrecke geht jetzt wesentlich langsamer vor sich als vorher. Die Kapazität der Funkenstrecke muß über den Widerstand $Z + R_2$ aufgeladen werden. Wir sehen auch hier wieder, daß bei Beleuchtung mit der Quecksilberlampe der Durchschlag wesentlich früher einsetzt als bei Radiumemanation (7,0 mg Rad.-Äquivalent; $a = 6$ cm).

Aber nicht nur die Verzögerung, auch der Durchschlag selbst vollzieht sich etwas anders. Wie wir in Bild 7 sehen, reißt nach dem ersten Zusammenbruch der

Strom sofort wieder ab, die Spannung steigt mit der Geschwindigkeit wieder an, die durch die vorgeschalteten Widerstände und die Kapazität der Funkenstrecke gegeben ist, bei rund 800 Volt setzt plötzlich ein zweiter Durchbruch ein, sofort reißt der Strom wieder ab, das Spiel beginnt von neuem. Allerdings geht jetzt die Spannung nur noch auf etwa 350 Volt hoch. In dem anschließenden sägeartigen Linien-

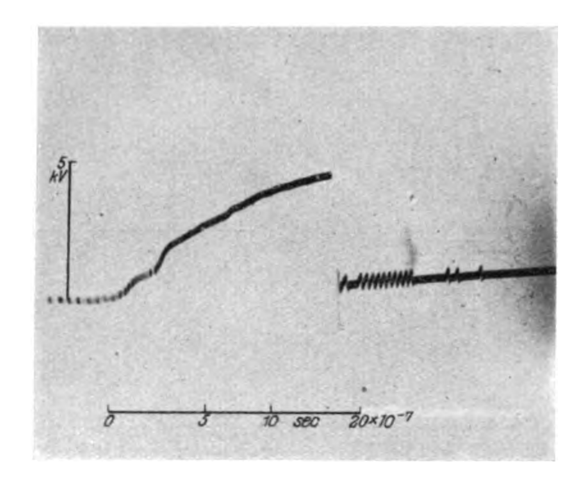


Bild 8 wie Bild 7, Radiumemanation (7,0 mgr Radiumäquivalent) $a = 6$ cm.

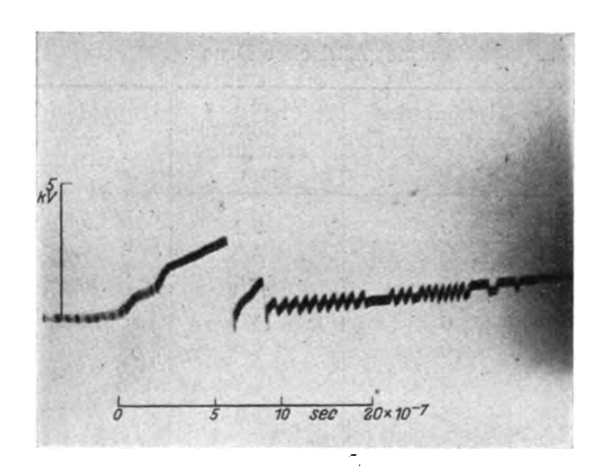


Bild 9. Funkenoszillogramm, $R_2 = 25480$ Ohm, Quecksilberlampe $a = 10$ cm.

zug spielt diese Spannung von etwa 350 Volt eine wesentliche Rolle. Das Abreißen des Funkens ist ziemlich unregelmäßig, die erreichte Grenzspannung wird jedoch sehr exakt eingehalten.

Vergleichen wir damit Bild 8, so sehen wir die erste große Stufe nicht, im übrigen ist der Verlauf derselbe. Die Leuchtschirmbeobachtung zeigte bei Hunderten von Durchschlägen, daß bei Beleuchtung mit der Quecksilberlampe die erste große Stufe stets, bei Radiumbestrahlung jedoch nie vorhanden war.

Bild 9 und 10 zeigen gleiche Aufnahmen mit höheren Widerständen R_2; Bild 9 ist vor allem deshalb bemerkenswert, weil hier (ganz am Ende des Oszillogrammes) die Restspannung von etwa 350 Volt einige Male konstant bleibt[1]. Der Zustand wird

[1] Einige Oszillogramme zeigen noch etwas schräg liegende Zeitlinie. Bei den letzten Aufnahmen ist dieser Schönheitsfehler vermieden.

vorübergehend stabil, es fließt dabei ein Strom von etwa 0,2 Amp. Dies stärkt uns noch mehr in unserer Ansicht, daß diese Spannung, die ungefähr mit der Minimumspannung identisch ist, eine besondere Rolle spielt.

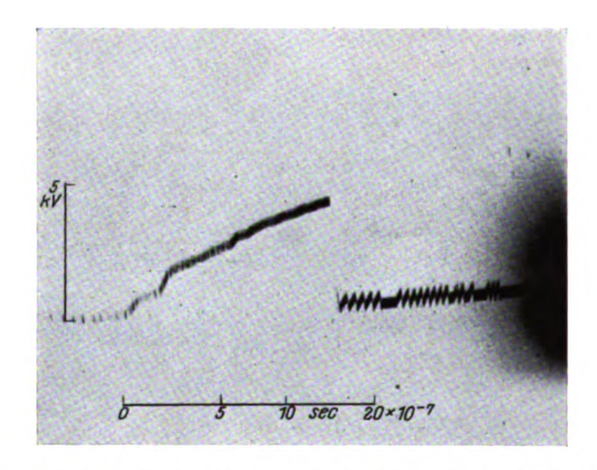


Bild 10 wie Bild 9, Radiumemanation (7,0 mgr Radiumäquivalent) $a = 6$ cm.

Tabelle 2.

Schaltspannung U_s ungefähr 5 kV, Elektrodenabstand konstant etwa 0,4 mm, atmosphärischer Druck.

Film-Nr.	Bestrahlung	Abstand der Ionisationsquelle cm	Höhe der Durchbruchspannung mm	Durchbruchzeit 10^{-7} sec	R_2 Ohm	
432	Quecksilberlampe	10	9,2	4,9	15 480	Bild 7
433	Rad.-Äquiv. mgr 7,0	6	14,5	16,0	15 480	Bild 8
434	Rad.-Äquiv. mgr 7,0	6	14,0	14,5	25 480[1]	Bild 10
435	Quecksilberlampe	10	9,0	5,5	25 480	Bild 9
437	Rad.-Äquiv. mgr 7,0	6	12,5	3,0	7 740	
439	Rad.-Äquiv. mgr 7,0	10	10,8	8,0	15 480	
438	Rad.-Äquiv. mgr 7,0	15	10,2	5,5	15 480	

Tabelle 2 gibt die Auswertung einiger Oszillogramme bei verschiedenen Stromspannungscharakteristiken und verschiedener Bestrahlungsart wieder. Es zeigt sich auch hier wiederum, daß Bestrahlung mit einer Quecksilberlampe wesentlich wirksamer ist als 7,0 mg Radium.

Tabelle 3 zeigt noch einmal die Überlegenheit der Bestrahlung mit einer Quecksilberlampe.

Die in einer Tabelle zusammengestellten Werte sind jeweils kurz hintereinander auf einem Film aufgenommen worden.

[1] Davon sind 15 480 Ohm Metallwiderstände und 10 000 Ohm Silitstäbe, deren wirklicher Widerstand wohl etwas niedriger ist.

Tabelle 3.

Schaltspannung U_s ungefähr 5 kV, Elektrodenabstand konstant etwa 0,4 mm, atmosphärischer Druck; $R_2 = 15480$ Ohm.

Film-Nr.		Bestrahlung		Abstand der Ionisationsquelle cm	Höhe der Durchbruchspannung mm	Durchbruchzeit 10^{-7} sec
424	o	Radium-Äquivalent mgr	8,0	6	14,5	13
	u		8,0		14,0	12
425	o		8,0	8	14,0	11,5
	m		8,0		14,0	11,5
	u		8,0		13,0	10,0
426	o		8,0	12	14,5	13,0
	m		8,0		14,0	12,0
	u		8,0		13,0	8,0
427	o		8,0	20	13,8	11,0
	m		8,0		13,8	11,0
428	o		8,0	50	13,5	10,5
	m		8,0		13,8	11,0
	u		8,0		13,5	10,5
429	o		8,0	∞	14,5	13,0
	m		8,0		14,0	12,0
	u		8,0		14,5	13,0
430	u	Quecksilberlampe		10	9,3	4,0
431	m	Quecksilberlampe		10	9,0	4,0
	u			10	9,3	4,0

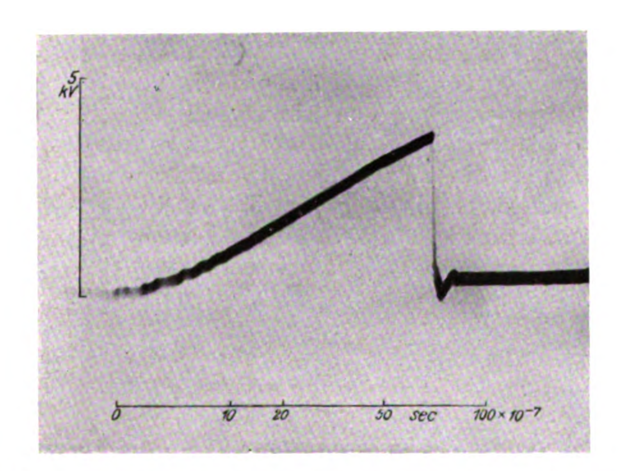


Bild 11. Funkenoszillogramm, $R_2 = 117300$ Ohm, Quecksilberlampe $a = 18$ cm.

Schaltet man noch mehr Widerstände vor die Funkenstrecke, verringert man also den maximalen Strom noch mehr, so verschwindet der sägeartige Linienzug. Bei Vorschaltung von rund 120000 Ohm (maximaler Strom etwa 4 mAmp.) erhält man meistens Oszillogramme nach Bild 11 und 12. Die Spannung bricht zwar unmittelbar oder in einer Zacke bis auf Null (d. h. einen sehr kleinen, im Oszillogramm nicht mehr ablesbaren Wert) zusammen, doch ist dieser Zustand bei diesen kleinen

Strömen nicht stabil. Die Spannung steigt wieder bis auf etwa 350 Volt an und bleibt dann konstant. Manchmal wurde beobachtet, daß die konstante Restspannung von etwa 350 Volt später nochmals auf Null zusammenbrach, um jedoch sofort wieder auf den alten konstanten Wert anzusteigen. In ganz seltenen Fällen wurde auch beobachtet, daß nach dem ersten Zusammenbruch die Spannung bis auf die Durchbruchspannung wieder anstieg, um dann nochmals zusammenzubrechen.

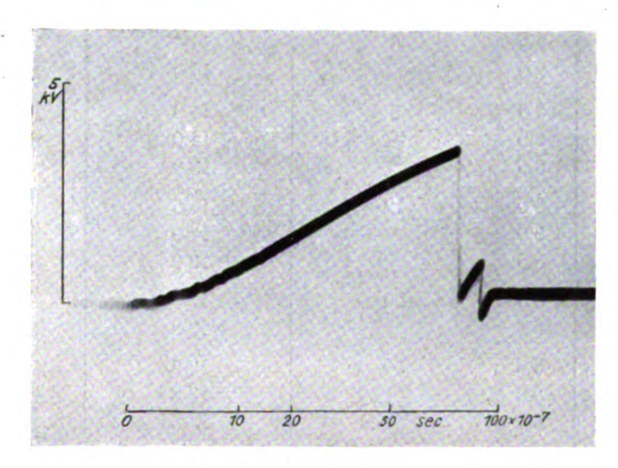


Bild 12 wie Bild 11.

Ein wesentlicher Unterschied in der Form des Zusammenbruchs zwischen Quecksilberlampen- und Radiumbestrahlung (6,07 Radiumelement) konnte in diesem Fall nicht festgestellt werden. Es wurde jedoch wieder die frühere Beobachtung gemacht, daß das Ansprechen bei Bestrahlung mit der Quecksilberlampe regelmäßiger und die Verzögerung geringer ist.

Zusammenfassung.

Es ist günstiger, zur Herabsetzung der Funkenverzögerung eine Funkenstrecke mit einer Quecksilberlampe als mit etwa 7 mg Radium zu bestrahlen, wenn beide in Entfernungen von etwa 10 cm von den Elektroden gebracht werden.

Begrenzt man den Strom im Funken auf mehrere Ampere, so bleibt nach dem Spannungszusammenbruch die Spannung am Funken dauernd niedrig. Begrenzt man den Strom auf mehrere Milliampere, so beträgt die Funkenrestspannung etwa 350 Volt. In dem dazwischenliegenden Strombereich springt die Spannung in sägeartigem Linienzug zwischen kleinen Werten und etwa 350 Volt.

Abgeschlossen am 3. Mai 1928.

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

H. Jacobs, Entladungsformen.
W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
H. Starke und **R. Schroeder,** Ein Elektrometer für Messungen bis zu sehr hohen Spannungen.
G. Hauffe, Blindverbrauchsmessung im Drehstromnetz.
A. Leonhard, Die selbsterregte Drehstromerregermaschine mit kurzgeschlossener Ständerwicklung.
P. M. Pflier, Über die Regelungssysteme elektrischer Kraftfahrzeugbeleuchtungen.
E. Friedländer, Einige Ergänzungen und Berichtigungen zum Problem der Kippschwingungen.
W. A. Tolwinski und **S. M. Hochberg,** Asynchrone Betriebsweisen der Drehstrominduktionsmaschine bei doppelter Speisung von ein und demselben Netz.
M. Vidmar, Eine neue Stromkraftgefahr.
L. Dreyfus, Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren. Zweiter Teil.
W. Hubmann, Dielektrische Messungen in einem Cellonkondensator bei mittleren Frequenzen.
J. Dantscher, Untersuchungen an der Doppelgitterröhre in Raumladungsnetzschaltung.
C. R. Burch und **W. Ryland Davis,** Über eisenlose Induktionsöfen.
W. Geyger, Wechselstrommessungen an Selenzellen nach der Kompensationsmethode.
W. Seiz, Die Kommutatorkaskade für konstante Leistung.
E. Sommerfeld, Über einen Kathodenoszillographen hoher Spannungsempfindlichkeit.
H. Nützelberger, Erwiderung zum Aufsatz Hauffe „Drehstromleistungsmessung in Aronschaltung mit Meßwandler".
G. Hauffe, Erwiderung.
H. Schiller, Über die Induktionswirkung von Starkströmen auf benachbarte Leitungen.
F. Eisner, Über punktförmige Aufnahmen von Wechselstromkurven, insbesondere bei höherer Frequenz.
U. Retzow, Durchschlagspannung und Durchschlagfestigkeit.
A. Nikuradse, Untersuchungen von Spitzenentladungen in Transformatorenölen.
W. Kieser, Über das dielektrische Verhalten einiger Flüssigkeiten bei tiefen Drucken.
F. Schierl, Zwei Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung in theoretischer Behandlung.
R. Rücklin, Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem.
W. Schilling, Der Einfluß der Nuten auf die Spannungskurve von Drehstromgeneratoren.
A. Byk, Verlängerungsleitungen zur elektrischen Ergänzung von Pupinkabeln.
L. Dreyfus, Theorie der Ausgleichsvorgänge bei Kurzschlüssen des Einankerumformers.
A. Thomälen, Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl und Phasenregelung mittels Frequenzumformer".
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.
M. Liwschitz, Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.
C. Schenfer, Pendelerscheinungen an Einankerumformern.
E. Marx, Untersuchungen über den elektrischen Durchschlag und Überschlag im unhomogenen Felde.
W. Rogowski, Sprungwelle, Spule und Kathodenoszillograph.
W. Rogowski, E. Sommerfeld und **W. Wolman,** Empfindlicher Glühkathodenoszillograph für Innenaufnahmen in einem Vorvakuum.
E. Flegler, Überspannungen in Starkstromanlagen und ihre Bekämpfung.
F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen.

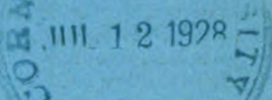
Infolge des Stoffandranges werden die nächsten Hefte in rascherer Folge erscheinen.

Hierzu vier Beilagen vom Verlag Julius Springer in Berlin W 9.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin




XX. Band | 7. Juni 1928 | 2. Heft

Inhaltsverzeichnis.

Preis RM 9.—

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten 1/10 der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften: Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

Voranzeige der in den nächsten Heften erscheinenden Arbeiten siehe 3. Umschlagseite.

Archiv für Elektrotechnik

XX. Band. 2. Heft 1928.

Ein Elektrometer für Messung sehr hoher Gleich- und Wechselspannungen.

Von

H. Starke und **R. Schroeder.**

1. Zur Zeit im Gang befindliche Untersuchungen im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Aachen erfordern eine genaue Messung sehr hoher Gleich- wie Wechselspannungen. Da Instrumente dieser Art nicht erhältlich sind, haben wir es unternommen, ein auf dem gleich zu beschreibenden Prinzip beruhendes statisches Voltmeter für hohe und höchste Spannungen zu konstruieren. Es ist gelungen, ein einfaches, technisch brauchbares Spiegel-Instrument zu bauen, das bis 300 kV exakt und einwandfrei arbeitet, und von dem angenommen wird, daß es zu noch weit höheren Spannungen benutzt werden kann, solange nur die Hochspannungselektrode durch genügend große Isolatoren gegen Überschlagsgefahr gesichert ist. Das Instrument bedarf einer Eichung nur mit mäßigen Spannungen, z. B. bis 10000 Volt, wofür statische Vergleichsinstrumente erhältlich sind oder auch Meßtransformatoren dienen können. Eine einmalige Eichung für solchen niedrigen Spannungsbereich reicht aus bis zu den höchsten Spannungen.

2. Der leitende Gedanke war hierbei folgender: Eine auf Hochspannung V befindliche Elektrode B erzeuge im Raum nach geerdeten Leitern der Umgebung hin ein beliebig geformtes elektrisches Feld. Die Feldstärke ist überall der Spannung von B proportional. Mißt man also die Feldstärke z. B. dicht vor einem der geerdeten Leiter, oder, was auf dasselbe hinausläuft, die kleine Spannung v zwischen dem geerdeten Leiter und einem nahe seiner Oberfläche befindlichen Punkt, so ist v ein direktes Maß für V, und es braucht für dessen Bestimmung nur der Wert v_0 für einen Eichwert V_0 bekannt zu sein.

Probeversuche in diesem Sinne wurden folgendermaßen gemacht. Einer Hochspannung führenden Platte B wurde eine andere geerdete Platte A gegenübergestellt. In geeignetem Abstand von der Flächenmitte von A befand sich eine sehr kleine Flammenelektrode, ein winziges aus einem feinen Röhrchen (Nadel einer Morphiumspritze) brennendes Gasflämmchen, das mit einem geeigneten Elektrometer verbunden wurde. Zeigt dieses für einen gewissen Abstand a der Platten A—B bei B auf 2000 Volt, z. B. 10 Volt an, so entspricht einer Anzeige von 100 Volt eine Spannung von 20000 Volt von B. Wird dann die auf 20000 Volt geladene Platte B weiter von A entfernt, bis das Elektrometer 10 Volt anzeigt, so entspricht jetzt der Meßbereich $v = 10 — 100$ Volt einem V-Wertbereich von $20000 — 200000$ Volt. Jeder Stellung der Platte B ist ein bestimmter sofort angebbarer Meßbereich zugeordnet.

3. Für Feinmessungen erwies sich aber infolge der Mängel der Flammenelektrode diese Einrichtung als ungenügend. Sie hat zwar den Vorteil, daß wegen der guten Leitung der Flammengase und des dadurch bedingten schnellen Ladungsausgleiches, sowie der schnellen Einstellung des Elektrometers dieses gar nicht so besonders gute Isolation haben muß, wie es beispielsweise bei Meßeinrichtungen mit Spannungsunterteilung durch Kondensatoren unbedingtes Erfordernis ist. Weil aber die eigentliche Flamme immer mit einer aufsteigenden Atmosphäre leitender Flammengase umgeben ist, ist selbst bei sehr kleinem Brennen der Flamme der Ort der Sonde

zu unbestimmt und veränderlich, als daß sie hier konstante Meßergebnisse liefern könnte, es sei denn, daß räumlich weit ausgedehnte Felder zur Ausmessung kommen.

4. Ein weiteres Verfahren hat indessen gute Meßergebnisse gezeitigt. Es wurde kein besonderes niedervoltiges Meßinstrument mehr benutzt, sondern es wurde in der entsprechend ausgebohrten Mitte der geerdeten Platte A in deren Ebene ein kleines um einen gespannten Faden drehbares Metallplättchen angebracht, dessen Drehung mit Spiegel und Skala von hinten her abgelesen werden konnte. Würde man dem Plättchen keine Drehung aus der Plattenebene A heraus gestatten, sondern es jedesmal durch Rücktorsion des Fadens in die Nullage zurückbringen, so wäre die auf das Plättchen ausgeübte Kraft dem Quadrat der Feldstärke an ihm bzw. dem Quadrat der Spannung der Hochspannungselektrode B streng proportional, ebenso wie die Kraft auf die bewegliche Platte des absoluten Elektrometers von

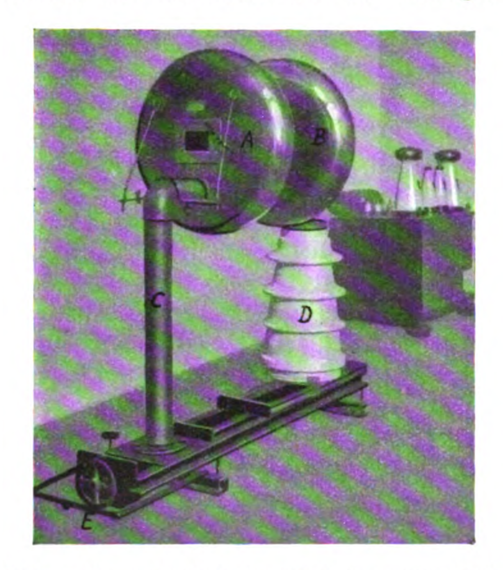
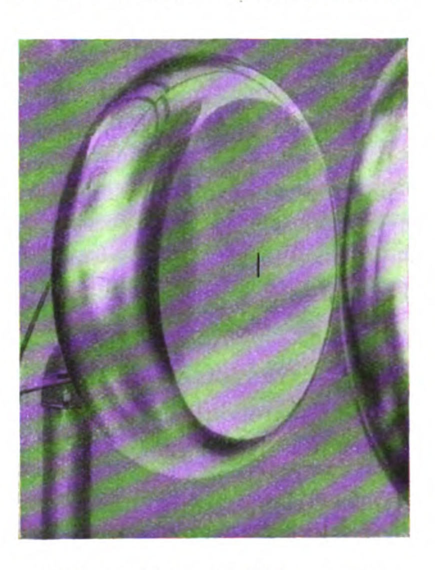


Bild 1. Gesamtansicht des Hochspannungs-Voltmeters. A und B Elektroden, C Stützrohr, D Stützisolator, E Handrad und Spindel.


Bild 2. Schlitz in Elektrode A.

Thomson. Wird eine Drehung erlaubt, so verläuft der Drehungswinkel im allgemeinen nicht mehr quadratisch mit der Spannung, sondern wird mehr oder weniger davon abweichen. Dieser Verlauf wird nun bei einem geeigneten kleineren Abstand A-B für einen bekannten über die Gesamtskala reichenden Spannungsbereich mäßiger Höhe, beispielsweise 1000 — 10000 Volt festgestellt. Wird dann der Plattenabstand A—B vergrößert, so weit, daß z. B. die vorherige 1000-Volt-Ablenkung erst bei 5000 Volt B-Spannung erreicht wird, so entspricht jetzt jede Ablesung über den ganzen Skalenbereich einer 5mal größeren Spannung. Der Meßbereich des Instrumentes ist jetzt 5000 — 50000 Volt. Durch Abstandsvergrößerung läßt sich so stets im Anschluß an einen niedrigen Meßbereich jeder beliebig höhere herstellen.

5. Voraussetzung für die Richtigkeit dieser Überlegung, einflußlose oder wenigstens unveränderte Umgebung vorausgesetzt, ist nur, daß die Drehung des Plättchens keine Verteilungsänderung der Ladung auf der Hochspannungsplatte B verursacht, d. h. daß das drehbare Plättchen keine merkbare Influenz auf B ausübt. Die kleineren lokalen Feldverzerrungen am Plättchen bei dessen Drehung sind in der Eichkurve enthalten. Der Plattenabstand A—B muß so groß gewählt bzw. das Plättchen so klein dimensioniert werden, daß die lokalen Deformationen der Feldlinien am Plättchen vom Plattenabstand A—B nicht beeinflußt werden, die Drehung des Plättchens also keine bis in den Bereich der B-Platte hinreichenden Felddeformationen und daher



keine Änderung der Ladungsverteilung verursacht. Während also die erstgenannten Verfahren mit den Sondenelektroden ebenso auch das Verfahren des absoluten Elektrometers mit in Nullage gehaltenem beweglichen System theoretisch exakt arbeiten, ist hier für einen prinzipiellen Fehler die Möglichkeit gegeben. Es ist die experimentell vorliegende Frage, ob das Instrument mit drehbarem Flügel, wenn dieser schmal genug konstruiert ist, und der Plattenabstand A—B ihm gegenüber nicht zu klein gewählt wird, in praxi mit genügender Annäherung arbeitet.

Durch das große Entgegenkommen der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, welche uns die Mittel für die Beschaffung eines im Hochspannungslaboratorium der Firma Koch & Sterzel besonders genau geeichten Hochspannungsmeßtransformators bis eff. 85000 Volt bewilligte, sind wir in der Lage gewesen, das hier gebaute Instrument wenigstens bis zu den genannten Spannungen auf sein Verhalten zu prüfen. Wie die weiter unten mitgeteilten Eichkurven bei verschiedenen Plattenabständen zeigen, gibt bei dem benutzten drehbaren Flügel von den Abmessungen $6{,}5 \times 38$ mm das Instrument noch bis herab zu einem Plattenabstand A—B von 20 mm richtige Werte, die weniger als 0,5 % vom Sollwerte abweichen. Zuerst soll das Instrument beschrieben werden.

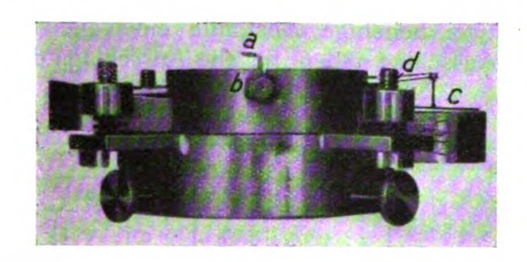


Bild 3.
Meßsystem I (Aufsicht).

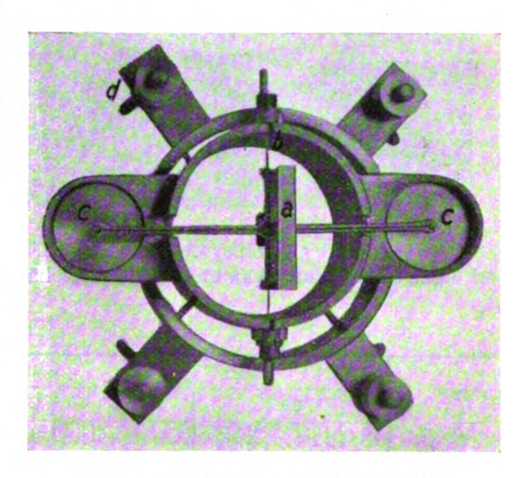


Bild 4. Meßsystem (Vordersicht).
a Flügel, b Aufhängeband, c Dämpfer,
d Befestigungsschrauben.

6. Beschreibung des Elektrometers.

Bild 1 gibt eine Gesamtansicht des Instruments wieder. A und B sind die Elektroden. Sie sind aus 1,5 mm Messingblech gefertigt, der Durchmesser beträgt 660 mm, die Dicke 160 mm. Die Elektrode A hat hinten eine Tür mit Glasfenster zum Anbringen des Meßinstruments sowie Ein- und Auslassen des Lichtstrahles, auf der Vorderseite, wie Bild 2 zeigt, den Schlitz, in den der bewegliche Flügel des Meßsystems hineinragt. C und D sind die Stützen. C ist ein eisernes Stützrohr. An seine Stelle kann ebenfalls ein Isolator wie D treten, so daß dann das Instrument für symmetrische Spannungen ohne Erdung benutzt werden kann. Stützrohr B ist fest auf dem Grundrahmen des Instruments montiert. D ruht auf einem Schlitten. Der Schlitten kann vermittels Schraubenspindel und Handrad vorwärts und rückwärts bewegt werden. Das Handrad ist am Umfang in 180 Grad eingeteilt. Durch diese Anordnung läßt sich der Elektrodenabstand auf ein Zehntel-Millimeter genau ablesen. Bild 3 und 4 zeigen das eigentliche Meßsystem. a ist der Flügel, b ein Metallband aus Phosphorbronze, sog. Lametta. Der auf Grund der oben mitgeteilten Überlegungen sehr schmal geschnittene Flügel ($6{,}5 \times 38$ mm) wird an das Metallband durch kleine Schräubchen festgeklemmt. Das Metallband ist an seinen Enden an Stiftchen festgelötet, die mit Gewinde und Mutter versehen sind, um den Metallfaden spannen und den Flügel in die Nullage bringen zu können. Ring A und B haben den Zweck,

das Flügelchen in der richtigen Lage im Schlitz zu justieren und in der Elektrode zu befestigen. C ist das Dämpfersystem. An den Enden der Hebelarme sitzen zwei leichte Aluminiumkölbchen, die in kreisförmig gedrehten Zylindern spielen. Es wurde angestrebt, Flügel und Dämpfer so leicht wie möglich und trotzdem starr zu machen. An den Hebelarmen ist auch der Ablesungsspiegel befestigt. Bild 5 zeigt eine zweite Ausführungsform. Hierbei ist das Plättchen breiter gehalten. Es steht vor der Elektrode. Die Dämpferkolben sind durch ein Plättchen ersetzt, das in einer Kammer schwingt. Die Aufhängung ist dieselbe wie bei der vorstehenden Ausführung.

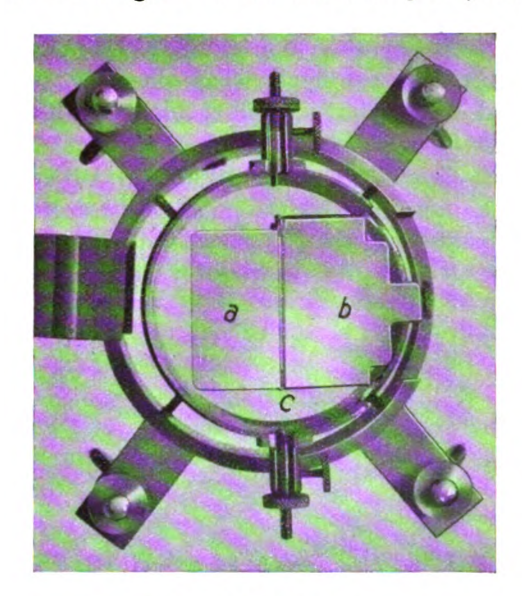


Bild 5. Meßsystem 2.
a Flügel, b Dämpfungskammer, c Aufhängeband.

7. Wenn die Veränderung des Plattenabstandes A—B die Form der Eichkurve d. h. die Abhängigkeit des beobachteten Ausschlags α vom Spannungsverlauf auf B, nicht verändert, so muß das Verhältnis der Spannungen V_1 und V_2 von B, die für zwei beliebige Abstände einen gleichen Ausschlag geben, für alle Ausschläge das-

Tabelle 1.

Skalenwert α in cm	Elektrodenabstand in mm: 20			32	60			100			130		
	$V_{exp.}$ u. $V_{theor.}$ in kV	$\frac{V_{20}}{V_{32}}$	Abweichung von $\frac{V_{20}}{V_{32}}$ [mittel] in %	$V_{exp.}$ in kV	$V_{exp.}$ u. $V_{theor.}$ in kV	$\frac{V_{60}}{V_{32}}$	Abweichung von $\frac{V_{60}}{V_{32}}$ [mittel] in %	$V_{exp.}$ u. $V_{theor.}$ in kV	$\frac{V_{100}}{V_{32}}$	Abweichung von $\frac{V_{100}}{V_{32}}$ [mittel] in %	$V_{exp.}$ u. $V_{theor.}$ in kV	$\frac{V_{130}}{V_{32}}$	Abweichung von $\frac{V_{130}}{V_{32}}$ [mittel] in %
5	4,58	0,676	0	6,78	12,05	1,777	+ 0,08	19,5	2,88	0	25,1	3,7	— 0,25
	4,58				12,04			19,5			25,16		
20	7,175	0,677	+ 0,07	10,6	18,8	1,773	— 0,1	30,5	2,88	0	39,25	3,7	— 0,2
	7,17				18,82			30,5			39,33		
40	9,64	0,676	0	14,25	25,3	1,776	0	41	2,88	0	52,9	3,71	0
	9,64				25,3			41			52,9		
60	11,8	0,675	— 0,25	17,5	31,1	1,778	+ 0,13	50,3	2,878	— 0,2	64,9	3,71	0
	11,83				31,06			50,4			64,95		
80	13,78	0,675	— 0,07	20,4	36,3	1,778	+ 0,14	58,6	2,874	— 0,34	75,7	3,71	0
	13,79				36,25			58,8			75,7		
100	15,75	0,676	0	23,3	41,4	1,776	0	67	2,876	— 0,23	86,6	3,715	+ 0,11
	15,75				41,4			67,15			86,5		
$\frac{V_x}{V_{32}}$ [mittel]		0,676				1,776			2,88			3,71	

selbe sein. Zeichnet man die Eichkurven für verschiedene Plattenabstände logarithmisch auf, d. h. log . V als f (log α), so müssen daher alle Kurven in ihrem Verlauf eine konstante log . V-Differenz, d. h. überall gleichen Vertikalabstand aufweisen. Die Kurven in Bild 6, bei Abständen von 20—130 mm aufgenommen, zeigen, daß dies sehr genau der Fall ist.

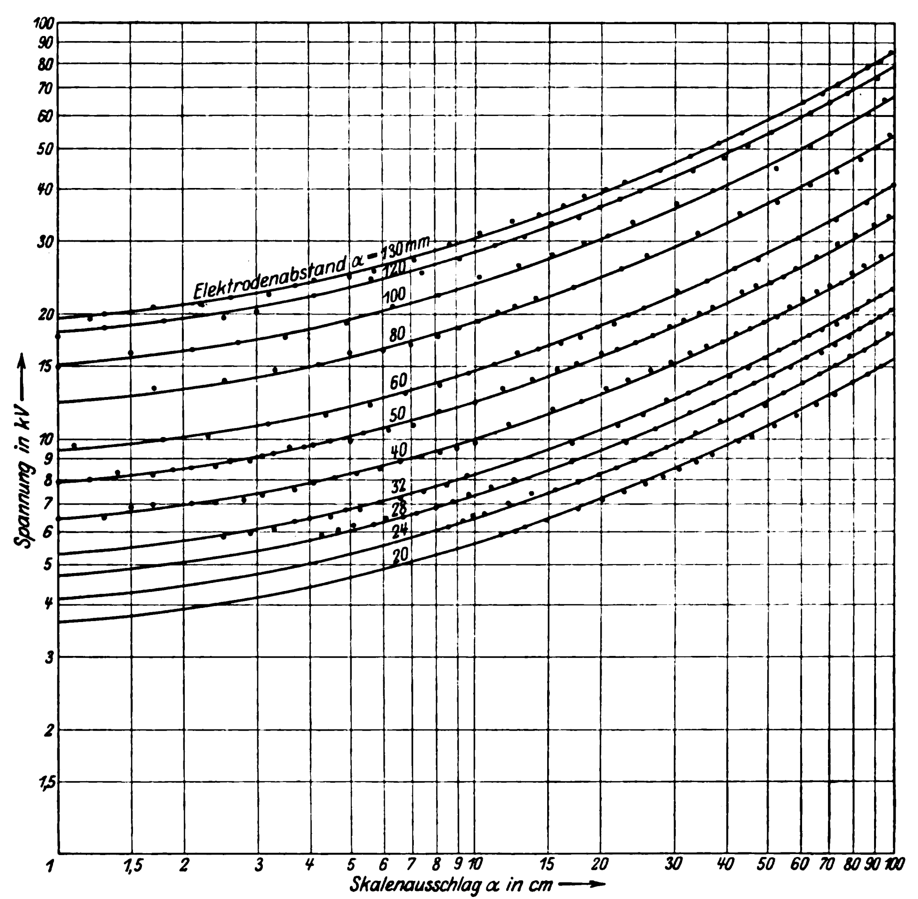


Bild 6. Eichkurven. Skalenausschlag in Abhängigkeit von Spannung. (Logarithmischer Maßstab.)

Tabelle 1 gibt im Auszug einen kleinen Teil der beobachteten Zahlenwerte hierzu. Bild 7 gibt den Verlauf Spannung in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand für konstante Ausschläge wieder, sie geht direkt hervor aus Bild 6. In der Tabelle sind die V_1/V_2-Werte für V_1, beobachtet bei einigen Elektrodenabständen, und V_2 als Bezugsspannung beobachtet bei 32 mm Elektrodenabstand, angegeben. Die Werte erweisen sich als sehr konstant. Es sind ihre Abweichungen vom Mittelwert in Prozent angegeben. Sie sind durchweg kleiner wie 0,5 %. Als Vergleichskurve wurde die Meßkurve bei 32 mm Elektrodenabstand gewählt, da diese die niedrigste Kurve ist, bei der auch für den untersten Skalenbereich genügend Meßpunkte vorlagen. Bild 7 zeigt, daß die Kurven, welche die Spannung für einen gegebenen Ausschlagswinkel als Funktion des Elektrodenabstandes a darstellen, zufällig sehr genau gerade Linien sind. Es bedeutet dies nur, daß die Elektroden des Instruments groß genug im Verhältnis zu ihrem Abstand sind, um ein sehr homogenes Plattenkondensatorfeld $E = \frac{V}{a}$ zu erzeugen, ist aber für die Wirkungsweise des Instruments unwesentlich. Auffälligerweise schneiden die Geraden sich sämtlich nicht im Nullpunkt a = 0, sondern



bei einem negativen a-Wert (—4,8 mm). Wahrscheinlich liegt dies daran, daß die Elektroden des Instruments nicht ganz eben sind und eine Ausbauchung nach innen besitzen. Die Elektrodenabstände wurden am Rande der Platten also etwas zu klein gemessen.

8. Ein störender Einfluß der Umgebung, der Zimmerwände oder benachbarter Gegenstände ist überhaupt nicht möglich, solange nach Feststellung der einen Eichkurve bei niedrigen Spannungen und je einem Spannungsverhältnis für verschiedene Plattenabstände, also nach Festlegung der Gesamteichung des Instrumentes, Änderungen

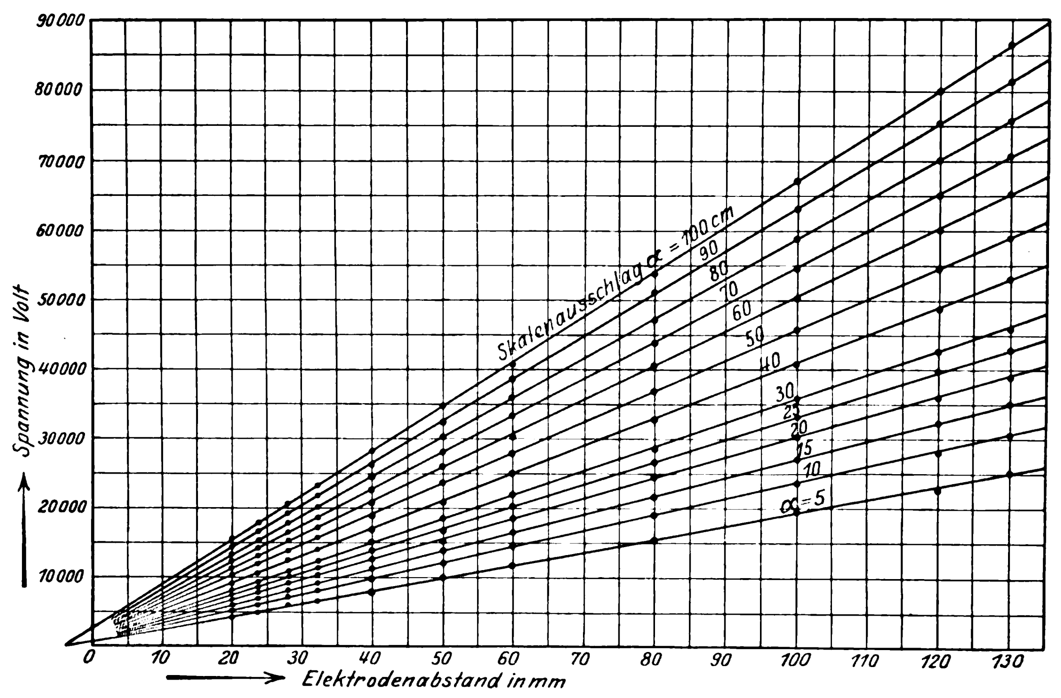


Bild 7. Eichkurven. Spannung in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand für konstanten Skalenausschlag.

der Umgebung desselben vermieden werden. Umstehende Leiter werden überhaupt um so einflußloser sein, je geringer die Feldstreuung ist, d. h. je größer die Plattenelektroden im Verhältnis zu ihrem Abstand sind. Schon aus diesem Grunde wird man große Platten wählen. Bei dem ausgeführten Instrument war die Streuung so gering, daß bei den verwendeten Plattenabständen eine Annäherung von äußeren Leitern bis auf wenige Zentimeter ohne Einfluß auf die Anzeige war.

9. Ein Hochspannungselektrometer nach Art des Thomsonschen absoluten Elektrometers, bei welchem aber die bewegliche Platte nicht in der Nullage gehalten, sondern ihre Verschiebung in Drehbewegungen eines Zeigers mittels Schnurlauf übertragen wird, ist von Abraham-Villard (Compt. rend. Bd. 152, 1911, S. 1134) sowie von den Herren Schumann und Klemm konstruiert worden (Arch. f. Elektrot. Bd. 12, 1923, S. 553). Die Eichtabelle, welche Herr Klemm für verschiedene Elektrodenabstände mitteilt, zeigt, daß für die größeren Abstände auch bei diesem Instrument das Verhältnis der zu einem Ausschlag gehörigen Spannungswerte zweier Elektrodenabstände für den ganzen Skalenbereich annähernd das gleiche ist. In Bild 8 sind die Klemmschen Zahlen in Kurven wiedergegeben, log V als f (log α), entsprechend unserem Bild 6. Die beiden unteren Kurven der kleineren Abstände zeigen indessen deutliche Abweichung vom konstanten Vertikalabstand. Die V_2/V_1-Werte weisen hier Unterschiede bis 20% auf.



Konstruktiv hat unser Instrument vor dem Klemmschen den Vorteil, daß Lagerreibungen und damit Differenzen zwischen den Angaben bei Aufwärts- und Abwärtsgang der Spannungen gänzlich vermieden sind. Ein dem Instrument von Abraham-Villard so gut wie gleiches ist unlängst von H. Dember beschrieben worden (Veröff. des Reichspatentamts). Es besteht nur aus einer Kugel als Hochspannungselektrode, ein Ausschnitt der Oberfläche ist als Kolben oder als Membran beweglich mit Übertragung auf Zeiger oder Spiegel. Das Instrument bedarf, wie die anderen oben genannten, der besonderen Eichung für alle zu messenden Hochspannungen. Es hat den bedenklichen Nachteil, daß ihm kein zweiter feldbegrenzender

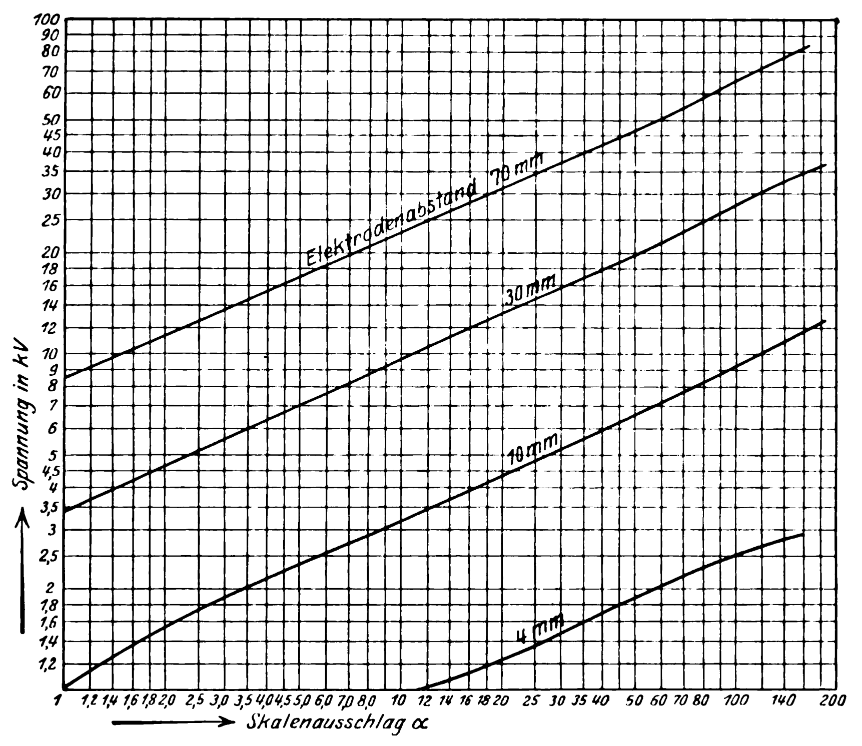


Bild 8. Eichkurven des Klemmschen Elektrometers. Skalenausschlag in Abhängigkeit von Spannung.

Leiter (etwa umhüllende Kugel) beigesellt ist, und daher prinzipiell die Umgebung, wenn sie nicht in genügender Entfernung ist, seine Anzeige beeinflussen muß. Auch hat es nur einen Meßbereich. Eine Membran als beweglichen Teil des Elektrometers hat auch, einen Vorschlag von M. Wien ausführend, Herr Klemm bei einer Konstruktionsform seines Elektrometers verwendet.

10. Zusammengefaßt hat das hier beschriebene Instrument folgende Eigenschaften:

1. Aufnahme der Eichungskurve nur für einen Bereich verhältnismäßig niedriger Spannungen. Bekannte Hochspannungen sind nicht erforderlich.
2. Das Instrument eignet sich in gleicher Weise für Gleich- und Wechselspannungen beliebiger Frequenz, für symmetrische Spannungen wie auch gegen Erde.
3. Eine obere Spannungsgrenze ist nur durch die Größe der verwendeten Isolatoren gegeben.



4. Das Instrument hat beliebige sofort einstellbare Meßbereiche gleicher prozentischer Genauigkeit. Es können mit demselben Instrument Messungen bei einem bis wenigen Kilovolt oder mehreren Hundert Kilovolt mit gleicher relativer Genauigkeit ausgeführt werden.
5. Lagerreibung ist vermieden; daher völlig exakte Nullage und Einstellung.
6. Luftdämpfung bis zur Aperiodizität.
7. Angaben des Instruments sind durch Umgebung nicht beeinflußt.

Dank schulden wir der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für die Gewährung der Mittel zur Beschaffung eines geeichten Hochspannungstransformators, welcher die Durchprüfung des Instruments ermöglichte. Den Verkauf des Instruments (D.R.P.a) hat die Hochspannungsgesellschaft m. b. H. Köln-Zollstock, Höningerweg 127 übernommen und zwar vorläufig in drei Ausführungen bis 150, 250 und 500 kV-Effektivspannung. Instrumente für höhere Spannungen auf vorherige Anfrage.

Aachen. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule.

Blindverbrauchsmessung im Drehstromnetz.

Von

G. Hauffe, Dresden.

Einleitung.

Viele bisher erdachten Schaltungen für Blindverbrauchszähler ergeben nur unter zwei Bedingungen einwandfreie Resultate; es müssen nämlich

1. die Linienspannungen symmetrisch

und

2. die Belastung gleichmäßig

sein.

Das Ziel der Arbeit

soll sein, Gleichungen aufzustellen für die Fehler, die bei gleichmäßiger Belastung aller 3 Zweige durch die Unsymmetrie der Linienspannungen hervorgerufen werden. Berücksichtigt werden dabei nur solche Zähler, die wie die Wirkverbrauchszähler 90^0-Abgleichung besitzen und erst durch die Art der Schaltung den Charakter des Blindverbrauchszählers erhalten.

Die Blindlast des gleichmäßig belasteten Drehstromsystems.

Durchfließt ein Strom I unter dem Einfluß einer Spannung P einen Widerstand

$$\mathfrak{Z} = Z\varepsilon^{j\varphi} = R + jX,$$

so ist die Wirklast

$$N_W = J^2 R = \left(\frac{P}{Z}\right)^2 R = \frac{P^2}{Z}\frac{R}{Z} = \frac{P^2}{Z}\cos\varphi$$

und die Blindlast

$$N_b = J^2 X = \left(\frac{P}{Z}\right)^2 X = \frac{P^2}{Z}\frac{X}{Z} = \frac{P^2}{Z}\sin\varphi.$$

Sind nun die Verbraucher des Drehstromsystems, die gemäß Annahme alle untereinander gleich Z sind, in Stern geschaltet, so ist mit Rücksicht auf Bild 1 die gesamte Blindlast

$$N_b = \frac{\sin\varphi}{Z}(P_{10}^2 + P_{20}^2 + P_{30}^2).$$



Spannmittelpunkt ist der Schwerpunkt des aus den Linienspannungen gebildeten Dreieckes und daher[1]

$$\mathfrak{P}_{10} = \frac{1}{3}(\mathfrak{P}_{12} - \mathfrak{P}_{31}),$$

$$\mathfrak{P}_{20} = \frac{1}{3}(\mathfrak{P}_{23} - \mathfrak{P}_{12}),$$

$$\mathfrak{P}_{30} = \frac{1}{3}(\mathfrak{P}_{31} - \mathfrak{P}_{23}).$$

Da zunächst die Linienspannungen bekannt sind, wird, um die Berechnung der Sternspannungen zu umgehen, die Sternbelastung in eine Dreiecksbelastung transfiguriert; die beiden in Bild 2 gezeichneten Belastungen sind einander gleichwertig, wenn

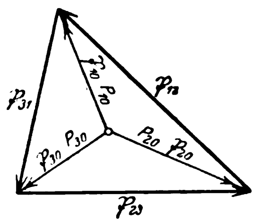


Bild 1. Verkettete und Zweigspannungen des unsymmetrischen, gleichmäßig belasteten Drehstromsystems.

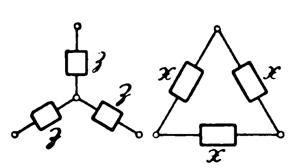


Bild 2. Zur Transfigurierung der gleichmäßigen Sternlast auf Dreieckslast.

$$2\,\mathfrak{Z} = x \,\|\, 2x = \frac{2x^2}{3x} = \frac{2}{3}x$$

oder

$$x = 3\,\mathfrak{Z}.$$

Dann kann man für die gesamte Blindlast schreiben:

$$N_b = \frac{\sin\varphi}{x}(P_{12}^2 + P_{23}^2 + P_{31}^2),$$

$$= \frac{\sin\varphi}{3Z}(P_{12}^2 + P_{23}^2 + P_{31}^2).$$

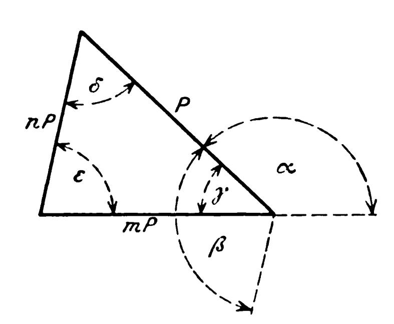


Bild 3. Zur Veranschaulichung der Größen m, n und der eingeführten Winkel.

Bild 4. Die Frankenfieldsche Schaltung zur Blindverbrauchsmessung.

Für die Linienspannungen gelte:

$$\mathfrak{P}_{12} = P_{12}\,\varepsilon^{j0} = P,$$

$$\mathfrak{P}_{23} = P_{23}\,\varepsilon^{-j\alpha} = m\,P\,\varepsilon^{-j\alpha},$$

$$\mathfrak{P}_{31} = P_{31}\,\varepsilon^{+j\beta} = n\,P\,\varepsilon^{+j\beta},$$

wobei m und n von 1 verschiedene, positive Zahlen seien und α und β die in Bild 3 gezeigte Bedeutung haben mögen. Mit dieser Festsetzung wird die Blindlast:

$$N_b = \frac{P^2 \sin\varphi}{3Z}(1 + m^2 + n^2).$$

Bei symmetrischen Linienspannungen ist also $m = n = 1$ und

$$N_b = \frac{P^2}{Z}\sin\varphi.$$

[1] Fraenckel, Theorie der Wechselströme, Berlin: Springer 1921, S. 111 u. ff.

Untersucht werde zunächst die

Frankenfieldsche Schaltung.

Es handelt sich hier um einen Zähler mit einem messenden System, der in der aus Bild 4 ersichtlichen Weise gescha'tet ist: der Strom J_1 durchfließt die Stromspule, die Spannungsspule liegt an P_{23}. Symmetrie der Linienspannungen vorausgesetzt, zeigt der Zähler an:

$$A_Z = J_1 P_{23} \cos(J_1 P_{23}) \cdot t = J_1 P_{23} \cos(90 - \varphi) \cdot t = J_1 P_{23} \sin\varphi \cdot t,$$
$$= \frac{N_b \cdot t}{\sqrt{3}}.$$

Man muß also die Angabe A_Z des Zählers mit $\sqrt{3}$ vervielfachen, um die Blindarbeit zu erhalten. Diese Vervielfachung wird automatisch durch das Zählwerk (Wahl einer entsprechenden Übersetzung) vorgenommen. Dann erhält man die vom Zähler angezeigte Blindarbeit nach der Beziehung

$$N_{bz} \cdot t = \sqrt{3}\, A_Z.$$

Der Zähler arbeitet wie ein Wirklastzähler, obwohl er die Blindlast angibt. Diese kann dann nach den aus der komplexen Rechnung bekannten Gesetzen als reeller Teil des Produktes

$$\frac{1}{t} \cdot A_Z = [\mathfrak{P}_{23} \cdot J_1^*]_r$$

ermittelt werden. Hierbei bedeutet J_1^* die zu J_1 konjugiert komplexe Größe. Dieser Strom J_1 ist

$$J_1 = \frac{\mathfrak{P}_{10}}{\mathfrak{Z}} = \frac{\frac{1}{3}(\mathfrak{P}_{12} - \mathfrak{P}_{31})}{Z\,\varepsilon^{j\varphi}} = \frac{P(1 - n\,\varepsilon^{+j\beta})}{3\,Z\,\varepsilon^{j\varphi}},$$

und daher

$$J_{1*} = \frac{P(1 - n\,\varepsilon^{-j\beta})}{3\,Z\,\varepsilon^{-j\varphi}} = \frac{P}{3\,Z}(1 - n\,\varepsilon^{-j\beta})\,\varepsilon^{+j\varphi}.$$

Mit dem Wert von $\mathfrak{P}_{23}$ wird:

$$N_{bz} = \sqrt{3}\left[m\,P\,\varepsilon^{-j\alpha} \cdot \frac{P}{3\,Z}(1 - n\,\varepsilon^{-j\beta})\,\varepsilon^{+j\varphi}\right]_r,$$
$$= \frac{\sqrt{3}\,m\,P^2}{3\,Z}\left[\varepsilon^{j(\varphi-\alpha)} - n\,\varepsilon^{j(\varphi-\alpha-\beta)}\right]_r,$$
$$= \frac{\sqrt{3}\,m\,P^2}{3\,Z}\left[\cos(\varphi-\alpha) - n\cos(\varphi-\alpha-\beta)\right].$$

Aus Bild 3 folgt:

$$\alpha = 180 - \gamma,$$
$$\beta = 180 - \delta.$$

Die Einführung dieser Beziehungen ergibt:

$$N_{bz} = -\frac{\sqrt{3}\,m\,P^2}{3\,Z}\left[\cos(\varphi+\gamma) + n\cos(\varphi+\gamma+\delta)\right],$$
$$= -\frac{\sqrt{3}\,m\,P^2}{3\,Z} \cdot \left[\cos\varphi\cos\gamma - \sin\varphi\sin\gamma + n\cos\varphi\cos(\gamma+\delta) - n\sin\varphi\sin(\gamma+\delta)\right],$$
$$= \frac{\sqrt{3}\,m\,P^2}{3\,Z}\sin\varphi\left[\sin\gamma + n\sin(\gamma+\delta) - \operatorname{cotg}\varphi\,[\cos\gamma + n\cos(\gamma+\delta)]\right].$$

Wieder mit Bild 3 folgt:

$$\gamma + \delta = 180 - \varepsilon,$$
$$\sin(\gamma+\delta) = \sin\varepsilon,$$
$$\cos(\gamma+\delta) = -\cos\varepsilon,$$

so daß

$$N_{bz} = \frac{P^2 \sin\varphi}{3Z} \sqrt{3}\, m \left[\sin\gamma + n \sin\varepsilon - \operatorname{cotg}\varphi \left[\cos\gamma - n\cos\varepsilon\right]\right].$$

Die Anwendung des Sinussatzes auf Bild 3 liefert

$$\frac{\sin\varepsilon}{\sin\gamma} = \frac{P}{nP} = \frac{1}{n}$$

oder

$$n \sin\varepsilon = \sin\gamma,$$

wodurch auch

$$N_{bz} = \frac{P^2 \sin\varphi}{3Z} \sqrt{3}\, m \left[2\sin\gamma - \operatorname{cotg}\varphi \left[\cos\gamma - n\cos\varepsilon\right]\right]$$

wird. Der Fehler der Angabe läßt sich dann errechnen, wenn N_{bw} die wahre Blindleistung ist,

$$f = \frac{N_{bz} - N_{bw}}{N_{bw}}\, 100\,\%.$$

Mit den errechneten Werten:

$$f = \frac{\sqrt{3}\, m \left[2\sin\gamma - \operatorname{cotg}\varphi \left[\cos\gamma - n\cos\varepsilon\right]\right] - (1 + m^2 + n^2)}{1 + m^2 + n^2}\, 100\,\%.$$

Die Beziehungen zwischen m, n, γ und ε.

Der Cosinussatz ergibt in Anwendung auf Bild 3:

$$P^2 = m^2 P^2 + n^2 P^2 - 2\, m\, n\, P^2 \cos\varepsilon,$$

woraus

$$\cos\varepsilon = \frac{m^2 + n^2 - 1}{2mn} = A.$$

Dann ist

$$\sin\varepsilon = \sqrt{1 - \cos^2\varepsilon} = \sqrt{1 - A^2}$$

und nach obigem

$$\sin\gamma = n\sin\varepsilon = n\sqrt{1 - A^2},$$

endlich

$$\cos\gamma = \sqrt{1 - \sin^2\gamma} = \sqrt{1 - n^2(1 - A^2)}.$$

Setzt man den Wert von A ein und führt die Rechnung durch, so werden

$$\sin\gamma = \frac{1}{2m}\sqrt{2m^2n^2 - m^4 - n^4 - 1 + 2m^2 + 2n^2},$$

$$= \frac{1}{2m} W,$$

wenn

$$W = \sqrt{2m^2n^2 - m^4 - n^4 - 1 + 2m^2 + 2n^2},$$

$$\cos\gamma = \frac{1 + m^2 - n^2}{2m},$$

$$\cos\gamma - n\cos\varepsilon = \frac{1 - n^2}{m},$$

$$f = \frac{\sqrt{3}\left[W - \operatorname{cotg}\varphi\,(1 - n^2)\right] - (1 + m^2 + n^2)}{1 + m^2 + n^2}\, 100\,\%.$$

Eine ausführliche Diskussion der Fehlerformel soll später folgen. An dieser Stelle nur soviel, daß infolge der Unsymmetrie der Linienspannungen bei induktionsfreier Last der Fehler unendlich groß wird. Über sein Vorzeichen wird noch zu

sprechen sein; sofern es negativ ist, kann eine Fehlanzeige durch eine eingebaute Rücklaufhemmung verhindert werden. Die Verhältnisse lassen sich leichter übersehen, wenn zunächst der

Zusammenhang zwischen den Größen m und n und der Unsymmetrie

entwickelt wird. Bekanntlich ist jedes unsymmetrische Mehrphasensystem zerlegbar in zwei symmetrische mit umgekehrter Phasenfolge. Das System mit der größeren Amplitude p hat die Phasenfolge des unsymmetrischen Systems, das gegenläufige symmetrische System habe die Amplitude q. Es gilt dann

$$\mathfrak{P}_{12} = \mathfrak{p}_{12} + \mathfrak{q}_{12} \quad \text{usw.}$$

Die Phasenverschiebung zwischen $\mathfrak{p}_{12}$ und $\mathfrak{q}_{12}$ sei ϑ. Durch das Verhältnis

$$\zeta = \frac{p}{q}$$

und den Winkel ϑ ist das Dreieck der Linienspannungen gestaltlich bestimmt und damit auch die Größen m und n. Bild 5 zeigt das unsymmetrische System der Linienspannungen, wie es aus den beiden gegenläufigen Systemen hervorgegangen ist[1].

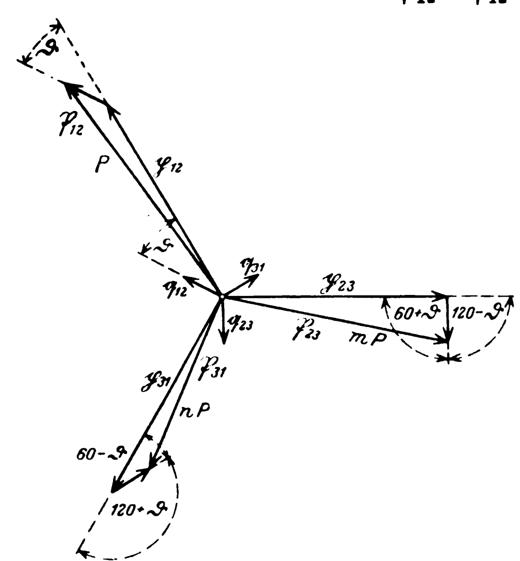


Bild 5. Zerlegung eines unsymmetrischen Systems in zwei gegenläufige symmetrische.

Aus diesem Bild läßt sich ablesen:

$$\left.\begin{aligned} P^2 &= p^2 + q^2 + 2\,p\,q\cos\vartheta \\ m^2 P^2 &= p^2 + q^2 - 2\,p\,q\cos(60 + \vartheta) \\ n^2 P^2 &= p^2 + q^2 \quad 2\,p\,q\cos(60 - \vartheta) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

woraus

$$m = \sqrt{\frac{\zeta^2 + 1 - 2\zeta\cos(60 + \vartheta)}{\zeta^2 + 1 + 2\zeta\cos\vartheta}}$$

und

$$n = \sqrt{\frac{\zeta^2 + 1 - 2\zeta\cos(60 - \vartheta)}{\zeta^2 + 1 + 2\zeta\cos\vartheta}}.$$

Nach den VDE-Normalien wird ein System noch als symmetrisch bezeichnet, wenn die Amplitude des gegenläufigen Systems nicht mehr als 5 % der Amplitude des rechtläufigen Systems beträgt. Diese Symmetrie ist erwünscht für den Betrieb von Motoren. Für ζ läßt sich nun folgende Tabelle aufstellen:

q in % von p	1	2	3	4	5
$\zeta =$	100	50	33,3	25	20

Aus ihr ist ersichtlich, daß selbst im ungünstigsten Falle $\vartheta = \pm 60^0$

$$\zeta^2 - 2\zeta \gg 1,$$

so daß in guter Näherung gesetzt werden darf:

$$m = \sqrt{\frac{\zeta - 2\cos(60 + \vartheta)}{\zeta + 2\cos\vartheta}},$$

$$n = \sqrt{\frac{\zeta - 2\cos(60 - \vartheta)}{\zeta + 2\cos\vartheta}}.$$

Auf Grund einfacher Ungleichungen überzeugt man sich leicht davon, daß

$$m < 1, \quad \text{solange} \quad -120^0 < \vartheta < +60^0$$

und

[1]) Siehe Fraenckel, l. c. S. 120; desgleichen G. Rasch, ETZ 1925, S. 1446.

$$n < 1, \quad \text{solange} \quad -60^0 < \vartheta < +120^0.$$

Aus den Gleichungen (I) folgt weiter, daß bei einer Vertauschung des Vorzeichens von ϑ nur m und n ihre Rollen wechseln, so daß

$$m_{\vartheta = +\alpha} = n_{\vartheta = -\alpha}.$$

Diese Feststellungen sind wichtig, wenn zu der

Diskussion der Fehlergleichung

übergegangen werden soll. Die Ausdrücke

$$W \quad \text{und} \quad 1 + m^2 + n^2$$

sind invariant in bezug auf die Vertauschung von m und n, daher auch invariant in bezug auf die Vertauschung des Vorzeichens von ϑ. Wir führen ζ und ϑ in

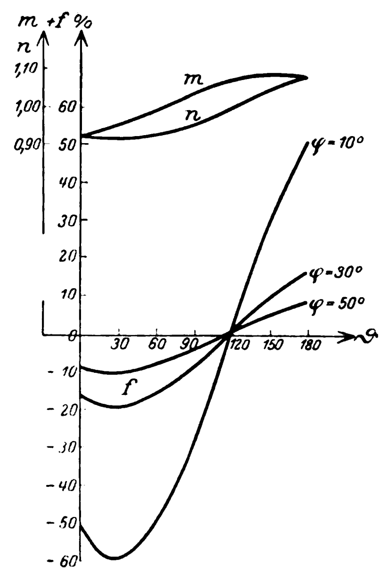


Bild 6. Fehler der Frankenfieldschen Schaltung bei 5% Unsymmetrie und verschiedenen Phasenverschiebungen in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung zwischen den Spannungen der symmetrischen gegenläufigen Systeme.

die Fehlergleichung ein, indem wir m und n durch die als zulässig erkannten Näherungswerte ersetzen. Die etwas umständliche, aber sehr einfache Rechnung ergibt:

$$W = \frac{\sqrt{3\zeta^2 - 12 - 2\zeta\cos\vartheta}}{\zeta + 2\cos\vartheta},$$

$$1 - n^2 = \frac{3\cos\vartheta + \sqrt{3}\sin\vartheta}{\zeta + 2\cos\vartheta},$$

$$1 + m^2 + n^2 = \frac{3\zeta}{\zeta + 2\cos\vartheta}$$

und damit nach einfachen Umrechnungen:

$$f = \left[\sqrt{1 - \frac{4}{\zeta^2} - \frac{2\cos\vartheta}{3\zeta}} - \frac{1}{\zeta}(\sqrt{3}\cos\vartheta + \sin\vartheta)\operatorname{cotg}\varphi - 1\right] 100.$$

Für Symmetrie ist

$$\zeta = \frac{p}{q} = \frac{P}{0} = \infty$$

und

$$f = 0.$$

Der kleinste Wert von ζ (nämlich 20) tritt bei der größten Unsymmetrie von 5 % auf. Die Auswertung der Fehlerformel wird wesentlich erleichtert durch die Vernachlässigung von $\frac{4}{\zeta^2}$ und die Näherung

$$\sqrt{1 - \frac{2 \cos \vartheta}{3 \zeta}} \approx 1 - \frac{\cos \vartheta}{3 \zeta}.$$

Dann wird

$$f = -\frac{100}{\zeta}\left[\frac{1}{3} \cos \vartheta + \left(\sqrt{3} \cos \vartheta + \sin \vartheta\right) \operatorname{cotg} \varphi\right]$$

und hierin ist

$$\frac{100}{\zeta} = u$$

die Unsymmetrie in Prozent. Die Gleichung zeigt, daß, wie zu erwarten war, nicht allein diese Größe für den Fehler der Blindverbrauchsmessung maßgebend ist, sondern auch die Phasenverschiebung ϑ zwischen den symmetrischen gegenläufigen Ersatzsystemen. Zwischen der prozentualen Unsymmetrie und dem Meßfehler besteht direkte Proportionalität, die Abhängigkeit des Fehlers von ϑ wird aus dem Bild 6 klar, in der f für 5 % Unsymmetrie bei Phasenverschiebungen

$$\varphi = 10^0,\ 30^0,\ 50^0$$

aufgetragen ist. Für den gleichen Intervall

$$0 \leqq \vartheta \leqq 180^0$$

sind die Größen m und n mit eingetragen.

Zusammenfassung.

Als erste Schaltung für Blindleistungsmessungen im Drehstromnetz wird die Frankenfieldsche Schaltung untersucht. Es zeigt sich, daß der infolge einer Netzunsymmetrie auftretende Fehler der prozentualen Unsymmetrie direkt proportional ist. Von bedeutendem Einfluß ist ferner die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen der symmetrischen gegenläufigen Systeme, in die das unsymmetrische System leicht zerlegt werden kann. Ist diese Phasenverschiebung Null oder 180°, so treten annähernd die größten Fehler auf. Mit steigender Phasenverschiebung im Netz verringern sich die Fehler sehr rasch, während sie bei induktionsfreier Last unendlich groß werden.



Die selbsterregte Drehstromerregermaschine mit kurzgeschlossener Ständerwickelung.

Von

Dipl.-Ing. **A. Leonhard.**

In neuerer Zeit findet zur Kompensierung von Asynchronmaschinen häufig die selbsterregte Drehstrom-Erregermaschine mit kurzgeschlossener Ständerwickelung (von Kozisek angegeben) Verwendung. Diese Maschine bietet bekanntlich gegenüber der normalen eigenerregten Drehstrom-Erregermaschine den Vorteil einer Phasenkompensation der Asynchronmaschine schon bei ganz geringer Last oder auch vollkommenem Leerlauf. Bei geeigneter Wahl der Maschinenkonstanten gelingt es sogar durch den Leerlauf hindurch auch bei Generatorbetrieb, allerdings nur bis zu gewissen Grenzen, ohne Vertauschen zweier Anschlüsse, was bei der normalen eigenerregten Drehstromerregermaschine erforderlich ist, eine vollkommene Phasenkompensation zu erreichen.

Brüderlin (Archiv für Elektrotechnik 1925) hat bereits die Maschine bei Arbeiten auf konstante Spannung eingehend untersucht. Er geht dann auch auf die Selbsterregung (Frequenz) ein und gibt praktische Winke für die Bemessung der Maschine um Selbsterregung bei Arbeiten als Erregermaschine für eine Asynchronmaschine zu bekommen. Im wesentlichen war man aber bis jetzt beim Bau einer derartigen Maschine auf Versuchsunterlagen angewiesen.

Im nachfolgenden soll nun die Maschine zuerst als selbständiger Generator auf beliebigen Widerstand und beliebige Selbstinduktion belastet untersucht werden und dabei die auftretenden Spannungen und Frequenzen ermittelt werden. Es zeigt sich, daß mit einfachen Figuren in einem Widerstand-Selbstinduktion-Koordinatensystem die Spannung und Frequenz ermittelt werden kann. Dann soll gezeigt werden, wie nach übersichtlichen Methoden bei Arbeiten als Erregermaschine einer Asynchronmaschine, die an konstanter Spannung liegt, die Bedingung für Selbsterregung bei Leerlauf und bei verschiedenem Schlupf der Asynchronmaschine der bei dieser Maschine auftretende Läuferstrom und damit auch das Primär-Diagramm gewonnen werden kann. Außerdem wird der Einfluß der Maschinenkonstanten der Erregermaschine auf das Stromdiagramm der Asynchronmaschine gezeigt.

Betrieb als selbständiger Generator auf beliebige Belastung arbeitend.

Bild 1 stellt die Maschine schematisch dar, sie laufe mit konstanter Drehzahl n_0 um. Es bedeute:

J_1 Läuferstrom
J_2 Ständerstrom
U_1 Klemmenspannung
E_1 EMK des gemeinsamen Feldes
k_{11} Läuferreaktanz bei Frequenz ν_0 ohne Streureaktanz
$k_{\sigma 1}$ Läuferstreureaktanz bei Frequenz ν_0
k_{22} Ständerreaktanz bei Frequenz ν_0 ohne Streureaktanz
$k_{\sigma 2}$ Ständerstreureaktanz bei Frequenz ν_0
$k_{12} = k_{21}$ Wechselreaktanz zwischen Läufer und Ständer
r_1 Ohmscher Widerstand der Läuferwicklung
r_2 Ohmscher Widerstand der Ständerwicklung
ν_0 die der Drehzahl n_0 entsprechende Frequenz

ν die im Ständer und im äußeren Kreis auftretende Frequenz

$s = \frac{\nu}{\nu_0}$

R_1' der äußere Ohmsche Belastungswiderstand

K_1' der äußere induktive Belastungswiderstand bei der auftretenden Frequenz ν, also $K_{10}' \cdot s$ wenn K_{10}' der induktive Belastungswiderstand bei der Frequenz ν_0 ist.

Die Maschinenkonstanten seien auf gleiche Windungszahl reduziert und gelten pro Phase.

Es ergeben sich nun folgende Gleichungen:

$$\text{I.}\quad \dot{U}_1 + \dot{J}_1 (r_1 + j(1-s)(k_{11} + k_{\sigma 1})) + \dot{J}_2 \cdot j(1-s) k_{21} = 0 \tag{1}$$

$$\text{II.}\quad \dot{J}_2 (r_2 - j s (k_{22} + k_{\sigma 2})) - j \dot{J}_1 k_{12} \cdot s = 0 \tag{2}$$

$$\text{III.}\quad \dot{J}_1 = \frac{\dot{U}_1}{R_1' - j K_1'} \tag{3}$$

$$\text{IV.}\quad \dot{U}_1 = \dot{E}_1 - \dot{J}_1 (r_1 + j(1-s) k_{\sigma 1}) \tag{4}$$

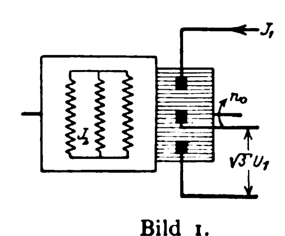


Bild 1.

Bild 2.

Bild 2 zeigt das gesamte Primärvektor-Diagramm. Darin bedeutet:

$OA = U_1$ $\qquad OE = \dot{J}_1$

$AB = \dot{J}_1 \cdot r_1$ $\qquad EF = \dot{J}_2$

$BC = j \dot{J}_1 \cdot (1-s) k_{\sigma 1}$

$CD = j \dot{J}_1 \cdot (1-s) k_{11}$

$DO = j \dot{J}_2 \cdot (1-s) k_{21}$

$+j$ sei Nacheilung, $-j$ Voreilung.

Die Frequenz im Ständer ist ν, die Reaktanzen sind daher mit $\frac{\nu}{\nu_0} = s$ zu multiplizieren. Die Frequenz im Läufer ist $(\nu - \nu_0)$, die Reaktanzen sind mit $\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = s - 1 = -(1-s)$ zu multiplizieren.

Es sei nun mit R_1 der äußere Widerstand + Läuferwiderstand bezeichnet, also $R_1 = R_1' + r_1$, ferner sei $K_1 = K_1' - (1-s) k_{\sigma 1}$. Die Gleichungen gehen dann über:

$$\text{I.}\quad \dot{E}_1 + \dot{J}_1 \cdot j k_{11} (1-s) + \dot{J}_2 j k_{21} (1-s) = 0 \tag{5}$$

$$\text{III.}\quad \dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_1}{R_1 - j K_1}. \tag{6}$$

Aus II. und III.

$$\dot{J}_2 = \frac{\dot{E}_1 \cdot j k_{12} \cdot s}{(R_1 - j K_1)(r_2 - j(k_{22} + k_{\sigma 2}) s)}. \tag{7}$$

Eingesetzt in I

$$\dot{E}_1 + \frac{j \dot{E}_1 (1-s) k_{11}}{R_1 - j K_1} - \frac{\dot{E}_1 \cdot k_{12}^2 \cdot s \cdot (1-s)}{(R_1 - j K_1)(r_2 - j(k_{22} + k_{\sigma 2})(s))} = 0 \tag{8}$$

oder wenn $k_{11} = k_{22} = k_{12}$.

$$\left.\begin{array}{l}\dot{E}_1 R_1 \cdot r_2 - j\,\dot{E}_1 \cdot K_1 \cdot r_2 - j\,\dot{E}_1 (k_{11} + k_{\sigma 2}) \cdot s \cdot R_1 - \dot{E}_1 (k_{11} + k_{\sigma 2}) \cdot s \cdot K_1 + \\ + j\,\dot{E}_1 k_{11} (1 - s) \cdot r_2 + \dot{E}_1 \cdot k_{11} (1 - s)(k_{11} + k_{\sigma 2}) \cdot s - \dot{E}_1 k_{11}^2 \cdot s (1 - s) = 0\end{array}\right\} \quad (9)$$

Gesucht ist $\dot{E}_1$ und s. Die Gleichung kann zur Ermittelung von E_1 nicht direkt verwendet werden. Nach der Magnetisierungskennlinie der Maschine ist aber k_{11} eine gegebene Funktion von $\dot{E}_1$ (Bild 3). Rechnet man daher aus Gleichung (9) k_{11}, so ist damit auch $\dot{E}_1$ gefunden.

Wenn Gleichung (9) erfüllt sein soll, so müssen sowohl die reellen, als auch die imaginären Glieder für sich 0 werden. Es ergeben sich also zur Berechnung von k_{11} und s folgende 2 Gleichungen:

I. $R_1 \cdot r_2 - K_1 (k_{11} + k_{\sigma 2}) \cdot s + k_{11} (k_{11} + k_{\sigma 2}) \cdot (1 - s) \cdot s - k_{11}^2 \cdot s \cdot (1 - s) = 0$ (10)

II. $-K_1 \cdot r_2 - (k_{11} + k_{\sigma 2})\, s\, R_1 + k_{11} (1 - s) \cdot r_2 = 0$* (11)

Aus Gleichung II. (11) rechnet sich:

$$k_{11} = \frac{K_1 \cdot r_2 + k_{\sigma 2} \cdot s\, R_1}{-R_1 \cdot s + r_2 (1 - s)}. \quad (12)$$

Eingesetzt in (10)

$$\left.\begin{array}{l} R_1 \cdot r_2 - \dfrac{K_1^2 \cdot s \cdot r_2}{-R_1 \cdot s + r_2 (1 - s)} - \dfrac{K_1 \cdot k_{\sigma 2} \cdot s^2 \cdot R_1}{-R_1 \cdot s + r_2 (1 - s)} - \\ - K_1 \cdot k_{\sigma 2} \cdot s + \dfrac{k_{\sigma 2} \cdot K_1 (1 - s) \cdot s \cdot r_2 + k_{\sigma 2}^2 \cdot s^2 (1 - s) R_1}{-R_1 \cdot s + r_2 (1 - s)} = 0 \end{array}\right\} \quad (13)$$

Bild 3.

oder auf gleichen Nenner gebracht und der Zähler 0 gesetzt:

$$-R_1^2 \cdot r_2 \cdot s + R_1 \cdot r_2^2 (1 - s) - K_1^2 \cdot s \cdot r_2 + k_{\sigma 2}^2 \cdot s^2 \cdot R_1 (1 - s) = 0. \quad (14)$$

Nach R_1 und K_1 geordnet.

$$R_1^2 \cdot r_2 - R_1 \left(\frac{r_2^2 (1 - s)}{s} + k_{\sigma 2}^2 \cdot (1 - s) \cdot s \right) + K_1^2 \cdot r_2 = 0. \quad (15)$$

Die Gleichung stellt Kreise mit verschiedenem Parameter s dar, die alle durch den Nullpunkt gehen. Die Mittelpunktskoordinaten sind:

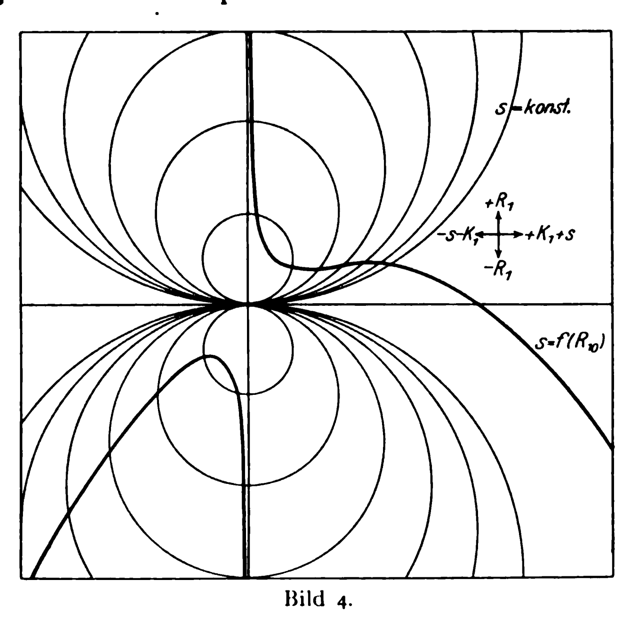
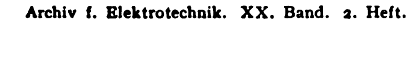


Bild 4.

* Es sei hier darauf hingewiesen, daß die meisten Drehstromgeneratoren (Asynchrongenerator selbsterregt durch fremderregte Drehstromerregermaschine, Reihenschlußgenerator selbsterregt usw.) nach der gleichen Methode sehr übersichtlich in bezug auf Spannung und Frequenz untersucht werden können.



$$K_{10} = 0, \tag{16}$$

$$R_{10} = -\frac{r_2^2(1-s) + k_{\sigma 2}^2 \cdot s^2(1-s)}{2 r_2 \cdot s}. \tag{17}$$

Die Mittelpunkte liegen also alle auf der R_1-Achse. Der Parameter s kann aus Gleichung (17) ermittelt werden. Da die Gleichung vom 3. Grade ist, empfiehlt es sich, die Kurve $s = f(R_{10})$ punktweise zu konstruieren. Sie hat die in Bild 4 gezeichnete Form, hat $s = 0$ als Asymptote und geht durch $R_{10} = 0$, $s = 1$. Wie später gezeigt wird, kommt nur ein geringer Teil dieser Kurve tatsächlich in Frage, so daß nur wenige Punkte gerechnet zu werden brauchen (s konstant angenommen und R_{10} gerechnet). In Bild 4 sind auch die verschiedenen Kreise für $s = \text{const}$ eingezeichnet. Sucht man also bei bestimmter Belastung s, so braucht nur der Mittelpunkt des Kreises gesucht zu werden und in die Kurve $s = f(R_{10})$ gegangen zu werden. Hat man s gefunden, so kann aus Gleichung (12) auch k_{11} gerechnet werden. Damit ist auch E_1 bei ν_0 aus Bild 2 gegeben. Die tatsächliche EMK ergibt sich durch Multiplikation mit $(1-s)$. Um die Rechnung nach Gleichung (12) zu sparen, ist es vorteilhaft, in das Schaubild 4 auch noch die Linien $k_{11} = \text{const}$ einzutragen. Man geht dabei am einfachsten folgendermaßen vor:

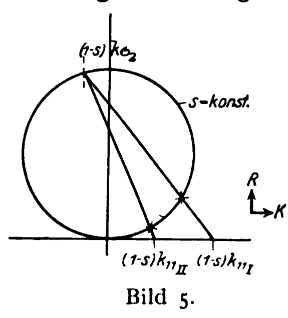


Bild 5.

Gleichung (12) wird für

$$R_1 = \frac{r_2 \cdot (1-s)}{s}. \tag{18}$$

$$K_1 = -k_\sigma (1-s) \tag{19}$$

unbestimmt, d. h. alle Geraden (12)

$$-R_1 \cdot s\, k_{11} + r_2(1-s)\, k_{11} - K_1 \cdot r_2 - k_{\sigma 2} \cdot s\, R_1 = 0 \tag{20}$$

für beliebiges k_{11} aber konstantes s gehen durch den gleichen Punkt, der außerdem auch auf dem Kreis (15) liegt. Der Schnittpunkt der Geraden (20) mit der K_1-Achse ist

$$K_1 = (1-s)\, k_{11}.$$

Verbindet man also den Punkt $K_1 = -k_{\sigma 2}(1-s)$ auf dem Kreise mit verschiedenen $(1-s)\,k_{11}$ auf der K_1-Achse (Bild 5), so erhält man für die verschiedenen Kreispunkte die zugehörigen k_{11}-Werte. Führt man diese Konstruktion bei den verschiedenen Kreisen, also verschiedenem s durch und verbindet die Punkte gleichen k_{11}, so erhält man ein Netz aus s- und k_{11}-Kurven und für jeden Punkt der Ebene läßt sich in einfacher Weise Spannung und Frequenz angeben. Für nicht zu große Werte von s lassen sich die Kurven $k_{11} = \text{const}$ mit sehr großer Annäherung durch Kreise ersetzen, deren Mittelpunkte auf der K_1-Achse liegen und die durch $K_1 = k_{11}$ und K_1 etwas kleiner als $k_{\sigma 2}$ gehen. Man konstruiert am besten zuerst eine Kurve für großes k_{11}, sucht den ähnlichsten Kreis und zeichnet dann für die verschiedenen k_{11}-Kreise, die durch den gleichen Punkt $K_1 \sim k_{\sigma 2}$ und $K_1 = k_{11}$ gehen. Die Kurve $k_{11} = k_{11\,max}$ (Bild 3) gibt die Grenzkurve für Selbsterregung. In Bild 6 ist ein vollkommenes Schaubild aufgezeichnet.

Die sämtlichen Kurven $k_{11} = \text{const}$ verlaufen bei fast allen Werten von s also allen Frequenzen dicht an der Geraden $R_1 = -r_2$ (also Motorbetrieb), die sie aber erst bei $K_1 = \pm\infty$ ganz erreichen. Nur in der Nähe von $s = 0$ kann eine wesentliche Wirkleistung abgegeben bzw. aufgenommen werden. Dieser Bereich $s \cong 0$, also Frequenzen um 0, entspricht aber gerade den bei Betrieb als Erregermaschine für eine Asynchronmaschine vorkommenden Frequenzen. Es stört vielleicht die Tatsache, daß K_1 aus dem Schaubild noch die auftretende Frequenz enthält. Will man also von einer bestimmten Selbstinduktion ausgehen, so muß erst durch Probieren aus dem Bild ein Wert gefunden werden, bei dem $K_1 =$ der gewünschten Selbstinduktion bei der auftretenden Frequenz wird. Da aber die einzige Verwendungsart der Maschine bis jetzt als Erregermaschine für Asynchronmaschinen ist, kann



dieser Umstand, wie aus dem Spätern hervorgeht, eher als Vorteil, denn als Nachteil bezeichnet werden.

Betrieb als Erregermaschine einer Asynchronmaschine.

Selbsterregung bei theoretischem Leerlauf der Asynchronmaschine.

Es sei angenommen, daß die Asynchronmaschine etwas untersynchron laufe. Tritt nun ein Selbsterregungsstrom auf, so muß dieser reiner Erregerstrom für die Asynchronmaschine sein, er steht also senkrecht auf der Läuferspannung der Maschine.

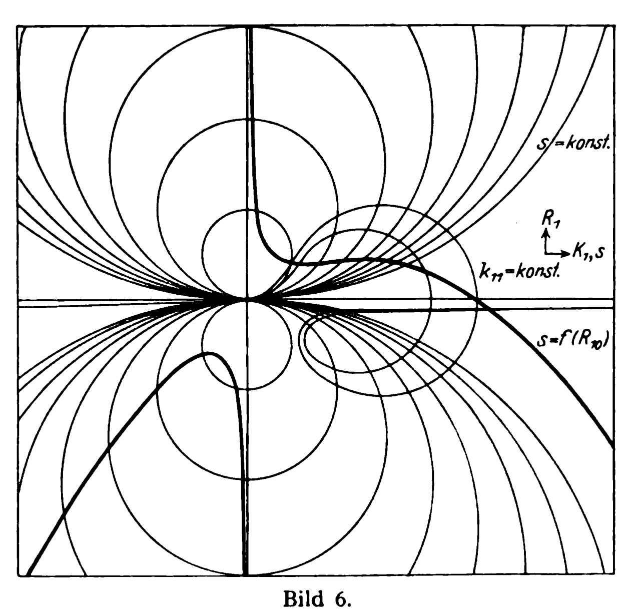


Bild 6.

Er kann nur auftreten wenn die Erregermaschine so angeschlossen ist, daß das Drehfeld, von der Hauptmaschine herkommend, in der Erregermaschine gleiche Drehrichtung besitzt wie die mechanische Drehrichtung dieser Maschine, so daß $s = \left(\frac{\nu}{\nu_0}\right)$ positiv wird. Falsche Drehfeldrichtung gibt negatives s, so daß Selbsterregung nur bei negativem R_1, also Motorbetrieb für die Erregermaschine auftreten könnte (Bild 6), was selbstverständlich bei Belastung auf den Läuferwiderstand der Hauptmaschine nicht der Fall sein kann.

Bild 7 zeigt das Vektordiagramm des Läuferkreises der Hauptmaschine. Die Indizes h bedeuten Hauptmaschine, die Bezeichnungen für die Erregermaschine sind die gleichen wie im vorhergehenden Kapitel. $\sigma = \frac{\nu}{\nu_{0h}}$ ist die Schlüpfung der Asynchronmaschine, deren Primärfrequenz ν_{0h} ist. U_{2h} ist die Läuferstillstands-Spannung der Asynchronmaschine. In Bild 7 ist:

$$\begin{aligned} OA &= \dot{J}_1, & DE &= +j\dot{J}_1(1-s)k_{\sigma 1}, \\ OB &= \sigma\dot{U}_{2h}, & BE &= \dot{E}_1, \\ OC &= \dot{J}_1(r_{2h}+r_1) = \dot{J}_1 R_1, & BE' &= -j\dot{J}_1 K_1, \\ CD &= -j\dot{J}_1\cdot\sigma\cdot k_{\sigma 2h}. \end{aligned}$$

Zeichnet man jetzt in Bild 6, das in Bild 8 unter Weglassung der drei nichtgebrauchten Quadranten nochmals aufgetragen ist, die Parallele zur K_1-Achse: $R_1 = r_{2h} + r_1$ ein, so sieht man sofort, ob bei diesem Widerstand überhaupt Selbst-

erregung möglich ist. Schneidet diese Gerade die Grenzkurve $k_{11} = k_{11}'{}_{max}$[1] nicht, so kann keine Selbsterregung auftreten. Schneidet aber die Linie die Grenzkurve, so ist des weiteren zu untersuchen, ob bei den auftretenden Frequenzen die Läuferspannung der Asynchronmaschine die erforderliche Größe besitzt. Man rechnet zu diesem Zweck nach Bild 8 für den Punkt 1 und 2 den Strom $J_1 = \frac{E_1(1-s)}{\sqrt{R_1^2 + K_1^2}}$ wobei $\sqrt{R_1^2 + K_1^2}$ direkt abgemessen werden kann, und rechnet dann $J_1 (K_1 - \sigma k_{\sigma 2h} + k_{\sigma 1}$

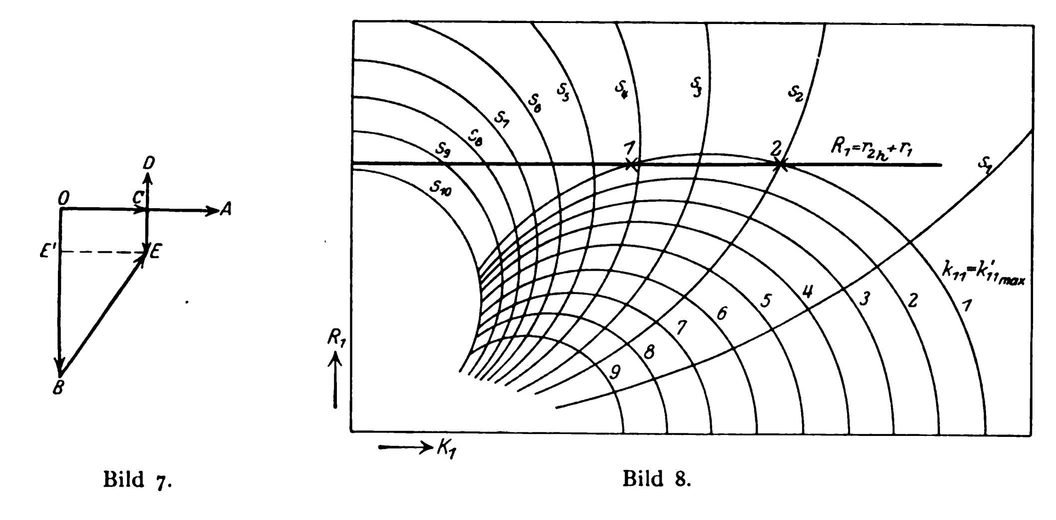


Bild 7. Bild 8.

$(1-s))$. Ist dieser Wert bei einem der Punkte kleiner als $U_{2h} \cdot \sigma$, beim andern größer, so tritt bestimmt Selbsterregung auf. Ist es bei beiden größer oder kleiner, so ist noch ein Zwischenpunkt zu rechnen und man geht dann nach folgender Methode vor, die gleichzeitig die Größe des Stromes und die Frequenz der Selbsterregung zu ermitteln gestattet.

Man rechnet bei verschiedenen Werten von s (dabei $R_1 = r_{2h} + r_1$) den Wert $J_1 (K_1 - \sigma k_{\sigma 2h} + k_{\sigma 1}(1-s))$ und den Wert von $U_{2h} \cdot \sigma$. Trägt man dann über s sowohl $U_{2h} \cdot \sigma$ als auch $J_1 (K_1 - \sigma k_{\sigma 2h} + k_{\sigma 1}(1-s))$ auf, so findet man (Bild 9) durch Interpolation den Wert von s, bei dem die beiden Spannungen gleich sind. Trägt man in das gleiche Bild auch noch den Strom ein, so kann auch dieser durch Interpolation gefunden werden. Im allgemeinen genügen 3 Werte, um mit großer Annäherung den Selbsterregungspunkt zu finden.

Kommt es nur darauf an den Strom ungefähr zu bekommen, so kann $\sigma k_{\sigma 2h}$ und $k_{\sigma 1}(1-s)$ vernachlässigt werden und man sucht dann nur im Schaubild 8 einen Wert von s, bei dem $U_{2h} \cdot \sigma = E_1 \sin \varphi$ wird.

$$\left(\sin \varphi = \frac{K_1}{\sqrt{R_1^2 + K_1^2}}\right).$$

Ist in dem ganzen Bereich von 1 — 2 (Bild 8) $J_1 (K_1 - k_{\sigma 2h} \cdot \sigma + k_{\sigma 1} \cdot (1-s))$ größer als $U_{2h} \cdot \sigma$, so sind die auftretenden Frequenzen zu gering. Durch Vergrößerung des Ständerwiderstandes r_2 [Gleichung (17)] kann s erhöht und damit Selbsterregung erzwungen werden. Umgekehrt kann bei zu großem $U_{2h} \cdot \sigma$ durch Verringerung von r_2 geringere Frequenz und damit Selbsterregungs-Möglichkeit erreicht werden.

[1] (Als k'_{11max} sei nach Bild 3 ein Wert gewählt, der noch eine stabile Selbsterregungs-Spannung ergibt).

Das Primärstromdiagramm der Asynchronmaschine bei Belastung.

Eine exakte, rein mathematische Lösung ist selbstverständlich, da die Magnetisierungs-Kennlinie der Erreger-Maschine eine wesentliche Rolle spielt und mathematisch nicht erfaßt werden kann, nicht möglich. Außerdem ist noch die Schwierigkeit vorhanden, daß im Belastungskreis der Erregermaschine eine dem Schlupf der Asynchronmaschine proportionale, vom Strom unabhängige Spannung auftritt, die eine beliebige Lage zur Klemmenspannung der Erregermaschine haben kann und infolge dessen auch nicht ohne weiteres erfaßt werden kann. Man ist daher gezwungen auch hier wieder mit Probieren zu arbeiten. Nach den im folgenden angegebenen Methoden gelingt es aber in verhältnismäßig kurzer Zeit sich ein Bild über den Verlauf des Stromdiagramms bei gegebenen Maschinenkonstanten zu verschaffen

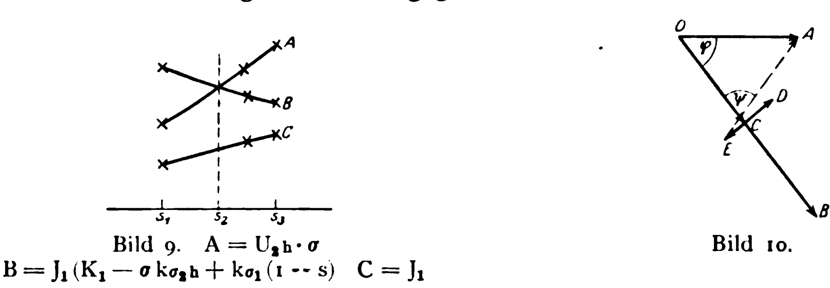


Bild 9. $A = U_{2h} \cdot \sigma$
$B = J_1 (K_1 - \sigma k_{\sigma 2h} + k_{\sigma 1}(1 - s))$ $C = J_1$

Bild 10.

Man geht von bestimmter Frequenz, also bestimmtem s aus und rechnet nach Bild 8 für verschiedene Werte von k_{11} das Vektordiagramm Bild 10. Es bedeutet dort:

$$OA = \dot{E}_1 \text{ aus Bild 3} \qquad CD = -j \dot{J}_1 k_{\sigma 2h} \cdot \sigma$$

$$OB = \dot{J}_1 = \frac{\dot{E}_1}{R_1 - j K_1} \qquad DE = + j \dot{J}_1 k_{\sigma 1} (1 - s)$$

$$OC = \dot{J}_1 (r_{2h} + r_1)$$

EA muß gleich $U_{2h} \cdot \sigma$ werden.

Ist EA kleiner als $U_{2h} \cdot \sigma$, so muß auf geringeres k_{11}, ist EA größer, so muß auf größeres k_{11} gegangen werden. Es läßt sich bei einiger Übung meist schon nach zweimaligem Probieren der tatsächliche Wert von k_{11} und damit auch der auftretende Strom mit großer Annäherung ermitteln. Eventuell kann auch hier wieder mit graphischen Interpolation gearbeitet werden. Man trägt dann abhängig von k_{11} die Strecke AE, $U_{2h} \cdot \sigma$, den Strom J_1 und den $\operatorname{tg} \psi$ auf und erhält aus dem Schnittpunkt der Kurven $AE = f(k_{11})$ und $U_{2h} \cdot \sigma = \text{const}$ alle notwendigen Werte.

Trägt man nun vom Leerlaufpunkt des normalen Heylandkreises (Bild 11) den gefundenen Strom in umgekehrter Richtung und multipiziert mit dem Übersetzungsverhältnis zwischen Läufer und Ständer der Asynchronmaschine auf, so ist damit ein Punkt des Stromdiagramms gefunden. Es genügt im allgemeinen die Durchführung der Konstruktion für nur wenige Punkte, um im vorkommenden Belastungsbereich den Verlauf des Stromdiagramms mit genügender Annäherung zu bekommen. Bemerkt sei noch, daß das Stromdiagramm immer bei Synchronismus, also $s = 0$, $\sigma = 0$ durch den normalen Leerlaufpunkt des Heylandkreises gehen muß, da bei $s = 0$, wie aus Bild 6 hervorgeht, eine Selbsterregung nicht auftreten kann.

Einfluß der Maschinenkonstanten auf das Stromdiagramm.

Der Ohmsche Widerstand r_1 addiert sich einfach zu dem Läuferwiderstand der Hauptmaschine und ist wie dieser im allgemeinen möglichst klein zu halten. Die Streureaktanz $k_{\sigma 1}(1 - s)$ subtrahiert sich von der Streureaktanz der Hauptmaschine, wirkt also etwas phasenverbessernd auf die Hauptmaschine. Ein besonderer Wert auf Kleinhaltung der Läuferstreuung braucht also nicht gelegt zu werden.



Die Ständerstreureaktanz $k_{\sigma 2} \cdot s$ wirkt verkleinernd auf den Selbsterregungsbereich der Maschine. Die Kurven $k_{11} = \text{const.}$ (Bild 8) werden bei $k_{\sigma 2} = 0$ Kreise durch Nullpunkt und $R_1 = 0$ $K_1 = k_{11}$ (Mittelpunkt auf $R_1 = -r_2$) also mit einem Radius von ungefähr $\frac{k_{11}}{2}$. Auch die Schlüpfung s wird bei höheren Werten in dem Sinne beeinflußt, daß Kreise mit gleichem Radius bei höherer Ständerstreuung Werten höherer Schlüpfung s entsprechen. Das Stromdiagramm der Hauptmaschine wird bei geringer Schlüpfung also geringer Last durch $k_{\sigma 2}$ wenig beeinflußt. Bei höherer Last wird aber die Kompensierung der Hauptmaschine durch große Werte von $k_{\sigma 2}$ zurückgedrückt. Man kann davon eventuell Gebrauch machen, um eine Asyonchronmaschine, die bei Leerlarf hohen Blindstrom abgibt, bei Belastung von zu hohen Strömen durch Rückgang der Blindlast zu schützen. Man bekommt dann ein ähnliches Stromdiagramm wie bei Betrieb mit fremderregter Drehstromerreger-Maschine.

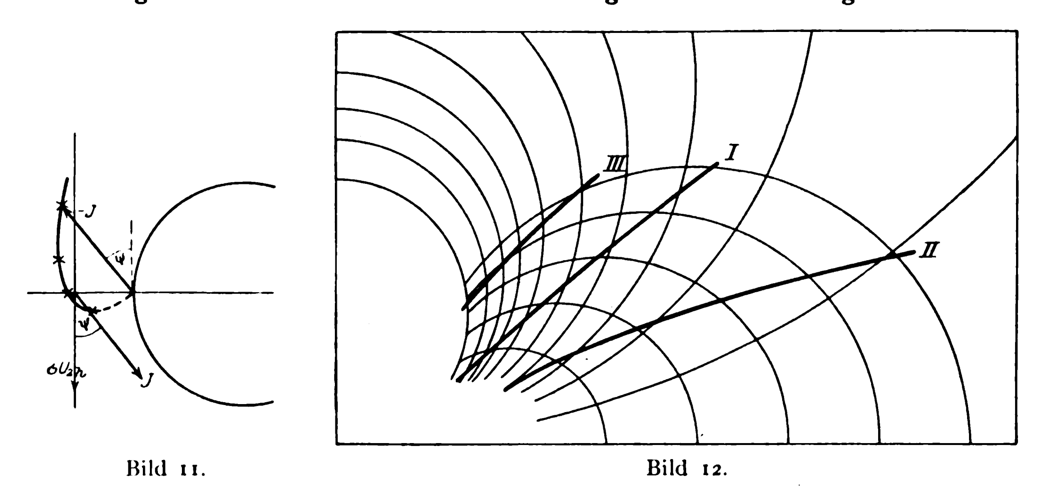


Bild 11. Bild 12.

Der wesentlichste Einfluß auf die Selbsterregungs-Vorgänge wird aber durch die Werte von k_{11} und r_2 ausgeübt. k_{11} bestimmt den Bereich und die Größe der Selbsterregung, r_2 im wesentlichen die Frequenz.

In Bild 12 ist nochmals das Schaubild Bild 8 aufgezeichnet. Bis zu nicht zu hohen Werten von s können die Kurven $k_{11} = \text{const.}$ als unabhängig von r_2 betrachtet werden. Die Kreise $s = \text{const.}$ bleiben ebenfalls, sie ändern bei Änderung von r_2 nur ihren Parameter s. Es sind nun bei 3 Werten von r_2 ($r_{2\,II} = 2\,r_{2\,I} = 4\,r_{2\,III}$) die Kurven eingetragen, die bei Betrieb mit Asynchronmaschine durchlaufen werden. Man sieht, daß bei konstanten r_2 über den ganzen Belastungsbereich der Hauptmaschine die Erregermaschine mit annähernd konstantem Phasenverschiebungswinkel arbeitet. Bei kleinem r_2 ist der Winkel klein, er wächst mit wachsendem r_2. Umgekehrt verhält sich selbstverständlich die Leistung. In Bild 13 ist der Blindstrom der Hauptmaschine abhängig von der Wirklast für die 3 Fälle aufgezeichnet. Man sieht, daß mit steigendem r_2 das Maximum der Blindstromabgabe nach Werten höherer Last wandert. Die Schlüpfung steigt und umgekehrt fällt die elektrische Leistung L_e mit steigendem r_2, wie aus Bild 14 hervorgeht.

Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, daß die Erregermaschine nicht nur phasenverbessernd, sondern auch drehzahlregelnd wirkt. Inwieweit Drehzahlregelung in Frage kommt, hängt nun sehr stark vom Ohmschen Widerstand der Ständerwickelung r_2 ab. Bei Leerlauf der Asynchronmaschine (Diagramm Bild 7) wirkt die Spannung der Erregermaschine z. T. der Läuferspannung der Asynchronmaschine entgegen, wirkt also drehzahlvermindernd. Bei Belastung bleibt nun, wie vorher gezeigt, der Phasenverschiebungswinkel φ annähernd konstant. Der Winkel



zwischen E_1 und $U_{2h} \cdot \sigma$, verändert sich aber wie aus Bild 15 ($k_{\sigma 1}$ und $k_{\sigma 2h}$ vernachlässigt) hervorgeht, stark. Im Fall a wirkt E_1 z. T. entgegen $U_{2h} \cdot \sigma$, also Drehzahlverminderung, im Fall b steht E_1 senkrecht auf $U_{2h} \cdot \sigma$, also keine Drehzahlregelung, im Fall c unterstützt E_1 $U_{2h} \cdot \sigma$, also Drehzahlerhöhung. Bei Fall b liegen die Verhältnisse für Phasenkompensation am günstigsten, die ganze, von der Erregermaschine gelieferte Spannung dient zur Phasenkompensation der Hauptmaschine, die die gleiche Drehzahl wie ohne Erregermaschine hat. Die Schlüpfung, bei der dies zutrifft, ist nun, wie aus dem Diagramm ersichtlich, sehr stark vom Winkel φ, also von r_2 abhängig. Bei großem Winkel φ tritt dieser Fall erst bei höherer Schlüpfung und auch höherer Last ein. Damit erklärt sich die Abhängigkeit des Maximums der Blindstromabgabe (Bild 13) von der Größe des Widerstandes r_2. Man hat es nun durch Änderung von r_2 in der Hand, den Punkt reiner Phasenkompensation auf eine beliebige Last einzustellen. Dabei kann allerdings die Selbsterregung bei Leerlauf verloren gehen.

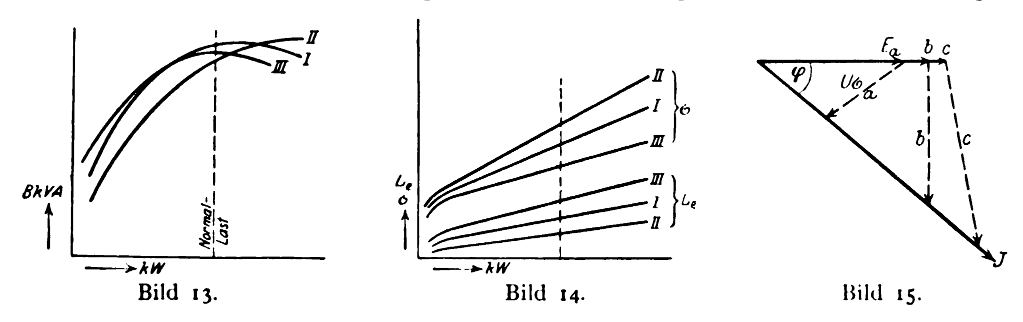


Bild 13. Bild 14. Bild 15.

Wie aus Bild 15 hervorgeht, ist bei Fall b $\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{2h} \cdot \sigma}{E_1} = \frac{J_{2hw}}{J_{2hb}}$ = dem Verhältnis von Wirkstrom zu Blindstrom im Läufer der Asynchronmaschine. E_1 und damit J_{2hb} ist aus der Charakteristik der Erregermaschine angenähert bekannt. Man kann also durch Änderung von $\operatorname{tg} \varphi$ ohne weiteres einen beliebigen Wert von J_{2hw} einstellen, bei dem der Schlupf der Asynchronmaschine gleich dem normalen wird und die Erregermaschine nur phasenkompensierend wirkt, infolgedessen auch keine zusätzliche Leistung für Drehzahlregelung abzugeben hat. Da bei Drehzahlregelung (Fall c Bild 15) die Leistungsabgabe für Drehzahlregelung sehr groß werden kann, und infolgedessen ein sehr großer Antriebsmotor Verwendung finden muß, ist diese Erkenntnis außerordentlich wichtig.

Festsetzung der Maschinenkonstanten bei Entwurf der Maschine.

Man wählt mit Rücksicht auf Kommutierung usw. eine bestimmte Drehzahl. Dann bestimmt man die für den gewünschten Kompensierungsstrom J_{2hb} erforderliche Spannung aus $E_1 = (r_{2h} + r_1) \cdot J_{2hb}$. Hierauf wählt man nach den im vorigen angegebenen Grundsätzen $\operatorname{tg} \varphi = \frac{J_{2hw}}{J_{2hb}}$. Vernachlässigt man jetzt, um einfache rechnerische Ergebnisse zu bekommen $k_{\sigma 2}$ und legt den Mittelpunkt des Kreises $k_{11} = \text{const}$ auf die K_1-Achse, so ergeben sich nach Bild 16 folgende einfache Formeln für die Ermittlung aller notwendigen Größen:

$$k_{11\,max} = \frac{r_{2h} + r_1}{\cos \varphi \cdot \sin \varphi} \cdot c.$$

Der Faktor c muß noch eingeführt werden, da, um eine stabile Selbsterregung zu bekommen, wie früher schon dargelegt, etwas im gekrümmten Teil der Charakteristik gearbeitet werden muß. Bei $c = 1{,}15 - 1{,}2$ wird man im allgemeinen mit Sicherheit Selbsterregung bekommen. Man hat damit die Anfangstangente der Magnetisierungskennlinie gefunden. Außerdem ist die mittlere Spannung $E_1 = (r_{2h} + r_1) \cdot J_{2hb}$

bekannt. Man kann nun durch geeignete Wahl des Eisens, Luftspalts und Windungszahl diese erforderliche Kennlinie (Bild 17) festlegen. (Beim Versuch wird man die Kennlinie am besten so festlegen, daß man den Läufer mit Gleichstrom speist und bei verschiedenen Strömen die Spannungen mißt.)

Um die Selbsterregung bei Leerlauf zu bekommen, muß nun $U_{2h} \cdot \sigma = E_{1l} \cdot \sin\varphi$ sein. Als E_{1l} wählt man eine Spannung, die etwas oberhalb des Knies der Kennlinie (Bild 17) liegt. Man kann dann $\sigma = \frac{E_{1l} \cdot \sin\varphi}{U_{2h}}$ rechnen. Die Stillstandsspannung der Hauptmaschine U_{2h} muß selbstverständlich gegeben sein. Es ergibt sich nun $s = \frac{\nu_{oh}}{\nu_o} \cdot \sigma$. Ist s bekannt, so hat man, da der Kreis für das gefundene s durch den Punkt $R_1 = r_{2h} + r_1$ und $K_1 = R_1 \cdot \operatorname{tg}\varphi$ gehen muß, eine Bedingung für $r_2 \cdot R_{10}$, der Mittelpunkt des Kreises s = const ist nach Bild 16:

$$R_{10} = \frac{r_{2h} + r_1}{2\cos^2\varphi}.$$

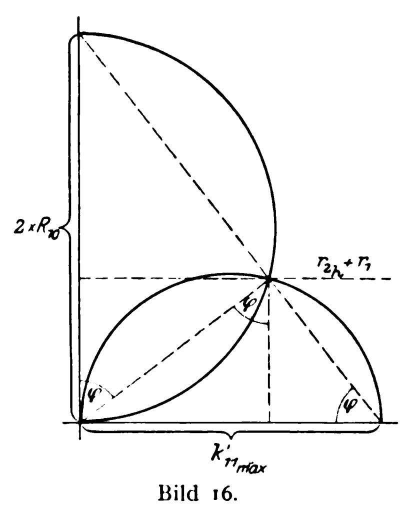


Bild 16.

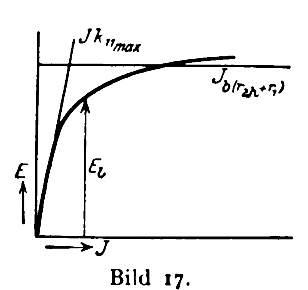


Bild 17.

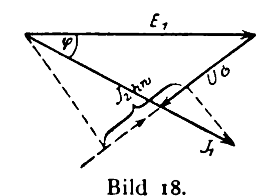


Bild 18.

Aus Gleichung (17) kann nun r_2, nachdem R_{10} und s gegeben sind, gerechnet werden. Dabei ist zu beachten, daß im Leerlauf bei geringer Frequenz ohne weiteres $k_{\sigma 2}$ in der Formel vernachlässigt werden kann. Es wird dann einfach:

$$r_2 = 2\,R_{10} \cdot \frac{s}{1 - s}$$

oder die obigen Werte eingesetzt:

$$r_2 = \frac{(r_{2h} + r_1) \cdot E_{1l}}{U_{2h} \cdot \frac{\nu_o}{\nu_{oh}} - E_l \cdot \sin\varphi} \cdot \frac{\sin\varphi}{\cos^2\varphi}.$$

Damit liegen alle wesentlichen Daten der Maschine fest. Bei kleinem r_2 und damit kleinem Winkel φ empfiehlt es sich nach Ermittlung der Konstanten die Kurve k_{11} max = f (R_1, K_1) ohne Vernachlässigungen aufzuzeichnen, da in diesem Fall $k_{\sigma 2}$ eine erhebliche Rolle spielen kann und die Rechenergebnisse etwas korrigiert werden müssen. Durch Vergleich mit Versuchsergebnissen an ausgeführten Maschinen können evtl. noch notwendige kleine Korrektions-Koeffizienten gefunden werden.

Generator-Betrieb der Asynchronmaschine.

Will man auch bei Übergang zu Generatorbetrieb, ohne 2 Phasen zu vertauschen, noch Kompensierung erreichen, so ist k_{11} größer zu wählen als oben angegeben.

Bild 18 zeigt das Vektordiagramm bei Generatorbetrieb. Die Asychronmaschine läuft dabei selbstverständlich noch untersychron. Man sieht, daß nur die Spannung E_1 von der Erregermaschine eine Komponente in Richtung des Generatorstromes der Asychronmaschine ($J_{2h\,w}$) besitzt. Die Läuferspannung der Hauptmaschine wirkt dieser Komponente entgegen. Man sieht daraus, daß nur ein Teil, im allgemeinen sogar nur ein kleiner Teil, der Spannung E_1 der Erregermaschine zur Erzeugung des Generatorstromes zur Verfügung steht. Will man also für einen nennenswerten Generatorbereich noch Kompensation bekommen, so muß die Spannung der Erregermaschine sehr groß gewählt werden, was allerdings wieder starke Kompensation bei Motorbelastung ergibt. Bei kleinem Winkel φ (siehe Bild 15) kann aber im allgemeinen ein günstiges Arbeiten bei nicht allzu starker Generatorbelastung und außerdem bei Motorbelastung bis zu beliebiger Last erreicht werden. Man wird in diesem speziellen Fall gut daran tun, das Stromdiagramm, wie früher gezeigt, aufzuzeichnen.

Bei Generatorbetrieb im übersychronen Gebiet mit mit dem Drehfeld laufender Erregermaschine (2 Phasen vertauscht) gilt alles für Motorbetrieb Gesagte.

Ist bei Motor- oder Generatorbetrieb die Erregermaschine falsch angeschlossen, so erregt sie sich erst bei höherer Last, und zwar so, daß sie phasenverschlechternd auf die Hauptmaschine wirkt. Man erkennt das aus Bild 6. s wird in diesem Fall negativ, es gelten daher die Kurven für negatives R_1. Man sieht, daß eine Erregungsmöglichkeit besteht. Dabei nimmt die Maschine aber Magnetisierungsstrom auf, denn K_1 aus dem Diagramm, durch s, das in unserm Fall negativ ist, dividiert, gibt einen negativen, induktiven Belastungswiderstand (K_{10}), d. h. eine Kapazität. Das Stromdiagramm kann auch für diesen Fall ermittelt werden, hat aber im allgemeinen kein Interesse.

Zusammenfassung.

Die Maschine wird zuerst als selbständiger Generator auf beliebigen Widerstand (Ohmsch und induktiv) belastet untersucht. Dann werden bei Arbeiten als Erregermaschine für eine Asynchronmaschine die Bedingungen für Selbsterregung bei Leerlauf der Asynchronmaschine angegeben. Außerdem wird gezeigt, wie bei Belastung das Primärstrom-Diagramm der Asynchronmaschine gefunden werden kann. Der Einfluß der verschiedenen Maschinenkonstanten wird eingehend untersucht. Es wird dargelegt, wie nach einfachen Formeln die Konstanten bei Vorausberechnung festgelegt werden können. Zum Schluß wird auf den Generatorbetrieb der Asynchronmaschine noch kurz eingegangen.



Über die Regelungssysteme elektrischer Kraftfahrzeugbeleuchtungen.

Von

Paul Martin Pflier.

Inhaltsangabe.

Die Arbeit gibt eine Übersicht und Kritik der Regelungsmöglichkeiten an Hand der Patentliteratur unter besonderer Berücksichtigung auf dem Markt befindlicher Anlagen.

Die Lichtanlage hat folgende Forderungen zu erfüllen:

1. Unbedingte Betriebssicherheit und stete Betriebsbereitschaft.
2. Einfache Bedienung vom Führersitz aus, leichte Überwachung, Auswechselbarkeit sämtlicher Teile, robuste Konstruktion, geringes Gewicht, gedrängte Bauart, guter Wirkungsgrad.
3. Gleichmäßige Helligkeit bei jeder Drehzahl, genügende Seitenstreuung, Möglichkeit der Abblendung, Beleuchtung des stehenden Fahrzeuges.

Die elektrische Beleuchtung ist in der Lage diese Forderungen zu erfüllen. Bei ihrer Einführung waren jedoch einige Schwierigkeiten zu überwinden. Diese sind:

Die stark schwankende Drehzahl der Antriebsmaschine,
die Erschütterungen des Fahrzeuges und das große Batteriegewicht.

Die geforderte Leistung liegt zwischen 20 und 120 Watt, die Spannung zwischen 4 und 18 Volt. Als Ausführungsformen kommen in Frage:

1. Reine Akkumulatoren-Beleuchtung,
2. Dynamo-Beleuchtung,
3. Beleuchtung durch Dynamo und Batterie,
   a) Wechselstrom-Dynamo und Batterie,
   b) Gleichstrom-Dynamo und Batterie,

Nur die unter 3b genannten Anlagen sind imstande allen Anforderungen zu genügen, und nur sie sollen behandelt werden.

Die Anlage besteht demnach aus Dynamo, Batterie, Rückstromschalter, Regelvorrichtung, Kontrolleinrichtungen, Scheinwerfern und Leitungsmaterial.

Das Hauptmerkmal der Fahrzeugbeleuchtung ist die stark schwankende Drehzahl der Antriebsmaschine, welche die Verwendung von Reglern erforderlich macht. Die gestellte Aufgabe lautet:

Konstanter Strom und konstante Spannung bei jeder Drehzahl der Maschine zu erreichen unter Verwendung einer möglichst kleinen Batterie.

Die verschiedenen Wege zur Erfüllung dieser Forderung werden im folgenden behandelt.

Die Leistung einer Dynamo ist gegeben durch die Gleichung

$$N = E \cdot J, \tag{1}$$

wobei

$$E = c \cdot w \cdot \mathfrak{Z} \cdot n, \tag{2}$$

dabei ist

N Leistung in Watt,
J Strom in Ampere,
E Spannung in Volt,
w Windungszahl,
$\mathfrak{Z}$ Fluß in Maxwell,
n Drehzahl/Min.,
c Konstante.

Aus der Gleichung (2) sind die Regelungsmöglichkeiten ohne weiteres ersichtlich. Es sind dies

I. Konstanthalten der Drehzahl,
   1. Reibungskupplung,
   2. Reibräder und Zentrifugalregler,
   3. Elektromagnetische Kupplung.



II. Änderung der Luftinduktion,
  1. Änderung der Erreger A. W.,
    A. Änderung des Erregerstromes,
      a) durch Widerstandszusammenstellungen,
        α) feste Widerstände,
        β) Widerstände mit verschiedenen Temperaturkoeffizienten,
        γ) Wismuth-Widerstand,
      b) durch Vorschalten von Widerständen,
        α) Stufenwiderstände,
        β) veränderliche Widerstände,
        γ) Schnellregler,
      c) Änderung der Erregerspannung,
    B. Änderung der Windungs- oder Polpaarzahl,
    C. Gegenwicklungen,
      a) Gegenspannungswicklungen,
      b) Gegenstromwicklungen.
  2. Änderung des magnetischen Widerstandes,
    A. Erhöhung des magnetischen Widerstandes,
    B. Bildung eines magnetischen Nebenschlusses.
  3. Ausnützung der Ankerrückwirkung,
    A. Maschinen mit drei Bürsten,
    B. Querfeldmaschine.
III. Änderung der wirksamen Ankereisenlänge,
IV. Änderung der Windungszahl,
V. Vernichtung eines Teiles der erzeugten Energie.

I. Konstanthalten der Drehzahl.

1. Reibungskupplung.

Zwei Fliehgewichte werden durch Federkraft an die Antriebswelle gepreßt und bilden so eine statische oder astatische Reibungskupplung, wodurch ein Pendeln der Maschine um eine einstellbare Normaldrehzahl erreicht wird. Die Anlage hat den Nachteil der starken Abnutzung der Klemmbacken, weshalb sie nur für kleine Leistungen ausgeführt wurde. Die Stromcharakteristik einer solchen Dynamo (Philag) ist in Bild 1 dargestellt.

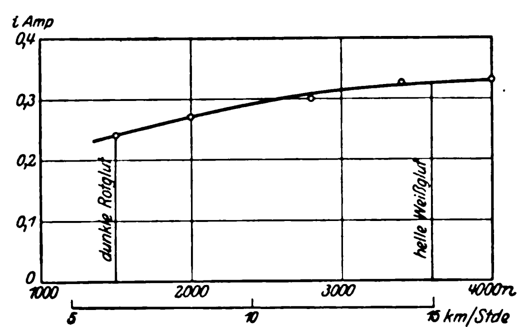


Bild 1. Abhängigkeit der Stromstärke von der Drehzahl bei einer Maschine mit Reibungskupplung. Belastung durch Glühlampe.

2. Reibräder und Zentrifugalregler (Lorenz A.-G., Berlin D.R.P 48885).

Die Drehzahl der Maschine wird durch Änderung des Übersetzungsverhältnisses konstant gehalten, was durch ein Reibrad erreicht ist, das mit veränderlicher Exzentrizität auf einer Reibscheibe läuft. Die Verstellung erfolgt durch Zentrifugal-

regler, der das Reibrad auf einer Welle mit Rechts- und Linksgewinde auf- und abschraubt. Eine solche Anordnung dürfte große konstruktive Schwierigkeiten machen und recht teuer sein.

3. Elektromagnetische Kupplungen (Ehrich & Graetz und Hopkins, D.R.P 138102).

Die Kupplung trägt zwei Wicklungen, deren eine von einem konstanten Strom durchflossen wird, während die andere, entgegengerichtete, den Maschinenstrom führt. Das Drehmoment ist proportional dem Schlupf zwischen den Kupplungsteilen und dem Quadrat der Induktion. Mit einer solchen Kupplung läßt sich eine annähernde Konstanz der Dynamodrehzahl bei jeder Antriebsdrehzahl erreichen, doch beträgt der Energieverbrauch der Kupplung ein beträchtliches Teil der Maschinenleistung. Praktische Ausführungen sind nicht bekannt geworden.

Weitere Wege zum Konstanthalten der Drehzahl sind: die Anordnung eines besonderen Motors konstanter Drehzahl (Szintilla, DRP 340687) und pendelnde Aufhängung der Dynamo unter Verwendung eines gleitenden Riemens (Reichsbahn), doch haben diese Verfahren nur eine untergeordnete Bedeutung erlangt.

II. Änderung der Luftinduktion.

Die EMK ist gegeben durch die Gleichung

$$E = C \cdot w \cdot \mathfrak{Z} \cdot n \text{ Volt.}$$

Um E konstant zu halten, muß $\mathfrak{Z} \cdot n$ konstant sein, d. h. $\mathfrak{Z}$ muß mit wachsender Drehzahl nach einer gleichseitigen Hyperbel abnehmen. Von dieser Möglichkeit wurde viel Gebrauch gemacht, da sie eine theoretisch einwandfreie Lösung darstellt, da sie rein elektrisch ist und im Nebenschlußkreis, also mit geringen Verlusten arbeitet.

I. Änderung der Erreger AW.

Die Änderung der Luftinduktion $\mathfrak{B}$ wird herbeigeführt durch Änderung der erregenden AW, die wiederum möglich ist

A. durch Änderung des Erregerstromes bei konstanter Windungszahl,
B. durch Änderung der Windungs- oder Polpaarzahl bei konstantem Strom,
C. durch Gegen-AW bei konstanten Grund-AW.

A. Änderung des Erregerstromes.

a) durch Widerstandszusammenstellungen,

α) unter Verwendung konstanter Widerstände.

Es handelt sich hier um Brückenschaltungen derart, daß die Ströme in den Brückenzweigen Größe und Richtung nach dem augenblicklichen Betriebszustand selbständig ändern (Westfälische Metallindustrie, D.R.P. 268423, Heimann, D.R.P. 276525). In Bild 2 ist eine solche Schaltung dargestellt. Die Erregerwicklung ist unterteilt in die beiden Teile b und e. Solange $E_b > E_d$ wirkt e gleichsinnig mit b, wenn $E_b < E_d$ wirkt e der Wicklung b entgegen. Es gelten die Gleichungen

$$E_d = r_c \cdot i_c + r_b \cdot i_b, \tag{3}$$

$$E_b = r_e \cdot i_e + r_b \cdot i_b, \tag{4}$$

$$i_b = i_c + i_e. \tag{5}$$

Daraus errechnet sich für

$$i_c = \frac{E_b (r_b + r_e) - E_d \cdot r_b}{r_b \cdot r_c + r_b \cdot r_e + r_c \cdot r_e}, \tag{6}$$

$$i_b = \frac{E_d \cdot r_e + E_b \cdot r_c}{r_b \cdot r_c + r_b \cdot r_e + r_c \cdot r_e}, \tag{7}$$

woraus folgt, daß man mit der Maschine ganz beliebige Charakteristiken erhalten kann, je nach der Wahl der Widerstände und Windungszahlen. Voraussetzung für eine gute Regelung ist jedoch $E_d \gg E_b$, d. h. r_d muß sehr groß sein. Damit sind große Verluste verbunden, so daß das Regelverfahren in der Tat lange nicht so günstig ist, wie es auf dem Papier aussieht. Ein Versuch mit einer Motorraddynamo der Beldam-Werke zeigte, daß ungefähr 30% der Maschinenleistung im Widerstand d vernichtet werden mußten, um eine konstante Spannung bei Drehzahlen zwischen 2500 und 5500 Umdrehungen zu erhalten.

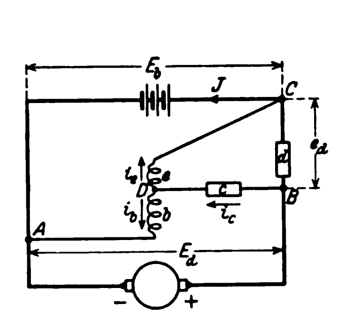


Bild 2. Dynamo mit unterteilter Erregerwicklung und vorgeschalteten Widerständen.

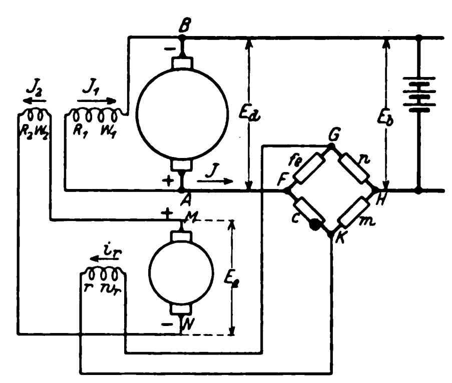


Bild 3. Dynamo mit Brückenschaltung im Hauptstromkreis und angebauter Erregermaschine.

β) **Widerstände verschiedener Temperaturkoeffizienten** (AEG, D.R.P. 271266, U. S. Lighting and Heating, D.R.P. 370309).

In den Bildern 3 u. 4 sind 2 mögliche Schaltungen dargestellt; beiden gemeinsam ist die Anordnung der Erregerwicklung im Brückenzweig einer Wheatstoneschen Brücke, die aus konstanten Widerständen und aus Widerständen entgegengesetzter Temperaturkoeffizienten zusammengesetzt ist. In Bild 3 liegt die Brücke im Hauptstromkreis und wirkt auf die Erregung einer Hilfsmaschine, deren Ankerstrom eine Gegenwicklung der Hauptdynamo speist. Die Gesamterregung ist also gegeben durch

$$AW_F = J_1 \cdot w_1 - J_2 \cdot w_2, \tag{8}$$

wobei $J_2 = k \cdot i_r \cdot n$

$$= k \cdot n \cdot \frac{(E_d - E_b) \cdot (n \cdot c - f_e \cdot m)}{r(f_e + n) \cdot (c + m) + f_e \cdot n\,(c + m) + c \cdot m\,(f_e + n)}. \tag{9}$$

Nun sind m, n, r konstante Widerstände, f_e ein Eisen-, c ein Kohlewiderstand, und es kann durch entsprechende Dimensionierung der Brücke erreicht werden, daß i_r anfänglich nahezu konstant ist und dann sehr rasch anwächst, daß die Regelung erst von einer bestimmten Drehzahl an wirksam wird.

In Bild 4 liegt die veränderliche Brücke im Nebenschlußkreis. Zu der Erregerwicklung kann noch ein Nebenschlußwiderstand g gelegt werden, der eine weitere Schwächung bewirkt. In diesem Fall ist

$$i_r = E_d \frac{c^2 - f_e^2}{i_r (f_e + c)^2 + 2 f_e c\,(f_e + c)} \tag{10}$$

In beiden Fällen hängt die Wirksamkeit der Regelung von der Erwärmung der f_e- und c-Widerstände ab. Der Wattverbrauch ist also hoch. Außerdem muß der Widerstand r des Brückenzweiges klein sein, um einen genügenden Brückenstrom zu erzielen. Es ist somit ein hoher Cu-Aufwand erforderlich. Das Verfahren ist wesentlich günstiger als die Regelung mit Widerständen gleicher Temperaturkoeffizienten. Es war im Anfang des Lichtmaschinenbaues verbreitet, ist jedoch im Abnehmen begriffen.

γ) **Wismut-Widerstand** (Reiffenberg, DRP. 264034).

Das Bi vergrößert bekanntlich seinen Widerstand mit der Stärke des Magnetfeldes, in dem es sich befindet, und zwar um 5% pro 1000 Gauß. Man kann nun in dem Erregerkreis einer Dynamo einen Bi-Widerstand so anordnen, daß er bei normaler Spannung E_n außerhalb und bei 1,5 E_n im Magnetfeld liegt. Das Feld sei 15000 Gauß, die Widerstandszunahme demnach 75%. Dann tritt eine Schwächung des Erregerstroms auf $\frac{1,5\,E_n}{1,75\,r_n} = 0,85\ i_n$ ein, unter der Voraussetzung, daß der Feldwiderstand gegen den Bi-Widerstand vernachlässigt werden kann. Von einer wirksamen Regelung ist also nicht die Rede.

Zusammenfassung: Die Maschinen des Abschnittes a) sind im allgemeinen normale Nebenschlußdynamos, deren Erregerstrom geschwächt wird durch Zusammenstellungen verschiedener Widerstände. Die Regelung bedarf demnach keiner beweglichen Teile und keiner Wartung. Der hohe Wattverbrauch und die meist ungenügende Wirkung sind die Gründe, die einer Einführung der Maschinen im Wege standen.

b) Vorschalten von Widerständen.

Bei den folgenden Systemen werden abhängig von Strom, Spannung oder Drehzahl Widerstände vor die Erregerwicklung geschaltet. Es können unveränderliche Widerstände oder veränderliche Widerstände sein, die sich automatisch auf den verlangten Wert einstellen. Es können auch feste Widerstände nach dem Tirrill-Prinzip in schnellem Wechsel ab- und zugeschaltet werden, wobei die Zeitdauer der Schaltungen von der zu regelnden Größe abhängig ist.

α) **Feste Widerstände.**

Durch Vorschalten von Widerständen vor die Erregerwicklung einer Dynamo ist eine solche Änderung der Erreger-AW möglich, daß das Produkt $\mathfrak{Z}\cdot n$ und somit

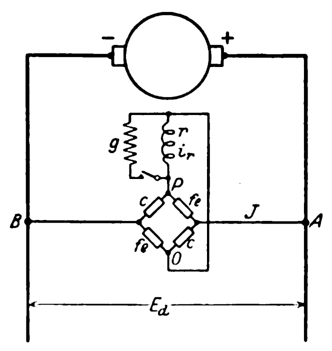


Bild 4. Dynamo mit Brückenschaltung im Nebenschlußkreis und geshunteter Erregerwicklung.

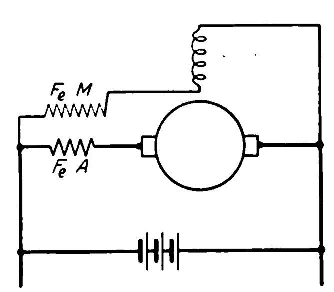


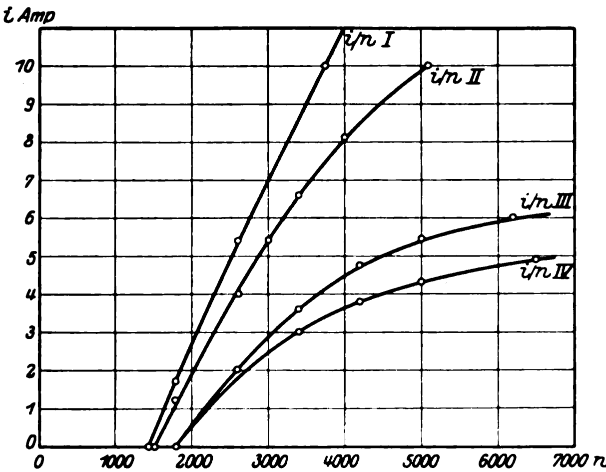
Bild 5. Dynamo mit Eisenwiderständen im Hauptstrom- und Erregerstromkreis.

die Maschinenspannung konstant ist. Die Schaltung erfolgt durch Zentrifugalregler, abhängig von der Drehzahl n oder zusammen mit der automatischen Zündverstellung (Delco-System), die ja eine Funktion der Motordrehzahl ist. Die Schaltung durch elektromagnetische oder thermische Relais kann entweder mit Hilfe mehrerer, verschieden eingestellter Relais erfolgen, oder durch ein Relais und mechanische Anordnungen, z. B. einer Brücke mit Wälzkontakten oder eines Fortschaltwerkes. Auf die zahllosen Möglichkeiten der Relaisausführung wollen wir nicht eingehen, wir wollen nur betonen, daß die Relais temperaturunabhängig sein müssen und wollen auf zwei Versuche mit thermischen Relais hinweisen, bei denen die Schaltung

einmal durch einen Bimetallstreifen, ein ander Mal durch die Ausdehnung eines abgeschlossenen Gasvolumens ausgeführt wurde. Beide Anordnungen leiden jedoch unter der Trägheit der Schaltorgane.

β) Veränderliche Widerstände.

Die Widerstandsänderung erfolgt hier kontinuierlich in Abhängigkeit von der Maschinenspannung, beispielsweise durch ein Relais, das einen Widerstandsdraht allmählich aus einem Quecksilbertopf herauszieht (Delco-System) oder durch einen Kohledruckregler (Bosch, D.R.P. 273716, 292532, 307237). Der Kohledruckregler besteht aus einem Relais, dessen Anker mit veränderlichem Druck auf eine Kohlekörnermasse preßt. Mit abnehmendem Druck nimmt der Widerstand der Kohlemasse zu. Bei dieser Anordnung sind verschiedene Sicherheitsmaßnahmen zu treffen. Die Kohlemasse ist in einzelne Säulen nach Art der Bienenzellen zu unterteilen



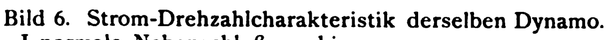


Bild 6. Strom-Drehzahlcharakteristik derselben Dynamo.
I normale Nebenschlußmaschine,
II Gegenkompoundmaschine,
III mit Eisenwiderständen nach Bild 5 $Fe_A = 0{,}2\ \Omega$; $Fe_M = 0{,}3\ \Omega$; 0,67 mm ∅ Rotglut bei 6 A,
IV mit Eisenwiderständen nach Bild 5 $Fe_A = 0{,}2\ \Omega$; $Fe_M = 0{,}1\ \Omega$; 0,3 mm ∅ Rotglut bei 4 A.

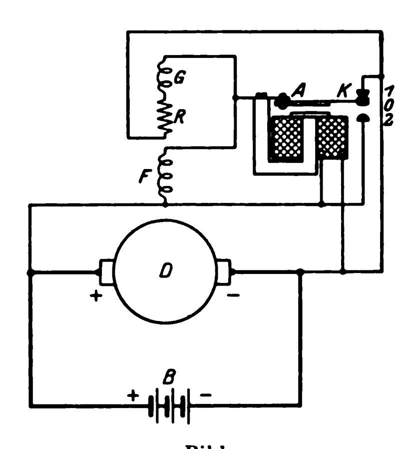


Bild 7.
Dynamo mit Schnellregler und Gegenwicklung.

und der Druck groß zu wählen, um unabhängig von den Stößen des Fahrzeuges zu werden. Der Kohle ist etwas Graphit beizumischen, um durch eine gewisse Schmierung das Zusammenbacken der einzelnen Körner zu vermeiden und etwas fein verteilter Glimmer, um die Elastizität der Masse zu erhöhen. Solche Anordnungen waren längere Zeit verbreitet und haben zufriedenstellend gearbeitet, sie sind jedoch sehr empfindlich gegen die Erschütterungen des Fahrzeuges. Wir haben auf der Suche nach einer stoßunempfindlichen Regelung u. a. die Schaltung des Bildes 5 getroffen. Fe_A und Fe_M sind Eisenwiderstände, die so angeordnet sind, daß die in Fe_A erzeugte Wärme möglichst restlos an Fe_M abgegeben wird. Die Regelung wirkt nach zwei Richtungen, durch Fe_A findet eine Drosselung des Nutzstromes statt, durch den zunehmenden Widerstand Fe_M wird der Erregerstrom verringert. Durch entsprechende Dimensionierung hat man weitgehende Variationsmöglichkeiten. Bild 6 zeigt Kurven der gleichen Maschine mit verschiedenen Eisenwiderständen und im Gegensatz dazu die Stromkurve, die mit der räumlich möglichen Gegenkompoundwicklung erhalten werden konnte. Die Regelung mit den Eisenwiderständen arbeitet demnach einigermaßen zufriedenstellend, sie hat jedoch den Nachteil hoher Verluste.

γ) Schnellregler.

Die Arbeitsweise des Tirrillreglers ist die folgende: Ein schnellschwingendes Relais, das vom Maschinenstrom, Spannung oder beiden erregt wird, schaltet einen Widerstand vor die Erregerwicklung. Die Regelung erfolgt durch Änderung des Verhältnisses $\frac{\text{Einschaltezeit}}{\text{Ausschaltezeit}}$, so daß das Zeitintegral des Erregerstromes um so kleiner ist, je mehr die zu regelnde Größe ihren Normalwert überschreitet. Die Verwendung von Zwischenrelais ist bei Fahrzeugdynamos nicht erforderlich, man kann jedoch geringe seitliche Bewegungen der Kontakte zulassen und Stromwendeeinrichtungen vorsehen, um eine gleichmäßige Abnutzung der Kontakte zu erzielen. Wir haben auf einer Schüttelvorrichtung Versuche mit verschiedenen Kontaktmaterialien gemacht und die besten Ergebnisse mit Wo-Ag und Ag-Ag-Kontakten erhalten.

Bei der Bosch-Beleuchtung ist das Tirrillprinzip erweitert durch Anbringen zweier Kontakte, zwischen denen die Reglerzunge pendelt (Bild 7). In Stellung I ist die Erregerwicklung F eingeschaltet, in der Gegenstellung 2 kurzgeschlossen, in der Zwischenstellung 0 liegt ein Widerstand vor der Erregung. Dieser Widerstand ist gleichzeitig als Gegenwicklung G auf einen Pol aufgewickelt, doch ist die Windungszahl so

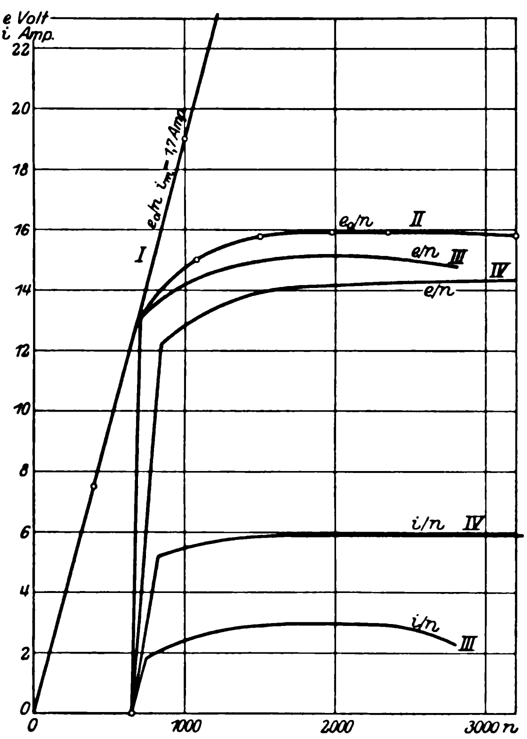


Bild 8. Strom- und Spannungsverlauf in Abhängigkeit von der Drehzahl bei einer Maschine mit Schnellregler und Gegenwicklung nach Bild 7.
I Leerlaufspannung ohne Regler,
II Leerlaufspannung mit Regler,
III Dynamo arbeitet auf 12 V-Batterie,
IV Dynamo arbeitet auf Glühlampenbelastung 12 V, 20 W.

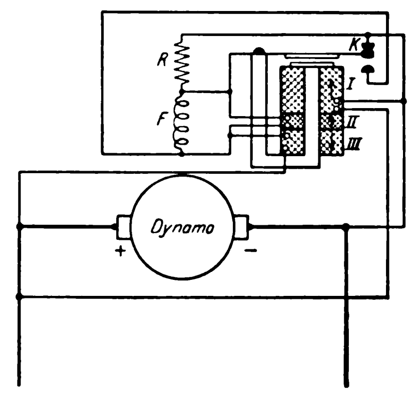


Bild 9.
Dynamo mit Schnellregler und elektromagnetischer Rückführung.
I Hauptspannungswicklung,
II Erregerspannungswicklung,
III Erregerstromwicklung.

gering, daß von einer Gegenwicklung nicht gesprochen werden kann. Aus den Betriebskurven, Bild 8, geht hervor, daß das Ideal einer Fahrzeugbeleuchtung nahezu erreicht ist. Die Maschine hat bereits bei niedriger Drehzahl ihre Volleistung und hält Strom und Spannung bei Drehzahlsteigerung bis zu 300% nahezu konstant. Das Schaltrelais verbraucht nur wenige Watt und die Verluste im Vorwiderstand sind nur ein Bruchteil der Erregerverluste, der Wirkungsgrad ist also gut. Die Reglerzunge pendelt mit ungefähr 150 Schwingungen/sec, ein Flimmern des Lichts kann demnach nicht eintreten. Um ein Überregeln und Pendeln um die Gleichgewichtslage zu verhindern, kann man elektromagnetische Rückführungen vorsehen

(D.R.P. 317311), die in Abhängigkeit von der Feldänderung der Maschine eine der ursprünglichen Kraft entgegengerichtete auf den Relaisanker ausüben. Das Relais erhält dann außer der ersten Spannungswicklung noch zwei weitere Wicklungen, von denen die eine an der Erregerspannung liegt, die zweite vom Erregerstrom durchflossen wird (Bild 9). Im allgemeinen ist jedoch bei so kleinen Maschinen diese Komplizierung nicht erforderlich.

Wir haben nun noch Versuche mit zwei Reglern angestellt, von denen einer eine reine Spannungs-, der andere eine Spannungs- und Stromwicklung hatte, um die Unterschiede zwischen Spannungs- und Leistungsregelung darzutun.

Spannungsregelung.

Die Leerlaufkurve steigt zunächst steil an, fällt im Augenblick des Regelbeginns etwas ab und verläuft dann nahezu horizontal weiter, bis zu der Drehzahl,

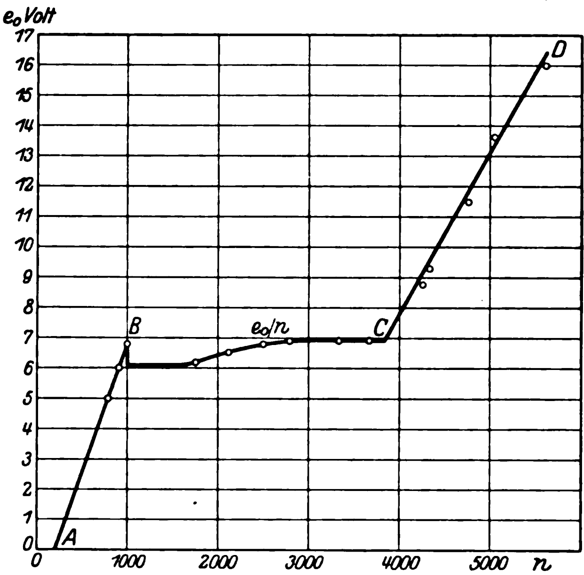


Bild 10. Leerlaufspannung einer Dynamo mit Spannungsregelung in Abhängigkeit von der Drehzahl.

bei welcher der Kontakt ständig geöffnet ist (Bild 10). Im vorliegenden Fall wurde die Leerlaufspannung nicht vollkommen horizontal gewählt, da die Spannung bei Normallast konstant sein soll, die Leerlaufspannung also um den Betrag der Ankerrückwirkung höher liegen muß. Aus den Betriebskurven (Bild 11 und 12) sind die Vor- und Nachteile der Spannungsregelung ersichtlich.

Vorteile.

Der Strom nimmt ab mit steigender Spannung und geht bei Volladung auf Null zurück, es ist also nicht nötig, einen Ausschalter vorzusehen, da die Ladung der Batterie automatisch vollkommen sachgemäß erfolgt. Die Leerlaufspannung ist konstant, beim Fahren ohne Batterie hat also das Durchbrennen einer Lampe keinen Einfluß auf die anderen und die Spannung ist bei Stadt- und Fernlicht annähernd gleich hoch, solange die Ankerrückwirkung gering ist.

Nachteile.

Der normale Ladestrom muß klein gewählt werden, da sonst beim Einschalten der Lampen, wenn die Spannung auf 6 V sinkt, eine Überlastung der Maschine eintreten könnte.

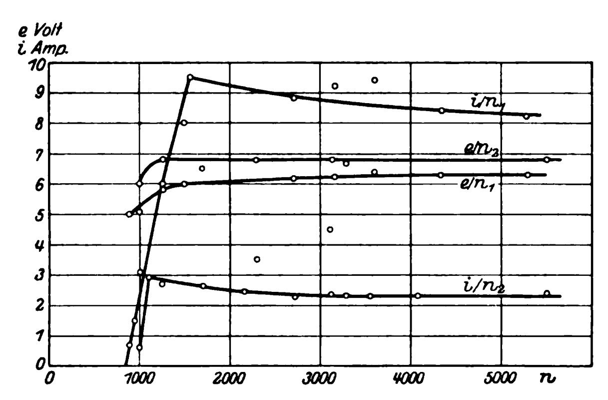


Bild 11. Betriebskurven einer Dynamo mit Spannungsregelung.
1. Dynamo arbeitet auf 6 V-Batterie + 45 W Glühlampenbelastung. 2. Dynamo arbeitet auf 6 V-Batterie.

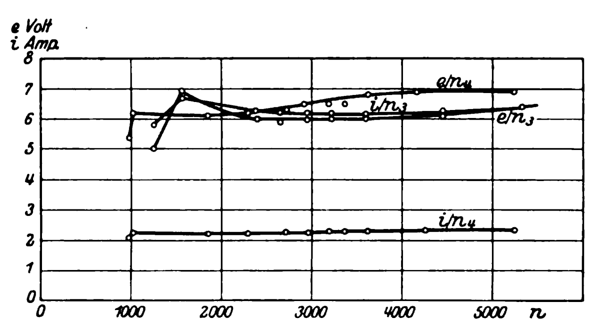


Bild 12. Betriebskurven einer Dynamo mit Spannungsregelung.
3. Dynamo arbeitet auf 45 W Glühlampenbelastung. 4. Dynamo arbeitet auf 15 W Glühlampenbelastung.

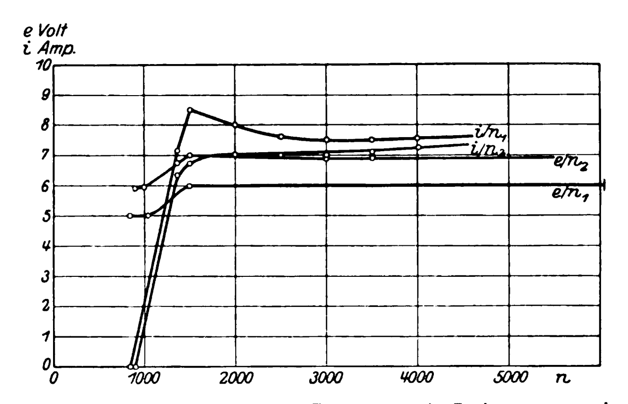


Bild 13. Betriebskurven einer Dynamo mit Leistungsregelung.
1. Dynamo arbeitet auf 6 V-Batterie + 40 W Glühlampenbelastung. 2. Dynamo arbeitet auf Batterie.

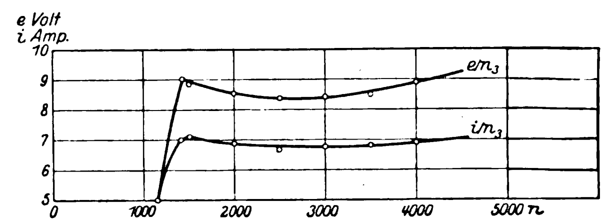


Bild 14. Betriebskurven einer Dynamo mit Leistungsregelung.
3. Dynamo arbeitet auf 40 W Glühlampenbelastung.

Leistungsregelung.

Die Leerlaufspannung steigt hier verhältnismäßig steil an, da die Spannungs-AW allein zur Regelung nicht genügen. Aus den Betriebskurven, Bild 13 und 14, folgen die Vorteile: der Ladestrom kann höher gewählt, die Maschine also besser ausgenutzt werden; die Nachteile: der Regler kann stets nur für eine Leistung richtig eingestellt sein. Beim Fahren mit Stadtlichtern ohne Batterie steigt demnach die Spannung zu hoch an. Beim Durchbrennen einer Lampe (ohne Batterie) brennen auch die andern Lampen durch. Es muß ein Ausschalter vorgesehen werden, um die Batterie vor Überladung zu schützen.

Selbstverständlich läßt sich der Regler durch Wahl des Verhältnisses $\frac{\text{Spannungs-AW}}{\text{Strom-AW}}$ allen geforderten Betriebsbedingungen anpassen.

Die Schwierigkeiten bei der Verwendung des Tirrillreglers sind sonach: die Abnutzung der Reglerkontakte, die Temperaturabhängigkeit des Relais, die Pendelungen und das Überregeln sowie das Abschleudern des Relaisankers durch die Stöße des Fahrzeuges. Diese Schwierigkeiten lassen sich jedoch überwinden und ihnen stehen die großen Vorteile der einwandfreien, zuverlässigen Regelung, des geringen Preises, der leichten Anbaumöglichkeit und des guten Wirkungsgrades gegenüber. Man kann den Tirrillregler somit als eine der günstigsten Anordnungen betrachten.

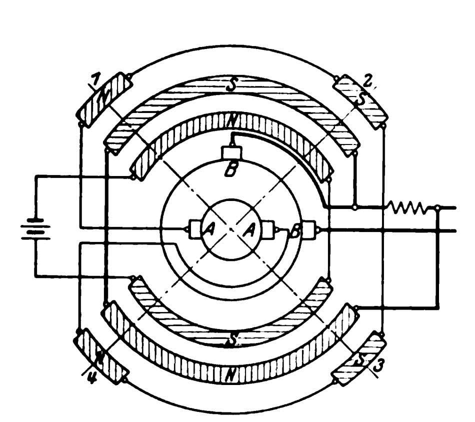


Bild 15. Dynamo mit 2 Ankerwicklungen, 2 Kollekteren und einer 2-poligen und einer 4-poligen Erregerwicklung, sowie einer Gegenstromwicklung.

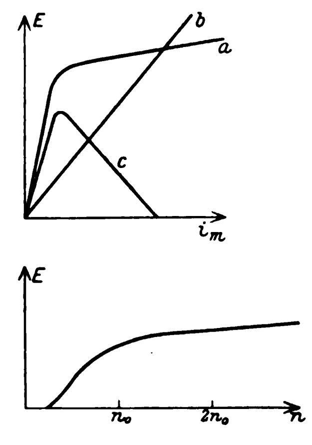


Bild 16. Dynamo mit 2 gegeneinander wirkenden Magnetsystemen verschiedener Charakteristik.
a Magnetsystem 1, b Magnetsystem 2, c resultierende Charakteristik.

c) Änderung der Erregerspannung.

Bei den vorbesprochenen Maschinen wurde zwecks Regelung ein mit der Drehzahl wachsender Teil der Erregerspannung in Widerständen vernichtet. Nun liegt der Gedanke nahe, die Erregerspannung selbst abhängig von der zu regelnden Größe zu machen, indem man

1. der konstanten Erregerspannung eine mit der Drehzahl wachsende Spannung entgegenschaltet,
2. zwei Erregerwicklungen aufbringt, deren eine von der Maschinenspannung beeinflußt wird, und der konstanten anderen entgegenwirkt,
3. die Bürsten aus der Linie maximaler Spannung verschiebt.

In der Anordnung der Gegenwicklung liegen zahllose Möglichkeiten, man kann z. B. auch eine differentiell erregte Hilfsmaschine anbringen, deren mit der Drehzahl abnehmender Strom für Erregung der Hauptdynamo dient. (DRP. 178053). Die

beiden Maschinen lassen sich nun wieder zu einer einzigen zusammenbauen durch Ausführung des Ankers mit zwei Wicklungen und Anordnung zweier Magnetfelder, deren jedes nur die zugehörige Wicklung induziert. Ein Ausführungsbeispiel stellt Bild 15 dar, in der die Wicklungen zwecks Vereinfachung als Ringflächen gezeichnet wurden. Die Dynamo hat zwei Ankerwicklungen, zwei Kollektoren und zwei Erregerwicklungen. Die 2-polige Erregerwicklung ist über zwei Polkerne gewickelt und wird aus einer Batterie gespeist. Von den zugehörigen Bürsten A A wird der Strom zur Speisung der 4-poligen Erregerwicklung entnommen. Den Arbeitsstrom liefert die 4-polige Ankerwicklung. Er fließt z. T. durch eine zweite 2-polige und der ersten entgegenwirkende Erregerwicklung. Mit zunehmender Nutzstromstärke wird also das Feld der 2-poligen Ankerwicklung geschwächt und damit auch der Erregerstrom der 4-poligen Maschine vermindert. Auf diese Weise läßt sich jede beliebige Charakteristik erreichen. Eine andere Ausführung ist von Rogowski angegeben (D.R.P. 355400 und 356055). Die Maschine hat 2 Magnetsysteme, deren erstes die Charakteristik a, deren zweites die Charakteristik b aufweist (Bild 16). Die beiden Systeme wirken einander entgegen, die resultierende Charakteristik ist gegeben durch die Kurve c. Die Klemmenspannung dieser Maschine ist in weiten Grenzen nahezu konstant. Mit solchen differentiell erregten Dynamos lassen sich also sehr gute Regelungsverhältnisse erzielen, allerdings ist der Eisen- und Kupferaufwand und somit Gewicht und Preis relativ hoch.

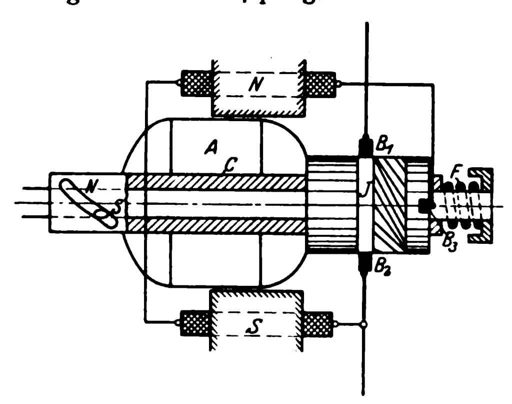


Bild 17. 3-Bürstenmaschine mit verschiebbarem Anker und gekröpften Kollektorlamellen.

Bei der nächsten Maschinengruppe wird die Erregerspannung geändert durch Verschieben der Bürsten aus der neutralen Zone. Eine interessante Konstruktion dieser Art ist in Bild 17 dargestellt, D.R.P. 253367. Der Anker ist mittels Bendix-Getriebes auf der Welle verschiebbar, der Kommutator hat gekröpfte Stege, die Arbeitsbürsten B_1 B_2 liegen bei Stillstand auf dem Isolierring J, die Erregung ist an B_2 und B_3 angeschlossen. Beim Anlauf wird der Anker in das Feld der Pole NS gedrückt, die Bürsten B_1 und B_3 liegen auf der gleichen Lamelle. Mit wachsendem Ankerstrom tritt durch die Erhöhung der magnetischen Zugkraft eine weitere Ankerverschiebung ein, wodurch die Bürste B_3 auf Lamellen kommt, die näher an B_2 liegen als die Lamelle von B_1. Die Erregerwicklung liegt somit nicht mehr an der vollen Spannung. Durch die Anordnung des Bendix-Getriebes und des Isolierringes wird das Rückstromrelais erspart, das System hat also gar keinen beweglichen Kontakt. Andererseits ist der Preis des Kollektors mit gekröpften Lamellen sicher sehr hoch.

Damit sind die Regelverfahren durch Änderung des Erregerstromes erschöpft. Sie stehen unter allen bekannten Einrichtungen obenan, da sie bei gutem Wirkungsgrad eine nahezu ideale Regelung ermöglichen.

B. Änderung der Windungszahl.

Die Erreger-AW können auch geändert werden durch Änderung der Windungszahl eines Poles oder durch Änderung der Polpaarzahl. Man könnte daran denken, vielpolige Dynamos mit parallelgeschalteten Polen zu regeln durch Umschalten von Parallelschaltung auf Reihenschaltung oder durch Abschalten einzelner Polpaare (D.R.P. 276527). Man könnte auch an die Schaltung des Bildes 2 denken, wobei jedoch b 3 Pole, e den 4. Pol darstellen würde. Praktische Bedeutung haben diese Verfahren nicht.

C. Gegenwicklungen.

Die Maschinen dieses Abschnittes tragen Gegenstrom- oder Gegenspannungswicklungen solcher Dimensionen, daß der resultierende Fluß $\mathfrak{Z}$ r mit wachsender Drehzahl nach einer Hyperbel abnimmt. Es wirken z. B. den konstanten Erregerwindungen F_1 Erregerwindungen F_2 entgegen, deren Größe der Drehzahl proportional ist (D.R.P. 302212). Der Schließungskreis für den Nebenfluß ist von dem des Hauptflusses $\mathfrak{Z}_1$ mindestens teilweise getrennt und so dimensioniert, daß $\mathfrak{Z}_2$ weniger als proportional mit F_2 wächst. Es können Einrichtungen vorgesehen werden. die Wirksamkeit der Gegenwicklung unterhalb einer bestimmten Drehzahl zu unterdrücken.

a) Gegengeschaltete Spannungswicklungen.

Bei Normaldrehzahl sei $\mathfrak{Z}_1$ sehr viel größer als $\mathfrak{Z}_2$, bei Drehzahl ∞ sei $\mathfrak{Z}_1 = \mathfrak{Z}_2$. Eine solche Maschine ist in Bild 18 dargestellt. Vor der Erregerwicklung F liegt ein Eisenwiderstand f_e, vor der Gegenwicklung F_1 ein Kohlewiderstand c. Bei wachsender Erwärmung nimmt der Quotient $\frac{AWf}{AWf_1}$ stark ab. Die Hauptstromwicklung F_2 wirkt gleichsinnig mit F und stärkt die Maschinenerregung bei zunehmender Belastung. Die Wirksamkeit der Regelung hängt hier in erster Linie von der richtigen Dimensionierung der Eisenkreise ab.

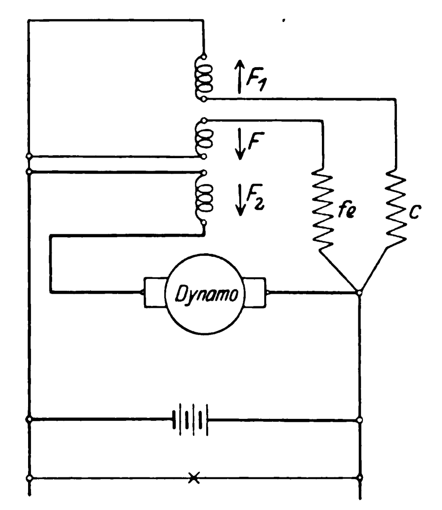


Bild 18. Dynamo mit Kohle- und Eisenwiderstand vor der geteilten Erregerwicklung und mit einer Hauptstromwicklung.

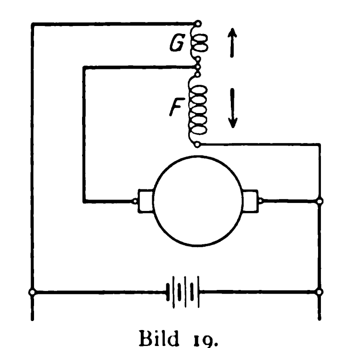


Bild 19. Dynamo mit Gegenstromwicklung.

Bei einer ähnlichen Maschine mit permanenten Magneten wird die Zusatzwicklung durch Fliehkraftregler in folgende Stellungen geschaltet.

1. Zusatzwicklung gleichsinnig mit den permanenten Magneten,
2. Zusatzwicklung ausgeschaltet,
3. Zusatzwicklung über Vorwiderstand entgegen den permanenten Magneten,
4. Zusatzwicklung ohne Vorwiderstand entgegen den permanenten Magneten.

Das Ergebnis ist das gleiche wie bei stufenweiser Vorschaltung von Widerständen.

Gegenspannungswicklungen lassen sehr wohl eine wirksame Regelung zu. Sie beanspruchen jedoch viel Platz und benötigen Vorrichtungen, ihre Wirkung unterhalb einer bestimmten Drehzahl aufzuheben.

b) Gegenstrom-Wicklungen.

Die Maschine ist nach Bild 19 geschaltet, es ist also der normalen Erregerwicklung eine Stromwicklung entgegengeschaltet, deren AW-Zahl beim Normalstrom 40% der Spannungs-AW beträgt. Der Verlauf der AW-Zahlen ist in Bild 20, die Betriebskurven in Bild 21 dargestellt. Es zeigt sich, daß eine verhältnismäßig gute

Strombegrenzung erreicht werden kann. Freilich wird durch die starke Kompoundierung die Normaldrehzahl erhöht, da die Wirkung der Gegenwicklung sofort mit der Stromlieferung beginnt. Ein weiterer Nachteil ist die Unabhängigkeit des Stromes von der Batteriespannung, was eine schwere und teure Batterie bedingt, wenn man nicht die Platten durch zu hohe Ladeströme gegen Ende der Ladung frühzeitig zerstören will. Eine Verbesserung ist möglich dadurch, daß man die Wirkung der Kompoundwicklung variabel macht, entweder durch einen von Hand einstellbaren Shunt (Delco-System) oder durch einen Eisen-Shunt (D.R.P. 268106),

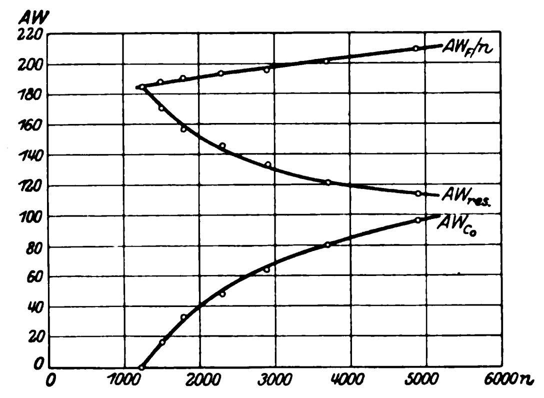


Bild 20. Verlauf der Amperewindungen einer Maschine mit Gegenstromwicklung in Abhängigkeit von der Drehzahl.
AW_F = Feld AW; AW_{Co} = Gegenstrom AW; AW_{res} = resultierende AW.

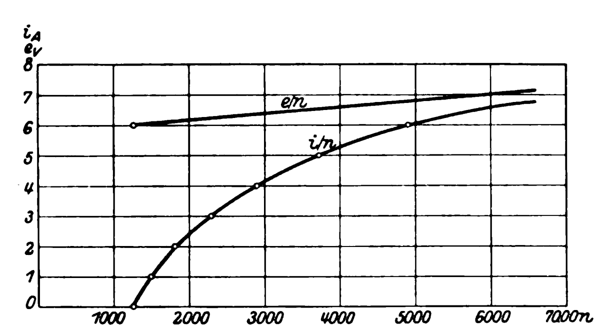


Bild 21. Betriebskurven einer Dynamo mit Gegenstromwicklung. Dynamo arbeitet auf 6 V-Batterie.

oder auch durch einen Fliehkraftschalter, der einzelne Teile der Kompoundwicklung ab- und zuschaltet. Man kann auch die Anordnung treffen, nur den Batteriestrom durch die Kompoundwicklung zu schicken, damit nicht beim Einschalten von Stromverbrauchern die Erregung geschwächt wird, was ja widersinnig ist. Alle diese Anordnungen sind aber als Notbehelfe anzusehen und wir glauben nicht, daß den stromregelnden Systemen noch eine große Zukunft bevorsteht, da die Zuverlässigkeit der Anlage durch die Notwendigkeit der Batterie beschränkt ist. Selbst wenn man aber wegen des Anlassers die Batterie als notwendig voraussetzt, kann man die Batteriegröße direkt als Kriterium für die Güte der Anlage betrachten und am wirtschaftlichsten wird das Regelverfahren sein, das mit der kleinsten Batterie auskommt.

Die unter 1) aufgeführten Maschinen arbeiten mit einer Änderung des Ankerflusses durch Änderung der Erreger-AW. Sie haben große Bedeutung erlangt, insbesondere sind die Maschinen mit stufenweise geschalteten Vorwiderständen, mit Schnellreglern und mit Gegenwicklungen hervorzuheben. Im zweiten Abschnitt



werden nunmehr Maschinen betrachtet, bei denen Änderungen im magnetischen Kreis vorgenommen werden, entweder durch Erhöhung des magnetischen Widerstandes oder durch Bilden eines magnetischen Nebenschlusses.

2. Änderung des magnetischen Widerstandes.

A. Erhöhung des magnetischen Widerstandes.

Der magnetische Widerstand kann vergrößert werden durch Verringerung des Eisenquerschnitts an einer Stelle des Schließungskreises oder durch Vergrößerung des Luftspaltes. Eine Maschine dieser Bauart mit konischem Anker stellen die Beldam-Werke her. Der Anker wird durch einen Zentrifugalregler aus dem Felde herausgezogen, wodurch sich die induzierte Leiterlänge verringert und der Luftspalt vergrößert

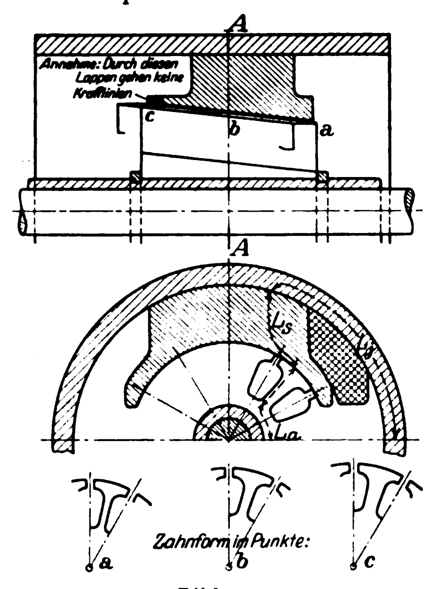


Bild 22.
Dynamo mit konischem Anker.

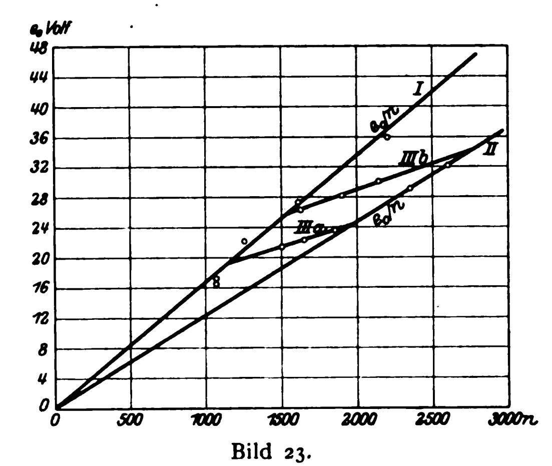


Bild 23.
Leerlaufkurven der Dynamo mit konischem Anker.
I Luftspalt = 0,3 mm; II Luftspalt = 1,2 mm;
IIIa, b Regelkurven bei verschiedener Federvorspannung.

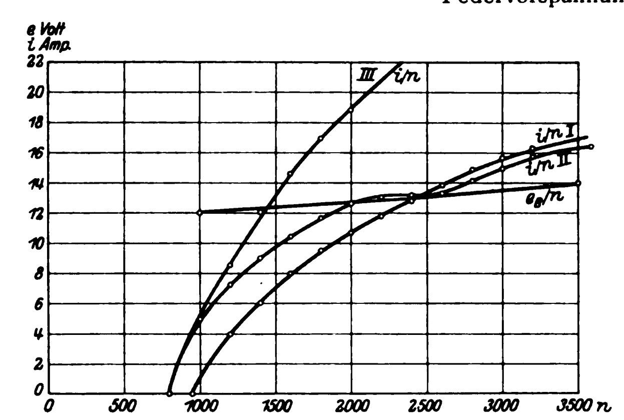


Bild 24. Betriebskurven derselben Dynamo.
I Dynamo mit Gegenstromwicklung; II Dynamo mit konischem Anker;
III normale Nebenschlußdynamo. Die Maschinen arbeiten auf 12 V-Batterie.

(Bild 22). Die erforderlichen AW für den Luftspalt erhöhen sich um 200%, gleichzeitig nehmen jedoch die Eisen AW infolge der geringeren Sättigung ab, so daß der Ankerfluß sich nur um 10% verringert. Die Maschine würde also günstiger

arbeiten, wenn sie weniger hoch gesättigt würde. Dennoch wird eine ganz gute Regelung erzielt, wie aus den Kurven, Bild 23, hervorgeht. In Bild 24 ist zum Vergleich die Stromkurve einer sonst gleichen Maschine, jedoch mit Gegenkompoundwicklung eingetragen. Sie liegt ungünstiger als die der Dynamo mit konischem Anker. Trotzdem hat diese Dynamo große Nachteile:

1. ist der Regelbereich begrenzt,
2. ist ein langer, teurer Kollektor erforderlich,
3. muß der Zahnquerschnit am kleinen Ende des Konus gering sein, um den erforderlichen Wickelraum zu erhalten, die Zahnsättigung ist also an beiden Ankerenden sehr verschieden.

Es wurden noch mehrere ähnliche Maschinen angegeben, eine davon hat schwenkbare Permanentmagnete, die durch Zentrifugalkraft nach außen geschleudert werden, eine andere zylindrische Eisenstäbe im Polschuh, die axial herausgezogen werden und so den Eisenquerschnitt verringern. Bei einer dritten ist in das Joch ein bewegliches, konisches Eisenstück eingefügt, bei dessen Verschiebung zwei Luftspalte entstehen; im ganzen genommen ist dieses Regelverfahren jedoch bedeutungslos.

B. Bilden eines magnetischen Nebenschlusses.

Bei diesen Maschinen soll ein mit der Drehzahl wachsender Teil des Flusses statt durch den Anker durch einen magnetischen Nebenschluß gehen. Dies wird dadurch erreicht, daß man einen mit dem Anker rotierenden Eisenkörper gleichzeitig mit dem Anker axial verschiebt (D.R.P. 239329) oder dadurch, daß man zwischen den verlängerten Polschuhen einen beweglichen Eisenkörper anordnet (D.R.P. 340672). Bedeutung haben diese Maschinen wegen ihres großen Gewichts und der Kompliziertheit der Verstellorgane nicht erlangt.

3. Ausnützung der Ankerrückwirkung.

A. 3-Bürstenmaschinen.

Eine verbreitete Ausführung ist die 3-Bürstenmaschine der Fritz Neumeyer A.-G., Nürnberg (Bild 25). Bei dieser Maschine liegt der Anker exzentrisch im Gehäuse und ist nur ein einziger sehr breiter Pol vorhanden, der die Ausbildung des Querfeldes begünstigt. Die Erregerwicklung liegt zwischen einer Haupt- und einer Hilfsbürste. Mit wachsender Ankerbelastung tritt eine starke

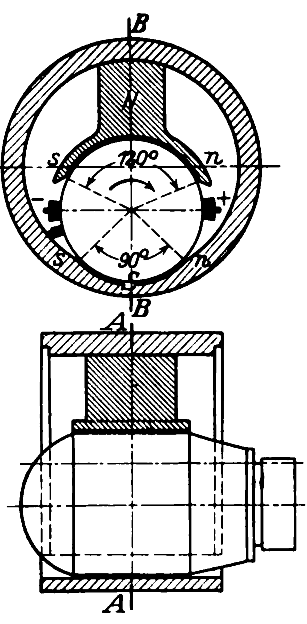


Bild 25. 3-Bürstenmaschine mit einem Polschuh und exzentrisch gelagertem Anker.

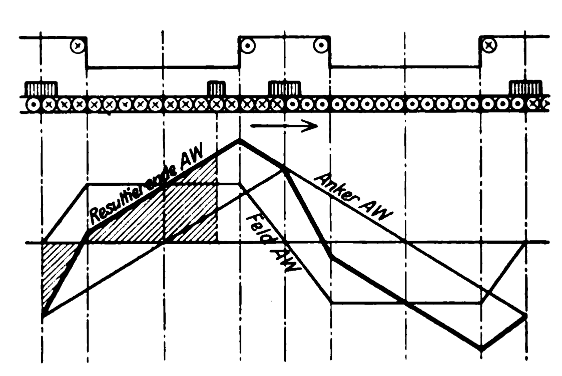


Bild 26. Amperewindungsdiagramm der 3-Bürstenmaschine.

Feldverzerrung ein, die Hauptbürsten stehen nicht mehr in der neutralen Zone und die Spannung zwischen Hilfsbürste und Hauptbürste ist sehr viel kleiner geworden (Bild 26). Wir haben also eine Änderung der Erregerspannung in Abhängigkeit von der Belastungsstromstärke. Bild 27 zeigt die Betriebskurven dieser Maschine. Der

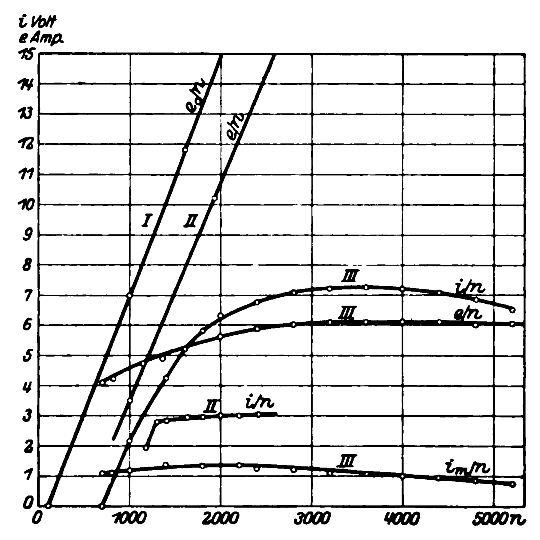


Bild 27. Betriebskurven der 3-Bürstenmaschine.
I Leerlaufspannung; II Glühlampenbelastung; III Dynamo arbeitet auf 4 V-Batterie.

Erregerstrom i_m steigt auf ein Maximum an und fällt dann allmählich ab, analog verhält sich der Hauptstrom. Die Regelung hat natürlich die Nachteile aller stromregulierenden Systeme, die Kurven zeigen z. B., daß die vollständig geladene Batterie noch mit einer Stromstärke weiter geladen wird, die für die Batterie von 7 Amp.Std. viel zu hoch ist. Unter den stromregelnden Maschinen zeichnet sich diese Dynamo jedoch durch Einfachheit, Zuverlässigkeit und Billigkeit aus.

B. Querfeldmaschine.

Die bedeutendste Konstruktion zur Ausnutzung der Ankerrückwirkung ist die Querfeldmaschine von Rosenberg (Bild 28). Die Maschine trägt zwei Bürstenpaare

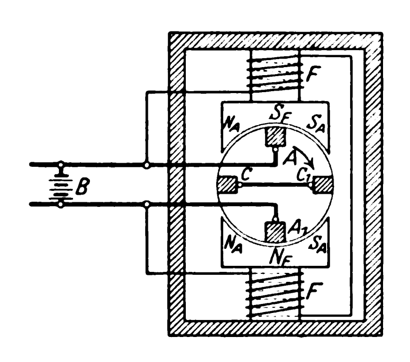


Bild 28. Querfelddynamo.

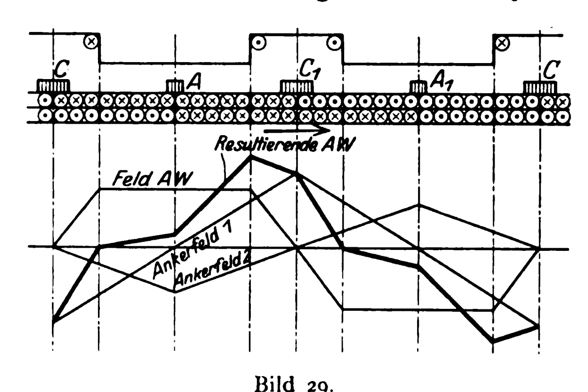


Bild 29.
Amperewindungsdiagramm der Querfelddynamo.

AA_1 und CC_1, von denen CC_1 in der neutralen Zone der Feldwicklung steht und kurzgeschlossen ist, während das andere AA_1 in der neutralen Zone des Ankerfeldes steht. Das ursprüngliche Erregerfeld ist sehr schwach, hat aber dennoch zwischen

den kurzschlossenen Bürsten ein kräftigen Strom zur Folge. Der Ankerstrom erzeugt nun ein Querfeld, das wesentlich größer als das ursprüngliche Erregerfeld ist und ihm um 90° in der Drehrichtung vorauseilt.

Dieses Ankerfeld 1 induziert die Leiter zwischen den Bürsten AA_1, die in seiner neutralen Zone stehen. Wird die Dynamo belastet, so hat der Belastungsstrom zwischen diesen Bürsten ein neues Querfeld zur Folge (Ankerfeld 2), das seinem Erregerfeld, dem Ankerfelde 1, um 90° vorauseilt und somit dem ursprünglichen Erregerfelde entgegengerichtet ist. Bild 29.

Aus dem A.W.-Diagramm geht hervor, daß ein Anwachsen des Nutzstromes zur vollständigen Vernichtung des Erregerfeldes führt, womit auch das Ankerfeld 1 und somit der Nutzstrom verschwinden würde. Der Strom kann also einen gegebenen Höchstwert auch bei größten Drehzahlen nicht überschreiten. Die Maschine ist vollkommen kurzschlußsicher. Umgekehrt wird das ursprüngliche Erregerfeld bei Abnahme des Nutzstromes außerordentlich verstärkt, die Nutzstromstärke wird also bei fallender Drehzahl nur sehr langsam abnehmen, um erst bei ganz kleiner Drehzahl plötzlich auf Null zu fallen. Nimmt der Nutzstrom aus einem anderen Grunde ab, so steigt die Primärerregung, welche ja auf Kompensierung des Nutzstromfeldes dimensioniert ist und damit der Ankerkurzschlußstrom und die Maschinenspannung stark an, und die Maschine kann Schaden leiden. Dies ist von Bedeutung beim Fahren ohne Batterie.

Die Querfelddynamo wurde von Rosenberg als Zugbeleuchtungsdynamo konstruiert, ihre Strombegrenzung ist viel idealer als die der Gegenkompoundmaschine. Ihre Vorteile sind der einfache Bau, der keinen Mehrbedarf an Raum gegenüber der normalen Nebenschlußdynamo erforderlich macht, und die leichte Bauart von Polschenkel und Joch, da über sie nur der kleine Fluß des ursprünglichen Erregerfeldes geht, während die beiden Ankerfelder sich über die reichlich dimensionierten Polschuhe schließen. Da die Erregung nur für den Kurzschlußstrom zwischen den Bürsten CC_1 aufkommen muß, können die Erreger A.W. klein sein, und die Erregerverluste sind gering. Die Eisenverluste sind etwas höher als bei einer normalen Dynamo, doch weist Rosenberg nach, daß die Summe aller Verluste nicht größer ist wie bei einer normalen Nebenschlußmaschine.

Die Querfeldmaschine wurde späterhin mannigfach variiert, um beliebige Charakteristiken insbesondere um Spannungsbegrenzung zu erreichen. Zahlreiche Konstruktionen stammen von Charlet in Krefeld und der Elektrizitäts G. m. b. H. Colonia in Köln, die auch eine spannungsregelnde Querfeldmaschine herausgebracht hat (D.R.P. 295 227). Prinzipiell Neues bringen diese Konstruktionen nicht.

Die Querfeldmaschinen nehmen einen breiten Raum in der Reihe der Fahrzeugdynamos ein und haben sich sehr gut bewährt.

Bei den im Kapitel 2 besprochenen Regulierungsverfahren wurde die gewünschte Charakteristik durch Änderung der Erregung erzielt; denn auch die Ausnützung der Ankerrückwirkung ist ja letzten Endes eine Veränderung der Maschinenerregung. Demgegenüber wollen wir nun betrachten, welche Regulierungsmöglichkeiten im Ankerstromkreis bestehen. Es ist dies

a) Änderung der induzierten Leiterlänge,
b) Änderung der Ampereleiterzahl pro cm Ankerumfang,
c) Vernichtung eines Teiles der erzeugten Energie.

III. Änderung der induzierten Leiterlänge.

Diese Regulierung ist praktisch nicht ausführbar, da eine Ankerverschiebung in den geforderten Grenzen konstruktiv unmöglich ist.



IV. Änderung der Zahl der wirksamen Ankerleiter.

(D.R.P. 249285)

Die Ankerwicklung ist so angezapft, daß ein Teil der Ankerleiter durch einen Fliehkraftkontakt kurzgeschlossen werden kann, wodurch außer der Verminderung der Ankerleiterzahl eine starke Ankerrückwirkung auftritt. Das Verfahren ist selbstverständlich nur bei kleinen Maschinen möglich, und wurde bei einer Fahrraddynamo praktisch ausgeführt.

V. Vernichtung eines Teiles der erzeugten Energie.

Das ist die primitivste Art der Regulierung, die zuviel erzeugte Energie in Widerständen zu vernichten. Wir haben einen Versuch mit einer Motorradlichtmaschine durchgeführt, wobei in dem Ankerstromkreis ein in Wasserstoffatmosphäre liegender Eisenwiderstand eingeschaltet war. Das Ergebnis ist in Bild 30 mit einer Gegenkompoundmaschine gleicher Abmessungen verglichen. Trotz der einigermaßen günstigen Charakteristik ist diese Regelung wegen der hohen Verluste im Eisenwiderstand und der hohen Klemmenspannung unbrauchbar.

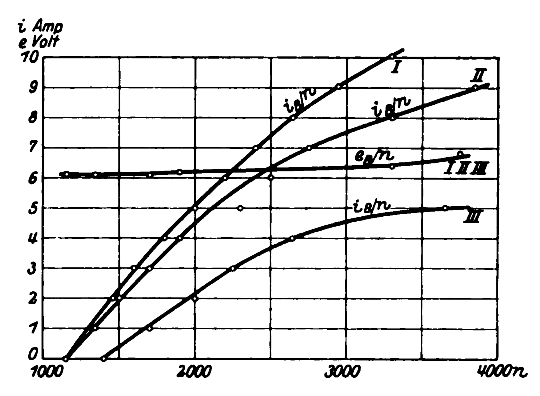


Bild 30. Betriebskurven derselben Dynamo.
I normale Nebenschlußdynamo.
II Dynamo mit Gegenstromwicklung.
III Dynamo mit Eisenwiderstand im Ankerstromkreis.

Die Regulierung im Ankerstromkreis hat also zu keinem Ergebnis geführt, das einigermaßen mit der Regulierung im Feldstromkreis konkurrieren könnte.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Wir haben an Hand der Untersuchungen gesehen, daß der Fahrzeugbetrieb besondere Anforderungen an die Lichtdynamo stellt und haben die Methoden kennen gelernt, um diesen Anforderungen zu genügen. Das bisher unerreichte Ziel ist eine Maschine, die unabhängig von Drehzahl und Belastung konstante Spannung gibt, die Ladung der Batterie mit allmählich kleiner werdendem Strom vornimmt und den Strom auf Null reduziert, sobald die Batterie vollgeladen ist. Unter den Anlagen, die diesen Forderungen genügen, wäre die mit kleinster Batterie als die beste anzusprechen.

Aus der Menge zum Teil sehr komplizierter Konstruktionen ragt die normale Nebenschluß-Maschine mit Tirrill-Regler an erster Stelle hervor. Die Maschine ist einfach, billig und hat sich in der Praxis bestens bewährt. Ihr einziger Nachteil ist das Vorhandensein beweglicher Kontakte, die bei Erschütterungen des Fahrzeuges zum Flackern des Lichtes oder Störungen durch Verschmoren Veranlassung geben könnten.

Zur Beseitigung dieser Nachteile wurden außerordentlich viele verschiedene Anordnungen getroffen.

Die zweite bewährte Maschinentype ist die Querfeldmaschine. Sie vermeidet bewegliche Kontakte, hat jedoch den Nachteil, daß unter Umständen eine Spannungssteigerung möglich ist, so daß sie dem Tirrill-Regler keineswegs überlegen erscheint. Außerdem muß bei diesen Anlagen ein Ausschalter vorgesehen werden, um die Batterie vor Überladung zu schützen. Die Batterie ist größer zu wählen als bei spannungsregelnden Anlagen, da die Ladung mit konstantem Strom erfolgt.

Unter den zahlreichen anderen Konstruktionen entspricht keine mehr allen Anforderungen. Daß dennoch solche Maschinen gebaut und verwendet werden, ist auf ihren niedrigen Preis zurückzuführen, mit Rücksicht auf den der eine oder andere Nachteil in Kauf genommen wird.

Einige Anordnungen wurden wohl auch getroffen, um Patentschwierigkeiten zu umgehen.

Die Kombinationen von Licht- und Zündmaschinen oder Lichtmaschinen und Anlassern wurden nicht besprochen, obwohl in Amerika eine zeitlang die Tendenz dahin ging, möglichst alle drei Maschinen in einer zu vereinigen. Die Entwicklungsrichtung in Deutschland scheint auf die Lichtzündmaschine zu zielen, während die Lichtanlaßmaschine fast wieder verschwunden ist.

Einige Ergänzungen und Berichtigungen zum Problem der Kippschwingungen.

Von

Erich Friedländer.

(Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Laboratorium der Technischen Hochschule Berlin.)

In einer früheren Arbeit[1] war untersucht worden, unter welchen Umständen Relais- und Steuerorgane verschiedener Art in der Lage sind, auch dann selbsterregte Schwingungen zu unterhalten, wenn praktisch kein „Schwingungskreis" vorhanden ist. Auch der Ablauf dieser Kippschwingungen konnte verfolgt werden. Wir hatten damals im Schlußteil vergeblich versucht, eine scharfe Grenze zwischen solchen Schwingungen und denen angefachter Schwingungsgebilde zu finden. Die Aussichtslosigkeit eines solchen Versuchs ist durch eine von der genannten Untersuchung unabhängig entstandene Arbeit von van der Pol[2], welche im Grenzfall die gleichen Vorgänge von der Schwingungsdifferentialgleichung ausgehend behandelte, bereits erwiesen. Van der Pol konnte durch graphische Integration der Schwingungsgleichung mit amplitudenabhängigem Dämpfungskoeffizienten zeigen, daß es im allgemeinen einen stetigen Übergang zwischen Kippschwingungen und rein harmonischen Schwingungen angefachter Systeme gibt. Beide müssen daher als entgegengesetzte Grenzfälle eines weiten, der analytischen Behandlung meist unzugänglichen Gebietes von Schwingungserscheinungen aufgefaßt werden.

Der Grenzfall der rein harmonischen Schwingungen liegt nur dann vor, wenn das Schwingungssystem seinen Energieinhalt pro Periode überhaupt nicht ändert, d. h. nur wenn dem Gesamtsystem (einschließlich speisender Stromquelle) überhaupt keine Energie entzogen wird. Der entgegengesetzte Grenzfall der Kippschwingungen ist dadurch gekennzeichnet, daß die gesamte in einem Speicher pro

[1] Über Kippschwingungen, insbesondere bei Elektronenröhren, Arch. f. Elektrot., XVI, S. 273 und XVII, S. 1, 103.

[2] Über „Relaxationsschwingungen", Zeitschr. f. Hochfrequ.-Techn., XXVIII, S. 178.



Periode pulsierende Energie vom Gesamtsystem jedesmal irreversibel nach außen abgegeben wird. Die meisten technisch vorkommenden Schwingungsvorgänge nähern sich dem einen oder anderen Grenzfall und können daher leicht mit den dieser Annäherung entsprechenden Vernachlässigungen behandelt werden.

Die vom Verfasser vorgeschlagene Behandlung der Kippschwingungen vernachlässigte alle Kapazitäten und Induktivitäten, deren Einfluß auf Energieumsatz und Frequenz verschwindend ist. Damit ist nicht gesagt, daß der vernachlässigte Speicher (wie z. B. die Eigeninduktivität der Schaltungselemente in der Blinkschaltung) bei dem Schwingungsvorgang unbeteiligt wäre. Es ist nur die Frage, ob er nötig ist für die Aufrechterhaltung der Schwingungen[1], wie z. B. das Schwungrad einer Verbrennungskraftmaschine, oder ob er die Rolle eines Gestänges spielt, also nur unvermeidlich ist. Im letzteren Falle ist seine Vernachlässigung gerechtfertigt, solange wir uns nicht gerade für Verhalten und Beanspruchung des betreffenden Schaltungselements selbst interessieren. Nun konvergiert der Frequenzeinfluß eines Schwungrades, das zur Aufrechterhaltung von Schwingungen dient, mit abnehmendem Schwungmoment bekanntlich nach unendlich — die Maschine kommt immer schwerer über den toten Punkt hinweg und bleibt schließlich stehen — während der Einfluß des Gestänges mit abnehmender Masse verschwindet. Da auch Eigeninduktivitäten und -kapazitäten um so weniger Einfluß auf Frequenz und Energieumsatz der Kippschwingungen nehmen, je kleiner sie sind, so scheint danach der Beweis, daß sie nicht nötig, sondern nur unvermeidlich sind, erbracht.

Ferner darf noch darauf hingewiesen werden, daß die für das grundsätzliche Verständnis der Erscheinungen so fruchtbare Methode, nach welcher Herr van der Pol die Kippschwingungen behandelte, für den Einzelfall auch bei Berücksichtigung eines zweiten Speichers zweckmäßig etwas modifiziert wird. Die oft sehr umständliche Darstellung einer Charakteristik in analytischer Form kann für die Behandlung spezieller Fälle vermieden werden und macht dann vorteilhaft einer rein graphischen Integration nach bekanntem Verfahren Platz. Die Behandlung der vom Verfasser ausführlicher untersuchten Röhrenschaltung mit Transformatorrückkopplung scheint aber nach der von Herrn van der Pol in einer späteren Arbeit[2] vorgeschlagenen Methode nicht durchführbar. Da nachweislich der Gitterstrom in dieser Schaltung ganz entscheidenden Einfluß auf den Ablauf der Vorgänge[3] nimmt, so wird es kaum möglich sein, auf seine Berücksichtigung zu verzichten.

Im Schlußteil der genannten Arbeit des Verfassers enthält der Faktor p im Exponenten der Gleichung für die Ausgleichsströme der Schaltung nach Bild 57 leider einen Vorzeichenfehler und mußte heißen:

$$p = -\frac{1}{L_1} \frac{\frac{R_{a_1} \cdot R_{a_2}}{D_1 \cdot D_2} - (R_{i_1} + R_{a_1})(R_{i_2} + R_{a_2})}{\frac{R_{a_2}}{D_1 \cdot D_2} - (R_{i_2} + R_{a_2})}$$

und damit folgt die Labilitätsbedingung zu:

$$\frac{R_{a_1} \cdot R_{a_2}}{D_1 \cdot D_2} - (R_{i\,1} + R_{a\,1})(R_{i\,2} + R_{a\,2}) < 0 < \frac{R_{a_2}}{D_1 \cdot D_2} - (R_{i2} + R_{a2}).$$

Man sieht daraus, daß sich auch hier bei der Drosselschaltung gegenüber der Kapazitätsschaltung nach Bild 58 die Stabilitätsbedingungen in ähnlicher Weise umkehren, wie es von einfacheren Schaltungen mit Organen, welche eine fallende Charakteristik haben, bekannt ist. Damit bestätigt sich auch hier[4], daß es nicht möglich ist, eine „Stabilitätsbedingung" für ein System überhaupt zu formulieren,

---

[1] Vgl. van der Pol a. a. O. S. 183.

[2] van der Pol, Über „Relaxationsschwingungen" II. Zeitschr. f. Hochfrequenz-Techn. XXIX, S. 114.

[3] Vgl. Arch. f. Elektrot., XVII, S. 109 ff.

[4] Vgl. Busch, Stabilität, Labilität und Pendelungen in der Elektrotechnik.

wenn man nicht seine Energiespeicher vollkommen berücksichtigt[1]. Für ein speicherlos angenommenes System, wie das des Bildes 59, sollte man vielleicht besser den Begriff der „Labilität" des rückgebogenen Kurvenastes[2] in Bild 60 durch „Unzugänglichkeit" ersetzen. — Bei der Ableitung der resultierenden Steilheit dieser Kurve mußte es ferner heißen:

$$R_{i2} \cdot i_{a2} = \frac{e_{g2}}{D_2} + e_{g1} - \frac{i_{a1}}{S'}.$$

woraus sich ergibt:

$$S' = \frac{R_{i2} + R_{a2}}{D_1} \cdot \frac{1}{(R_{i1} + R_{a1})(R_{i2} + R_{a2}) - \frac{R_{a1} \cdot R_{a2}}{D_1 \cdot D_2}}.$$

Schließlich noch ein Wort zur Abgrenzung der Vorgänge. Auf den ursprünglichen Versuch einer scharfen Abgrenzung muß auch hinsichtlich der Trennung zwischen Schwingungen 2. Art und Kippschwingungen verzichtet werden. Behält man bei der „Artgruppierung" nur das Steuerorgan allein im Auge, so gehören alle Schwingungen, bei welchen ein zeitweiliges Verlöschen des Stromes im Steuerorgan eintritt zu den Schwingungen 2. Art, also auch die meisten Fälle von Kippschwingungen. Dagegen scheint eine davon unabhängige Klassifizierung nach der Zahl der frequenzbestimmenden elektromagnetischen Energiespeicher allgemein möglich. Man könnte demnach eine Ordnung etwa nach folgendem Schema aufzubauen versuchen, die aber nur als Beispiel ohne Anspruch auf Vollständigkeit aufzufassen ist:

Zahl der frequenzbestimmenden Speicher	1		2			3			4		
Grenzfall H = Harmonische Schwingung K = Kippschwingung HK = Kombinierte Schwingungen	H	K	H	HK	K	H	HK	K	H	HK	K
Typische Vertreter	Gibt es nicht	Elementare Kippschwingschaltungen verschiedener Art	Durch fallende Charakteristik und Rückkopplung erregte Schwingungskreise	Amplitudenkippschwingungen des Röhrensenders	Kippschwingungen in der Transformatorschaltung mit Streuung, Multivibrator von Abraham & Bloch	Durch Rückkopplung angefachte Systeme verschiedener Art	Intermittierender Röhrengenerator. Flewelling-Schaltung	Transformatorkippschaltung mit Gitterblockkondensator	Angefachte Schwingungen gekoppelter Systeme. Armstrong-Schaltung	Erweiterungen	Erweiterungen

Schon bei 2 Speichern sind bereits Kombinationen von harmonischen Schwingungen mit Kippschwingungen möglich (Amplitudenkippschwingungen = periodisches Umspringen der Amplitude eines Röhrensenders). Mit wachsender Speicherzahl kommt man sehr bald in Schwierigkeiten, eine auch nur halbwegs umfassende Zusammenstellung der möglichen Erscheinungsformen zu geben. Hier sollte nur noch gezeigt werden, daß die Erscheinung der Kippschwingungen nicht etwa als einzelner Grenzfall der elementarsten Schwingungsvorgänge mit einem Energiespeicher anzusprechen ist, sondern als Gegenpol der rein harmonischen Schwingungen mit diesen ein weites Gebiet der selbsterregten Schwingungserscheinungen umrandet.

[1] Friedländer, Physikal. Zeitschr. 1926, **11**, S. 361.

[2] Vgl. auch K. Heegner, Zeitschr. für Hochfrequ.-Techn., XXIX, S. 151.



Auf einige weitere Fälle charakteristischer Kippschwingungen mag noch hingewiesen werden. Unter den nicht elektrischen Vorgängen dieser Art begegnen uns vor allem viele Formen von Reibungsschwingungen, die hierher gehören. Man denke z. B. an das „Schurren". Sehr möglich scheint auch, daß die Vorgänge, die auf die viel umstrittene Riffelbildung auf Eisenbahnschienen[1] führen, als Kippschwingungen erklärt werden dürfen. Ein besonders typischer Vertreter ist der sog. Wasserwidder, eine in Gebirgsgegenden oft zu findende Pumpvorrichtung, deren grundsätzliche Wirkungsweise mit den Erscheinungen übereinstimmt, die zum Brummen der Wasserleitungshähne führen. Bei beiden treten (infolge plötzlicher Widerstandserhöhung in der Strömungsbahn) periodisch große Drucksteigerungen auf, die den Spannungsspitzen z. B. an der in Transformatorschaltung schwingenden Dreielektrodenröhre oder am Funkeninduktor entsprechen. Umgekehrt treten bei den Reibungsschwingungen periodisch große Geschwindigkeitssteigerungen auf, die nach der Überschreitung der „Haftreibungskraft" einsetzen und ein sprungartiges Vorwärtsschnellen des gleitenden Körpers hervorrufen. Diese Schwingungen stellen ein mechanisches Analogon zu denen des Gleichstromlichtbogens bzw. der Glimmlampe dar. Während bei den Schwingungen des Wasserwidders die kinetische Energie der in Bewegung kommenden Wassersäule den entscheidenden Energiespeicher darstellt (entsprechend der magnetischen Energie beim elektrischen Analogon), ist der frequenzbestimmende Speicher bei den Reibungsschwingungen in der potentiellen Energie irgendeines elastischen Gliedes (z. B. eines Stuhlbeins) zu suchen, die hier der elektrischen Energie des Kondensators in der Blinkschaltung zu vergleichen ist; entsprechend spielt die die maximale Energie bei den Reibungsschwingungen bestimmende Haftreibungskraft genau die Rolle der Zündspannung bei Schwingungen von Gasentladungsorganen. Und wie man daher zur Steigerung der Schwingungsenergie die Zündspannung durch Kühlung des Lichtbogens steigert, so erzielt man das Entsprechende bekanntlich z. B. durch Aufbringen von Kolophonium auf die aneinander reibenden Flächen.

Die Kippschwingungen des Wechselstromlichtbogens, die in Bild 6 des kurzen Auszugs aus der obengenannten Arbeit[2] im Oszillogramm gezeigt sind, scheinen neuerdings[3] von Fallou mittels des Kathodenoszillographen bei der Durchschlagprüfung von Isolierstoffen beobachtet worden zu sein. Nach der Übereinstimmung in den Kurvenformen und vor allem nach der für Wechselstrom-Kippschwingungen charakteristischen Frequenzänderung innerhalb einer Periode der erzeugenden Wechselspannung ist das jedenfalls sehr wahrscheinlich. In dem Falle könnte der Erklärungsversuch Fallous auf Grund des früher Mitgeteilten sicher vereinfacht werden. Denn weder entscheidet die Eigenfrequenz irgendwelcher Schwingungskreise über die Zahl der Hochfrequenzschwingungen pro Periode der Wechselspannung, noch ist es erforderlich, für die periodischen Abschaltvorgänge das Auftreten komprimierter Gasbläschen verantwortlich zu machen, da die Erscheinung allein aus Charakteristik und Stabilitätsbedingungen des Lichtbogens eine hinreichende Erklärung findet.

---

[1] Vgl. z. B. ETZ 1927, S. 508.

[2] Arch. f. Elektrot., XVI, S. 273.

[3] J. Fallou, Rev. Gén. de l'Electricité, Bd. 21, S. 323. Bericht: ETZ 1928, Heft 3, S. 109. (Man vergleiche insbesondere Bild 15 dieses Berichtes mit dem oben erwähnten Bild 6.)

Asynchrone Betriebsweisen der Drehstrom-Induktionsmaschine bei doppelter Speisung von ein und demselben Netz.

Von

W. A. Tolwinski und **S. M. Hochberg**, Leningrad.

Einleitung.

Wird einem asynchronen Drehstrommotor die elektrische Energie nicht nur durch den Stator, sondern auch durch den Rotor zugeleitet, so kann ein solcher Motor als doppeltgespeister bezeichnet werden zwecks Unterscheidung von einem gewöhnlichen Asynchron-Drehstrommotor, der nur durch den Stator (bzw. nur durch den Rotor) gespeist wird und infolgedessen als ein einfachgespeister Motor zu betrachten ist.

Bezeichnet man durch

ν_S die Frequenz des den Stator speisenden Drehstromes,

ν_R die Frequenz des den Rotor speisenden Drehstromes,

p die Anzahl der Polpaare,

so wird die Umlaufzahl pro Minute des sich hinsichtlich der Statorwicklung und folglich auch — da der Stator unbeweglich ist — im Raume rotierenden magnetischen Feldes auf Grund folgender Formel:

$$n_S = \frac{60}{p} \nu_S \tag{1}$$

berechnet.

Ähnlicherweise wird die Umlaufzahl pro Minute des sich hinsichtlich des Rotors rotierenden Drehfeldes der Rotorwicklung gefunden:

$$n_R = \frac{60}{p} \nu_R. \tag{2}$$

Es bezeichnet ferner n_m die Umlaufzahl des Rotors, die als positiv gilt, wenn die Drehrichtung des Rotors mit der Drehrichtung des Statorfeldes hinsichtlich des Raumes zusammenfällt.

Damit im Motor ein Drehmoment erzeugt werden kann, ist es erforderlich, daß die magnetomotorische Kraft des Stators und Rotors, folglich also auch die von ihnen erzeugten magnetischen Flüsse sich in gegenseitiger Ruhe befinden. Diese Bedingung wird im vorliegenden Fall der doppelten Speisurg des asynchronen Drehstrommotors durch folgende Gleichung ausgedrückt:

$$n_m \pm n_R = n_S. \tag{3}$$

Das Pluszeichen vor n_R entspricht dem Fall, wenn die auf den Rotor bezogene Drehrichtung des magnetischen Feldes des Rotors mit der auf den Stator bezogenen Drehrichtung des Statorfeldes zusammenfällt. Wird n_R auf die rechte Seite der Gleichung gebracht, so erhält man:

$$n_m = n_S \mp n_R. \tag{3'}$$

Hier gilt hinsichtlich des Vorzeichens von n_R die umgekehrte Regel, und zwar: im Falle, daß die auf den Rotor bezogene Drehrichtung des Rotorfeldes mit der auf den Stator bezogene Drehrichtung des Statorfeldes zusammenfällt, muß vor n_R das Minuszeichen gesetzt werden, da dies dem Pluszeichen auf der linken Seite der Grundgleichung (3) entspricht.

Setzt man Gleichungen (1) und (2) in Gleichung (3') ein, so erhält man:

$$n_m = \frac{60}{p} (\nu_S \mp \nu_R). \tag{4}$$



Daraus folgt, daß bei doppelter Speisung eines asynchronen Drehstrommotors von zwei verschiedenen Stromquellen aus die Drehgeschwindigkeit des Rotors proportional der Summe oder Differenz der Frequenzen der beiden die Wicklungen des Motors speisenden Stromquellen ist. Diese Geschwindigkeit erscheint als eine konstante und von der Belastung unabhängige Größe; folglich wird der doppeltgespeiste Motor eine synchrone Geschwindigkeit besitzen.

Die erwähnte doppelte Speisung eines asynchronen Drehstrommotors durch zwei unabhängige Stromquellen hat ihre Anwendung in einer Reihe von speziellen Schaltungsarten gefunden; zum ersten Male wurde sie von Siemens & Halske zur Betätigung des Schiffssteuers angewandt[1].

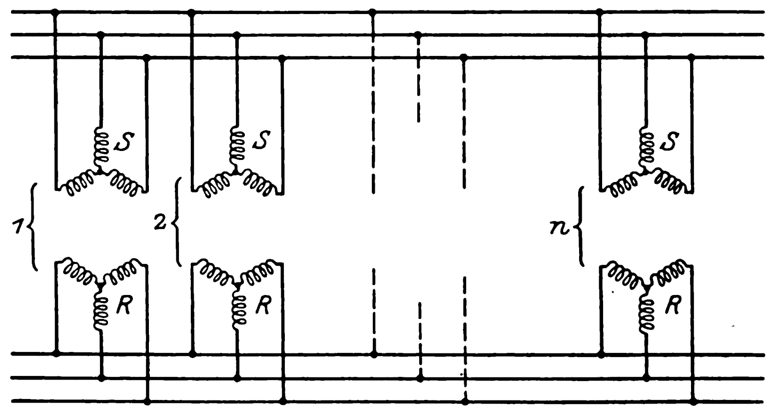


Bild 1. Das Schaltschema der asynchronen Drehstrommotoren zur Fernübertragung von Drehwinkeln.

Im Sonderfalle, wenn

$$\nu_R = \nu_S,$$

d. h. wenn die Frequenz der beiden Stromquellen dieselbe ist, wird die Drehgeschwindigkeit des Motors entweder gleich

$$n_m' = \frac{60}{p}(\nu_S - \nu_R) = 0 \qquad (5)$$

sein, falls die Rotation des Stator- und Rotorfeldes hinsichtlich der sie erzeugenden Wicklungen gleichgerichtet ist, oder gleich

$$n_m'' = \frac{60}{p}(\nu_S + \nu_R) = 2\,n_S = 2\,n_R = 2\,n \qquad (6)$$

sein, falls das Stator- und Rotorfeld hinsichtlich der entsprechenden Wicklungen in entgegengesetztem Sinne rotieren.

Man erhält eine vollständige Gleichheit der beiden Frequenzen ($\nu_R = \nu_S$), wenn man die beiden Wicklungen des Motors an ein und dasselbe Netz anschließt; bei einer solchen Schaltung müssen die beiden Wicklungen für dieselbe Spannung berechnet werden; andernfalls muß eine der Wicklungen unter Zwischenschaltung eines Transformators mit entsprechendem Übersetzungsverhältnis ans Netz angeschlossen werden.

Die Schaltung der Wicklungen entsprechend Gleichung (6) wurde von M. Kloß durch ein Patent geschützt[2] und später unabhängig von ihm von H. Grob beschrieben und verwirklicht[3].

[1] E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V. 1., S. 574.
[2] D.R.P. 109986 i. J. 1899.
[3] H. Grob, Eine neue Motorschaltung, ETZ 1901, S. 211.

Die Schaltung der Wicklungen, welche eine synchrone Nullgeschwindigkeit nach Gleichung (5) ergibt, wurde kürzlich von R. Brüderlin zur Messung von Anlaufdrehmomenten angewandt[1]. Diese Schaltungsart kann auch zur Fernübertragung eines Drehungs-Winkels laut Schema des Bildes 1 dienen.

Nach diesem Schema werden die Statoren der asynchronen Motoren ans Netz angeschlossen, während die Läufer auf dieselbe Weise parallel geschaltet werden wie parallel betriebene Transformatoren[2]. Wenn die EMKe, welche in den Rotorwicklungen aller Motoren induziert werden, gleich sind, so können alle Läufer so eingestellt werden, daß diese EMKe nicht nur der Größe nach, sondern auch hinsichtlich ihrer Phasenverschiebung identisch sind; dann fließt im Rotorstromkreis kein Strom.

Dreht man nun den Rotor eines der Motoren um einen gewissen Winkel und hält ihn in der neuen Lage fest, so ändert sich die Phasenverschiebung seiner EMK, und infolgedessen werden die Stromkreise der Rotoren von Strömen durchflossen, und es entstehen Drehmomente, welche auf die Rotoren der übrigen Motoren einzuwirken bestrebt sind.

Die Richtung des Drehmomentes hängt davon ab, nach welcher Richtung hin der Rotor des ersten Motors gedreht worden ist, da die Stromrichtung in den Rotoren durch die Änderung der Phasenverschiebung der im Rotor des ersten Motors induzierten EMK bedingt ist.

Wenn die Rotoren aller übrigen Motoren bis zu einer solchen Stellung gelangen, in welcher die in ihnen induzierten EMKe dem Phasenwinkel nach mit der EMK, die im Rotor des ersten Motors induziert wird, zusammenfallen, so wird der Strom im Rotorkreise verschwinden und das Drehmoment vernichtet. Es ist klar, daß, um ein solches Zusammenfallen der EMKe zu erzielen, die Rotoren aller übrigen Motoren um denselben Winkel sich drehen müssen, um welchen vorerst der Rotor des ersten Motors gedreht worden ist.

Eine solche Übertragung eines Drehungswinkels kann zu verschiedentlichen Signalzwecken (z. B. im Maschinentelegraph auf Schiffen) benutzt werden, desgleichen zur Fernübertragung von Rotationsbewegungen, die mit der Übertragung von mechanischen Kräften verbunden sind.

Die obigen Betrachtungen über die möglichen Drehgeschwindigkeiten des von ein und demselben Netz doppeltgespeisten asynchronen Drehstrommotors, in denen wir uns an E. Arnold[3] anlehnten, scheinen die Frage endgültig gelöst zu haben: solch ein Motor kann nur entweder die doppelte synchrone Geschwindigkeit besitzen, oder seine Geschwindigkeit ist gleich Null.

Ähnlich wird dieser Fall von anderen Autoren[4] behandelt.

Der Versuch zeigt jedoch, daß dies nicht so ganz der Fall ist, daß bei doppelter Speisung von ein und demselben Netz, ausser den erwähnten synchronen Betriebsarten, noch asychrone Betriebsarten möglich sind, sowohl bei gleicher Drehrichtung des Stator- und Rotorfeldes, als auch bei gegeneinander gerichteter Rotation der beiden magnetischen Felder.

I. Asynchrone Betriebsweise bei entgegengesetzter Drehrichtung des Stator- und Rotorfeldes.

1. Anlauf des Motors und das physikalische Bild seines Betriebes.

Um sich die Arbeit des Motors in diesem Falle klarzulegen, betrachten wir das in Bild 2 dargestellte Schema. Aus diesem Schema ist ersichtlich, daß bei

[1] R. Brüderlin, Eine Methode zur Messung von Anlaufmomenten. E. u. M., 1924. H. 5.

[2] A. A. Woronoff, Die elektrischen Wechselströme in ihrer Anwendung zur Energieübertragung. Petrograd 1915, S. 513 (in russischer Sprache).

[3] E. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. V. 1., S. 573.

[4] W. Petersen, Wechselstrommaschinen. Stuttgart 1910, S. 546.



Schaltung der drei Umschalter A, B und C nach links das gewöhnliche Schaltschema des asynchronen Drehstrommotors verwirklicht wird, wobei der Motor vermittels eines sich im Rotorstromkreis befindlichen Widerstandes angelassen wird. Schaltet man die Umschalter A und B nach rechts, so erhält man einen durch den Rotor gespeisten Drehstrommotor, dessen Stator durch den Anlaßwiderstand kurzgeschlossen ist.

Es erfolge im ersten Falle (die Schalter A und B befinden sich in der Linksstellung) der Umlauf des Statorfeldes — von der Schleifringseite aus betrachtet — im Uhrzeigersinne, und der Rotor wird sich dann in derselben Richtung drehen. Wünscht man diese Drehrichtung des Rotors bei der Speisung des Motors durch den Rotor (die Schalter A und B stehen nach rechts) beizubehalten, so muß man

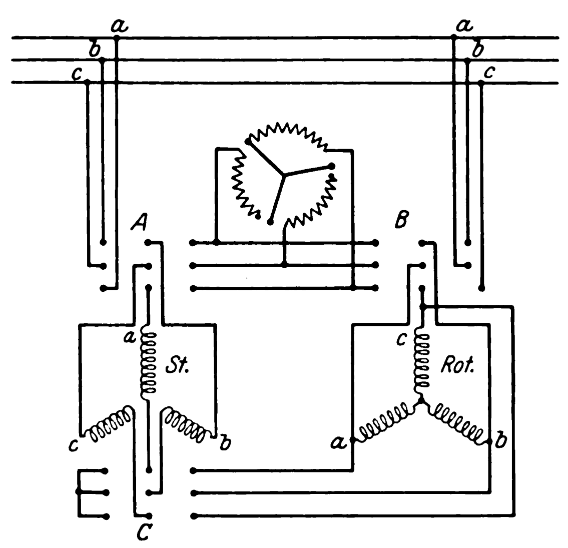


Bild 2. Das Schaltschema zum Anlassen des asynchronen Drehstrommotores mit doppelter Speisung.

die Wicklungsenden des Rotors so an den Schalter B anschließen, damit das Rotorfeld sich in bezug auf den Rotor selbst gegen den Uhrzeigersinn dreht. Dann wird sich das Rotorfeld im Raume, folglich auch hinsichtlich des unbeweglichen Stators, ebenso in dem Uhrzeigersinn entgegengesetzter Richtung mit einer Geschwindigkeit, die gleich der Differenz der Umlaufzahlen ist, drehen:

$$n_R - n_m = n_S - n_m.$$

Was wird nun geschehen, wenn man, nachdem der Motor vom Stator aus angelassen ist, die Schalter A, B und C also nach links geschaltet worden sind, den Schalter B nach rechts umschaltet, d. h. auch den Rotor vom Netz aus zu speisen beginnt? Verweilen wir zunächst auf den elektrischen Vorgängen, indem wir annehmen, daß der Motor seinen Umlauf fortsetzt. Es fällt nicht schwer sich davon zu überzeugen, daß in diesem Falle der Rotor, der als Sekundärwicklung des vom Netz gespeisten Stators zu betrachten ist, durch zwei parallele Widerstände, Z_n und Z_S, kurzgeschlossen ist, wobei Z_n — den scheinbaren Widerstand des speisenden Netzes und Z_S — den scheinbaren Widerstand der Statorwicklung bedeutet.

Ähnlicherweise erscheint der Stator, der die Rolle einer Sekundärwicklung des vom Netz gespeisten Rotors spielt, durch zwei parallele Widerstände, Z_n und Z_R kurzgeschlossen; Z_n ist oben definiert worden, und Z_R ist der scheinbare Widerstand der Rotorwicklung.

Nehmen wir eine vollständige Identität der Stator- und Rotorwicklung an, so ist



$$Z_S = Z_R,$$

weshalb alle Vorgänge in jeder der beiden Wicklungen völlig gleichartig verlaufen müssen. Da nun aber beide Wicklungen gleichzeitig primär und sekundär sind, so werden sie gleichzeitig von zwei Strömen durchflossen: erstens vom Primärstrom I_1, von der Netzfrequenz ν, der seine Entstehung der angeschlossenen Netzspannung U verdankt, und zweitens vom induzierten Sekundärstrom I_2 von der Schlupffrequenz $\sigma\nu$, wobei σ den Schlupf bedeutet. Die Stator- und Rotorströme sind jederzeit der Größe nach gleich und sind in den Verzweigungspunkten des Netzes a, b und c einander entgegengerichtet (Bild 2); obgleich der Stator als Sekundärwicklung des doppeltgespeisten Motors durch zwei parallele Widerstände — demjenigen des Netzes und des Rotors — kurzgeschlossen ist, so verlaufen alle Vorgänge doch so, als ob es nur durch einen Widerstand, Z_n, kurzgeschlossen wäre. Dasselbe läßt sich auch in bezug auf den Rotor als der Sekundärwicklung des Stators sagen: es ist, als ob er durch den Widerstand Z_n kurzgeschlossen wäre.

Auf solche Weise finden sich in der Einzelkonstruktion des betrachteten asynchronen Motors zwei unabhängige asynchrone Drehstrommotoren vereinigt: für den einen ist der Stator die primäre und der durch den Netzwiderstand Z_n kurzgeschlossene Rotor die sekundäre Wicklung, für den zweiten ist umgekehrt der Rotor die Primärwicklung, während der Stator die Rolle der Sekundärwicklung spielt und durch denselben Netzwiderstand Z_n kurzgeschlossen ist.

Weiterhin soll der erste dieser Motoren durch A_{SR} und sein resultierender Fluß durch Φ_{SR} bezeichnet werden und für den zweiten Motor und dessen resultierenden Fluß werden entsprechend die Bezeichnungen A_{RS} und Φ_{RS} eingeführt. Die Reihenfolge der Buchstabenindizes der obigen Bezeichnungen, aus den Anfangsbuchstaben der Wörter „Stator" und „Rotor" bestehend, zeigt an, welche der beiden Wicklungen die Rolle der primären und welche die Rolle der sekundären spielt.

Aus dem früher Gesagten folgt, daß der Magnetfluß Φ_{SR} räumlich im Uhrzeigersinne mit der Frequenz ν rotiert, während die Rotation des Flusses Φ_{RS} gegen den Uhrzeigersinn mit der Frequenz $\sigma\nu$ erfolgt. In bezug aufeinander haben diese Magnetflüsse eine Umlauffrequenz gleich der Summe $\nu + \sigma\nu = \nu(1 + \sigma)$; deshalb wird der Mittelwert des durch ihre gegenseitige Einwirkung entstehenden Drehmomentes gleich Null.

Jedoch wird jeder der beiden magnetischen Flüsse, Φ_{SR} und Φ_{RS}, indem er auf den Strom des ihm entsprechenden Sekundärkreises einwirkt, sein eigenes Drehmoment, M_{SR} und M_{RS}, erzeugen.

Da auf Grund der gemachten Annahmen bezüglich der vollständigen Identität der beiden Motorwicklungen die Gleichung

$$\Phi_{SR} = \Phi_{RS}$$

Geltung haben muß, so müssen auch die von diesen Magnetflüssen erzeugten Drehmomente einander gleich sein:

$$M_{SR} = M_{RS}.$$

Das gesamte Drehmoment des Motors wird durch die Summe der Momente M_{SR} und M_{RS} bestimmt:

$$M = M_{SR} + M_{RS} = 2\,M_{SR} = 2\,M_{RS}. \tag{7}$$

Unter dem Einflusse dieses resultierenden Drehmomentes wird nun auch der Motor offenbar rotieren.

Die asynchrone Betriebsweise des asynchronen Drehstrommotors bei entgegengerichteter Rotation des Stator- und Rotorfeldes wird auch bei der Reihenschaltung der Stator- und Rotorwicklung möglich sein. Um von der Parallelschaltung der Wicklungen zu ihrer Reihenschaltung unter Benutzung des Schemas des Bildes 2 überzugehen, genügt es, nach dem Anlassen des Motors vom Stator aus (die Schalter A, B und C stehen links) den Schalter C nach rechts umzuschalten. Die zugeführte Spannung muß nach der Umschaltung in diesem Falle verdoppelt werden.



Zwecks Nachprüfung der angeführten Erklärungen der Arbeitsweise des Motors, der nach dem Schema des Bildes 2 mit parallel geschalteten Wicklungen betrieben wird, wurden im Elektromaschinen-Laboratorium des Polytechnischen Instituts in Leningrad Oszillogramme der Strom- und Spannungskurven des Motors aufgenommen. Für die Versuche wurde ein asynchroner Drehstrommotor der Garbe-Lahmeyer-Werke in Aachen, 7,5 PS, 230 Volt, 960 Umdr./Min., 50 Per./Sek. gewählt.

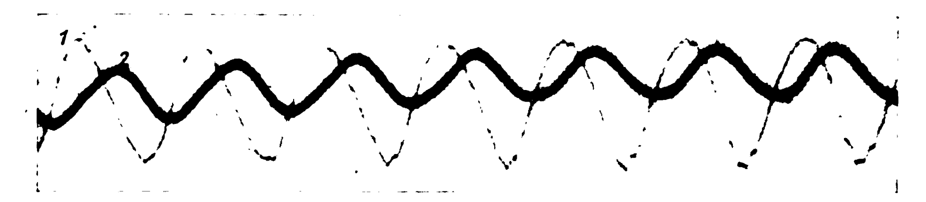


Bild 3. Die Spannungs- (1) und Stromstärkenkurve (2) für den Stator.

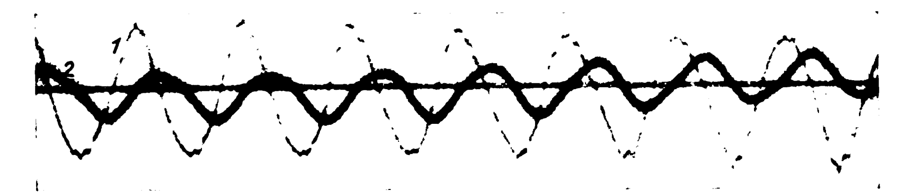


Bild 4. Die Spannungs- (1) und Stromstärkenkurve (2) für den Rotor.

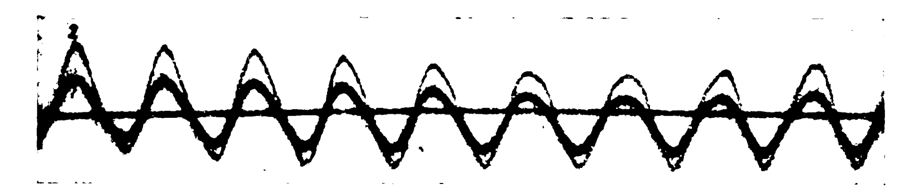


Bild 5. Die Stromkurven für den Rotor (1) und Stator (2).

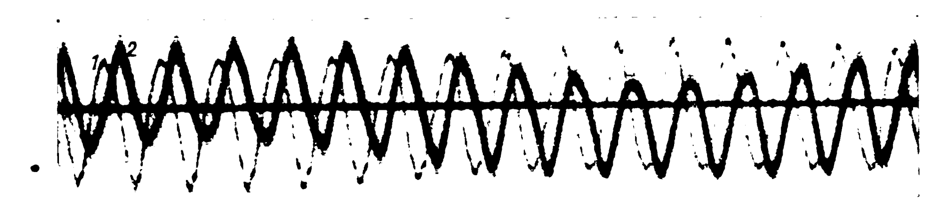


Bild 6. Die Spannungs- (1) und Stromstärkenkurve (2) für das Speisenetz.

Wegen der Verschiedenartigkeit der Stator- und Rotorwicklung wurde der Rotor vermittels eines Transformators ans Netz angeschlossen. Die erhaltenen Oszillogramme sind in den Bildern 3—6 wiedergegeben. Die nötigen Erklärungen zu den Oszillogrammen sind unter den Bildern angeführt; hier sei jedoch vermerkt, daß bei der Aufnahme der Oszillogramme weder der Abszissen- noch der Ordinatenmaßstab aus technischen Rücksichten eingehalten werden konnte; doch geben im allgemeinen die oszillographischen Kurven ein anschauliches Bild des bei der betrachteten Betriebsart stattfindenden Grundprozesses wieder und bestätigen in vollem Maße seine physikalische Erklärung, wie sie oben dargelegt worden ist.

2. Die Charakteristiken des betrachteten doppeltgespeisten Motors unter Anwendung des Überlagerungsprinzips.

Es sei jetzt vorausgesetzt, daß das den Motor speisende Netz seine Energie von einem Generator sehr großer Leistung erhält, und daß man deshalb den Netzwiderstand Z_n im Vergleich zum Widerstande $Z_S = Z_R$ vernachlässigen kann. Indem man die Arbeitscharakteristiken des asynchronen Motors einfacher Speisung als Funktion des Drehmomentes aufzeichnet, fällt es nicht schwer, die uns beim Betriebe des Motors als doppeltgespeisten interessierenden Größen zu finden.

Es genügt zu diesem Zwecke den Abszissenmaßstab zu verdoppeln, da laut Gleichung (7) die Motoren A_{SR} und A_{RS} die Belastung zu gleichen Hälften unter sich teilen werden.

Da beide Ströme, I_1 und I_2, gleichzeitig durch beide Wicklungen fließen, so zeigen die in den Stator- und Rotorkreis eingeschalteten Strommesser den effektiven Wert der resultierenden Stromstärke an, die letztere wird durch die Gleichung

$$I_S = I_R = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} \tag{8}$$

bestimmt.

Im Zusammenhang mit dieser Formel entsteht die Frage über die vom Standpunkte der Wärmewirkung zulässige Grenzbelastung des Motors bei dessen doppelter Speisung. Bei der einfachen Speisung erhält man im Stator Kupfer- und Eisenverluste; im Rotor hat man praktisch nur mit Kupferverlusten zu rechnen. Bei der doppelten Speisung hat man im Eisen des Rotors dieselben Verluste wie im Stator, doch gelangt der Rotor dadurch bloß in die gleichen Bedingungen wie der Stator. Auf diese Weise wird die Normalbelastung des doppeltgespeisten Motors durch die maximalen Kupferverluste jeder der beiden Wicklungen bestimmt, d. h. durch die Bedingung, daß die Temperatur dieser Wicklungen nicht diejenige überschreite, die bei der Berechnung des Motors unter der Annahme einfacher Speisung maßgebend gewesen ist. Anders gesagt, der resultierende Strom des Stators und Rotors darf nicht größer sein als der normale der Berechnung des Motors zugrunde gelegte Strom:

$$I_S = I_R = I_N. \tag{9}$$

Bei voller Belastung des einfachgespeisten Motors ist bei identischen Wicklungen der sekundäre Strom kleiner als der primäre, da letzterer den Magnetisierungsstrom des Motors hergeben muß. Nehmen wir jedoch an, daß

$$I_2 \cong I_1,$$

dann erhält man aus Gleichung (8), daß

$$I_S = I_R = \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = \sqrt{2\, I_1^2} = I_1 \sqrt{2}.$$

Wird die Bedingung (9) erfüllt, so kann man offenbar für den Primärstrom wie der Stator-, so auch der Rotorwicklung Werte zulassen, die

$$\frac{I_N}{\sqrt{2}} = 0{,}707\, I_N$$

nicht übersteigen.

Der resultierende vom Motor verbrauchte Primärstrom beträgt demnach

$$I = 2 \cdot 0{,}707\, I_N = 1{,}41\, I_N, \tag{10}$$

d. h. er ist um etwa 40% größer als beim Betriebe des Motors mit einfacher Speisung. Zieht man den vorher erwähnten Umstand, daß $I_2 < I_1$, in Betracht, so erhält man, daß bei der doppelten Speisung die Leistung des Motors im Vergleich zur Leistung des einfachgespeisten Motors nahezu um 50% vergrößert werden kann. Es sind jedoch, wie wir später (Abschnitt 3) sehen werden, noch andere Umstände vorhanden, die diese Leistungsvergrößerung bedeutend herabsetzen.

Unsere Betrachtungen gründeten sich auf der Vernachlässigung des vollen Netzwiderstandes ($Z_n = 0$). Benutzt man das Kreisdiagramm, so kann man leicht



ersehen, was geschehen muß, wenn diese Annahme nicht zutrifft, da sich dann die Frage auf den Einfluß der Vergrößerung des Wirk- und Blindwiderstandes auf die Arbeit des gewöhnlichen einfachgespeisten Motors zurückführen läßt. Bekanntlicherweise ist der Blindwiderstand des sekundären Stromkreises jene Größe, welche den Durchmesser des Kreises bestimmt, und zwar ist der Durchmesser dieses Kreises umgekehrt proportional dem Blindwiderstande des sekundären Stromkreises. Folglich wird X_n in demselben Maß, wie sich mit der Vergrößerung von X_n des Netzes der Stromstärkenkreis und mit ihm auch die Maximalleistung jeder der im doppeltgespeisten Motor steckenden beiden Motoren A_{SR} und A_{RS} verkleinern wird, die

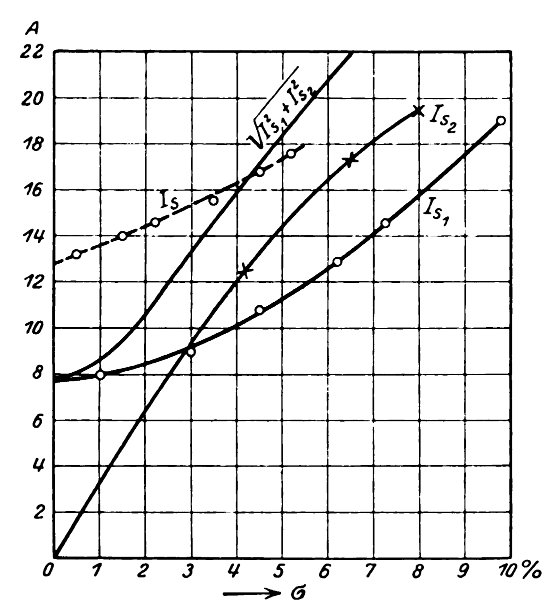


Bild 7. Die Abhängigkeit des Primärstromes des Motors A_{SR}, des Sekundärstromes des Motors A_{RS} und des Statorstromes bei doppelter Speisung vom Schlupfe.

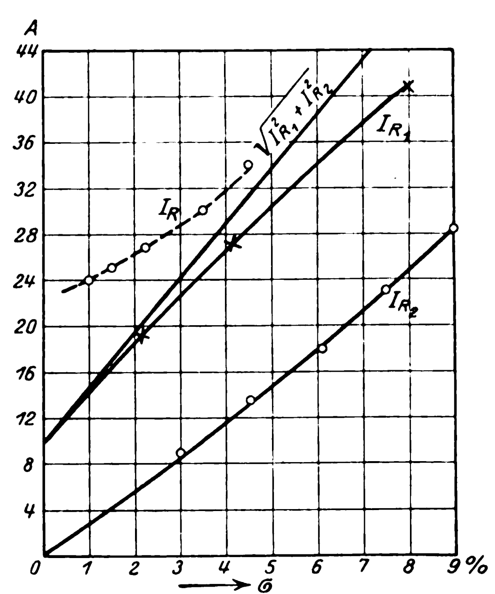


Bild 8. Die Abhängigkeit des Primärstromes des Motors A_{RS}, des Sekundärstromes des Motors A_{SR} und des Rotorstromes bei doppelter Speisung vom Schlupfe.

gesamte Leistung des mit doppelter Speisung betriebenen Motors herabsetzen. Was die Vergrößerung des sekundären Wirkwiderstandes auf Kosten des Netzwiderstandes Z_n anbelangt, so erhöht sie den Schlupf und hat also eine Verringerung des Wirkungsgrades des Motors zur Folge.

Alle unsere Betrachtungen vollzogen sich unter der Voraussetzung, daß beide Wicklungen des Motors vollständig identisch sind und daß also beide Motoren A_{SR} und A_{RS} völlig miteinander übereinstimmen und dieselben Charakteristiken aufweisen. Wenn eine solche Identität der beiden Motoren A_{SR} und A_{RS} fehlt, so wird die Aufteilung zwischen ihnen des gesamten äußeren Widerstandsmomentes von dem Verhältnis der Schlupfcharakteristiken dieser Motoren abhängen. Wenn z. B. bei der Belastung des Motors A_{RS} durch eine Bremse er bei 4 kg denselben Schlupf zeigt wie der Motor A_{RS} entsprechend einer Belastung von 2 kg, so erhält man, nachdem der Motor nach dem Schema der doppelten Speisung in Betrieb gesetzt und mit 6 kg belastet worden ist, eine Verteilung dieser Belastung zwischen den Motoren A_{SR} und A_{RS} im Verhältnis 4 : 2. Die Stromstärken im Stator und Rotor sind dabei verschieden und an Stelle der Gleichung (8) erhalten wir jetzt zwei Gleichungen, die eine für den Stator

$$I_S = \sqrt{I_{S_1}^2 + I_{S_2}^2} \tag{11}$$

und die andere für den Rotor

$$I_R = \sqrt{I_{R_1}^2 + I_{R_2}^2}. \tag{12}$$

Hier bedeutet:

I_{S_1} und I_{S_2} den primären und sekundären Strom im Stator,

I_{R_1} und I_{R_2} den primären und sekundären Strom im Rotor.

Da der erwähnte uns zur Verfügung gestandene Motor der Garbe-Lahmeyer-Werke verschiedenartige Wicklungen besaß und der Rotor bei der doppelten Speisung ans Netz durch einen Transformator angeschlossen werden mußte, so waren wir bei der Nachprüfung der den Stator- und Rotorstrom betreffenden Schlußfolgerungen auf die Benutzung der Gleichungen (11) und (12) angewiesen.

Die durch Versuche gefundene Abhängigkeit der primären und sekundären Stromstärken der Motoren A_{SR} und A_{RS} vom Schlupfe ist in den Bildern 7 und 8[1] wiedergegeben. Diese Bilder enthalten auch einerseits die Kurven der Stromstärken I_S und I_R, wie sie nach Gleichungen (11) und (12) berechnet wurden (ausgezogene Linien), andererseits die entsprechenden aus den Versuchen bei doppelter Speisung erhaltenen Werte (punktierte Linien).

Wie zu ersehen ist, haben sich sehr starke Abweichungen der berechneten von den experimentell gewonnenen Werten der resultierenden Stator- und Rotorströme ergeben. Die Ursache dieser Abweichungen ist darin enthalten, daß wir das Prinzip der Überlagerung angewandt und dabei jene Änderung der magnetischen Permeabilität des Eisens, welche in Wirklichkeit wegen der gleichzeitigen Magnetisierung des Stator- und Rotoreisens durch zwei Flüsse, Φ_{SR} und Φ_{RS}, stattfindet, nicht berücksichtigt haben.

3. Die tatsächlichen Charakteristiken des Motors.

Sind im Motor gleichzeitig zwei magnetische Flüsse, Φ_{SR} und Φ_{RS}, vorhanden, so ist es klar, daß die magnetische Permeabilität des Eisens eine andere sein muß,

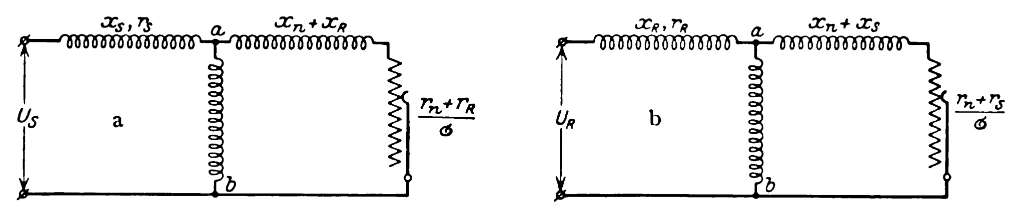


Bild 9. Die Equivalenzschemata: a) des Motors A_{SR}, b) des Motors A_{RS}.

als wenn nur einer dieser beiden Flüsse vorhanden wäre. Wirken die beiden Motoren A_{SR} und A_{RS} unabhängig voneinander, so haben ihre Equivalenzschemata die in den Bildern 9a und 9b wiedergegebene Form. Bei der gleichzeitigen Wirkung der beiden Motoren ist der Leitwert der Abzweigung *ab* ein anderer, weshalb auch die Leerlaufströme der Motoren A_{SR} und A_{RS} bei doppelter Speisung andere Werte erhalten als bei der einfachen Speisung.

Konstruiert man die Kreisdiagramme für die abgeänderten Equivalenzschemata und bestimmt alle resultierenden Größen, so erhält man die Charakteristiken der doppeltgespeisten Maschinen unter Berücksichtigung der Änderung ihres magnetischen Zustandes. Der zur Konstruktion der Kreisdiagramme notwendige Leerlaufstrom kann bestimmt werden, indem man den Leerlaufversuch, bei welchem die Drehgeschwindigkeit des doppeltgespeisten Motors fast synchron ist, ausführt. In diesem Falle sind die sekundären Ströme sehr klein und die Strommesser im Stator- und Rotorkreise werden den Strom $I_{S_{10}}$, bzw. $I_{R_{10}}$, welche praktisch die Netzfrequenz

[1] Bei diesem Versuche wurde der Widerstand des Speisenetzes wegen seiner geringen Größe vernachlässigt, doch wurde das Vorhandensein eines zusätzlichen Widerstandes (des Transformators) im Rotorstromkreise in Betracht gezogen.



besitzen, und die Leistungsmesser die durch diese Stromstärken bestimmten Leistungen anzeigen. Die Bestimmung der für die Konstruktion der Kreisdiagramme notwendigen Kurzschlußströme wird ebenso ausgeführt wie für die einfachgespeisten Motoren.

Die Versuche mit dem schon mehrmals erwähnten Motor der Garbe-Lahmeyer-Werke ergaben folgende Resultate:

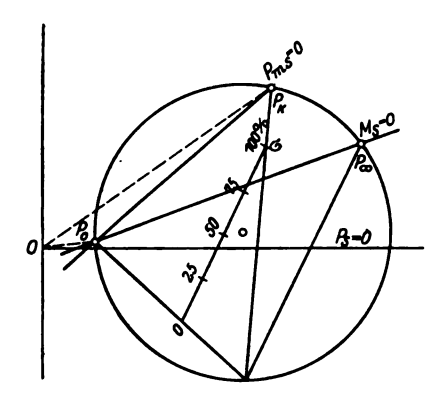


Bild 10. Das Kreisdiagramm des Motors ASR.

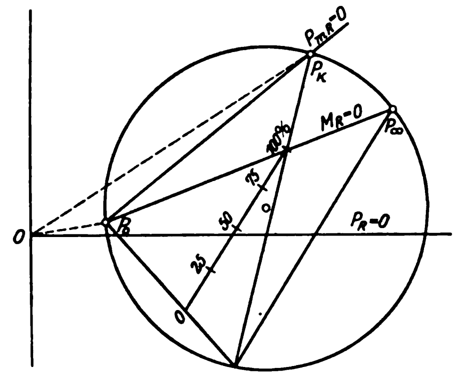


Bild 11. Das Kreisdiagramm des Motors ARS.

a) Leerlaufversuch bei doppelter Speisung[1]:

Stator — $U_S = 210$ V; $I_{S_{10}} = 12{,}8$ A; $P_{S_0} = 500$ W,

Rotor — $U_R = 81$ V; $I_{R_{10}} = 23{,}2$ A; $P_{R_0} = 500$ W.

b) Kurzschlußversuch auf der Statorseite unter Berücksichtigung des Transformatorwiderstandes im Rotorkreis:

$Z_{SK} = 2{,}88\,\Omega$; $\cos\varphi_{SK} = 0{,}580$.

c) Kurzschlußversuch auf der Rotorseite:

$Z_{RK} = 0{,}78\,\Omega$; $\cos\varphi_{RK} = 0{,}545$.

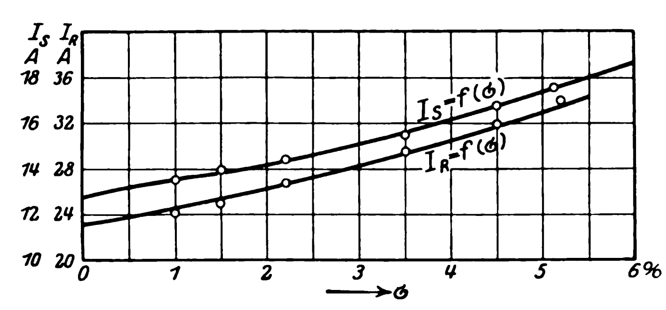


Bild 12. Die Abhängigkeit der resultierenden Stator- und Rotorströme vom Schlupfe auf Grund der Kreisdiagramme (Kurven) und der Versuchsergebnisse (Punkte).

Von diesen Ergebnissen ausgehend, wurden die Diagramme (Bild 10 und 11) für die Motoren ASR und ARS gezeichnet, und auf Grund der aus diesen Diagrammen erhaltenen Charakteristiken wurden die Charakteristiken für dieselbe, jedoch doppeltgespeiste Maschine bestimmt (Bild 12—14).

Auf diese Kurven sind die durch Kreise vermerkten Versuchsergebnisse, die bei der Bremsung des doppeltgespeisten Motors gefunden worden sind, aufgetragen. Wie man sieht, ist die Übereinstimmung der Versuchsergebnisse mit den aus den Diagrammen berechneten Werten eine vollständige.

[1] Es ist interessant zu bemerken, daß bei einfacher Speisung die Leerlaufstromstärken der Motoren ASR und ARS denselben Spannungen entsprechend 7,6 A bzw. 11 A betrugen.

Im vorhergehenden haben wir stets von der Arbeit der doppeltgespeisten asynchronen Drehstrommaschine in der Eigenschaft eines asynchronen Motors gesprochen. Aus den Kreisdiagrammen ist zu ersehen, daß dieser Maschine alle jene Betriebsweisen eigen sind, die für die einfachgespeiste asynchrone Drehstrommaschine Geltung haben, d. h. sie kann als asynchroner Motor, asynchroner Generator und Bremse betrieben werden.

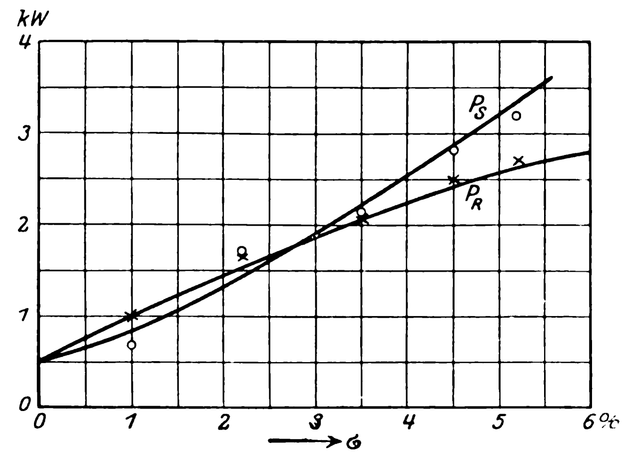


Bild 13. Die Abhängigkeit der dem Stator und Rotor zugeführten Leistungen vom Schlupfe auf Grund der Kreisdiagramme (Kurven) und der Versuchsergebnisse (Punkte).

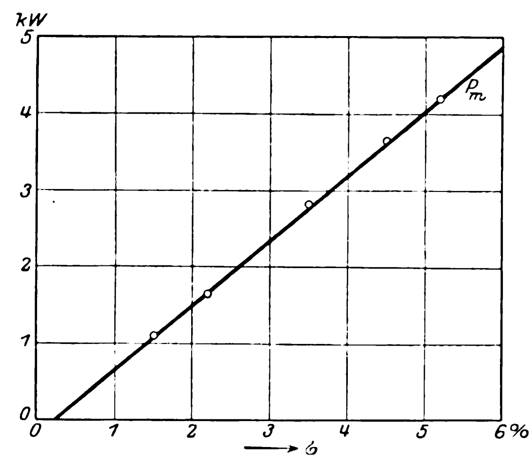


Bild 14. Die Abhängigkeit der Nutzleistung vom Schlupfe auf Grund des Kreisdiagramms (Kurven) und der Versuchsergebnisse (Punkte).

4. Rückwirkung des doppeltgespeisten Motors auf das Netz.

Bis hierhin wurde angenommen, daß die Leistung des doppeltgespeisten asynchronen Motors klein ist gegenüber der Leistung des ihm Energie zuliefernden Generators, weshalb man damit rechnen konnte, daß die Netzspannung sinusoidal verbleibt und daß der sekundäre Stromkreis jedes der equivalenten einfachgespeisten Motoren, A_{SR} und A_{RS}, kurzgeschlossen ist.

Die vorerwähnten Versuche wurden durch Anschluß an das Leningrader Stadtnetz ausgeführt, was die obige Voraussetzung rechtfertigen mußte. Ist aber die Leistung des asynchronen Motors von derselben Größenordnung wie die Leistung des speisenden Generators, so können gewisse zusätzliche Erscheinungen sich geltend machen.



Da diese Erscheinungen außerordentlich verwickelt sind, so betrachten wir sie bloß vom qualitativen Standpunkte aus für den Fall, wenn die Stator- und Rotorwicklung des asynchronen Motors identisch sind, d. h. wenn

$$r_S = r_R, \quad x_S = x_R$$

und die in beiden Wicklungen induzierten, die Netzfrequenz besitzenden EMKe dieselbe Größe haben und phasengleich sind.

Zuerst betrachten wir die Einwirkung des Stromes von der Frequenz $\sigma\nu$ auf den Generator, indem wir annehmen, daß der doppeltgespeiste asynchrone Motor der einzige Abnehmer der vom Generator erzeugten Energie ist.

Der Strom von der Frequenz $\sigma\nu$ erzeugt beim Durchfließen der Statorwicklung des Generators ein magnetisches Feld, das relativ zum Stator und folglich auch im Raume gegen den Uhrzeigersinn rotiert, und zwar mit einer Drehgeschwindigkeit, welche der Frequenz $\sigma\nu$ entspricht, falls die Pole im Uhrzeigersinn mit der Frequenz ν rotieren, da die zeitliche Phasenfolge im Stator und Rotor des asynchronen Motors bei unserem Schema verschieden ist (s. Bild 2).

Es werden deshalb in der Erregerwicklung des Generators Ströme von der Frequenz $\nu + \sigma\nu = (1 + \sigma)\nu$ induziert, welche ihrerseits ein pulsierendes Feld (da die Erregerwicklung einphasig ist), das unbeweglich in bezug auf den Rotor ist, aber im Raume mit der Frequenz ν im Uhrzeigersinn umläuft, erzeugen.

Dieses Feld kann in zwei Komponenten, die hinsichtlich des Generatorrotors mit derselben Frequenz $(1 + \sigma)\nu$, aber in entgegengesetzter Richtung rotieren, zerlegt werden.

Eines dieser Felder, und zwar das gegen den Uhrzeigersinn mit der Frequenz $(1 + \sigma)\nu$ rotierende, wird im Raume gleichfalls eine gegen den Uhrzeigersinn gerichtete Drehgeschwindigkeit der Frequenz $\sigma\nu$ entsprechend besitzen, hinsichtlich des Feldes von der Frequenz $\sigma\nu$ des Generatorstators wird es also unbeweglich sein; durch die Aufeinanderwirkung dieser beiden Felder entsteht ein gewisses Drehmoment.

Das sich in bezug auf den Generatorrotor im Sinne des Uhrzeigers mit der Frequenz $(1 + \sigma)\nu$ rotierende Feld wird auch im Raume gleichfalls im Uhrzeigersinne mit der Frequenz $(1 + \sigma)\nu + \nu = (2 + \sigma)\nu$ rotieren und infolgedessen im Stator des Generators eine EMK von derselben Frequenz erzeugen.

Infolge dieser EMK durchfließt die Stator- und Rotorwicklung des asynchronen Motors ein primärer Strom von der Frequenz $(2 + \sigma)\nu$; die sekundären Ströme werden dabei die Frequenz

$$(2 + \sigma)\nu - (1 - \sigma)\nu = (1 + 2\sigma)\nu$$

besitzen.

Betrachtet man die durch die sekundären Ströme von dieser Frequenz erzeugte Wirkung ebenso, wie es für die Ströme der Frequenz $\sigma\nu$ getan worden ist, so erhält man im Rotor des asynchronen Generators einen Strom von der Frequenz $(2 + 2\sigma)\nu$ und eine EMK im Stator des Generators von der Frequenz $(3 + 2\sigma)\nu$. Setzt man die Analyse in demselben Sinne, wie oben, fort, so werden endgültig im asynchronen Motor primäre Ströme von folgenden Frequenzen erhalten:

$$\nu, \ (2 + \sigma)\nu, \ (3 + \sigma)\nu \text{ usw.},$$

während die sekundären Ströme des Induktionsmotors die Frequenz

$$\sigma\nu, \ (1 + 2\sigma)\nu, \ (2 + 3\sigma)\nu \text{ usw.}$$

und die Ströme in der Erregerwicklung des Generators die Frequenzen

$$0, \ (1 + \sigma)\nu, \ (2 + 2\sigma)\nu \text{ usw.}$$

haben werden.

Alle diese Ströme sind deshalb entstanden, weil der Rotor des synchronen Generators einphasig ist.



Die Rückwirkung auf den asynchronen Motor aller Generatorströme von der Frequenz höher als ν kann völlig vernachlässigt werden, da die Amplituden dieser Ströme in dem Maß, wie die Frequenzen wachsen, rasch abfallen[1].

Wenn der Generator außer dem doppeltgespeisten asynchronen Motor noch Beleuchtungsquellen speist, so kann infolge der zusätzlichen Spannung von der Frequenz $\sigma\nu$, ein Flimmern des Lichtes auftreten.

Prof. H. A. Lust[2] fand seinerzeit, daß jeder Frequenz der zusätzlichen Spannung, die sich der Gleichspannung überlagert, eine bestimmte Amplitude, bei der das Flimmern des Lichtes für das Auge wahrnehmbar wird, entspricht. In Bild 15 ist die Abhängigkeit dieser Amplitude von der Frequenz wiedergegeben.

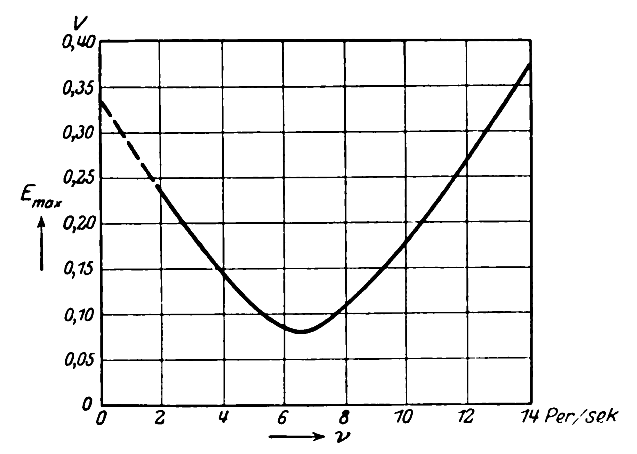


Bild 15. Die Abhängigkeit der zulässigen Grenzwerte der Amplitude der Pulsations-EMK von der Pulsationsfrequenz.

Indem wir von dieser Kurve ausgehen und voraussetzen, daß die Stator- und Rotorwicklung einander gleich sind, bestimmen wir, in welchem Verhältnis der Gesamtwiderstand Z_n des Netzes zum Wicklungswiderstand des Asynchronmotores bei verschiedenen Schlupfgrößen stehen muß, damit das Flimmern vermieden werde (wir nehmen an, daß $Z_S = Z_R = Z$; $Z = \sqrt{r^2 + x^2}$).

Die Netzspannung sei U, die Frequenz ν. Bei einem gewissen Schlupf σ ist die Schlupffrequenz gleich $\sigma\nu$, und in der Stator- und Rotorwicklung wird eine EMK induziert, deren effektiver Wert $E_{\nu\sigma}$ annähernd gleich $U\sigma$ gesetzt werden kann.

Da beide Wicklungen parallel geschaltet sind, so erhält man unter der Voraussetzung, daß $\frac{r}{x} = \frac{r_n}{x_n}$:

$$Z_n : \frac{Z_S}{2} = U_{\nu\sigma} : (E_{\nu\sigma} - U_{\nu\sigma}). \tag{13}$$

Hierin bedeutet $U_{\nu\sigma}$ den effektiven Wert der Klemmenspannung des Netzes von der Frequenz $\sigma\nu$.

Indem man diese Gleichung und die Kurve des Bildes 15 benutzt, kann leicht für beliebige gegebene Werte von U, ν und des Schlupfes σ die zulässige Größe des Verhältnisses $\frac{Z_n}{Z_S}$, bei welchem das Flimmern noch unbemerkbar bleibt, gefunden werden.

[1] Ein ähnliches Bild wird bei der einachsigen Schaltung des Rotors des asynchronen Drehstrommotors erhalten. Vgl. L. Dreyfus, Die Theorie des Drehstrom-Asynchronmotors in der einachsigen Schaltung und ihre experimentelle Nachprüfung. Berlin 1910, S. 42—43.

[2] H. A. Lust, Zur Frage über die Anwendung von Dieselmotoren in den Elektrizitätswerken. Mitteilungen aus dem Polytechnischen Institut in St. Petersburg, 1912, Folge 1, S. 197.

Es sei z. B. $U_S = 230$ V., $\nu = 50$ Per./Sek. Für $\sigma = 4\%$ ist die EMK. $E_{\nu\sigma} = 230 \cdot 0{,}04 = 9{,}2$ V., $\sigma\nu = 2$ Per./Sek. Für diese Frequenz gilt auf Grund der Kurve des Bildes 15, daß

$$U_{\nu\sigma} \not> \frac{0{,}24}{\sqrt{2}} = 0{,}163 \text{ V.}$$

Folglich muß die Bedingung erfüllt werden:

$$Z_n : \frac{Z_S}{2} = 0{,}163 : (9{,}2 - 0{,}163) = 0{,}018,$$

oder



$$Z_n : Z = 0{,}9\%.$$

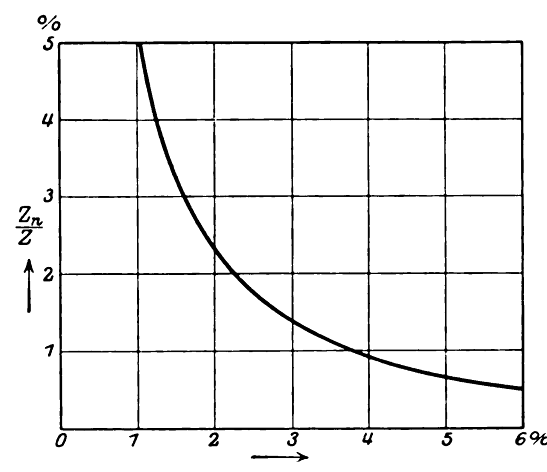


Bild 16. Die Abhängigkeit des Verhältniswertes $\frac{Z_n}{Z}$ von der Schlupffrequenz.

In Bild 16 ist die Abhängigkeit $\frac{Z_n}{Z}$ vom Schlupfe für $U = 230$ V und $\nu =$ 50 Per./Sek. dargestellt.

Ähnlicherweise können solche Kurven auch für andere Spannungen und Netzfrequenzen gezeichnet werden.

Vergleicht man die auf Grund dieser Kurven gefundenen Werte $\frac{Z_n}{Z}$ mit den Daten des Asynchronmotors und des Netzes, so kann bestimmt werden, ob der Betrieb des doppeltgespeisten asynchronen Motors auf das Netz rückwirken wird oder nicht.

II. Die asynchrone Betriebsweise bei der Rotation des Stator- und Rotorfeldes in ein und derselben Richtung.

5. Das physikalische Bild dieser Betriebsweise.

Die Stator- und Rotorwicklung der asynchronen Drehstrommaschine seien so ans Netz angeschlossen, daß die von ihnen erzeugten magnetischen Felder in ein und derselben Richtung hinsichtlich der entsprechenden Wicklung rotieren. Nehmen wir an, daß der Rotor in Umlauf in der Felddrehrichtung mit der Geschwindigkeit n_m Umdr./Min., welche annähernd gleich, aber doch kleiner als die synchrone ist, versetzt werde. Dann erzeugen die die Stator- und Rotorwicklung durchfließenden Ströme von der Netzfrequenz zwei magnetische Flüsse, Φ_{SR} und Φ_{RS}, die hinsichtlich der ihnen entsprechenden Wicklungen in ein und derselben Richtung mit der Geschwindigkeit

$$n = \frac{60}{p} \nu \text{ Umdr./Min.}$$

rotieren.

Mit Bezug auf den Fluß Φ_{S_1} ist die Rotorwicklung auf den vollen Widerstand des sie speisenden Netzes geschaltet und besitzt die Drehgeschwindigkeit $(n - n_m)$ Umdr./Min.; folglich werden in ihr sekundäre Ströme von der Frequenz

$$\sigma \nu = \frac{n - n_m}{n} \nu$$

induziert.

Diese Ströme lassen ihren eigenen Fluß Φ_{R_2} entstehen, der in bezug auf den Rotor mit der Geschwindigkeit σn_m Umdr./Min. und im Raume mit der Geschwindigkeit n Umdr./Min. rotieren wird.

Die hinsichtlich einander unbeweglichen Flüsse Φ_{S_1} und Φ_{R_2} erzeugen das resultierende Feld Φ_{SR} und das demselben entsprechende Drehmoment M_{SR}.

Da der Rotor selbst im Raume mit der Geschwindigkeit n_m Umdr./Min. in der Drehrichtung des Flusses Φ_{R_1} rotiert, so rotiert der Fluß Φ_{R_1} hinsichtlich des Raumes und folglich auch in Bezug auf den Stator mit der Geschwindigkeit

$$n + n_m = (2 - \sigma) n.$$

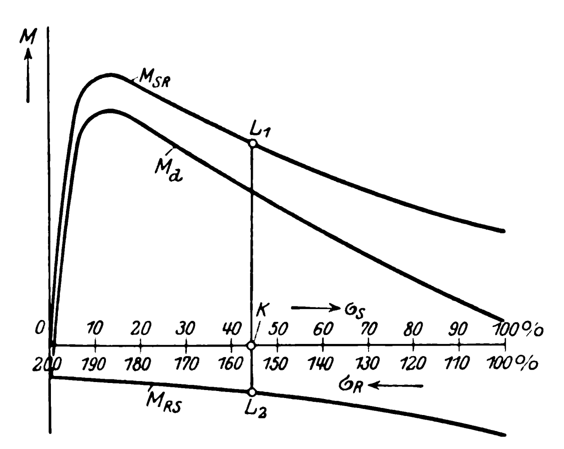


Bild 17. Die Konstruktion der Drehmomentskurve bei doppelter Speisung (Das Stator- und Rotorfeld rotieren beide in derselben Richtung).

Infolgedessen werden in der Statorwicklung sekundäre Ströme von der Frequenz $(2 - \sigma)\nu$ induziert; diese Ströme erzeugen den Fluß Φ_{S_2}. Letzterer ist hinsichtlich des Flusses Φ_{R_1} unbeweglich, und beide bilden den resultierenden Fluß Φ_{RS} und lassen ein gewisses Drehmoment M_{RS} entstehen.

Indem die Flüsse Φ_{RS} und Φ_{SR} aufeinander einwirken, erzeugen sie gleichfalls ein gewisses Drehmoment, doch da diese beiden Flüsse mit verschiedenen Drehgeschwindigkeiten im Raume rotieren, so wird der mittlere Wert dieses Drehmomentes während einer Periode gleich Null sein.

Auf diese Weise erhalten wir in der Einzelkonstruktion unserer Maschine auch bei der Rotation des Stator- und Rotorfeldes in derselben Richtung zwei einfachgespeiste asynchrone Drehstrommaschinen vereinigt; in der einen bildet den Primärkreis der Stator und den Sekundärkreis der auf den Gesamtwiderstand des den Rotor speisenden Netzes geschaltete Rotor; in der zweiten Maschine ist der Primärkreis der Rotor, während der Sekundärkreis durch den Stator, der auf den Gesamtwiderstand des ihn speisenden Netzes kurzgeschlossen ist, gebildet wird. Laut den obenangegebenen Bezeichnungen muß die erste Maschine als A_{SR} und die zweite als A_{RS} bezeichnet werden.

Auf Grund des oben Gesagten folgt, daß die Maschine A_{SR} als Motor und die Maschine A_{RS} als Bremse arbeiten wird. Die von diesen Maschinen erzeugten Drehmomente M_{SR} und M_{RS} werden entgegengesetzt gerichtet sein, weshalb das



resultierende Drehmoment durch ihre Differenz bestimmt wird. Es ist offensichtlich, daß, wenn man, nachdem der Rotor mit der Geschwindigkeit, welche nahezu gleich, aber doch etwas kleiner als die synchrone ist, in der Drehrichtung des Magnetfeldes in Umlauf versetzt worden ist, den Hilfsmotor abschaltet, der Rotor mit derselben Geschwindigkeit zu rotieren nur in dem Falle fortfährt, wenn bei dieser Geschwindigkeit das Drehmoment des Motors A_{SR} größer sein wird als das ihm entgegengesetzt gerichtete Drehmoment des Motors A_{RS}, und zwar um einen Wert, der zur Überwindung des äußeren Widerstandsmomentes genügt.

Die obigen Auseinandersetzungen werden durch das Bild 17 gut verdeutlicht; hier gibt die Kurve, welche über der Abszissenachse liegt, die Abhängigkeit des Drehmomentes A_{SR} vom Schlupfe wieder, während die unterhalb der Abszissenachse gezeichnete Kurve dieselbe Abhängigkeit für den Motor A_{RS} darstellt. Der der gegebenen Rotorgeschwindigkeit n_m entsprechende Schlupf ist in Bild 17 durch den Buchstaben K gekennzeichnet. Bezeichnen wir die Differenz der Ordinaten KL_1 und KL_2, welche diesem Schlupf entsprechen, durch M_d. Diese Differenz muß offenbar gleich dem äußeren Widerstandmoment M_W sein. Besteht eine solche Gleichheit nicht, so wird nach Abschaltung des Hilfsmotors die Rotorgeschwindigkeit sich ändern, bis dieses Gleichgewicht erreicht wird.

Hätte man den Rotor vermittels eines Hilfsmotors in Umlauf mit der Geschwindigkeit n_m, welche nahezu gleich, aber doch kleiner als die synchrone ist, versetzt, wobei die Drehrichtung derjenigen des rotierenden Feldes entgegengesetzt wäre, so würde das gleiche Bild erhalten werden, doch wären die Rollen der Maschinen A_{SR} und A_{RS} gegenseitig vertauscht: die Maschine A_{RS} würde als Motor und die Maschine A_{SR} als Bremse wirken.

6. Die Charakteristiken der betrachteten doppeltgespeisten Maschine.

Da der Betrieb einer solchen Maschine sich auf die Arbeit zweier Maschinen einfacher Speisung zurückführen läßt, so können folglich ihre Charakteristiken auf Grund der Charakteristiken der einfachgespeisten Maschinen A_{SR} und A_{RS} aufgezeichnet werden. Die Bestimmung der resultierenden Ströme, Drehmomente und Leistungen erfolgt nach denselben Formeln, die für die entsprechenden Größen bei der Beschreibung der früher betrachteten Betriebsweise abgeleitet wurden. Natürlich muß auch in diesem Falle bei der Konstruktion der den Maschinen A_{SR} und A_{RS} entsprechenden Kreisdiagramme die Änderung der magnetischen Permeabilität des Eisens infolge der gleichzeitigen Existenz der Flüsse Φ_{RS} und Φ_{SR} berücksichtigt werden.

Die Nachprüfung der Konstruktion des Kreisdiagramms konnte im vorliegenden Fall an einer normalen Maschine nicht ausgeführt werden, da beim Betriebe als Bremse bei normaler Spannung die Stromstärken die zulässigen Werte übersteigen; setzt man die Spannung soweit herab, daß die Stromstärken unterhalb der zulässigen Werte bleiben, so verkleinern sich die Drehmomente und die Ausführung der Versuche wird erschwert.

Die Untersuchung dieser Betriebsweise wurde an einem Drehstrommotor der Ericson-Werke etwa 0,1 PS Leistung, 110 V Spannung und 50 Per/min ausgeführt; der Motor hat 2 Polpaare; die Windungszahlen der Phasenwicklungen des Stators und Rotors sind dieselben.

Infolge der geringen Leistung der Maschine unterschieden sich die aus dem Kreisdiagramm erhaltenen, der einfachen Speisung entsprechenden Werte der Sekundärströme, des Schlupfes und der Netzleistung stark von den Versuchswerten; deshalb mußten die Charakteristiken bei doppelter Speisung auf Grund der aus Versuchen erhaltenen Charakteristiken der Maschinen A_{SR} und A_{RS} konstruiert werden. Eine solche Konstruktion gestattete nicht die Änderung der magnetischen



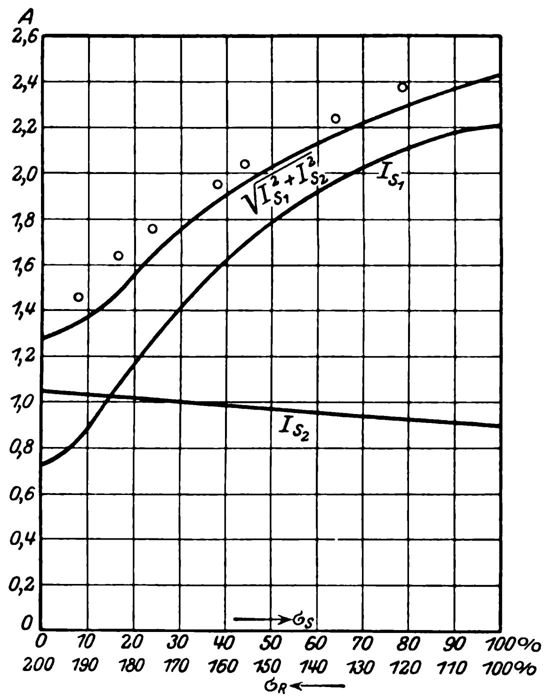


Bild 18. Die Abhängigkeit der Statorströme vom Schlupfe bei doppelter Speisung. (Die umkreisten Punkte entsprechen den Versuchsergebnissen.)

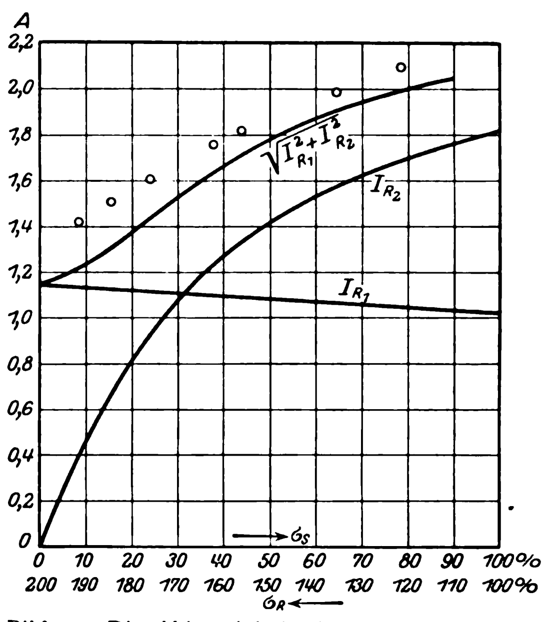


Bild 19. Die Abhängigkeit der Rotorströme vom Schlupfe bei doppelter Speisung. (Die umkreisten Punkte entsprechen den Versuchsergebnissen.)

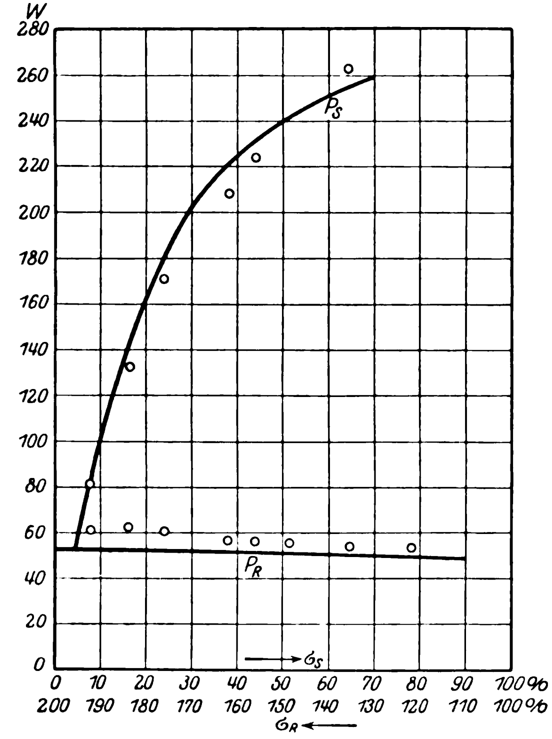


Bild 20. Die Abhängigkeit der dem Stator und Rotor zugeführten Leistungen vom Schlupfe bei doppelter Speisung. (Die umkreisten Punkte entsprechen den Versuchsergebnissen.)

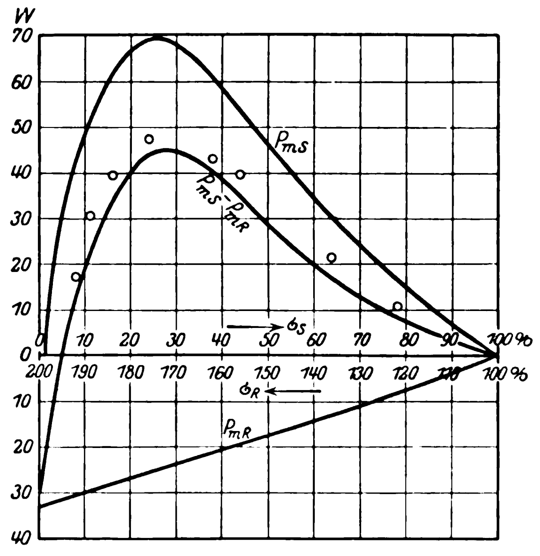


Bild 21. Die Abhängigkeit der mechanischen Leistung vom Schlupfe bei doppelter Speisung. (Die umkreisten Punkte entsprechen den Versuchsergebnissen.)

Permeabilität des Maschineneisens zu berücksichtigen, und das war auch die Ursache der Abweichung der Versuchsergebnisse von der in Bild 18—21 berechneten Werte. Doch war dieser Unterschied nicht groß, da die Maschine nicht zu stark gesättigt war.

7. Schlußbemerkung.

Die asynchrone Betriebsweise des von ein und demselben Netz doppeltgespeisten Asynchron-Drehstrommotors, die der Rotation des Stator- und Rotorfeldes in entgegengesetzten Drehrichtungen (Abschnitt 1) entspricht, wird schwerlich praktische Bedeutung erlangen. Wie wir gesehen haben, wird die zulässige Leistung des Motors beim Anschluß ans Netz, welches gleichzeitig zu Beleuchtungszwecken dient, sehr stark infolge der sich den Netzspannungen überlagernden, vom Motor erzeugten Pulsationen begrenzt. Andererseits ruft die Vergrößerung des Leerlaufstromes bei doppelter Speisung eine bedeutende Verschlechterung des Leistungsfaktors eines solchen Motors hervor und hebt fast vollständig die theoretisch mögliche Vergrößerung der Motorleistung auf (Abschnitt 3). Nichtsdestoweniger denken wir: Die Tatsache an und für sich, daß eine solche Betriebsweise sich als möglich erweist, im Gegensatz zu den Folgerungen, die aus den hergebrachten Formeln abgeleitet werden, darf auf ein gewisses Interesse rechnen.

Was den von ein und demselben Netz doppeltgespeisten Asynchronmotor, der bei der Rotation des Stator- und Rotorfeldes in der gleichen Drehrichtung entsteht, betrifft, so wurde man mit dieser Betriebsweise in der Praxis dann bekannt, als Versuche gemacht wurden, die asynchronen Drehstrommotoren, welche nach dem in Bild 1 gegebenen Schema betrieben werden, zur Fernübertragung von Drehungswinkeln anzuwenden. Und zwar zeigte die Erfahrung, daß die gesteuerten Motoren manchmal unerwarteterweise aus dem Synchronismus herausfallen und mit einer der synchronen nahen Drehgeschwindigkeit zu rotieren beginnen, was die praktische Anwendung des erwähnten Schemas verhinderte.

Im Zusammenhang mit der Arbeit von Schunck[1] bietet ein großes Interesse die analytische Bestimmung des Leerlaufstromes des doppeltgespeisten Motors dar und gedenken wir auf diese Frage ein anderes Mal zurückzukommen.

[1] Dr. H. Schunck, Der Wechselfluß einer Eisenkernspule mit überlagerter Gleichstrommagnetisierung. Arch. f. Elektrot., Bd. 12, S. 428.



Eine neue Stromkraftgefahr.

Von

Dr. techn. **Milan Vidmar,** ord. Prof. an der Universität Ljubljana.

Die Kraft, mit der zwei parallele stromdurchflossene Leiter einander anziehen oder abstoßen, ist der Physik lange bekannt. Sie wurde für die Elektrotechnik von praktischer Bedeutung, als mit dem Bau großer Maschineneinheiten sehr starke Ströme bzw. Stromgruppen aufeinander stießen. Die Stromkraft wuchs sich aus und wurde zu einer nicht zu unterschätzenden Gefahr.

Wir bauen heute keine größere Maschine, ohne konstruktiv alles notwendige vorzusehen, damit im Kurzschluß, beim Auftreten des größten möglichen Betriebsstromes, die Stromkraft nicht zerstörend wirken kann. Es gab Kurzschlußexplosionen von großen Transformatoren und Generatoren, bevor die Forderung der Kurzschlußsicherheit wirklich ernst genommen wurde. Die Theorie zeigte, was für gewaltige Kräfte auftreten können. Sie half das wichtige Problem gründlich lösen.

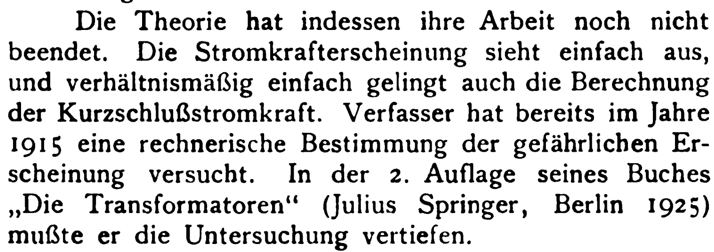
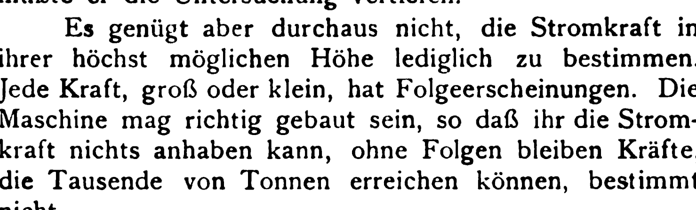
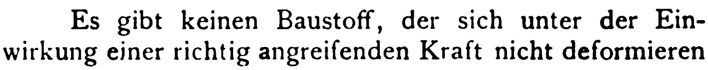


Bild 1.

Die Theorie hat indessen ihre Arbeit noch nicht beendet. Die Stromkrafterscheinung sieht einfach aus, und verhältnismäßig einfach gelingt auch die Berechnung der Kurzschlußstromkraft. Verfasser hat bereits im Jahre 1915 eine rechnerische Bestimmung der gefährlichen Erscheinung versucht. In der 2. Auflage seines Buches „Die Transformatoren" (Julius Springer, Berlin 1925) mußte er die Untersuchung vertiefen.



Es genügt aber durchaus nicht, die Stromkraft in ihrer höchst möglichen Höhe lediglich zu bestimmen. Jede Kraft, groß oder klein, hat Folgeerscheinungen. Die Maschine mag richtig gebaut sein, so daß ihr die Stromkraft nichts anhaben kann, ohne Folgen bleiben Kräfte, die Tausende von Tonnen erreichen können, bestimmt nicht.



Es gibt keinen Baustoff, der sich unter der Einwirkung einer richtig angreifenden Kraft nicht deformieren würde. Ist die Formänderung elastisch, verschwindet sie nach dem Verschwinden der Kraft, dann ist gewöhnlich alles in Ordnung. Aber immer nicht.

In seinem soeben erschienenen Buch „Der Transformator im Betrieb" (Julius Springer, Berlin 1927) hat Verfasser zum ersten Male auch die Formänderungen der Transformatorwicklung unter dem Einfluß der Stromkraft mitberücksichtigt. Sofort ergaben sich daraus neue Gesichtspunkte.

Die vorliegende Arbeit hat nicht den Zweck, der Größe der Stromkraft nachzugehen. Sie soll nicht allein die Formänderung der Wicklungen als neuen Faktor einführen. Sie geht weiter. Sie bringt die Mitberücksichtigung der Masse der Wicklung, die bei jeder Bewegung unerläßlich ist — auch die Formänderung kommt durch eine Bewegung zustande. Dadurch, daß sie sowohl die Elastizität als auch die Trägheit des Baustoffes mitnimmt, deckt die vorliegende Arbeit eine ganz neue Stromkraftgefahr auf — die Stromkraftresonanz.

Die folgende Untersuchung beschränkt sich auf den Fall einer unter Stromkraft stehenden Transformatorwicklung. Es ist natürlich leicht, die Ergebnisse auch auf andere Maschinenwicklungen auszudehnen. Sie berücksichtigt die weniger



wichtigen Nebenerscheinungen gar nicht, weil sie vor allem das Wesen der Erscheinung klar und anschaulich beschreiben soll.

Ein Transformator mit Zylinderwicklung (Bild 1) stellt zwei Stromgruppen, die primäre und die sekundäre, einander gegenüber. Man kann ruhig jede der beiden Wicklungen als einen Kupferring ansehen, die beide vom gleichen Gesamtstrom durchflossen werden. Das magnetische Gleichgewicht verlangt primär und sekundär die gleiche Durchflutung. Es kann außerdem nur dann erreicht werden, wenn die beiden Durchflutungen in entgegengesetztem Sinne den Eisenkern umkreisen. Es ist der einfache Fall zweier gleich großer paralleler Ströme mit entgegengesetzter Richtung, die sich bekanntlich abstoßen.

Der äußere Wicklungszylinder droht von der Stromkraft zersprengt zu werden. Er wird ebenso beansprucht wie die zylindrische Wand eines Dampfkessels durch den Dampfdruck. Die Stromkraft ist in jedem Augenblick dem Quadrat des Betriebsstromes proportional. Sie erreicht ihren höchsten Wert im Kurzschluß des Transformators, und zwar in dem Augenblick, wenn der Kurzschlußstrom durch seinen Höchstwert geht.

Ohne auf die Berechnung der Stromkraft näher einzugehen, führen wir ihren Höchstwert S_0 (kg) ein und stellen fest, daß sie bei der Betriebsperiodenzahl f (sec^{-1}) nach dem Zeitgesetze

$$S_t = S_0 \sin^2 \omega t$$

schwingt. Dabei ist natürlich

$$\omega = 2 \pi f.$$

Das Kupfer der äußeren Wicklung dehnt sich unter der Einwirkung der Stromkraft im äußeren Wicklungsring aus. Es wehrt sich mit seiner Festigkeit. Innerhalb der sogenannten Proportionalitätsgrenze kann die Gegenkraft des Materials der Dehnung proportional gesetzt werden.

Es ist leicht einzusehen, daß die Stromkraft den äußeren Kupferring auf Zug beansprucht. Es ist genau derselbe Fall wie bei der Zugbeanspruchung des Kesselblechs des unter Dampf stehenden Kessels.

Diese Zugbeanspruchung betrage σ_z kg/cm², der Wicklungszylinder habe F Quadratzentimeter Querschnitt und die mittlere Windungslänge l (cm). Die mittlere Windungslänge kann aus dem mittleren Windungsdurchmesser leicht berechnet werden. Dehnt sich nun der Wicklungszylinder radial um x Zentimeter, so wird seine Windungslänge um $2\pi x$ Zentimeter vergrößert. Mit dem Elastizitätsmodul E (kg/cm²) kann man dann schreiben:

$$\frac{\sigma_z}{E} = \frac{2 \pi x}{l}.$$

Die Dehnungskraft beträgt somit:

$$\sigma_z \cdot F = \frac{2 \pi F \cdot E x}{l},$$

die einer radial gerichteten Stromkraft

$$2 \pi \sigma_z \cdot F = \frac{4 \pi^2 \cdot F \cdot E x}{l}$$

das Gleichgewicht halten kann. Aber sie braucht nicht allein der Stromkraft gewachsen zu sein. Die Masse der Wicklung wurde radial nach außen verschoben, sie widersetzt sich ebenfalls mit ihrer Trägheitskraft.

Nun beträgt die Trägheitskraft bekanntlich:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} \text{ Kilogramm,}$$

wenn M die Masse ist, bzw. wenn

$$M = \frac{F \cdot l \cdot 10^{-8} \cdot \gamma_x}{g} \quad \frac{kg \cdot sec^2}{cm} \tag{1}$$

mit

γ_x dem spezifischen Gewicht des Kupfers, 8,9 kg/dm³,
g der Beschleunigung der Schwere, 981 cm/sec^{-2}

ist. Der Ansatz des Problems lautet nach all dem:

$$\frac{F \cdot l \cdot 10^{-8} \cdot \gamma_x}{g} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{4 \pi^2 \cdot F \cdot E}{l} x = S_0 \sin^2 \omega t$$

oder mit

$$\frac{4 \pi^2 F \cdot E}{l} = A, \tag{2}$$

einfacher:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + A x = S_0 \sin^2 \omega t. \tag{3}$$

Die Lösung der Differentialgleichung (3) ist nicht schwer, wenn zunächst die Gleichung

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + A x = 0, \tag{3a}$$

die den Eigenschwingungen des Kupferzylinders folgt, erledigt wird. Aus der Hilfsgleichung

$$\alpha^2 + \frac{A}{M} = 0$$

erhält man leicht

$$\alpha = \pm i \sqrt{\frac{A}{M}}$$

und damit das Integral:

$$x = k_1 e^{+i \sqrt{\frac{A}{M}} t} + k_2 e^{-i \sqrt{\frac{A}{M}} t},$$

dem auch mit zwei anderen Integrationskonstanten B und β statt k_1 und k_2 die Form:

$$x = B \sin \left(\beta + \sqrt{\frac{A}{M}} t \right) \tag{4}$$

gegeben werden kann.

Die Eigenschwingungszahl des Kupferzylinders ist demnach

$$f_e = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{A}{M}},$$

oder mit den oben ermittelten Werten:

$$f_e = \sqrt{\frac{E \cdot g \cdot 10^8}{l^2 \cdot \gamma_x}}, \tag{5}$$

sie ist der mittleren Windungslänge l indirekt proportional.

Das vollständige Integral der Gleichung (3) enthält natürlich auch das Integral der Gleichung (3a). Um es zu ermitteln, versuchen wir den Ansatz:

$$x = C_1 \cos 2 \omega t + C_2,$$

wobei C_1 und C_2 Integrationskonstanten sind. Es ist dann offenbar:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - C_1 \cdot 4 \omega^2 \cos 2 \omega t$$

und

$$- M \cdot C_1 \cdot 4 \omega^2 \cdot \cos 2 \omega t + A C_1 \cos 2 \omega t + A C_2 = S_0 \sin^2 \omega t.$$

Schreibt man die soeben erhaltene Gleichung in der Form:

$$\frac{A\,C_2}{S_0} - \frac{\cos 2\,\omega\,t}{S_0}\left[M\,C_1 \cdot 4\,\omega^2 - A\,C_1\right] = \frac{1 - \cos 2\,\omega\,t}{2},$$

so sieht man sofort, daß

$$\frac{A\,C_2}{S_0} = \frac{1}{2}$$

und

$$\frac{C_1}{S_0}\left[4\,\omega^2 M - A\right] = \frac{1}{2}$$

sein muß, so daß sich

$$C_1 = \frac{S_0}{2\,(4\,\omega^2 M - A)}$$

und

$$C_2 = \frac{S_0}{2\,A}$$

ergibt. Die Lösung des Problems lautet nach all dem:

$$x = \frac{S_0}{2\,(4\,\omega^2 M - A)}\cos 2\,\omega\,t + \frac{S_0}{2\,A} + B\sin\left(\beta + \sqrt{\frac{A}{M}}\,t\right) \tag{6}$$

und es bleibt nur noch die Bestimmung der Integrationskonstanten B und β übrig.

Nun ist für

$$t = 0 \quad \text{auch} \quad x = 0,$$

wenn tatsächlich mit dem Beginn der Zeitrechnung die Stromkrafterscheinung beginnt. Außerdem ist in diesem Falle für

$$t = 0 \quad \text{ebenfalls} \quad \frac{dx}{dt} = 0,$$

wenn sich die Masse des Kupferringes erst zu bewegen beginnt. So ergeben sich die Bedingungsgleichungen:

$$\frac{S_0}{2\,(4\,\omega^2 M - A)} + \frac{S_0}{2\,A} + B\sin\beta = 0$$

und

$$\cos\beta = 0,$$

d. h. es ist:

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

und

$$B = -\frac{S_0}{2\,A} \cdot \frac{4\,\omega^2 M}{4\,\omega^2 M - A}.$$

Das endgültige Ergebnis ist:

$$x = \frac{S_0}{2\,(4\,\omega^2 M - A)}\cos 2\,\omega\,t + \frac{S_0}{2\,A} - \frac{S_0}{2\,A} \cdot \frac{4\,\omega^2 M}{4\,\omega^2 M - A}\cos\sqrt{\frac{A}{M}}\,t, \tag{7}$$

das uns zeigt, daß es sich um eine ziemlich verwickelte Erscheinung handelt. Der Zylinder dehnt sich zunächst um

$$\frac{S_0}{2\,A}\ \text{Zentimeter,}$$

d. h. um so viel, als es die halbe Höchststromkraft gegenüber der Elastizität des Kupfers durchsetzen kann. Um diese mittlere Dehnung herum schwingt die Kupfermasse einmal mit der doppelten Betriebsperiodenzahl, außerdem aber auch noch mit der durch Gleichung (5) gegebenen Eigenschwingungszahl, die viel höher als die Betriebsschwingungszahl ist.

Die Erscheinung treibt der Krisis zu, wenn sich die Eigenschwingungszahl der doppelten Betriebsperiodenzahl immer mehr nähert — die Resonanzgefahr, gekennzeichnet durch die Bedingung:

$$\omega^2 = \frac{A}{4\,M} = (2\,\pi\,f)^2$$

oder

$$f_e = 2\,f$$

taucht auf.

Ein Blick auf die Gleichung (7) zeigt, daß x über alle Maße hinaus anzuwachsen droht — die Explosion des Kupferringes erscheint unausweichlich. Der Resonanzfall muß eigens untersucht werden. Gleichung (7) gibt für diesen besonderen Fall nicht die brauchbare Lösung. Der neue Ansatz

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 4\,\omega^2 x = \frac{S_0}{M} \sin^2 \omega\, t \tag{8}$$

muß herangezogen werden.

Mit zwei Hilfskonstanten λ_1 und λ_2 machen wir den Lösungsversuch:

$$x = \lambda_1 t \sin 2\,\omega + \lambda_2. \tag{9}$$

Wir erhalten:

$$\frac{dx}{dt} = \lambda_1 \sin 2\,\omega\, t + 2\,\omega\,\lambda_1 t \cos 2\,\omega\, t$$

und damit:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 4\,\omega\,\lambda_1 \cos 2\,\omega\, t - 4\,\omega^2 \lambda_1 t \sin 2\,\omega\, t. \tag{10}$$

Setzen wir die beiden Werte (9) und (10) in Gleichung (8) ein, so erhalten wir:

$$4\,\omega\,\lambda_1 \cos 2\,\omega\, t + 4\,\omega^2 \lambda_2 = \frac{S_0}{M}\,\frac{1 - \cos 2\,\omega\, t}{2}.$$

Es ist klar, daß

$$\lambda_1 = -\frac{S_0}{8\,\omega\, M}$$

und

$$\lambda_2 = \frac{S_0}{8\,\omega^2 M}$$

werden muß. Das gibt:

$$x = -\frac{S_0}{8\,\omega\, M} t \sin 2\,\omega\, t + \frac{S_0}{8\,\omega\, M}.$$

Das vollständige Integral der Gleichung (8) enthält natürlich auch noch die Lösung der Gleichnng:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 4\,\omega^2 x = 0,$$

die, wie leicht ersichtlich,

$$x = B \sin(\beta + 2\,\omega\, t)$$

lautet. So erhalten wir endlich mit den gewählten Integrationskonstanten B′ und β':

$$x = \frac{S_0}{8\,\omega^2 M} - \frac{S_0}{8\,\omega\, M} t \sin 2\,\omega\, t + B' \sin(\beta' + 2\,\omega\, t). \tag{11}$$

Zur Entfernung der Konstanten B′ und β' berücksichtigen wir wieder, daß für

$$t = 0 \quad \text{auch} \quad x = 0$$

ist, außerdem aber

$$\frac{dx}{dt} = 0.$$

Die erste der beiden Bedingungen wird erfüllt mit:

$$B' \sin \beta' + \frac{S_0}{8\,\omega^2 M} = 0,$$

die zweite mit

$$\cos \beta' = 0.$$

Es ist also wieder:

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

und

$$B' = -\frac{S_0}{8\,\omega^2 M}.$$

Das Endergebnis lautet demnach:

$$x = \frac{S_0}{8\,\omega^2 M}\,[1 - \cos 2\,\omega\,t - \omega\,t \sin 2\,\omega\,t]; \qquad (12)$$

es zeigt, daß im Resonanzfall x allmählich immer größer und größer wird, ohne theoretisch im Wachstum irgendwie begrenzt zu sein — die Konstruktion droht zerrissen zu werden.

In der Wirklichkeit wird sich die Erscheinung allerdings anders abspielen. Mit zunehmender Dehnung x kommt das Kupfer endlich an die Elastizitätsgrenze. Eine genügend starke Dehnung wird bald erreicht sein, die nicht mehr verschwindet. Mit dem Verschwinden der Elastizität ist natürlich auch die Schwingung zu Ende.

Der gewonnene Überblick über das merkwürdige Problem zeigt, daß die praktische Auswertung der gewonnenen Lösungen zweierlei feststellen kann. Der reine Resonanzfall, das Zusammenfallen der Eigenschwingungszahl mit der aufgezwungenen Schwingungszahl gibt eine Konstruktionsgrenze, die absolut verderblich ist. Es ist zweifellos wichtig, zunächst nachzusehen, ob wir dieser Grenze nahe sind, ob sie uns die weitere Entwicklung unmöglich macht, ob wir uns bereits einrichten müssen und eventuell einen anderen Weg einschlagen müssen.

Eine zweite praktische Frage ist die, wieweit wir an den Resonanzpunkt heranrücken dürfen. Es ist klar, daß nicht nur der äußerste Fall, in dem die Dehnung des Kupferkörpers über alle Maßen anzuwachsen droht, von praktischer Bedeutung ist, sondern auch schon solche, wenig gefährlich aussehende Fälle, in denen die Dehnung zwar endlich, aber doch so groß ist, daß die Elastizitätsgrenze überschritten wird.

Bleibende Dehnungen sind unzulässig. Sie ändern wichtige Konstruktionsgrößen. Der vergrößerte Abstand der beiden konzentrischen Wicklungszylinder hat beim Transformator eine unerwünschte Vergrößerung der Kurzschlußspannung zur Folge. Der sich ausdehnende äußere Wicklungszylinder kommt außerdem an seinem äußeren Umfang der Tragkonstruktion näher, was unabsehbare Spannungsgefahren mit sich bringt. Schließlich wird jede starke Dehnung von Querschnittverkleinerungen begleitet, was einer Erhöhung des elektrischen Widerstandes gleichkommt.

Die Eigenperiodenzahl des Wicklungszylinders ist mit der Gleichung (5) bestimmt. Im Resonanzfall wird diese Eigenperiodenzahl gleich der doppelten Betriebsperiodenzahl, d. h.

$$f_e = 100.$$

Ein Blick auf Gleichung (5) überzeugt uns, daß es eine kritische Kupferlänge l, mit anderen Worten, eine kritische mittlere Windungslänge des äußeren Wicklungszylinders gibt, die zur Resonanz führt. Diese kritische mittlere Windungslänge kann aus der Gleichung



$$l_x = \frac{1}{500} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot g \cdot 10^3}{\gamma_x}} \tag{14}$$

berechnet werden. Fs ist:

$E = 1\,150\,000$ kg/cm², der Elastizitätsmodul des Kupfers,
$g = 981$ cm/sec², die Beschleunigung der Schwere,
$\gamma_x = 8{,}9$ kg/dm³, das spezifische Gewicht des Kupfers.

Das gibt:

$$l_x = \frac{1}{100} \cdot \sqrt{\frac{1{,}15 \cdot 10^6 \cdot 981 \cdot 10^3}{8{,}9}} = 3560\,\text{cm} = 35{,}6\,\text{m},$$

was einem mittleren Wicklungsdurchmesser von fast 12 Meter entspricht.

Wir sind von solchen Abmessungen heute noch sehr weit entfernt und vielleicht werden wir sie überhaupt nicht erreichen. Es ist sehr fraglich, ob sich Transformatoren von solcher Größe überhaupt aus anderen Gründen werden bauen lassen. Die volle Resonanzgefahr bedroht den Transformator zweifellos nicht.

Nun wenden wir uns der zweiten Frage zu und wollen nachsehen, ob nicht schon bei den heute erreichten Abmessungen Dehnungen möglich sind, die über die Elastizitätsgrenze hinausgehen.

Die radiale Dehnung des Kupferzylinders ist ganz allgemein durch die Gleichung (7) gegeben. Es ist nicht schwer, die größte mögliche Dehnung daraus zu berechnen. Zunächst allerdings fällt es auf, daß der Ausdruck

$$4\,\omega^2 M - A$$

negativ ist, weil, wie wir gesehen haben, die Eigenschwingungszahl praktisch erheblich höher liegt als die doppelte Betriebsperiodenzahl. Gleichung (7) muß deshalb zunächst in die Form

$$x = \frac{S_0}{2(A - 4\,\omega^2 M)} \cos 2\,\omega t + \frac{S_0}{2A} - \frac{S_0}{2A} \cdot \frac{4\,\omega^2 M}{A_2 - 4\,\omega^2 M} \cos \sqrt{\frac{A}{M}}\, t \tag{7 a}$$

gebracht werden.

Nun erreicht zweifellos die radiale Dehnung x den Höchstwert, wenn die Amplituden beider Schwingungen zusammenfallen und sich addieren. Früher oder später muß das geschehen. In diesem Falle ist:

$$x_{max} = \frac{S_0}{2(A - 4\,\omega^2 M)} + \frac{S_0}{2A} + \frac{S_0}{2A} \cdot \frac{4\,\omega^2 M}{A - 4\,\omega^2 M}$$

oder einfacher:

$$x_{max} = \frac{S_0}{A - 4\,\omega^2 M}. \tag{15}$$

Setzen wir nun die Werte für die Konstanten A und M ein, so erhalten wir:

$$\frac{2\pi x}{l} \cdot 10^2 = \frac{S_0}{2\pi F} \cdot \frac{10^2}{E - \frac{4 f^2 l^2 \cdot \gamma_x \cdot 10^{-3}}{g}}.$$

Die Längsdehnung des Kupfers ist $2\pi x$, die Dehnung in Hundertsteln:

$$\frac{2\pi x}{l} \cdot 10^2 = \Delta l\,\%.$$

Ferner ist

$$\frac{S_0}{2\pi F} = \sigma_z\,\text{kg/cm}^2$$

die Zugbeanspruchung des Kupfers beim Höchstwert S_0 der Stromkraft. Endlich ist nun f die Betriebsperiodenzahl (sec⁻¹). Das einfache Ergebnis kann demnach auch in der Form

$$\Delta l = \sigma_z \cdot \frac{10^2}{E - \frac{4 f^2 l^2 \gamma_\kappa \cdot 10^{-3}}{g}} \text{ v. H.}$$

geschrieben werden. Nach Einsetzen der Kupferkonstanten ergibt sich noch einfacher:

$$\Delta l = \sigma_z \cdot \frac{10^2}{1{,}15 \cdot 10^6 - 9 l^2 \cdot 10^{-2}} \text{ v. H.} \tag{16}$$

Die wirkliche Gesamtdehnung Δl ist demnach größer als der Stromkraft allein entsprechend. Die Trägheitskraft gibt eben eine zusätzliche Beanspruchung. Das Verhältnis

$$\frac{1{,}15 \cdot 10^6}{1{,}15 \cdot 10^6 - 9 \cdot l^2 \cdot 10^{-2}}$$

der wirklichen und der rein statischen Dehnung kann von Bedeutung werden.

Wir erreichen heute noch kaum größere Werte als

$$l^2 = 10^5.$$

Die dynamische Zugabe ist deshalb noch unbedeutend, sie erreicht nicht ganz die Höhe eines Hundertstels. Aber bei wachsenden Abmessungen wird doch allmählich der Einfluß der Kupfereigenschwingungen wachsen. Auch von dieser Seite aus betrachtet steht die kritische Windungslänge vor uns.

Man überzeugt sich übrigens leicht, daß die Dehnungen, die wir heute erreichen, sehr geringfügig sind. Sie erreichen bei weitem nicht die Höhe eines Hundertstels. Es ist deshalb praktisch einerlei, ob man sich um die Eigenschwingungen des Kupfers kümmert oder nicht.

Die hier beschriebene Kurzschlußerscheinung, die neue Stromkraftgefahr also, hat vorderhand nur eine theoretische Bedeutung. Die durchgeführte Rechnung hat allerdings die Schwäche, daß sie sich auf das Hooksche Proportionalitätsgesetz stützt, das wenig verläßlich ist, ganz besonders bei weichem Kupfer, aus dem unsere Wicklungen aufgebaut werden. Aber sie ermöglicht einen guten Einblick in eine bisher wenig erforschte Erscheinung, die sich vielleicht im Elektromaschinenbau doch in irgendeiner Form einmal praktisch durchsetzen kann.



Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren.

Von

L. Dreyfus.

Zweiter Teil.

Die zusätzlichen Verluste in den Ankerzähnen (Wirbelstromverluste).

Unter den zusätzlichen Verlusten in den Ankerzähnen verstehe ich diejenigen Verluste, die im Zahnkranz durch unbeabsichtigte Pulsationen des Zahnfluxes entstehen. Ich denke also nicht an die normalen Verluste infolge des Hauptfeldes, das in den Zähnen des Primärkreises mit der Netzfrequenz, in den Zähnen des Sekundärkreises mit der Schlüpfungsfrequenz pulsiert, sondern an die zusätzlichen Verluste, welche infolge schneller pulsierender Oberfelder auftreten.

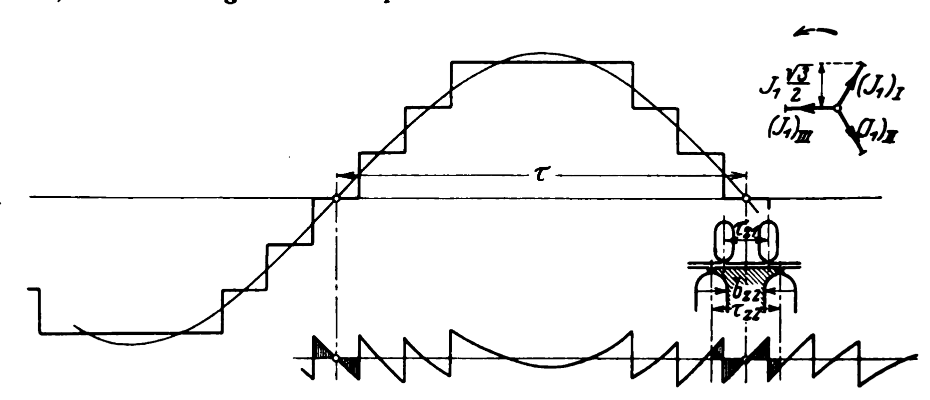


Bild 1. Amperewindungsverteilung.

Diese hochperiodigen Zahnfluxschwankungen haben im wesentlichen zwei Ursachen: Denken wir zunächst nur an das Stator und Rotor verkettende synchrone Drehfeld, so ist leicht einzusehen, daß der Flux eines Statorzahnes jedesmal geschwächt wird, wenn ein neuer Rotorschlitz in die betreffende Zahnteilung übertritt, und daß der Zahnflux wieder steigt, wenn ein Rotorschlitz diese Zahnteilung verläßt. Ein gleiches gilt für die Pulsation des Fluxes der Rotorzähne. Die Verluste, welche auf diese Weise entstehen, nenne ich (wie im ersten Teile bei der Behandlung der Oberflächenverluste) „Reluktanzverluste", weil sie in der Veränderlichkeit der Luftspaltreluktanz begründet sind. Als eine Begleiterscheinung dieser Art von Pulsationen ist es aufzufassen, wenn der ganze synchrone Luftspaltflux mit der Periodenzahl

$$(\nu_z)_{1\,2} = \nu_{z\,1} \frac{1}{1 - \frac{Q_1}{Q_2}} = \nu_{z\,2} \frac{1}{\frac{Q_2}{Q_1} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{\nu_{z\,1}} - \frac{1}{\nu_{z\,2}}}, \tag{1}$$

pulsiert. ($\nu_{z\,1}$, $\nu_{z\,2}$ Zahnperiodenzahlen infolge der Stator- bzw. Rotorzähne. Q_1, Q_2 Zähnezahlen des Stators bzw. Rotors). Da die Reluktanzverluste nur von dem synchronen Luftspaltfeld abhängen und dieses sich zwischen Leerlauf und Vollast nicht viel ändert, so dürften auch die Reluktanzverluste ziemlich konstant sein.

Sie sind in den Leerlaufverlusten enthalten und werden daher bei der in direkten Wirkungsgradsbestimmung mit berücksichtigt.

Im allgemeinen treten die Reluktanzverluste in den Hintergrund gegenüber einer zweiten Art von Pulsationsverlusten, welche in der Treppenform der Amperewindungsverteilung des Stators und Rotors ihre Ursache haben. Ich bezeichne diese Verluste (wie schon im ersten Teile dieser Arbeit bei der Behandlung der Oberflächenverluste) als „Treppenverluste").

In Bild 1 ist die Amperewindungsverteilung für eine Drehstromwicklung mit 3 Nuten pro Pol und Phase aufgezeichnet. Zieht man die Grundwelle ab, so erhält man als Ausdruck für die Oberwellen einen sägezahnähnlichen Linienzug (Bild 1 a), der ein entsprechendes Luftspaltfeld erregt. Wenn relativ zu diesen Feldzacken ein Nutenanker rotiert, so führt sein Zahnflux schnelle Pulsationen aus und diese erzeugen die Treppenverluste. Die Treppenverluste wachsen quadratisch mit der Ampereleiterzahl pro Nut. Sie sind daher bei Belastung viel größer als bei Leerlauf und die Fehler, die man bei der indirekten Wirkungsgradbestimmung begeht, beruhen zum allergrößten Teil auf der Vernachlässigung der Treppenverluste in den Zahnkronen (Oberflächenverluste) und dem Zahnkranz.

Bei der Berechnung der zusätzlichen Verluste in den Ankerzähnen ist es in erster Annäherung erlaubt, die Reluktanzverluste und die Treppenverluste getrennt zu berechnen und zu addieren. Betrachten wir nämlich die in Bild 1 gezeichnete Stellung des schraffierten Rotorzahns im Sägezahnfeld, so erkennen wir, daß der Zahnflux gleich Null und seine Änderungsgeschwindigkeit ein Maximum ist. Denken wir dagegen an die Luftspaltreluktanz der Zahnteilung τ_{z_2} für das synchrone Drehfeld, so ist klar, daß diese in der gezeichneten Lage ein Maximum und ihre Änderungsgeschwindigkeit gleich Null ist. Wenn also sowohl das synchrone Drehfeld als auch das Sägezahnfeld hauptsächlich Zahnwechselfelder von der Zahnperiodenzahl oder einem Vielfachen derselben erzeugen, so müssen diese um 90^0 phasenverschoben sein und das Quadrat des Effektivwertes der resultierenden Spannung wird gleich der Summe aus den Quadraten der Effektivwerte der beiden Einzelspannungen. Daraus ist zu folgern, daß auch die Reluktanzverluste und Treppenverluste direkt addiert werden dürfen. Eine genauere Rechnung ähnlich der in der Einleitung zum ersten Teil durchgeführten Untersuchung würde zeigen, daß dieses Additionsgesetz nicht streng, sondern nur näherungsweise gilt. Doch hat es keinen Zweck genauer zu rechnen.

Kennt man den Effektivwert E_z derjenigen Spannung, welche durch Oberfelder in einer um ein einzelnes Blech eines Zahnes gelegten Windung induziert wird, so ist es leicht, die zusätzlichen Wirbelstromverluste zu berechnen. Ich bezeichne E_z kurzweg als „Zahnspannung" und zwar als „Zahn-Reluktanzspannung" oder „Zahn-Treppenspannung", je nach der untersuchten Verlustgattung. Im übrigen benützen wir dieselben Bezeichnungen wie im ersten Teil nebst einigen neuen Bezeichnungen:

Blechstärke exklusive Isolation	Δ
„ inklusive Isolation	Δ'
Zahnbreite	b_z
Mittelwert der Zahnbreite	b_{zm}
Zahnhöhe (radiell)	h
Differential der Zahnhöhe,	dr
Maximalwert der sinusförmigen Induktionsschwankung von der Periodenzahl ν_n (im Zahnblech)	B_n
Elektrische Leitfähigkeit des Bleches	λ (1 bis 7)
Effektivwert der Zahnspannung von der Periodenzahl ν_n	E_n



Dann beträgt

$$E_n = \frac{2\pi\nu_n}{\sqrt{2}} \cdot B_n \cdot b_z \cdot \Delta \cdot 10^{-8}$$

und die Wirbelstromverluste in dem Volumenelement $dV = b_z \cdot \Delta \cdot dr$ bei Vernachlässigung des Skineffektes:

$$d P_n = \left(\pi^2 \cdot \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left[\frac{\nu_n}{1000} \cdot \frac{B_n}{1000} \cdot \Delta\right]^2 \cdot dV$$

$$= \frac{\lambda}{12} \cdot 10^4 \cdot \left[\frac{E_n}{b_z}\right]^2 \cdot dV.$$

Addiert man die Verluste aller Oberwellen, so ergibt sich

$$d P_z = \frac{\lambda}{12} \cdot 10^4 \left[\frac{E_z}{b_z}\right] dV$$

mit

$$E_z^2 = E_3^2 + E_5^2 + \ldots + E_n^2 + \ldots \tag{2}$$

und für das gesamte Zahnvolumen des Ankers:

$$P_z = \frac{\lambda}{12} \cdot 10^4 \left[\frac{E_z}{b_{zm}}\right]^2 \cdot V_z \tag{3}$$

mit:

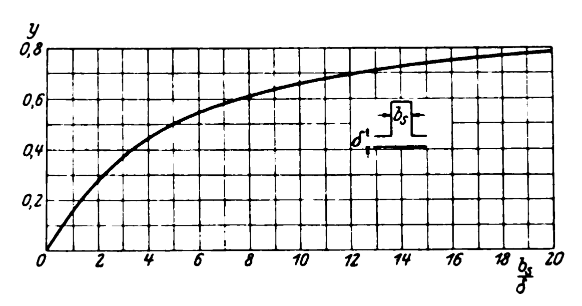


Bild 2. Darstellung der Funktion $y' = \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{arc\,tg} \frac{b_s}{2\delta} - \frac{\delta}{b_s} \ln\left(\left(1 + \frac{b_s^2}{4\delta^2}\right)\right]\right.$

$$b_m^2 = \frac{\int_0^h b_z \, dr}{\int_0^h \frac{dr}{b_z}} \tag{3a}$$

Besonders hervorzuheben ist, daß Schrägestellung der Ankernuten weder die Zahnspannung E_z noch die Zahnverluste vermindert.

I. Abschnitt. Die Reluktanzverluste (Wirbelstromverluste) in den Ankerzähnen.

Wäre der Rotor nicht genutet und die Luftspaltamperewindungen konstant, so betrüge der Flux eines Statorzahnes pro Blech

$$\left.\begin{aligned} \Phi_{z1} &= B_g \cdot (\tau_{z1} - b_{s1} y_1') \Delta' \\ &= B_g \cdot \tau_{z1}' \cdot \Delta' \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Dabei bezeichnet

B_g die Luftspaltinduktion zwischen den Zahnkronen,
τ_{z1} die Zahnteilung,
b_{s1} die Schlitzbreite,
y_1' die bekannte Carter sche Funktion (vgl. Bild 2).



Wäre andererseits **nur** der Rotor genutet, so würde die Feldverteilung im Luftspalt dem Bilde 3 entsprechen. In Bild 3a haben wir diese (wie im ersten Teile dieser Arbeit gemäß Bild 11 und Gleichung (21 und 22) durch eine Dreieckförmige Einkerbung gleicher Fläche von der Tiefe

$$\overline{B}_{r2} = (B_g - B_{s2}) \cdot \frac{\pi^2}{9} \tag{5}$$

und der Breite

$$2\,\sigma_{r2} = \frac{18}{\pi^2} \frac{b_{s2}\, y_2'}{1 - \frac{\delta}{d_2}} \tag{6}$$

ersetzt.

Wir wollen nun der Einfachheit halber so rechnen, als ob das gleichzeitige Vorhandensein von Stator- und Rotornuten an diesen Verhältnissen nichts ändert, d. h. als ob die Feldverteilung nach Bild 3 über der reduzierten Zahnteilung τ_{z1}' wirklich zustandekäme. Unter dieser Voraussetzung ist die Zahnreluktanzspannung

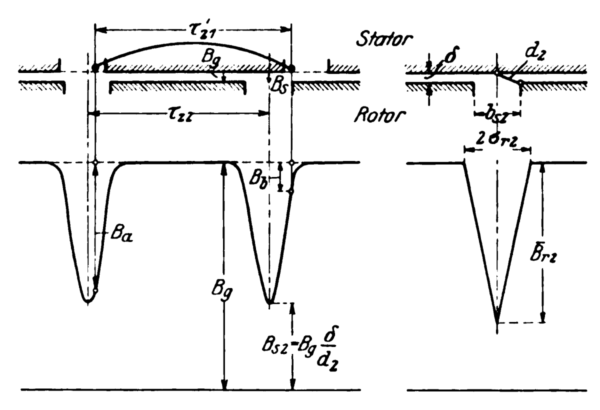


Bild 3. Bild 3a.
Deformation des Luftspaltfeldes durch Notenschlitze.

ebensogroß wie die Rotationsspannung e_{r1} in einer Windung mit der Spannweite τ_{z1}', welche das Feld nach Bild 3 mit der Umfangsgeschwindigkeit v schneidet; oder mit den Bezeichnungen des Bildes 3

$$e_{r1} = (B_a - B_b)\, v\, \varDelta' \cdot 10^{-8}$$
$$= (e_{r1})_a - (e_{r1})_b.$$

In Bild 4 ist diese Rotationsspannung aufgezeichnet. Sie besteht aus 2 Spannungswellen $(e_{r1})_a$ und $(e_{r1})_b$, die gleiche Form aber verschiedenes Vorzeichen haben und um ein Zeitintervall $\frac{\tau_{z1}'}{v}$ versetzt sind. Wenn sich diese beiden Wellenzüge (wie in Bild 4) nirgends überlappen, so gilt für den Effektivwert E_{r1} der Summenspannung:

$$E_{r1}^2 = \frac{1}{3} e_{r\,max}^2 \cdot \frac{4\,\sigma_{r2}}{\tau_{z2}} = \frac{1}{3} (\overline{B}_{r2} \cdot v\, \varDelta' \cdot 10^{-8})^2 \cdot \frac{4\,\sigma_{r2}}{\tau_{z2}}. \tag{7a}$$

Wenn sich dagegen wie in Bild 5a und b die Teilspannungen $(e_{r1})_a$ und $(e_{r1})_b$ über einem Bogen $\frac{\beta}{v^2}$ überlappen, ist die korrigierte Gleichung

$$E_{r1}^2 = \frac{1}{3} (B_{r2}\, v\, \varDelta' \cdot 10^{-8})^2 \cdot \frac{4\,\sigma_{r2}}{\tau_{z2}} f(\beta_2) \tag{7}$$

anzuwenden, wobei $f(\beta_2)$ einen Reduktionsfaktor bedeutet, der im folgenden für die praktisch vorkommenden Fälle ausgerechnet ist. Diese sind:

a) $(\tau_{z2} + \sigma_{r2}) > (\tau_{z1}' + \sigma_{r2}) > (\tau_{z2} - \sigma_{r2})$ vgl. Bild 5a.

Hierfür ist

$$\beta_2 = \tau_{z1}' + 2\,\sigma_{r2} - \tau_{z2},$$

b) $(\tau_{z2} + \sigma_{r3}) > (\tau_{z1}' - \sigma_{r2}) > (\tau_{z2} - \sigma_{r2})$ vgl. Bild 5b.

Hierfür ist

$$\beta_2 = \tau_{z2} + 2\,\sigma_{r2} - \tau_{z1}'.$$

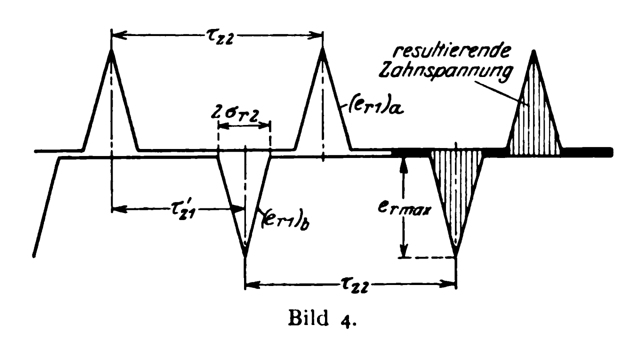


Bild 4.

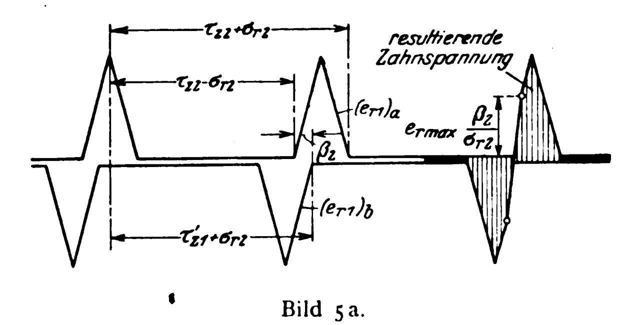


Bild 5a.

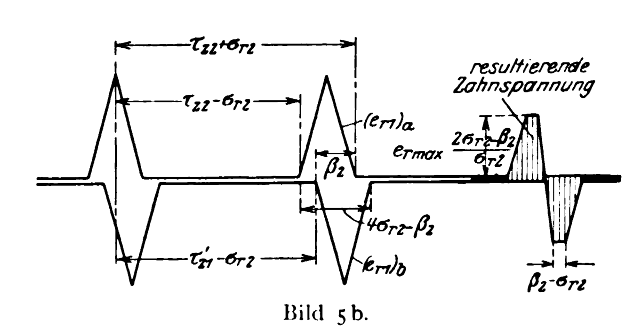


Bild 5b.

Bild 4 und 5. Zur Berechnung der Reluktanzzahnspannung des Stators.

In beiden Fällen gilt für $\beta_2 < \sigma_{r2}$

$$f(\beta_2) = 1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\beta_2}{\sigma_{r2}}\right)^3 \tag{8a}$$

bzw. für $\beta_2 > \sigma_{r2}$

$$f(\beta_2) = \frac{3}{4}\,\frac{\beta_2}{\sigma_{r2}}\left(2 - \frac{\beta_2}{\sigma_{r2}}\right)^2. \tag{8b}$$

Der günstigste Fall wäre offenbar

$$\tau_{z1}' = \tau_{z2}, \tag{9}$$

denn hierfür wäre $\beta_2 = \sigma_{r2}$ und gemäß Gleichung (8b)

$$f(\beta_2) = 0. \tag{9a}$$

Doch muß daran erinnert werden, daß die hier durchgeführten Rechnungen die Wirklichkeit nur in groben Zügen abbilden, so daß selbst unter Einhaltung der Bedingung (12) ein vollständiges Verschwinden der Reluktanzspannung nicht erwartet werden darf. Man tut daher besser, das gewonnene Resultat so auszudrücken, daß im allgemeinen die Reluktanzspannung durch den Luftspalt und die Schlitzbreite bestimmt wird, daß aber eventuell auch das Verhältnis der Zähnezahlen von entscheidendem — und zwar günstigem — Einfluß sein kann.

Wir haben bisher angenommen, daß die Induktion B_g zwischen den Zahnkronen und daher auch die Einkerbung $\bar{B}_{r2}$ konstant seien. Wenn man aber die gewonnenen Resultate auf Drehstrommotor übertragen will, so ergibt sich der Unterschied, daß die Luftspaltinduktion nicht mehr konstant, sondern nach einer Sinuskurve oder (bei gesättigtem Eisen) nach einer abgeplatteten sinusähnlichen Kurve verteilt ist und daß sie mit dieser Verteilung mit der synchronen Geschwindigkeit gegen den Primärteil (Stator) rotiert. Dabei nehmen die Einkerbungen nacheinander alle möglichen Lagen gegen das Drehfeld ein. Für die Reluktanzverluste kommt es auf den quadratischen Mittelwert der Reluktanzspannung an. Ist $\frac{B_g}{\sqrt{2}}$ der Effektivwert der Luftspaltinduktion zwischen den Zahnkronen und berechnet man $\bar{B}_{r2}$ nach Gleichung (5), so ist $\frac{B_{r2}}{\sqrt{2}}$ näherungsweise gleich dem Effektivwert der Tiefe der Einkerbungen[1] und $\frac{E_{r1}}{\sqrt{2}}$ [Gleichung (7)] gleich dem Effektivwert der Zahnspannung. Führt man diesen in Gleichung (3) für die zusätzlichen Wirbelstromverluste im Zahnkranz ein, so ergibt sich für die Reluktanzverluste in den Statorzähnen unter Vernachlässigung des Skineffektes:

$$P_{r1} = \frac{1}{2^*}\left(\frac{2}{3}\,\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\left[\frac{v}{1000}\cdot\frac{\bar{B}_{r2}}{1000}\cdot\frac{\Delta'}{b_{z\,m1}}\right]^2\cdot\frac{\sigma_{r2}}{\tau_{z2}}\,f(\beta_2)\cdot V_{z1}. \tag{10}$$

Die entsprechende Gleichung für die Rotorverluste wird durch Vertauschung der Indices 1 und 2 erhalten.

Eine einigermaßen genaue Berücksichtigung des Skineffektes verlangt die Entwicklung der Reluktanzspannung e_{r1} in eine Fouriersche Reihe. Ich verzichte indessen darauf diese einfache Rechnung hier mitzuteilen. Im allgemeinen ist nämlich die Zahnsättigung so groß, daß die Verminderung der Wirbelstromverluste durch den Skineffekt nicht ins Gewicht fallen dürfte.

Es kann von Interesse sein, die Reluktanzverluste in den Statorzähnen mit den normalen Wirbelstromverlusten im Statorrücken zu vergleichen. Für diese benützen wir die Gleichung

$$P_{01} = \left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\left[\frac{v}{1000}\cdot\frac{B_g'}{1000}\cdot\Delta'\right]^2\cdot p\cdot L\cdot\gamma_w, \tag{11}$$

die für ein sinusförmig verteiltes Drehfeld streng, für abgeplattete Verteilungskurve mit guter Annäherung erfüllt ist. Hierbei bedeutet:

$B_g' = B_g \frac{\delta}{\delta'}$ den Durchschnittswert der Luftspaltinduktion über einer Zahnteilung (vgl. Bild 3),

δ' den mit Rücksicht auf die feldschwächende Wirkung der Nutenschlitze in Stator und Rotor vergrößerten Luftspalt,

---

[1] Hierauf nimmt der Faktor $\frac{1}{2^*}$ in Gleichung (10) bezug.

p die Polpaarzahl,
L die Ankereisenlänge exklusive Isolation,
$\frac{1}{\eta_w}$ eine Funktion des Verhältnisses Rückenhöhe zur Polteilung, die in Bild (14) des ersten Teiles abgebildet ist.

Aus Gleichung (10) und (11) gewinnen wir:

$$\frac{P_{r1}}{P_{01}} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{\bar{B}_{r2}}{B_g'}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{r2}}{\tau_{z2}} f(\beta_2)\right) \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \frac{V_{z1}}{p\,L\,b_{zm1}^2}.$$

Nun ist genau genug:

$$V_{z1} = q_{01} \cdot p \cdot L\, b_{zm1} h_1 \tag{12}$$

(q_{01} = Statorzähnezahl pro Polpaar). Führt man außerdem $\bar{B}_{r2}$ aus Gleichung (5) ein, so ergibt sich endgültig:

$$\left.\begin{aligned}\frac{P_{r1}}{P_{01}} &= \frac{8\pi^3}{243} \cdot q_{01} \cdot \left(\frac{B_g - B_{s2}}{2 B_g'}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{r2}}{\tau_{z2}} f(\beta_2)\right) \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \frac{h_1}{b_{zm1}} \\ &= \frac{8\pi^3}{243} \cdot \frac{q_{01}}{4} \cdot \left(\frac{\delta'}{\delta} - \frac{\delta'}{d_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{r2}}{\tau_{z2}} f(\beta_2)\right) \cdot \frac{1}{\eta_w} \cdot \frac{h_1}{b_{zm1}}\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Ein Zahlenbeispiel möge uns über die Größenordnung dieses Verhältnisses aufklären. Wir setzen:

$$q_{01} = 24 \text{ (4 Nuten pro Pol und Phase,}$$
$$\delta = 0{,}05,\quad \delta' = 0{,}06,$$
$$b_{s2} = 0{,}30,\quad \frac{b_{s2}}{\delta} = 6,\quad y_2' = 0{,}55,\quad d_2 = \sqrt{\delta^2 + \left(\frac{b_{s2}}{2}\right)^2} = 0{,}158,$$
$$\sigma_{r2} = \frac{9}{\pi^2} \cdot \frac{0{,}30 \cdot 0{,}55}{1 - \frac{0{,}05}{0{,}158}} = 0{,}22,$$
$$\tau_{z2} = 2,$$
$$f(\beta_2) = 1,$$
$$\frac{H_1}{\tau_1''} = 0{,}3,\quad p = 3,\quad \frac{1}{\eta_w} = 0{,}675,$$
$$\frac{h_1}{b_{zm1}} = 3.$$

Damit berechnet sich:

$$\frac{P_{r1}}{P_{01}} = 1{,}02 \cdot 6 \cdot 0{,}82^2 \cdot 0{,}11 \cdot 0{,}675 \cdot 3 = 0{,}92.$$

Die Reluktanzverluste in den Statorzähnen sind also von gleicher Größenordnung wie die Wirbelstromverluste im Statorrücken, jedoch kleiner wie die Oberflächen-Reluktanzverluste, wie ein Vergleich mit dem entsprechenden Zahlenbeispiel des ersten Teiles lehrt.

2. Abschnitt. Die Treppenverluste (Wirbelstromverluste) in den Ankerzähnen.

Die Berechnung der Treppenverluste im Zahnkranz hätte strenggenommen auf folgendem Wege zu erfolgen: Handelt es sich um die Treppenverluste in den Rotorzähnen, so zerlegt man die Amperewindungsverteilung des Stators in Grundwelle und Oberwellen. Die Grundwelle scheidet bei der folgenden Untersuchung aus, da sie mit der Grundwelle der Rotoramperewindungen die resultierenden Erregeramperewindungen bildet. Diese erzeugen das Stator und Rotor verhaltende synchrone Drehfeld, welches die bereits behandelten Reluktanzverluste hervorruft.



Die Oberwellen der Statoramperewindungen sind Drehamperewindungen von den Ordnungszahlen 5,7 — 11,13 — allgemein $6x \mp 1$. Ihre Wellenlänge beträgt $\frac{2\tau}{6x \mp 1}$ und ihre Umlaufgeschwindigkeit $\mp \frac{v_s}{6x \mp 1}$, wenn unter v_s die synchrone Geschwindigkeit der Grundwelle verstanden wird. Demnach rotiert beispielsweise die 5. Harmonische mit einer Geschwindigkeit $\frac{v_s}{5}$ entgegen der Umlaufrichtung des synchronen Drehfeldes, die 7. Harmonische mit einer Geschwindigkeit $\frac{v_s}{7}$ in Richtung des synchronen Drehfeldes, usw. Diese Oberwellen der Amperewindungsverteilung erzeugen Luftspaltfelder, die sich dem synchronen Drehfeld überlagern und in den Blechen der Rotorzähne entsprechende elektromotorische Kräfte erzeugen. Der Effektivwert, gebildet aus allen diesen elektromotorischen Kräften, ist die „Treppenspannung" E_t und aus ihr folgen nach Gleichung (3) die Treppenverluste.

Diese Berechnungsmethode ist indessen mühsam und liefert nicht leicht einen Einblick in die Grundgesetze, welche die Verlustbildung beherrschen. Wir müssen daher versuchen, den oben skizzierten umständlichen Weg zu vereinfachen.

Wir untersuchen zu diesem Zwecke die Zahnharmonischen, denn nach Bild 1 erzeugen diese sicherlich den größten Teil der Treppenverluste. Die Ordnungszahl ist

$$m = n q_{01} \mp 1 \quad (n = 1, 2, 3 \ldots), \tag{14}$$

wenn q_0 wie früher die Zähnezahl pro Polpaar bezeichnet. Ihr Wicklungsfaktor ist (abgesehen vom Vorzeichen) gleich dem der Grundwelle, wenn wir eine Gestalt der Treppenkurve gemäß Bild 1 — also mit senkrechten Treppenstufen — zugrunde legen. Die Amplituden der Zahnharmonischen verhalten sich daher zur Grundwelle wie $\frac{1}{m} : 1$.

Der Rotor (mit q_{02} Nuten pro Polpaar) möge mit der Geschwindigkeit

$$v = v_s(1 - s)$$

rotieren. Seine Relativgeschwindigkeit gegen die beiden Zahnfelder ist dann

$$v + \frac{v_s}{n q_{01} - 1} \quad \text{bzw.} \quad v - \frac{v_s}{n q_{01} + 1}.$$

Dem entsprechen elektromotorische Kräfte in einem Rotorzahnblech proportional mit

$$\left(v + \frac{v_s}{n q_{01} - 1}\right) \cdot \frac{\sin \pi \cdot \frac{n q_{01} - 1}{q_{02}}}{n q_{01} - 1} \quad \text{bzw.} \quad \left(v - \frac{v_s}{n q_{01} + 1}\right) \cdot \frac{\sin \pi \frac{n q_{01} + 1}{q_{02}}}{n q_{01} + 1}.$$

Führen wir zur Abkürzung die Verhältniszahlen ein:

$$f' = \frac{\sin \pi \frac{n q_{01} - 1}{q_{02}}}{\pi \frac{n q_{01} - 1}{q_{02}}}$$

und

$$f'' = \frac{\sin \pi \frac{n q_{01} + 1}{q_{02}}}{\pi \frac{n q_{01} + 1}{q_{02}}},$$

so kann man die elektromotorischen Kräfte in einem Rotorzahnblech auch proportional

$$\left(v + \frac{v_s}{n\,q_{01} - 1}\right) f' \quad \text{bzw.} \quad \left(v - \frac{v_s}{n\,q_{01} + 1}\right) f''$$

setzen. In die Berechnung der Treppenverluste geht die Quadratsumme obiger Werte ein, also:

$$\sum = v^2 [f'^2 + f''^2] + 2\,v\,v_s \left[\frac{f'^2}{n\,q_{01} - 1} - \frac{f''^2}{n\,q_{01} + 1}\right] + v_s^2 \left[\frac{f'^2}{(n\,q_{01} - 1)^2} + \frac{f''^2}{(n\,q_{01} + 1)^2}\right].$$

Die Glieder, welche v_s enthalten, rühren von der Relativgeschwindigkeit der Zahnharmonischen gegen den Stator her.

Nun ist leicht einzusehen, daß für die Größe der obigen Summe der erste Summand ausschlaggebend ist. Denn der zweite Summand enthält in der Klammer eine Differenz ziemlich kleiner Werte, der dritte Summand eine Summe sehr kleiner Werte. Setzen wir z. B.

$$n = 1, \quad q_{01} = 12, \quad q_{02} = 18,$$

$$f' = \frac{\sin 110^0}{\frac{11}{18}\pi} = 0{,}49, \qquad f'' = \frac{\sin 130^0}{\frac{13}{18}\pi} = 0{,}338,$$

so ergibt sich:

$$\Sigma = v^2 [0{,}24 + 0{,}114] + 2\,v\,v_s [0{,}0218 - 0{,}0088] + v_s^2 [0{,}00198 + 0{,}00067]$$
$$= v^2 \cdot 0{,}354 + v\,v_s \cdot 0{,}026 + v_s^2\, 0{,}00265.$$

Für größere Zähnezahlen werden die beiden letzten Summanden noch kleiner im Verhältnis zum ersten, z. B.:

$$n = 1, \quad q_{01} = 18, \quad q_{02} = 24,$$

$$f' = \frac{\sin 127{,}5^0}{\frac{17}{24}\pi} = 0{,}357, \quad f'' = \frac{\sin 142{,}5^0}{\frac{19}{24}\pi} = 0{,}245,$$

$$\Sigma = v^2 [0{,}127 + 0{,}060] + 2\,v\,v_s [0{,}0075 - 0{,}0032] + v^2 [0{,}00044 + 0{,}00017]$$
$$= v^2 \cdot 0{,}187 + v\,v_s \cdot 0{,}0086 + v_s^2 \cdot 0{,}0006.$$

Stellen wir dieselbe Rechnung für andere Verhältnisse der Zähnezahlen an, so finden wir:

$$n = 1, \quad q_{01} = 18, \quad n_{02} = 21,$$

$$f' = \frac{\sin 145{,}7^0}{\frac{17}{21}\pi} = 0{,}222, \quad f'' = \frac{\sin 162{,}9^0}{\frac{19}{21}\pi} = 0{,}107,$$

$$\Sigma = v^2 [0{,}0493 + 0{,}0114] + 2\,v\,v_s [0{,}0029 - 0{,}0006] + v_s^2 [0{,}00017 + 0{,}00003]$$
$$= v^2\, 0{,}0607 + v\,v_s\, 0{,}0046 + v_s^2 \cdot 0{,}0002$$

oder für

$$n = 1, \quad q_{01} = 18, \quad q_{02} = 30,$$

$$f' = \frac{\sin 102^0}{\frac{17}{30}\pi} = 0{,}535, \quad f'' = \frac{\sin 114^0}{\frac{19}{30}\pi} = 0{,}459.$$

$$\Sigma = v^2 [0{,}286 + 0{,}210] + 2 v v_s [0{,}0168 - 0{,}0111] + v_s^2 [0{,}00099 + 0{,}00058]$$
$$= v^2 \cdot 0{,}496 + v v_s \cdot 0{,}0114 + v_s^2 \cdot 0{,}00157.$$

Man sieht aus allen diesen Beispielen, daß man bei kleinen Schlüpfungen und nicht zu großen Ansprüchen an die Rechengenauigkeit die beiden letzten Summanden vernachlässigen kann. Diese Glieder rühren von den Umlaufgeschwindigkeiten der Zahnharmonischen des Stators her. Sie vernachlässigen bedeutet, daß wir die Stator-Zahnharmonischen nicht rotierend, sondern stillestehend annehmen. Nun erregen aber



gerade die Zahnharmonischen den Hauptteil der Treppenspannung. Die Ungenauigkeit wird also kaum größer, wenn wir die oben ausgesprochene Vernachlässigung auch auf die anderen Oberfelder ausdehnen. Daraus folgt der außerordentlich wichtige Satz:

Man erhält bei mäßigen Schlüpfungen die Treppenspannung der Rotorzähne genügend genau, wenn man durch die Statorwicklung ein Gleichfeld erregt, das alle Harmonische ebenso stark enthält wie sie die wirkliche Amperewindungsverteilung ausbildet. Für die Treppenspannung der Statorzähne gilt derselbe Satz noch viel genauer, weil die vernachlässigte Relativgeschwindigkeit der Rotoroberfelder gegen den Rotor der Schlüpfung proportional und deshalb sehr gering ist.

Diese grundlegende Erkenntnis ebnet den Weg sowohl für die experimentelle als auch für die theoretische Untersuchung der Treppenverluste. Die richtigen Oberwellen der Statoramperewindungsverteilung erhält man, wenn man sich die Verteilung der Statoramperewindungen bei Drehstromerregung in irgend einem beliebigen Zeitpunkt festgehalten denkt, z. B. in dem Augenblick, in dem der Strom einer Phase durch Null geht (Bild 1). Die beiden anderen Phasen sind dann in Serie zu schalten und mit einem Gleichstrom vom Betrag

$$J_0 = (J_{1\,eff} \sqrt{2}) \sin 60^0 = J_{1\,eff} \cdot 1{,}225$$

zu erregen. Treibt man nun den kurzgeschlossenen Rotor mit der Betriebstourenzahl, so heben die Rotorgegenamperewindungen die Grundwelle des Luftspaltfeldes zum größten Teil auf, und man erhält sowohl in den Stator- als auch in den Rotorzähnen fast nur „Treppenspannungen". Diese experimentelle Methode kann auf verschiedene Weise so erweitert werden, daß auch der Einfluß der Eisensättigung auf die Treppenspannung festgestellt werden kann.

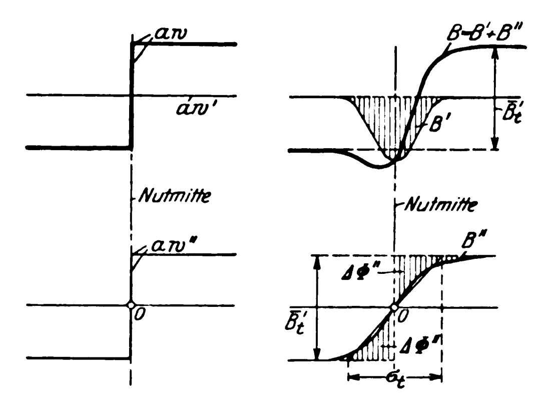


Bild 6. Amperewindungsverteilung und Anstieg des Treppenfeldes über der Nutmitte.

Für die Vorausberechnung der Treppenverluste ist es empfehlenswert, die Zahnfelder noch etwas genauer zu erfassen. Wenn wir bei einer in Stern geschalteten Statorwicklung mit 3 Nuten pro Pol und Phase eine Phase abschalten und die beiden anderen Phasen ohne Änderung ihrer Schaltung mit dem oben berechneten Gleichstrom J_0 erregen, so erhalten wir die in Bild 1 abgebildete Amperewindungsverteilung. Das hierdurch erregte Luftspaltfeld sieht jedoch etwas anders aus und zwar auch dann, wenn wir die Eisensättigung vernachlässigen. Die Treppenstufen sind nämlich nicht senkrecht, sondern schräge.

In Bild 6 ist eine Feldtreppe besonders herausgezeichnet. Man erhält sie indem man die Amperewindungen (aw) in ihrem Mittelwert (aw′) und eine zur Nullinie symmetrische Komponente (aw″) auflöst, die entsprechenden Felder (B′ und B″) bestimmt und diese superponiert. Die erste Feldkomponente B′ erzeugt keine Treppenspannung, sondern die schon behandelte Reluktanzspannung. Mit ihr brauchen wir uns daher an dieser Stelle nicht zu beschäftigen. Es ist ausschließlich die 2te Komponente B″, von welcher die Treppenspannung herrührt. Wenn man diese Feldkomponente nach der Methode der konformen Abbildung berechnet, findet man, daß infolge des schrägen Anstieges der B″-Kurve verglichen mit einer senkrechten Treppenstufe von gleicher Höhe $\bar{B}_t$ pro cm Ankerlänge eine Kraftlinienzahl

$$\Delta\Phi'' = \bar{B}_t \cdot \frac{b_{s1}}{4} y_1'' \tag{15}$$

verloren geht. Die Funktion

$$\begin{aligned} y'' &= \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b_s}{2\,\delta} - \frac{\delta}{b_s}\ln\left(1 + \frac{b_s^2}{4\,\delta^2}\right)\right] + 0{,}88\,\frac{\delta}{b_s} \\ &= y' + 0{,}88\,\frac{\delta}{b_s} \end{aligned} \tag{15 a}$$

ist in Bild 7 abgebildet. Hiernach beträgt die äquivalente (konstante) Schrägung σ_t der Treppenstufen

$$\sigma_{t\,1} = 2\,b_{s\,1}\,y_1'' \tag{15 b}$$

oder für $\frac{b_s}{\delta} = 2$ bis 10 genau genug

$$\sigma_{t\,1} = 1{,}4\,b_{s\,1}.$$

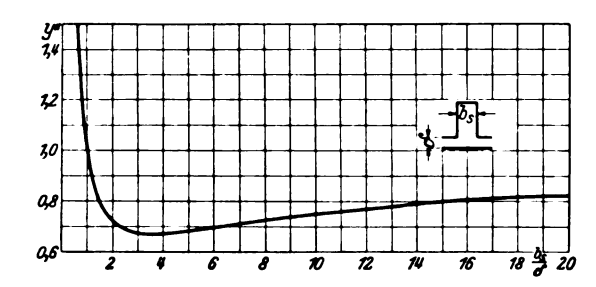


Bild 7. Darstellung der Funktion

$$y'' = \frac{2}{\pi}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{b_s}{2\delta} - \frac{\delta}{b_s}\ln\left(1 + \frac{b_s^2}{4\delta^2}\right)\right] + 0{,}88\,\frac{\delta}{b_s}$$

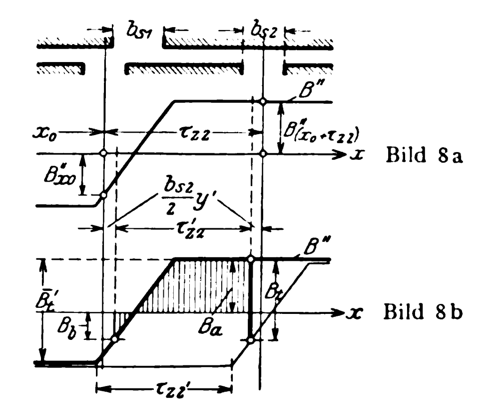


Bild 8. Ersatz der Treppenspannung durch eine Rotationsspannung.

Nachdem auf diese Weise die Form des Treppenfeldes bestimmt ist, können wir untersuchen, wie sich der Flux eines Rotorzahnes bei Rotation in diesem Felde ändert. Wir machen dabei dieselbe Annahme wie bei der Berechnung der Reluktanzspannung, das heißt wir rechnen so, als ob der Rotorunterschlitz sehr klein und die Rotorzahnteilung gleich

$$\tau_{z\,2}' = \tau_{z\,2} - b_{s\,2}\,y_2' \tag{16}$$

bzw. die Rotornutenzahl pro Polpaar gleich

$$q_{20}' = q_{20} \cdot \frac{\tau_{z\,2}}{\tau_{z\,2}'} \tag{17}$$

sei. Die Treppenspannung e_t wird dann gleich derjenigen Rotationsspannung, die in einer Windung um ein Rotorzahnblech von der Spannweite $\tau_{z\,2}'$ erzeugt wird; oder mit den Bezeichnungen von Bild 8

$$e_t = (B_a - B_b)\,v\,\Delta' \cdot 10^{-8} = B_t \cdot v\,\Delta' \cdot 10^{-8}.$$

Gemäß Bild 8 erhält man B_t am einfachsten, indem man die Feldkurve um $\tau_{z\,2}'$ in der Umlaufrichtung verschiebt und die Differenz der Feldordinaten beider Kurven bestimmt. In Bild 9 ist diese Konstruktion für eine Drehstromwicklung mit 3 Nuten pro Pol und Phase durchgeführt. Bild 9a zeigt das Treppenfeld (ohne Berücksichtigung der Eisensättigung und der Rotornutenschlitze) nebst der um $\tau_{z\,2}'$ parallel verschobenen Hilfskurve. Bild 9a enthält die Differenzkurve B_t, die auch im Spannungsmaßstab (e_t) gelesen werden kann. Eine Treppenstufe hat die Höhe

$$\bar{B}_t' = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} \cdot J_{1\,eff} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{n_{s\,1}}{a_1} = \bar{B}_t\,\frac{\sqrt{3}}{2\,f_1} \tag{18 a}$$

(n_s = Leiterzahl pro Nut, a = Anzahl parallele Kreise, $f_1 = \frac{\sin\frac{\pi}{6}}{\frac{q_0}{6}\sin\frac{\pi}{q_0}}$ = Wicklungsfaktor der Grundwelle, δ_t = wirksamer Luftspalt inklusive Zuschlag für die Sättigung der Ankerzähne, $\bar{B}_t = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} J \sqrt{2}\,\frac{n_s f_1}{a}$ Höhe einer Feldtreppe bei Drehstromerregung gemäß Teil I Gleichung (9) und (50a) und erzeugt eine Spannung

$$\bar{e}_t' = \bar{B}_t' \,v\, \Delta' \cdot 10^{-8} \tag{18b}$$

Das Quadrat des Effektivwertes der e_t-Kurve (Bild 9b) vermindert um das Quadrat des Effektivwertes der Grundwelle (E_1^2) liefert das Quadrat des Effektivwertes der Treppenspannung, also:

$$E_t^2 = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} e_t'^2\, d\varphi - E_1^2. \tag{19}$$

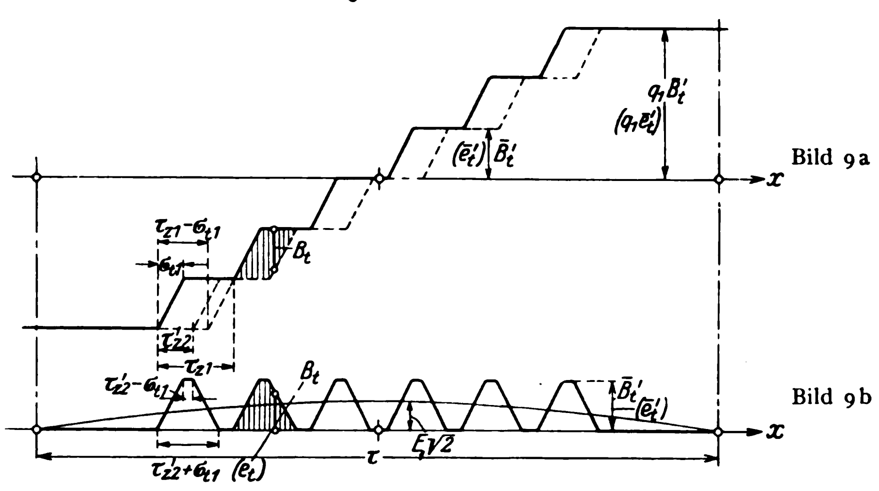


Bild 9. Erster Hauptfall (Fall Ia) $\sigma_{t_1} < \tau_{z_2}' < \tau_{z_1} - \sigma_{t_1}$.

Für die Grundwelle E_1 ergibt sich nach bekannten Rechenregeln

$$E_1 = \frac{\bar{e}_t'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{q_{01}}{3} \cdot \frac{4}{\pi} \sin\frac{\pi}{q_{02}'} \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\frac{q_{01}}{3}\sin\frac{\pi}{q_{01}}} \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau}}{\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau}}$$

$$= \bar{e}_t' \cdot \frac{q_{10}}{q_{20}'} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\pi} K_2 \tag{20}$$

wobei der Faktor

$$K_2 = \frac{\dfrac{\sin\frac{\pi}{q_{20}'}}{\frac{\pi}{q_{20}'}}}{\dfrac{\sin\frac{\pi}{q_{10}}}{\frac{\pi}{q_{10}}}} \cdot \frac{\sin\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau}}{\frac{\pi}{2}\frac{\sigma_{t1}}{\tau}} \tag{20a}$$

oft mit guter Annäherung gleich 1 gesetzt werden kann.

Hinsichtlich des Integrales in Gleichung (19) haben wir im allgemeinen mit folgenden Fällen zu rechnen:

1. $\tau_{z2}' < \tau_{z1}$
   a) $\sigma_{t1} < \tau_{z2}' \leqq \tau_{z1} - \sigma_{t1}$ Bild 9 („erster Hauptfall")
   b) $\tau_{z1} - \sigma_{t1} < \tau_{z2}' < \sigma_{t1}$ Bild 10
2. $\tau_{z2}' = \tau_{z1}$ Bild 11
3. $\tau_{z2}' > \tau_{z1}$
   a) $\tau_{z1} < \tau_{z2}' \leqq \tau_{z1} + \sigma_{t1}$ Bild 12
   b) $\tau_{z1} + \sigma_{t1} < \tau_{z2}' < 2\tau_{z1} - \sigma_{t1}$ Bild 13 („zweiter Hauptfall").

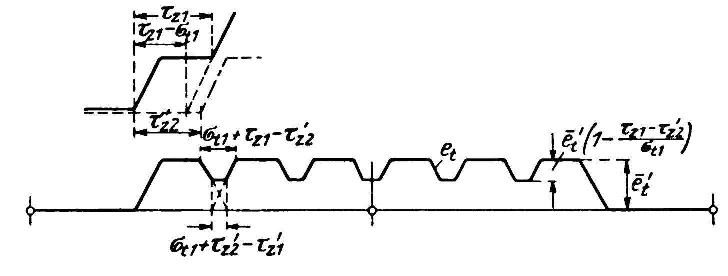


Bild 10. Ausnahmefall (Fall Ib) $\tau_{z1} - \sigma_{t1} < \tau_{z2}' < \tau_{z1}$.

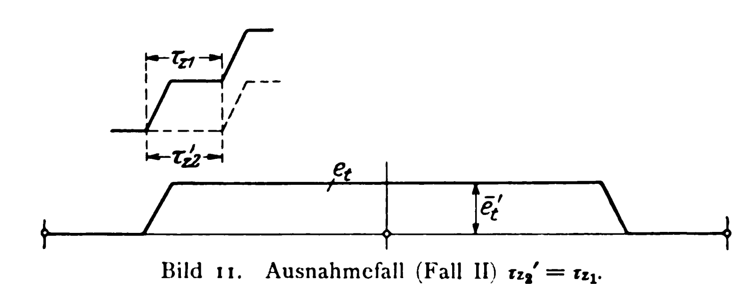


Bild 11. Ausnahmefall (Fall II) $\tau_{z2}' = \tau_{z1}$.

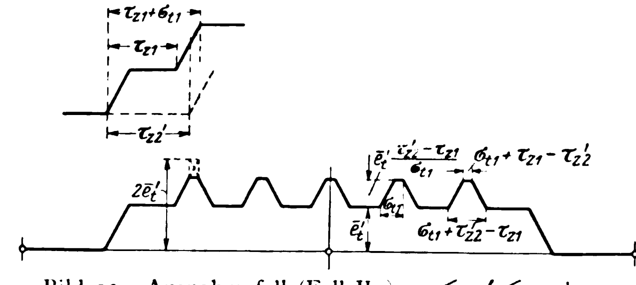


Bild 12. Ausnahmefall (Fall IIa) $\tau_{z1} < \tau_{z2}' < \tau_{z1} + \sigma_{t1}$.

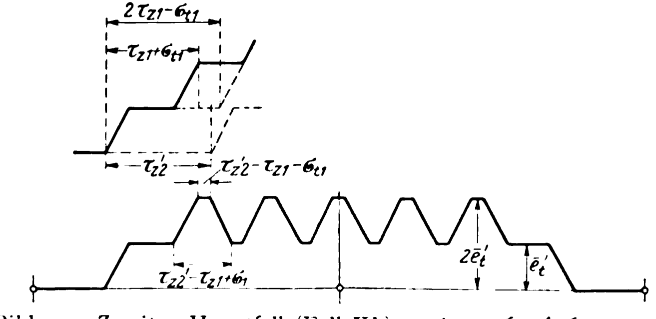


Bild 13. Zweiter Hauptfall (Fall IIb) $\tau_{z1} + \sigma_{t1} < \tau_{z2}' < 2\tau_{z1} - \sigma_{t1}$.

Bei der Ausrechnung der Gleichung (19) für diese 5 Fälle benützen wir für die Treppenspannung den Ansatz

$$E_{t_2}{}^2 = \bar{e}_t'^2 \cdot \frac{2}{3}\left(\frac{q_{01}}{q_{02}'}\right)^2 \cdot f_{t_2} \tag{21}$$

und erhalten:

Fall 1a. („Erster Hauptfall").

$$f_{t_2} = \frac{q_{02}'}{q_{01}} - \frac{9}{\pi^2} K_2{}^2 - \frac{1}{3}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2 \tag{22}$$

Fall 1b.

$$f_{t_2} = \frac{q_{02}'}{q_{01}} - \frac{9}{\pi^2} K_2{}^2 + \frac{1}{3}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2\left[\left(1-\frac{3}{q_{01}}\right)\left(1-\frac{\tau_{z1}}{\sigma_{t1}}\cdot\frac{q_{02}'-q_{01}}{q_{02}'}\right)^3 - 1\right]. \tag{23}$$

Fall 2.

$$f_{t_2} = 1 - \frac{9}{\pi^2} K_2{}^2 - \frac{\sigma_{t1}}{q_{01}\tau_{z1}} \tag{24}$$

Fall 3a.

$$f_{t_2} = \frac{q_{02}'}{q_{01}}\left[1 + 2\left(1-\frac{3}{q_{01}}\right)\left(1-\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)\right] - \frac{9}{\pi^2}K_2{}^2 + \frac{1}{3}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2\left[\left(1-\frac{3}{q_{01}}\right)\left(1-\frac{\tau_{z1}}{\sigma_{t1}}\cdot\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdot\frac{q_{01}-q_{02}'}{q_{02}'}\right)^3 - 1\right] \tag{25}$$

Fall 3b. („Zweiter Hauptfall").

$$f_{t_2} = \frac{q_{02}'}{q_{01}}\left[1 + 2\left(1-\frac{3}{q_{01}}\right)\left(1-\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)\right] - \frac{9}{\pi^2}K_2{}^2 - \frac{1}{3}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2 \tag{26}$$

Schließlich führen wir noch Gleichung (21) in Gleichung (3) für die zusätzlichen Wirbelstromverluste im Zahnkranz ein und erhalten so für die Treppenverluste in den Rotorzähnen unter Vernachlässigung des Skineffektes:

$$P_{t_2} = \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\left[\frac{v}{1000}\cdot\frac{q_{01}\bar{B}_t'}{1000}\cdot\frac{\Delta'}{q_{02}' b_{zm2}}\right]^2 \cdot f_{t_2} \cdot V_{z_2}. \tag{27}$$

Im allgemeinen macht sich der Skineffekt in den Ankerzähnen nicht bemerkbar, denn infolge der hohen Eisensättigung ist die charakteristische Größe

$$\xi = \Delta \cdot 2\pi\sqrt{\nu_{z1}\mu\lambda\cdot 10^{-5}}$$

gewöhnlich kleiner als 3. Liegt aber einmal ausnahmsweise die Zahnperiodenzahl $\nu_{z1} = \frac{v}{\tau_{z1}}$ so hoch, daß $\xi > 3$ erhalten wird, so kann Gleichung (27) mit einem Reduktionsfaktor

$$f_w = \frac{3}{\xi}$$

multipliziert werden, der die Verminderung der Wirbelstromverluste durch den Skineffekt berücksichtigt.

Was an Gleichung (27) am meisten interessiert ist die Aussage, welche sie bezüglich des Einflusses der Zähnezahlen auf die Treppenverluste enthält. Dieser Einfluß ist nahezu vollständig in dem Faktor f_{t_2} verkörpert; denn bei gegebenen Amperewindungen und gegebenen Zahnvolumen ist $q_0 \cdot \bar{B}_t'$ vollständig und $q_0' b_m$ nahezu unabhängig von der Zähnezahl. Die Gesetzmäßigkeiten werden besonders einfach, wenn man vorübergehend die Schrägung σ der Feldtreppen vernachlässigt. Gewöhnlich ist außerdem die Nutenzahl des Rotors größer als die des Stators, sodaß für die Treppenverluste in den Rotorzähnen Gleichung (27) und (22), für die Treppenverluste in den Statorzähnen dagegen Gleichung (26) und (27) (jedoch mit Vertauschung der Indices 1 und 2) anzuwenden ist.



Also für den Stator (q_1 Nuten pro Pol und Phase)

$$f_{t1} = \frac{q_1'}{q_2}\left[1 + \left(2 - \frac{1}{q_2}\right)\left(1 - \frac{q_1'}{q_2}\right)\right] - \frac{9}{\pi^2} K_1^2 \qquad (22\,a)$$

und für den Rotor (q_2 Nuten pro Pol und Phase)

$$f_{t2} = \frac{q_2'}{q_1} - \frac{9}{\pi^2} K_2^2 . \qquad (26\,a)$$

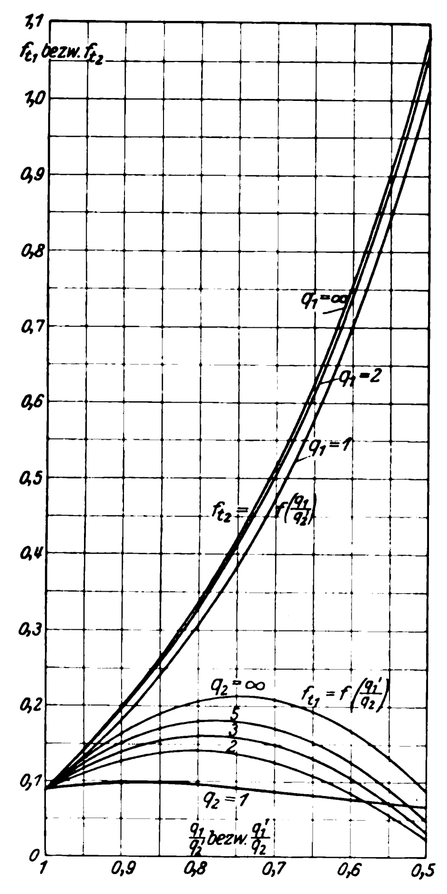


Bild 14. Einfluß der Zähnezahlen auf die Treppenverluste im Zahnkranz.

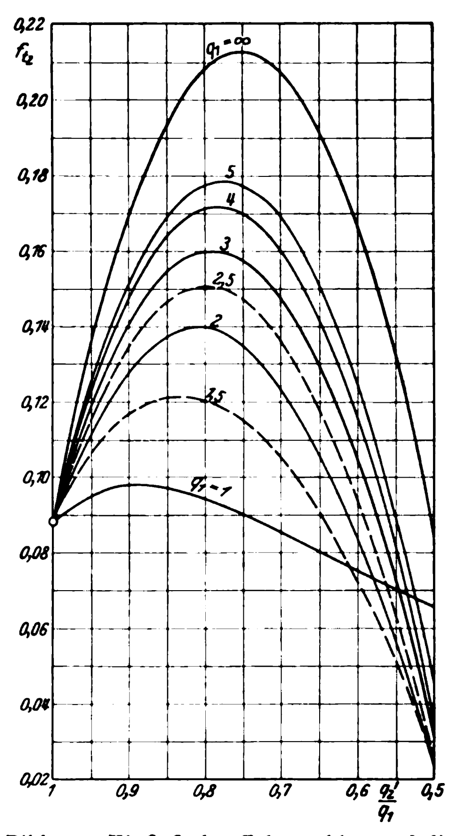


Bild 15. Einfluß der Zähnezahlen auf die Treppenverluste im Zahnkranz.

Diese Funktionen sind in Bild 14 und 15 für Drehstromwicklungen mit q = 1, 2, 3, 5 und unendlich vielen Nuten pro Pol und Phase graphisch dargestellt und vermitteln uns die Kenntnis folgender Grundgesetze der Verlustbildung:

Erstens: Die Treppenverluste sind in demjenigen Zahnkranz (Stator oder Rotor), der die größere Zähnezahl besitzt, verhältnismäßig größer als in dem Zahnkranz mit der geringeren Zähnezahl und dieser Unterschied wächst, je mehr sich das Verhältnis der Zähnezahlen von 1 entfernt.

Zweitens: In dem Zahnkranz mit der höheren Zähnezahl (q_2) hängen die Verluste fast nur von dem Verhältnis der Zähnezahlen ab; der Absolutwert der Zähnezahlen ist von untergeordneter Bedeutung[1].

[1] Indessen ist zu beachten, daß wir bei q = 2 und noch mehr bei q = 1 die Verluste zu gering erhalten, da wir die Relativgeschwindigkeit der Zahnharmonischen gegen den Stator vernachlässigt haben.

Drittens: In dem Zahnkranz mit der kleineren Zähnezahl (q_1) sind die Verluste am größten, wenn $\frac{q_1}{q_2}$ ungefähr 0,8 beträgt. Außerdem wachsen die Verluste mit den Absolutwerten der Zähnezahlen.

Man sieht aus dieser Zusammenstellung, daß — soweit die Treppenverluste in den Zahnkränzen in Betracht kommen — die meisten Drehstrommotore in einem ungünstigen Bereich arbeiten. Am häufigsten wird wohl

$$q_1 = 3, \qquad q_2 = 4$$

ausgeführt, wobei dann in erster Annäherung

$$f_{t1} = 0{,}17$$
$$f_{t2} = 0{,}41$$

gesetzt werden kann. Macht man statt dessen

$$q_1 = 3, \qquad q_2 = 3{,}5$$

ergeben sich die günstigeren Werte

$$f_{t1} = 0{,}16$$
$$f_{t2} = 0{,}25.$$

Noch günstiger wären aufgeschnittene Gleichstromwicklungen mit noch geringerem Unterschied zwischen den Zähnezahlen. Indessen verliert man bei Verminderung der Rotorzähnezahl durch die erhöhten Oberflächen-Treppenverluste des Stators so ziemlich alles, was man durch die verminderten Treppenverluste in den Rotorzähnen gewinnt. Der theoretisch richtige Weg wäre eine Erhöhung der Statorzähnezahl. Doch stehen dieser wirtschaftliche Bedenken im Wege.

Die in Wirklichkeit immer vorhandene Schrägung σ_t der Feldtreppen vermindert die Treppenverluste merklich, ohne indessen die oben genannten Gesetzmäßigkeiten wesentlich zu verändern. Gewöhnlich sind die Voraussetzungen für die Anwendung von Fall 1a und Fall 3b erfüllt.

Die Bedeutung der Treppenverluste in den Zahnkränzen $(P_t)_z$ schätzt man am richtigsten ein, wenn man sie einerseits mit den normalen Wirbelstromverlusten im Statorrücken (P_{01}), andererseits mit den Oberflächen-Treppenverlusten in den Zahnkronen $(P_t)_0$ vergleicht. Für P_{01} habe ich Gleichung (11) angegeben. Den Vergleich mit den Oberflächentreppenverlusten stütze ich auf Gleichung (46), (48) und (48a) des ersten Teiles für die Oberflächenverluste in einem glatten Anker, füge aber einen Vergrößerungsfaktor ψ für den Nutenanker bei, der unter anderem nach Bild 26 Teil 1 geschätzt werden kann. Auf diese Weise ergibt sich:

$$\frac{(P_{t2})_z}{P_{01}} = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{q_{01}\,B_t'}{B_g'}\right)^2 \cdot f_{t2}\left(\frac{q_{02}}{q_{02}'}\right)^2 \cdot \frac{h_2}{q_{02}\,b_{zm2}} \cdot \frac{1}{\eta_w} \tag{28a}$$

oder gemäß Gleichung (18a), sowie Gleichung (50) Teil 1.

$$\frac{(P_{t2})_z}{P_{01}} = \frac{2\pi}{f_1^2}\left(\frac{J_1}{J_{1m}}\frac{\delta'}{\delta_t}\right)^2 \cdot f_{t2}\left(\frac{q_{02}}{q_{02}'}\right)^2 \cdot \frac{h_2}{q_{02}\,b_{zm2}} \cdot \frac{1}{\eta_w}. \tag{28}$$

Hierin bedeutet:

- f_1 den Wicklungsfaktor einer Statorphase für die 1te Harmonische,
- J_1 den Statorstrom,
- J_{1m} den Magnetisierungsstrom des Stators,
- δ' denjenigen Ersatzluftspalt, mit welchem B_g' aus den Erregeramperewindungen berechnet wird,
- δ_t denjenigen Ersatzluftspalt, mit welchem $\bar{B}_t'$ aus der Ampereleiterzahl einer Nut berechnet wird,
- h_2, b_{zm2} Zahnhöhe und mittlere Zahnbreite,
- $\frac{1}{\eta_w}$ die in Bild 14 Teil 1 abgebildete Funktion des Verhältnisses Statorrückenhöhe zur Polteilung.



Setzen wir beispielsweise für einen 6 poligen Drehstrommotor mit 3 Statornuten und 4 Rotornuten pro Pol und Phase:

$$f_1 = 0{,}96 \quad \frac{J_1}{J_{1m}} = 3 \quad \frac{\delta'}{\delta_t} = 1{,}2 \quad \frac{1}{\eta_w} = f\left(\frac{H_1}{\tau_2''}\right) = f(0{,}3) = 0{,}675,$$

$$\frac{q_{02}}{q_{02}'} = 0{,}95 \quad \frac{q_1}{q_2'} = \frac{3}{4}\cdot 0{,}95 = 0{,}712 \quad \frac{h_2}{b_{zm2}} = 3{,}5 \quad \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} = 0{,}175,$$

so ergibt sich nach Gleichung (22) und Bild 14:

$$f_{t2} = (f_{t2})_{\sigma t=0} - \frac{1}{3}\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\cdot\left(\frac{q_2'}{q_1}\right)^2 = 0{,}49 - 0{,}115 = 0{,}375, \tag{28}$$

und nach Gleichung (28)

$$\frac{(P_{t2})_z}{P_{01}} = \frac{2\pi}{0{,}96^2}\cdot(1{,}2\cdot 3)^2\cdot 0{,}375\cdot 0{,}95^2\cdot\frac{3{,}5}{24}\cdot 0{,}675 = 2{,}94.$$

Hingegen gibt nach Gleichung (48a) des ersten Teiles für die Oberflächen-Treppenverluste im Rotor im Vergleich zu den normalen Wirbelstromverlusten im Statorrücken

$$\frac{(P_{t2})_0}{P_{01}} = 2\left(\frac{J_1}{J_{1m}}\cdot\frac{\delta'}{\delta_t}\right)^2 \frac{\Sigma_{t0}\cdot\psi}{q_{01}}\cdot\frac{1}{\eta_w}. \tag{29}$$

Wenn daher für δ_t in Gleichung (28) und (29) derselbe Wert eingesetzt werden darf, so gilt

$$\frac{(P_{t2})_z}{(P_{t2})_0} = \frac{\pi}{f_1^2}\cdot\frac{f_{t2}\left(\frac{q_{02}}{q_{02}'}\right)^2\cdot\frac{q_{01}}{q_{02}}\cdot\frac{h_2}{b_{zm2}}}{\Sigma_{t0}\cdot\psi}. \tag{30}$$

Für unser obiges Zahlenbeispiel ist

$$\frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} = 0{,}175,$$

dazu nach Bild 25 Teil 1

$$\Sigma_{t0} = 1{,}4$$

und auf Grund anderer Rechnungen

$$\psi = 1{,}5.$$

Somit wird

$$\frac{(P_{t2})_z}{(P_{t2})_0} = \frac{\pi}{0{,}96^2}\,\frac{0{,}375\cdot 0{,}95^2\cdot 0{,}75\cdot 3{,}5}{1{,}4\,\psi} = 1{,}44$$

und

$$\frac{(P_{t2})_0}{P_{01}} = \frac{2{,}94}{1{,}44} = 2{,}04.$$

Dieses Zahlenbeispiel lehrt uns zweierlei.

Erstens, daß die zusätzlichen Wirbelstromverluste, die man gewöhnlich vernachlässigt, ein Vielfaches der normalen Wirbelstromverluste im Ankerrücken betragen.

Zweitens, daß bei einem Verhältnis 3:4 der Stator- und Rotorzähnezahlen die Treppenverluste an der Rotoroberfläche und im Rotorzahnkranz dieselbe Größenordnung besitzen.

Was die Stator-Treppenverluste betrifft, so verhalten sich bei gleicher Amperewindungszahl die Oberflächenverluste in Stator und Rotor nahezu wie die Zähnezahlen der beiden Teile. Bei 3 Stator- und 4 Rotornuten pro Pol und Phase würden also im Stator ungefähr 75% der Oberflächen-Treppenverluste des Rotors zu erwarten sein, oder richtiger gesagt, noch weniger, weil die Amperewindungszahl des Rotors merklich kleiner ist, als die des Stators. Die Zahnverluste sind nach Bild 14 im Stator sehr viel kleiner als im Rotor, bei gleichem Zahnvolumen und gleicher Gesamtamperewindungszahl im Verhältnis 1:3 bis 1:4.

Je mehr sich die Zähnezahlen des Stators und Rotors einander nähern, desto mehr sinken die zusätzlichen Verluste in den Ankerzähnen und zwar nahezu unabhängig von den Absolutwerten der Zähnezahlen. Dagegen sind die Oberflächen-Treppenverluste im Rotor umgekehrt proportional der Statorzähnezahl q_{01}, die des Stators umgekehrt proportional der Rotorzähnezahl q_{02}, und erst in 2ter Linie ist auch das Verhältnis der Zähnezahlen von Einfluß. Unglücklicherweise äußert sich aber dieser Einfluß in der Richtung, daß bei gleichen Zähnezahlen besonders große Oberflächenverluste entstehen.

3. Abschnitt. Der Einfluß der Eisensättigung auf die zusätzlichen Verluste in den Ankerzähnen.

Ich habe zwar in den früheren Abschnitten gelegentlich durchblicken lassen, daß die Eisensättigung einen erheblichen Einfluß auf die Größe der zusätzlichen Verluste ausübt, aber ich bin diesem Einfluß nicht weiter nachgegangen. Dies soll in dem vorliegenden Abschnitt nachgeholt werden. Dabei betrachte ich es nicht als meine Aufgabe, eine möglichst genaue Rechenmethode anzugeben, welche der in der Praxis stehende Ingenieur doch niemals anwenden würde; vielmehr werde ich eine einfache Näherungsmethode entwickeln, auf Grund welcher man den Einfluß der Zahnsättigung mit genügender Genauigkeit einschätzen kann.

Reluktanzverluste.

Denkt man zuerst nur an die Berechnung der Reluktanzverluste, so hat man zu untersuchen, ob das Verhältnis der Luftspaltinduktion B_s über der Schlitzmitte zur Luftspaltinduktion B_g zwischen den Zahnkronen durch die Sättigungsverhältnisse merklich beeinflußt wird. Um diese Frage experimentell zu klären, ließ ich die Feldform eines Motors mit halbgeschlossenen Statornuten und ungenutetem Rotor oszillographisch aufnehmen. Eine nennenswerte Beeinflussung des Verhältnisses $\frac{B_s}{B_g}$ konnte nicht festgestellt werden, obgleich die Sättigung in weiten Grenzen (bis etwa zum doppelten Erregerstrom) geändert wurde. Hiernach dürfte der Einfluß der Eisensättigung auf die Reluktanz-(Wirbelstrom-)verluste unerheblich sein.

Treppenverluste.

Weit schwieriger ist es zuverlässige Aufschlüsse für den Ersatzluftspalt δ_t zu erhalten, mit welchem die Tiefe $\overline{B}_t$ des Sägezahnfeldes (Bild 23 Teil I) bzw. die Stufenhöhe $\overline{B}_t'$ des Treppenfeldes (Bild 86 Teil II) zu berechnen ist. Daß man dieser Frage nicht schon früher nähergetreten ist, nimmt Wunder, denn sie ist nicht nur für die Berechnung der Treppenverluste von Wichtigkeit, sondern ebenso sehr für die Berechnung der sogenannten doppelt verketteten Streuung, die ja auf denselben Oberfeldern beruht. Diese doppelte Bedeutung scheint mir eine etwas breitere Behandlung zu rechtfertigen. Um trotzdem nicht zu weitschweifig zu werden, werde ich zuweilen den an sich notwendigen Beweis für gewisse Behauptungen fortlassen, wenn deren Richtigkeit auch ohne Rechnung einleuchten könnte. Derartige Unterlassungen werde ich durch das Zeichen (B. f. = Beweis fehlt) besonders kenntlich machen.

Ich unterscheide für jede Rotornut oder Statornut 2 „Hauptlagen".

Bei der ersten Hauptlage fallen die Mittelebenen der Rotor- und Statornut zusammen. In der Nähe (B.f.) dieser Hauptlage hat der hochfrequente Zahnflux ein relatives Maximum, und zwar sowohl im Rotor als im Stator. Daher sind die Sättigungsverhältnisse der ersten Hauptlage für die Treppenverluste in den Ankerzähnen maßgebend. Es braucht eigentlich kaum besonders gesagt zu werden, daß



die erste Hauptlage der Rotornut zugleich die erste Hauptlage der gegenüberliegenden Statornut darstellt.

Hingegen ist die zweite Hauptlage für Stator- oder Rotornuten verschieden. Bei der zweiten Hauptlage der Rotornut fallen die Mittelebenen der Rotornut und eines Statorzahnes zusammen (und entsprechend bei der zweiten Hauptlage der Statornut die Mittelebenen der Statornut und eines Rotorzahnes). In der zweiten Hauptlage der Rotornut hat das Querfeld durch die gegenüberliegende Zahnkrone des Stators ein relatives Maximum. Die Sättigungsverhältnisse der zweiten Hauptlage sind daher für die Berechnung der Oberflächenverluste maßgebend.

Erste Hauptlage.

Bild 16 zeigt die für Stator- und Rotornut gemeinsame erste Hauptlage. Der Stator besitzt $q_1 (= 3)$, der Rotor $q_2 (= 4)$ Nuten pro Pol und Phase. Die Zahnteilungen sind τ_{z1} und τ_{z2}, die Ampereleiterzahlen pro Nut $i_1 n_1$ und $i_2 n_2$. Wenn wir in dem Vektordiagramm (Bild 17) für die Grundwellen der Amperewindungen die Erregeramperewindungen von den Statoramperewindungen abziehen, so erhalten wir die Arbeitsamperewindungen $\dot{J}_{1a} N_1$ des Stators, die genau gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet sind wie die Rotoramperewindungen $\dot{J}_2 N_2$. Für die Sättigungsverhältnisse des Hauptfeldes sind die Erregeramperewindungen maßgebend, für die Vergrößerung oder Verkleinerung der Zahnsättigung durch die Oberfelder dagegen die Arbeitsamperewindungen $\dot{J}_{1a} N_1$ und $\dot{J}_2 N_2$.

Zuerst untersuchte ich die resultierende Feldverteilung im Luftspalt

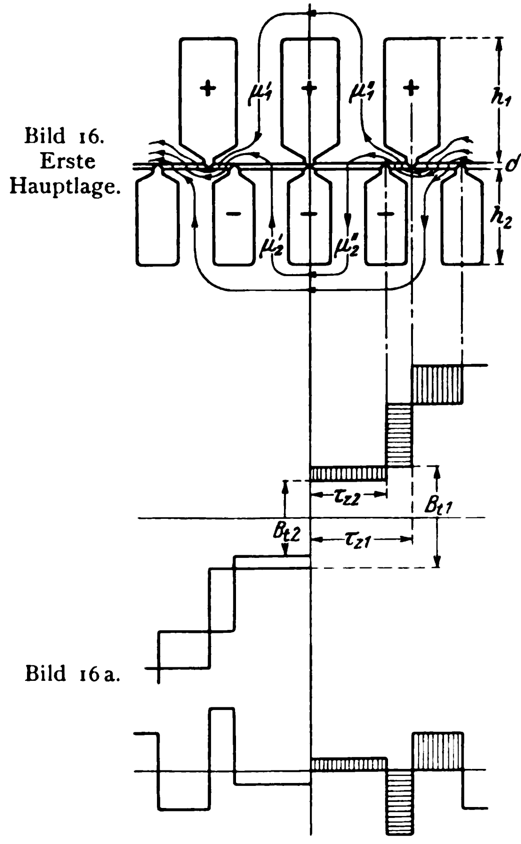


Bild 16. Erste Hauptlage.

Bild 16a.

Bild 16. Treppenkurven und deren Differenz in der ersten Hauptlage.

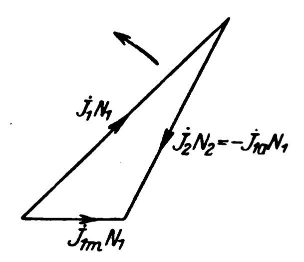


Bild 17. Vektordiagramm der Stator- und Rotoramperewindungen (Grundwelle).

unter Vernachlässigung der Erregeramperewindungen und der Eisensättigung. Außerdem nehme ich an (B. f.), daß die gezeichneten 3 Statornuten ein und dieselbe Ampereleiterzahl $i_{1a} n_{s1}$ und die 3 symmetrisch hierzugelegenen Rotornuten ein und dieselbe Ampereleiterzahl $i_2 n_{s2}$ besitzen. Bild 16a zeigt die an jeder Stelle des Luftspaltes zur Verfügung stehende Amperewindungszahl, die wir auch als Feldverteilungskurve lesen können, wenn wir von der Schrägung der Treppenstufen infolge der Schlitzbreite zunächst absehen. Die Höhe der Feldtreppe in der ersten Hauptlage ist

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} \cdot (i_1 n_{s2} - i_2 n_{s2}) = B_{t1} - B_{t2}$$

Die nächste Feldtreppe hat die Höhe

$$-\frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} i_2 n_{s2} = -B_{t2}$$

und darauf steigt das Feld wieder um

$$\frac{0{,}4\,\pi}{\delta_t} i_1 n_{s1} = B_{t1}.$$

Dabei ist

$$\frac{B_{t1}}{B_{t2}} = \frac{\tau_{z1}}{\tau_{z2}} = \frac{q_2}{q_1}.$$

Aus den obigen Formeln folgt für den Flux der Rotorzähne, welche an die in der ersten Hauptlage befindliche Rotornut angrenzen

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{z2} &= \frac{B_{t1} - B_{t2}}{2} \tau_{z2} L' \\ &= 0{,}5\, B_{t1} \tau_{z2} L' \cdot \left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right)\end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Dagegen beträgt der Flux der Statorzähne zu beiden Seiten der in der ersten Hauptlage befindlichen Statornut

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{z1} &= \frac{B_{t1} - B_{t2}}{2} \tau_{z1} L' - B_{t2} (\tau_{z1} - \tau_{z2}) L' \\ &= 0{,}5\, B_{t2} \tau_{z1} L' \left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right)\left(\frac{q_2}{q_1} - 2\right)\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Dieser Ausdruck ist für alle Werte von $\frac{q_1}{q_2}$ zwischen 1 und 0,5 (also für alle praktischen Fälle) stets negativ, d. h. der Flux hat in den Statorzähnen die entgegengesetzte Richtung wie in den gegenügerliegenden Rotorzähnen. Die in Bild 16 schematisch eingezeichnete Kraftlinienströmung zeigt, wie diese Änderung der Fluxrichtung zustandekommt.

Das soeben gefundene Resultat ist für die Berücksichtigung der Zahnsättigung von großer Bedeutung. Wenn wir nämlich jetzt das Linienintegral der magnetischen Feldstärke für eine (gedachte) Kraftlinie bilden, welche die beiden in der ersten Hauptlage befindlichen Nuten umschlingt, so sehen wir, daß diese „magnetische Umlaufspannung" durch die Sättigung der Rotorzähne vergrößert, durch die Sättigung der Statorzähne hingegen vermindert wird. Der Ersatzluftspalt δ_t ist also k l e i n e r als die Summe aus dem geometrischen Luftspalt und der auf einen Luftweg umgerechneten Kraftlinienlänge im Rotor. Die feldschwächende Wirkung der Eisensättigung im Rotor wird durch die Eisensättigung im Stator teilweise kompensiert.

Wir wollen jetzt für diese Erkenntnis einen näherungsweise gültigen analytischen Ausdruck suchen. Dabei können wir annehmen, der Luftspalt sei so groß, daß durch die Zahnsättigung die soeben ermittelte Feldverteilung nicht sehr stark verändert wird. Wir können dann die ungefähre Zahnsättigung und die ungefähre Permeabilität auf Grund der o h n e Berücksichtigung der Eisensättigung berechneten Feldverteilung ableiten und mit dem so ermittelten magnetischen Widerstand der Zähne die Feldverteilung nachträglich korrigieren. Was dabei unter der Permeabilität zu verstehen ist, habe ich im ersten Teil unter der Überschrift „Allgemeine Gesichtspunkte" erörtert (siehe Bild 1 und Text).

Ich nehme also an, die Permeabilität der Statorzähne (μ_1' und μ_1'') sowie der Rotorzähne (μ_2' und μ_2'') sei näherungsweise bestimmt. Dann ergibt sich für das Linienintegral der magnetischen Feldstärke längs einer beide Nuten umschlingenden Linie:

$$\left.\begin{aligned}0{,}4\,\pi\,(i_1 n_{s1} - i_2 n_{s2}) &= \frac{\Phi_{z2}}{\tau_{z2} L'} \cdot 2\,\delta + \frac{\Phi_{z2}}{b_{z2} L}\left(\frac{h_2}{\mu_2'} + \frac{h_2}{\mu_2''}\right) + \frac{\Phi_{z1}}{b_{z1} L}\left(\frac{h_1}{\mu_1'} + \frac{h_1}{\mu_1''}\right) \\ &= B_\delta \left[2\,\delta + \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}} \frac{L'}{L}\left(\frac{h_2}{\mu_2'} + \frac{h_2}{\mu_2''}\right) + \frac{\Phi_{z1} \tau_{z2}}{\Phi_{z2} b_{z1}} \frac{L'}{L}\left(\frac{h_1}{\mu_1'} + \frac{h_1}{\mu_1''}\right)\right]\end{aligned}\right\} \quad (33\,a)$$

Setzen wir noch

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu'} + \frac{1}{\mu'''}$$

$$\frac{\Phi_{z1}}{\Phi_{z2}} = \frac{q_2}{q_1} - 2,$$

so folgt als Endresultat

$$0{,}2\,\pi\,(i_1 n_{s1} - i_2 n_{s2}) = B_\delta \left[\delta + \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}} \frac{L'}{L} \frac{h_2}{\mu_2} - \frac{\tau_{z2}}{b_{z1}} \frac{L'}{L} \frac{h_1}{\mu_1} \left(2 - \frac{q_2}{q_1}\right)\right] = B_t \delta_t. \tag{33}$$

Damit ist der Ersatzluftspalt δ_t bestimmt. Setzen wir beispielsweise

$$\frac{b_{z2}}{b_{z1}} = \frac{q_1}{q_2} = \frac{4}{3}$$

und

$$\frac{h_2}{\mu_2} = \frac{h_1}{\mu_1} = \frac{h}{\mu}$$

so wird

$$\delta_t = \delta + \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}} \frac{L'}{L} \frac{h}{\mu} \cdot 2 \left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right) = \delta + \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}} \frac{L'}{L} \frac{h}{2\mu}$$

d. h. der Einfluß der Zahnsättigung entspricht nur der halben Länge des Rotorzahnes. Bei geringeren Unterschieden zwischen den Zähnezahlen ist der Einfluß der Zahnsättigung noch geringer.

Dieselben Ableitungen kann man leicht auch unter Berücksichtigung des schrägen Anstieges der Feldtreppen (Bild 9a) durchführen. Man erhält dann für den Flux des Rotorzahnes in der ersten Hauptlage („Fall 1a", Bild 9):

$$\Phi_{r2} = 0{,}5\, B_{t1} \tau_{z2}' L' \left(1 - \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}\right) \cdot \left(1 - \frac{q_1}{q_2'}\right)^{1} \tag{34}$$

und für den Flux des Statorzahnes („Fall 3b", Bild 13:

$$\Phi_{z1} = 0{,}5\, B_{t2} \tau_{z1}' L' \left(1 - \frac{\sigma_{t2}}{\tau_{z2}}\right) \left(1 - \frac{q_1'}{q_2}\right) \left(\frac{q_2}{q_1'} - 2\right)^{1)} \tag{35}$$

und daraus

$$\frac{\Phi_{z1}}{\Phi_{z2}} = \frac{q_1}{q_1'} \frac{q_2'}{q_2} \cdot \frac{1 - \frac{\sigma_{t2}}{\tau_{z2}}}{1 - \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}} \cdot \frac{1 - \frac{q_1'}{q_2}}{1 - \frac{q_1}{q_2'}} \cdot \left(\frac{q_2}{q_1'} - 2\right). \tag{36}$$

Führt man diesen Wert in Gleichung (33a) ein, so erhält man einen genaueren Wert des reduzierten Luftspaltes δ_t.

δ_t ist eine Funktion der Eisensättigung und deshalb verschieden, je nach der Lage der betrachteten Nut zum Hauptfelde. Befindet sich die Nut gerade in der zentralen Zone, wo das Hauptfeld durch Null geht, so ist die Zahnpermeabilität am größten und δ_t am kleinsten (δ_{t0}). Je mehr sich aber die Nut dem Feldmaximum nähert, desto größer wird die Zahnsättigung und desto größer auch δ_t. Welchen Einfluß diese Veränderlichkeit von δ_t auf die Eisenverluste ausübt, wird am besten graphisch ermittelt:

In Bild 18a bedeutet die Sinuslinie mit der kleineren Amplitude die resultierenden Erregeramperewindungen, die andere hingegen um etwa 120^0 nacheilende Welle die Grundwelle der Rotoramperewindungen. Ihr entspricht die Sinuslinie in Bild 18b, welche die Veränderlichkeit der Ampereleiterzahl (y) einer Rotornut angibt (Grundwelle). Ihr Maximum ist

[1] Diese Werte sind aus den Emk-Kurven der Bilder 9b und 13 durch Integration gewonnen und gelten daher nur für diese Fälle, die allerdings die gebräuchlichsten sind. Die Gleichungen geben das Maximum des Zahnflusses an, das meist nicht genau in der 1. Hauptlage erreicht wird. Doch ist der Zahnflux in der 1. Hauptlage nur unwesentlich kleiner.

$$y_{max} = J\sqrt{2}\,\frac{n_s f}{a},$$

wobei J den Effektivwert des Phasenstromes, a die Anzahl der parallelen Kreise, n_s die Leiterzahl pro Nut und f den Wicklungsfaktor für die Grundwelle bedeuten. Außerdem ist in Bild 18b auch der reziproke Wert des Ersatzluftspaltes, nämlich $\frac{\delta_{t0}}{\delta_t}$ eingetragen. Da nun die Höhe der Feldtreppen an jeder Stelle durch den Ausdruck

$$B_t = \frac{0{,}4\pi}{\delta_t}\cdot J\sqrt{2}\,\frac{n_s f}{a}\cos\frac{\pi}{\tau}x$$

gegeben ist, so ist B_t jeweils dem Produkte

$$z = y\cdot\frac{\delta_{t0}}{\delta_t}$$

proportional und so kommen wir zu der in Bild 18c aufgetragenen z-Kurve. Die Treppenverluste sind mit dem Quadrate des Effektivwertes der z-Kurve zu berechnen. In demselben Maße, in welchem z_{eff}^2 kleiner ist als $\frac{y_{max}^2}{2}$, in demselben Verhältnis sind die wirklichen Treppenverluste kleiner als die unter Vernachlässigung der Sättigung mit $\delta_t = \delta_{t0} =$ konst. berechneten Verluste. Bei der experimentellen Untersuchung eines 4 poligen Motors mit 36 Statornuten und 48 Rotornuten stellte sich heraus, daß die zusätzlichen Treppenverluste in den Statorzähnen bei Belastung ungefähr 75% des im Kurzschluß gemessenen Wertes betrugen.

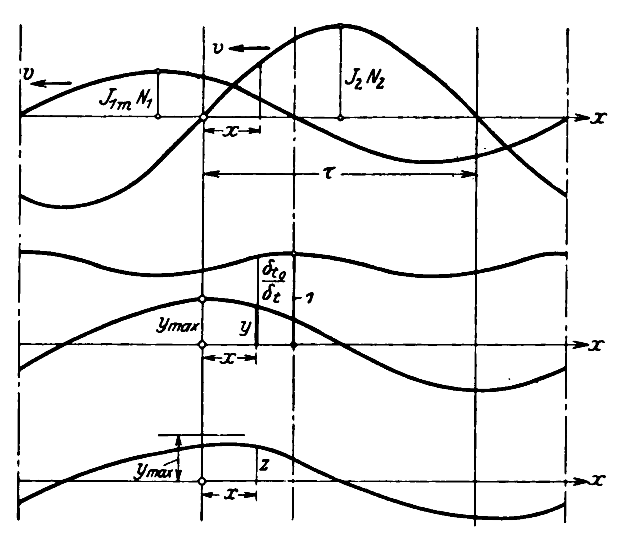


Bild 18. Zur Untersuchung des Einflusses der Eisensättigung auf die Treppenverluste in den Zähnen.

Zweite Hauptlage.

In der zweiten Hauptlage deckt sich die Nutmitte des einen Teiles mit der Zahnmitte des anderen Teiles. Diese für Stator- und Rotornuten verschiedenen Stellungen sind in Bild 19 und 20 gezeichnet. Vernachlässigen wir fürs erste wieder den Einfluß der Nutenschlitze (Schrägung der Feldtreppen) und die Zahnsättigung, so erhält man für den Flux der Rotorzähne, welche die in der 2. Hauptlage befindliche Rotornut einschließen:

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{z2} &= \frac{B_{t2}}{2}\tau_{z2}L' - B_{t1}\left(\tau_{z2} - \frac{\tau_{z1}}{2}\right)L' \\ &= 0{,}5\,B_{t2}\tau_{z2}L'\left[\frac{q_2}{q_1} - 1\right]^2\end{aligned}\right\} \tag{37}$$

Eine Berücksichtigung der Schlitzbreite ergibt für den 1. Hauptfall (Fall 1a, Bild 9 mit $\tau_{z2}' + \tau_{s2} > \tau_{z1}' + \sigma_{t1}$) durch Integration der Treppenspannungskurve:

$$\Phi_{z2} = 0{,}5\,B_{t2}\tau_{z2}L'\left[\frac{q_2}{q_1} - 1\right]\left[\frac{q_2}{q_1} - \frac{q_2}{q_2'}\right]. \tag{38}$$

Analog folgt für den Flux der Statorzähne, welche die in der 2. Hauptlage befindliche Statornut umschließen bei Vernachlässigung der Nutenschlitze und der Zahnsättigung

$$\Phi_{z1} = 0{,}5\,B_{t1}\tau_{z1}\left[1 - \frac{q_1}{q_2}\right]^2, \tag{39}$$

dagegen bei Berücksichtigung der Schlitzbreite für den anderen Hauptfall (Fall 3 b, Bild 13 mit $\tau_{z_1}' + \tau_{z_1} < 3\,\tau_{z_2} - \sigma_{t_2}$):

$$\Phi_{z_1} = 0{,}5\, B_{t_1} \tau_{z_1} L' \left[1 - \frac{q_1}{q_2}\right] \left[\frac{q_1}{q_1'} - \frac{q_1}{q_2}\right]. \tag{40}$$

Mit diesen Flüssen bestimmen wir die Permeabilität μ_2' und μ_2'' bzw. μ_1' und μ_1'' der der betrachteten Nut benachbarten Zähne und erhalten so, wenn wir die Sättigung der Zahnkronen vernachlässigen, für die Luftspaltinduktion $\frac{B_{t2}}{2}$ in der zweiten Hauptlage der Rotornut:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}4\,\pi\, i_2 n_{s2} &= B_{t2}\cdot\delta + \frac{\Phi_{z2}}{b_{z2} L}\left(\frac{h_2}{\mu_2'} + \frac{h_2}{\mu_2'}\right) = B_{t2}\,\delta + 2\,\frac{\Phi_{z2}}{b_{z2} L}\cdot\frac{h_2}{\mu_2} \\ &= B_{t2}\left[\delta + \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}}\frac{L'}{L}\frac{h_2}{\mu_2}\left(\frac{q_2}{q_1} - 1\right)\left(\frac{q_2}{q_1} - \frac{q_2}{q_2'}\right)\right] = B_{t2}\,\delta_t. \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

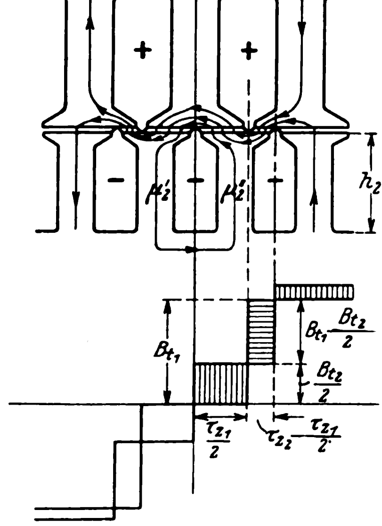


Bild 19. Zweite Hauptlage der Rotornut.

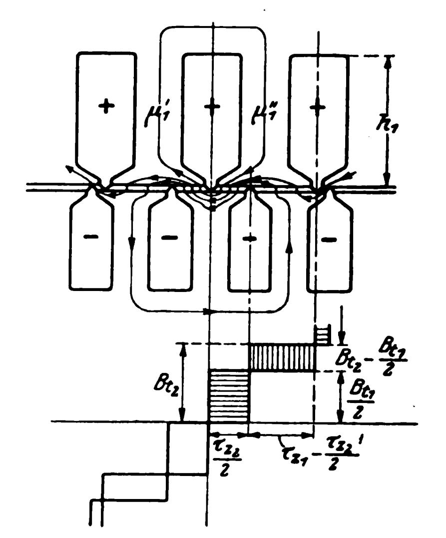


Bild 20. Zweite Hauptlage der Statornut.

Ebenso ergibt sich für die 2. Hauptlage der Statornut:

$$\left.\begin{aligned} 0{,}4\,\pi\, i_1 n_{s1} &= B_{t1}\,\delta + \frac{\Phi_{z1}}{b_{z1} L}\cdot\left(\frac{h_1}{\mu_1'} + \frac{h_1}{\mu_1''}\right) = B_{t1}\,\delta + 2\,\frac{\Phi_{z1}}{b_{z1} L}\cdot\frac{h_1}{\mu_1} \\ &= B_{t1}\left[\delta + \frac{\tau_{z1}}{b_{z1}}\frac{L'}{L}\frac{h_1}{\mu_1}\left(1 - \frac{q_1}{q_2}\right)\left(\frac{q_1}{q_1'} - \frac{q_1}{q_2}\right)\right] = B_{t1}\,\delta_t \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

Man sieht aus Gleichung (41) und (42), daß die Zahnsättigung in der zweiten Hauptlage nur eine geringe Rolle spielt. Es ist als betrage die wirksame Rotorzahnhöhe ungefähr

$$h_2\left[\frac{q_2}{q_1} - 1\right]^2$$

$\left(\text{also } \frac{h_2}{9} \text{ für } q_1 = 3 \text{ und } q_2 = 4\right)$ und die wirksame Statorzahnhöhe

$$h_1\left[1 - \frac{q_1}{q_2}\right]^2$$

$\left(\text{also } \frac{h_1}{16} \text{ für } q_1 = 3 \text{ und } q_2 = 4\right)$. Mit Rücksicht hierauf braucht bei der Berechnung der Oberflächen-Verluste höchstens die Sättigung der Zahnkronen berücksichtigt werden, was auf Grund der mitgeteilten Rechnungen leicht möglich ist.

Abgeschlossen am 14. Mai 1928.

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Rogowski, Sprungwelle, Spule und Kathodenoszillograph.
E. Flegler, Überspannungen in Starkstromanlagen und ihre Bekämpfung.
H. Jacobs, Entladungsformen.
L. Dreyfus, Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren. III.
C. R. Burch und **W. Ryland Davis,** Über eisenlose Induktionsöfen.
W. Geyger, Wechselstrommessungen an Selenzellen nach der Kompensationsmethode.
W. Seiz, Die Kommutatorkaskade für konstante Leistung.
H. Schiller, Über die Induktionswirkung von Starkströmen auf benachbarte Leitungen.
W. Schilling, Der Einfluß der Nuten auf die Spannungskurve von Drehstromgeneratoren.
U. Retzow, Durchschlagspannung und Durchschlagfestigkeit.
H. Nützelberger, Erwiderung zum Aufsatz Hauffe „Drehstromleistungsmessung in Aronschaltung mit Meßwandler".
G. Hauffe, Erwiderung.
W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
W. Hubmann, Dielektrische Messungen in einem Cellonkondensator bei mittleren Frequenzen.
J. Dantscher, Untersuchungen an der Doppelgitterröhre in Raumladungsnetzschaltung.
E. Sommerfeld, Über einen Kathodenoszillographen hoher Spannungsempfindlichkeit.
W. Rogowski, E. Sommerfeld und **W. Wolman,** Empfindlicher Glühkathodenoszillograph für Innenaufnahmen in einem Vorvakuum.
F. Eisner, Über punktförmige Aufnahmen von Wechselstromkurven, insbesondere bei höherer Frequenz.
A. Nikuradse, Untersuchungen von Spitzenentladungen in Transformatorenölen.
W. Kieser, Über das dielektrische Verhalten einiger Flüssigkeiten bei tiefen Drucken.
F. Schierl, Zwei Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung in theoretischer Behandlung.
R. Rücklin, Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem.
A. Byk, Verlängerungsleitungen zur elektrischen Ergänzung von Pupinkabeln.
L. Dreyfus, Theorie der Ausgleichsvorgänge bei Kurzschlüssen des Einankerumformers.
A. Thomälen, Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl und Phasenregelung mittels Frequenzumformer"
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.
M. Liwschitz, Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.
C. Schenfer, Pendelerscheinungen an Einankerumformern.
E. Marx, Untersuchungen über den elektrischen Durchschlag und Überschlag im unhomogenen Felde.
F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen.
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.
F. Ollendorf, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen.
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde.

Infolge des Stoffandranges werden die nächsten Hefte in rascherer Folge erscheinen.

Hierzu drei Beilagen vom Verlag Julius Springer in Berlin W 9.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XX. Band — 19. Juli 1928 — 3. Heft

Inhaltsverzeichnis.

Preis RM 11.60

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40 %.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25 % für das erste, einen Nachlaß von 40 % für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118 935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften: Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14 385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

Archiv für Elektrotechnik

XX. Band. 3. Heft. 1928.

Über eisenlose Induktionsöfen.

Von

C. R. Burch und **N. Ryland Davis.**

(Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium der Metropolitan-Vickers Electrical Co. Manchester, England.)

Zusammenfassung.

Die wachsende Verbreitung eisenloser Induktionsöfen erfordert eine theoretische Untersuchung. Es werden vereinfachte Rechenmethoden angegeben und es wird gezeigt, daß unter bestimmten Bedingungen ein zufriedenstellender Betrieb bei normalen Starkstromfrequenzen erzielt werden kann. Ein Ofen für 45 kg Messing und 50 Perioden wurde gebaut, um die Brauchbarkeit der Theorie zu erweisen. Wassergekühlte Spulen für so niedrige Frequenzen bereiten gewisse Schwierigkeiten. Es wird eine besondere Konstruktion beschrieben, die sich bewährt hat. Versuche an dem 45 kg Ofen werden mitgeteilt und ergeben gute Übereinstimmung mit der Theorie. Aus der Untersuchung wird gefolgert, daß ein Ofen für 300 kg Messing bei 50 Perioden gute Betriebseigenschaften zeigen würde.

I. Teil.

In einem magnetischen Wechselfelde kann man Metalle zum Schmelzen bringen. Die einfachste Anordnung besteht in einem Schmelztiegel im Innern einer von einem Generator gespeisten Spule. Eine derartige Anordnung besitzt viele metallurgisch wichtige Vorteile. Zum Beispiel wird die Wärme im Schmelzgut selbst erzeugt und braucht nicht durch einen Isoliermantel zugeführt werden. Das hat zur Folge, daß örtliche Überhitzung leichter zu vermeiden ist und daß keine Energie für die Erwärmung des Ofens selbst verloren geht. Wir kommen also zu geringen Schmelzzeiten und haben die Möglichkeit verhältnismäßig guter Energieausnutzung. Ferner kann die Luftzufuhr leicht geregelt werden. Für Vakuumschmelzen bei hohen Temperaturen ist der Induktionsofen sogar der einzig mögliche. Selbst wenn seine Anwendung auf die wenigen Forschungsgebiete, wo er unerreicht dasteht, beschränkt wäre, würde eine Untersuchung seiner Wirkungsweise von Interesse sein, da aber viele Firmen solche Anlagen[1] schon aufgestellt haben, wird eine kritische Untersuchung der Betriebseigenschaften recht wichtig.

Ohne auf die speziellen Eigenschaften einer solchen Anlage einzugehen, können wir von vornherein sagen, daß uns zwei Größen vor allem interessieren werden, der Leistungsfaktor und der Wirkungsgrad (d. h. derjenige Teil des gesamten Energieaufwandes, der als Wärme im Schmelzgut erscheint). Ferner werden wir fragen, wie diese zwei Größen von den Konstanten des Apparates abhängen, vom spezifischen Widerstand, seiner magnetischen Leitfähigkeit, der Frequenz und den Abmessungen.

Zuerst wollen wir untersuchen, welche Verallgemeinerungen wir für die Vorgänge in Induktionsöfen beliebiger geometrischer Form machen können. Es ist

[1] Kürzlich hat die General Electric Co. eine Anlage mit zwei 500 kW 500-Perioden-Generatoren aufgestellt, die eine Batterie von zehn 275-kg-Öfen für eisenfreie Legierungen speisen.



klar, daß stets eine Frequenz gefunden werden kann, unterhalb deren der induktive Widerstand einer beliebigen Strombahn vernachlässigbar gegen den Ohmschen ist, und daß in diesem Falle die im Induktor entwickelte Wärme unabhängig von der Frequenz ist, während die im Schmelzgut entwickelte Wärme dem Quadrat der Frequenz proportional ist.

Der Wirkungsgrad eines Induktionsofens wird deshalb in der Nähe der Frequenz 0 dem Quadrat der Frequenz proportional.

Ist die Frequenz genügend hoch, so wird der Gang der Rechnung durch die geänderte Stromverteilung vorgeschrieben. Die Ströme beschränken sich im wesentlichen auf dünne Schichten an der Oberfläche von Induktor und Schmelzgut und machen den Fluß im Innern des Schmelzgutes und des Induktors zu Null. Die Wärmemenge, die in einem Oberflächenelement erzeugt wird, kann dann gefunden werden durch Multiplikation der Tangentialkomponente der Induktion am Flächenelement mit einem Faktor, der, wie wir sehen werden, die Quadratwurzel aus der Frequenz enthält.

„Hoch" in diesem Sinne ist eine Frequenz, wenn die Stromdichte praktisch Null wird im Innern eines Materials, das den spezifischen Widerstand des Induktors oder Schmelzgutes hat, und zwar in einer Entfernung von der Oberfläche, die klein ist gegen den Durchmesser derjenigen größten Kugel, welche die Oberfläche des Induktors oder Schmelzgutes nur in einem Punkte (von innen oder außen) berührt. Wenn diese Frequenz klein ist gegen die tiefste Eigenfrequenz der Induktorspule, wird die Verteilung des magnetischen Feldes an der Oberfläche unabhängig sein von der Frequenz. Die im Induktor sowohl wie im Schmelzgut entwickelte Wärmemenge wird proportional der Wurzel aus der Frequenz und der Wirkungsgrad der Anordnung bleibt derselbe für steigende Frequenzen. In diesem Bereich wird dann der Leistungsfaktor umgekehrt proportional der Wurzel der Frequenz.

Wir können den Wirkungsgrad eines Ofens auftragen in Abhängigkeit der Frequenz. Er ist zunächst proportional der Frequenz und wird dann konstant. Um diesen Verlauf quantitativ zu ermitteln, wollen wir einen Fall behandeln, der den praktischen Verhältnissen so nahe als möglich kommt. Wir betrachten eine Längeneinheit eines langen zylindrischen Schmelzgutes innerhalb einer langen, zylindrischen Induktorspule von einer Windung. Wir haben die strenge Lösung dieses Problems an anderer Stelle gegeben[1].

Das Schmelzgut habe den spezifischen Widerstand ϱ el. m. E. und den Radius R, der Induktor den spezifischen Widerstand ϱ', den inneren Radius R' und unendlich großen oder wenigstens sehr großen äußeren Radius R''. Der Induktor werde gespeist von einem Strom der Kreisfrequenz p. Der Bequemlichkeit halber führen wir zwei Größen ein:

$$\beta = \sqrt{\frac{\varrho}{4\pi p}},$$

$$\beta' = \sqrt{\frac{\varrho'}{4\pi p}}.$$

Die Theorie ergibt dann für den Wirk- und Blindwiderstand des Schmelzgutes:

$$2\pi\sqrt{2\pi}\, R\sqrt{p\varrho}\cdot F_1\left(\frac{R}{\beta}\right) \text{ el. m. E.}$$

$$-4\pi^2 R^2 p\cdot F_2\left(\frac{R}{\beta}\right) \text{ el. m. E. je cm Länge,}$$

und für die Widerstände des Induktors:

$$2\pi\sqrt{2\pi}\, R'\sqrt{p\varrho'}\, F_3\left(\frac{R'}{\beta'}\right) \text{ el. m. E.}$$

$$4\pi^2 R'^2 p\, F_4\left(\frac{R'}{\beta'}\right) \text{ el. m. E.}$$

[1] Burch und Davis. Phil. Mag., April 1926, S. 768.

Die Funktionen F_1, F_2, F_3, F_4 sind in den Bildern 1—4 dargestellt, und wir können nun an ihnen den Einfluß der Frequenz auf die Vorgänge im Ofen studieren.

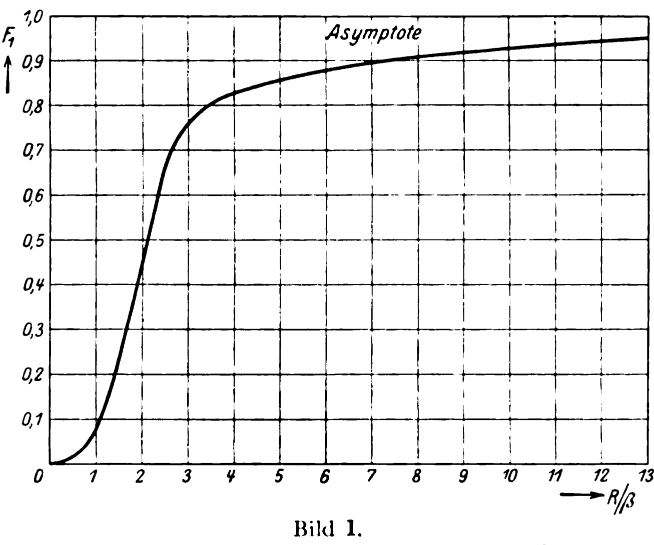


Bild 1.

$$F_1\left(\frac{R}{\beta}\right) = \sqrt{2}\left[\frac{Ber\frac{R}{\beta}\,Ber'\frac{R}{\beta} + Bei\frac{R}{\beta}\,Bei'\frac{R}{\beta}}{Ber^2\frac{R}{\beta} + Bei^2\frac{R}{\beta}}\right].$$

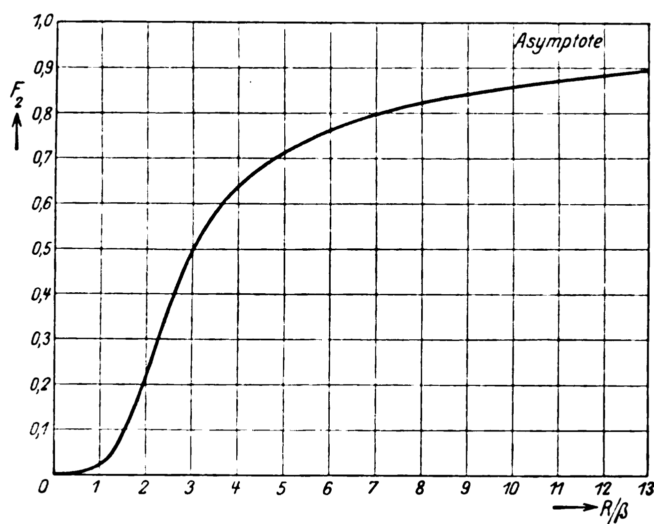


Bild 2.

$$F_2\left(\frac{R}{\beta}\right) = 1 - \frac{2\beta}{R}\left[\frac{Ber\frac{R}{\beta}\,Bei'\frac{R}{\beta} - Bei\frac{R}{\beta}\,Ber'\frac{R}{\beta}}{Ber^2\frac{R}{\beta} + Bei^2\frac{R}{\beta}}\right].$$

Betrachten wir zuerst den Wirkungsgrad eines praktischen Ofens, der mit sehr hoher Frequenz betrieben wird. Es sei:

$R = 12{,}7$ cm,
$R' = 15{,}9$ cm,
$\varrho = 20000$ el. m. E.,
$\varrho' = 1700$ el. m. E.

Wenn ferner der Ofen lang ist gegen seinen Durchmesser und wenn Induktor und Schmelzgut dieselbe Länge haben, wird der Wirkungsgrad

$$\frac{R\sqrt{\varrho}\,F_1(\infty)}{R\sqrt{\varrho}\,F_1(\infty)+R'\sqrt{\varrho'}\,F_3(\infty)}=73{,}5\,\%\qquad p=\infty.$$

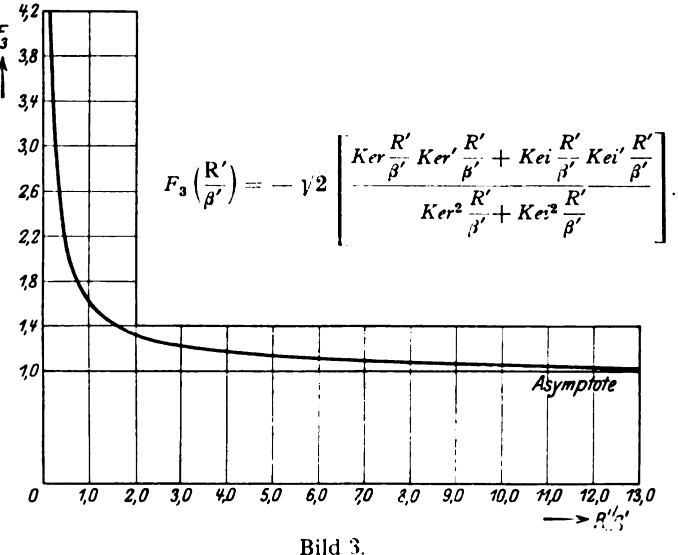


Bild 3.

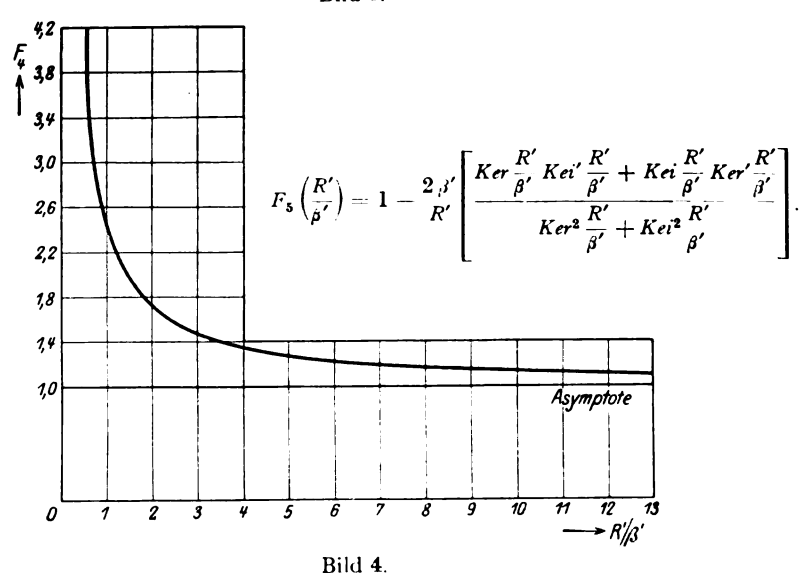


Bild 4.

Verkleinern wir die Frequenz, so daß $\frac{R}{\beta}=16$ wird $\left(\text{d. h. } \frac{R'}{\beta'}=68{,}4\right)$, so wird der Wirkungsgrad

$$\frac{R\sqrt{\varrho}\,F_1(16)}{R\sqrt{\varrho}\,F_1(16)+R'\sqrt{\varrho'}\,F_3(68{,}4)}=72{,}4\,\%\qquad p=2\pi\cdot 400.$$

Erniedrigen wir die Frequenz auf den 16. Teil $\left(\frac{R}{\beta}=4;\ \frac{R'}{\beta'}=17{,}1\right)$, so fällt der Wirkungsgrad auf

$$\frac{R\sqrt{\varrho}\,F_1(4)}{R\sqrt{\varrho'}\,F_1(4)+R'\sqrt{\varrho'}\,F_3(17{,}1)}=69\,\%.\quad p=2\pi\cdot 25.$$

Abermalige 16 fache Erniedrigung $\left(\frac{R}{\beta} = 1;\ \frac{R'}{\beta'} = 4{,}375\right)$ ergibt:

$$\frac{R\sqrt{\varrho}\,F_1(1)}{R\sqrt{\varrho}\,F_1(1) + R'\sqrt{\varrho'}\,F_3(4{,}375)} = 16{,}8 \qquad p = 2\pi\cdot 1{,}56.$$

Bei 16fach tieferer Frequenz liegt der Wirkungsgrad unter 1%.

Wir sehen, daß durch die Abnahme der Frequenz von 400 auf 25 Hertz der Wirkungsgrad nur um 3,4% sinkt. Wir können also, wenn keine anderen Gesichtspunkte mitspielen, irgendeine Frequenz oberhalb 25 Hertz wählen.

In Wirklichkeit wird nun das Schmelzgut nicht, wie in unserer Rechnung angenommen, aus einem einzelnen langen Zylinder bestehen, sondern aus einer Anzahl kleiner Stücke. Nehmen wir an, das Gut sei eingeteilt in eine Reihe langer Zylinder, so wird jeder Zylinder unabhängig von den andern zum Wirk- und Blindwiderstand des Schmelzgutes beitragen. Wenn ein Zylinder gegebener Abmessungen in n^2 kleine Zylinder geteilt wird, so wird, da der Widerstand eines Zylinders proportional dem Radius ist, und vorausgesetzt, daß F_1 praktisch 1 ist für jeden Teil, der Widerstand des Schmelzgutes n mal größer werden, der Wirkungsgrad steigt demnach.

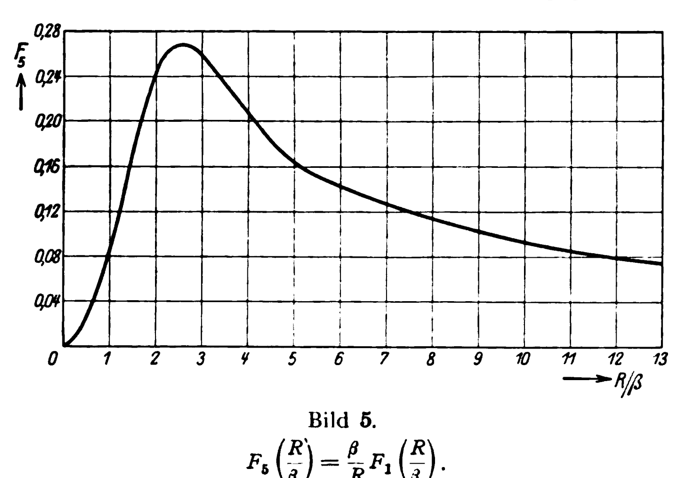


Bild 5.

$$F_5\left(\frac{R}{\beta}\right) = \frac{\beta}{R} F_1\left(\frac{R}{\beta}\right).$$

In Bild 5 ist dargestellt die Funktion $F_5 = \frac{\beta}{R} F_1\left(\frac{R}{\beta}\right)$. Diese Funktion hat die Eigenschaft, daß wenn $F_5\left(\frac{R_1}{\beta}\right) = F_5\left(\frac{R_2}{\beta}\right)$ ist $(R_1 > R_2)$, wir ein massives Schmelzgut vom Radius R_1 unterteilen können in $\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2$ Teile vom Radius R_2, ohne am Gesamtwiderstand des Schmelzgutes etwas zu ändern. So ist z. B. im vorher betrachteten Fall, bei 400 Hertz $\frac{R_1}{\beta} = 16$, $F_5(16) = 0{,}0594 = F_5(0{,}8)$. Es könnte also dieses Gut in 400 Zylinder vom Radius 0,635 cm geteilt werden. Bei 25 Perioden dagegen $\frac{R}{\beta} = 4$, $F_5(4) = F_5(1{,}7)$ könnte das Gut nur in 5 Zylinder vom Radius 5,68 cm aufgeteilt werden, wenn der Gesamtwiderstand erhalten bleiben soll.

Wir haben allgemein gezeigt, wie die Minimalfrequenz zu bestimmen ist mit Rücksicht auf Wirkungsgrad, wenn die Brockengröße des Schmelzgutes bekannt ist. Es bleibt zu besprechen, welchen Beschränkungen anderer Art die Frequenz noch unterliegt. Zunächst einiges über den Leistungsfaktor. Wenn $\frac{R}{\beta}$ so groß ist, daß F_2 zu 1 angenommen werden kann, ist der Leistungsfaktor umgekehrt proportional der Wurzel aus der Frequenz, unter der Voraussetzung, die fast immer erfüllt sein wird, daß $(R' - R)$ nicht klein gegen β wird. Wenn die letztere

Bedingung nicht erfüllt ist, ist der Leistungsfaktor größer, als das eben genannte einfache Gesetz angibt; wenn andererseits $\frac{R}{\beta}$ klein ist, was ohne Minderung des Wirkungsgrades zuweilen der Fall sein kann, nämlich bei einem aus vielen Stücken bestehenden Schmelzgut, ist der Leistungsfaktor nicht so gut, wie das Gesetz angibt.

Die Kosten zur Herbeiführung voreilender Blindleistung sind eine teilweise unbestimmte Funktion der Frequenz, sie fallen mit zunehmender Frequenz. Wir haben gefunden, daß bei Verwendung von Papierkondensatoren die Kosten zur Erreichung der nötigen voreilenden Blindleistung bei einer gegebenen Wirkleistung für ungefähr 200 Perioden am geringsten werden, wenigstens in den meisten Fällen, wo der Wirkungsgrad nicht die Verwendung höherer Frequenzen notwendig macht.

Wenn wir also eine Gleichstromquelle haben und mit einem Motorgenerator arbeiten müssen, werden wir eine Frequenz in der Gegend von 200 Perioden benutzen, da ein 200-Perioden-Generator nicht wesentlich teurer ist als eine Maschine für normale Frequenz.

Wenn jedoch eine Wechselstromquelle zur Verfügung steht, haben wir die Möglichkeit, umlaufende Maschinen ganz zu vermeiden und den Ofen direkt anzuschließen. Die Ersparnis an Anlagekosten kann den höheren Aufwand für $\cos\varphi$-Verbesserung aufwiegen, während der Gesamtwirkungsgrad, da die Motor-Generator-Verluste fortfallen, sogar höher sein kann, als wenn wir erst in eine andere Frequenz umwandeln. Eine Prüfung der allgemein gültigen Preise von Kondensatoren und Generatoren in England scheint zu ergeben, daß dort, wo 50 Perioden ohne ernstlichen Verlust an Ofenwirkungsgrad benutzt werden können, eine kleine Ersparnis an Kapital und Gesamtwirkungsgrad erreicht wird. Diese Folgerungen schienen seinerzeit (April 1926) im Widerspruche zu stehen zu dem, was von anderer Seite geäußert wurde; wir haben deshalb einen Ofen für den Betrieb mit 50 Perioden konstruiert.

II. Teil.

Es wird aus den bisherigen Erörterungen klar geworden sein, daß je größer ein Ofen ist, desto niedriger die Frequenz sein darf, ohne ernstliche Einbuße an Wirkungsgrad. Wir wollten den kleinsten Ofen konstruieren, der unter günstigen Umständen einen zufriedenstellenden Wirkungsgrad bei 50 Perioden ergeben konnte. Ein Blick auf Bild 1 zeigt uns, daß $\frac{R}{\beta}$ nicht kleiner als, sagen wir, 4 sein soll; mit einer Ladung massiven Stahls erfordert das etwa 1000 kg Metall, während mit Messing 40 kg genügen. Wir entschieden uns deshalb, vorläufig nur Stoffe geringen spezifischen Widerstandes zu schmelzen, wie Messing, Kupfer usw. Wir wählten einen normalen „A 50"-Schmelztiegel (Morgan Crucible Co. Ltd.) mit einem Fassungsvermögen von 45 kg Messing, wie er in Grubenöfen zum Schmelzen eisenfreier Legierungen verwandt wird.

Weiterhin betrachteten wir, wieviel Leistung dem Schmelzgut zugeführt werden kann, mit Rücksicht auf die mechanischen Kräfte, die von der Zusammenwirkung der Wirbelströme mit dem sie erzeugenden magnetischen Felde herrühren. Diese Kräfte wirken senkrecht nach innen auf die Oberfläche des Schmelzgutes. In einem langen Induktionsofen unter Bedingungen, wo F_1 und F_3 ungefähr 1 sind, und wenn $\mathcal{J}$ Ampere je cm Induktorlänge fließen, besteht im flüssigen zylindrischen Schmelzgut an der Achse ein hydrostatischer Überdruck gegen den Rand von $2\pi\mathcal{J}^2 10^{-2}$ Dyn/cm². Die Oberfläche wird sich also in der Mitte heben, um diesen magnetostriktiven Druck auszugleichen. Da die Wirbelströme nicht ganz auf die Außenfläche des Schmelzgutes beschränkt sind, wird dieser Druck nicht in seiner ganzen Größe an der Außenfläche auftreten, sondern innerhalb einer etwa $\sqrt{2}\cdot\beta$ dicken Schicht, innerhalb deren die Wirbelströme als begrenzt angenommen werden sollen. Das Metall



wird sich, wie gesagt, in der Mitte heben und aus dem elektrischen „Springbrunnen" abfließen, den die Magnetostriktion hervorruft. Wir glaubten, daß ein Springbrunnen höher als 15 cm unerwünscht sein würde und dies beschränkte endgültig die verwendbare Leistung. Bei dem Widerstand des flüssigen Messings von 20000 el. m. E., einem Zylinder von 9 cm Radius und 18 cm Länge (Teil eines langen Zylinders) müßte eine Leistung von 11 kW im Schmelzgut eine Erhebung von 15 cm Höhe hervorrufen (Dichte des Messings 8,4). Mit Rücksicht darauf, daß dieser Zylinder nicht unendlich lang ist und sich in einem Induktor von etwa der Länge des Durchmessers befindet, sollten wir eine etwas kleinere Erhebung erwarten, da die freie Oberfläche sich nicht im stärksten Felde befindet. Wir hofften deshalb, mindestens 11 kW dem Schmelzgut zuführen zu können. Der Wärmeverlust eines mit flüssigem Messing gefüllten zugedeckten Schmelzguttiegels „A 50" ohne Isolation bei ungehinderter Luftzufuhr wurde zu 5 kW geschätzt, unter diesen Umständen kommt nämlich das Äußere des Tiegels kaum auf Rotglut. Es erschien als wahrscheinlich, daß die Drosselung der Luftzufuhr diese Zahl noch herabsetzen würde, trotzdem scheint selbst bei ganz gewöhnlicher Wärmeableitung eine brauchbare Wärmeausnutzung gesichert. Der Induktor wurde mit Asbestmaterial ausgekleidet; das Schmelzgefäß mußte lose hineinpassen, damit es zum Ausgießen herausgenommen werden konnte. Aus diesen Gründen wurde der innere Radius des Induktors zu 13,2 cm bestimmt und es erschien empfehlenswert, die Länge größer als den Durchmesser zu machen.

Nun mußten wir Berechnungen über den Wirkungsgrad und den Leistungsfaktor anstellen und die Windungszahl je cm festlegen, um einen geeigneten Scheinwiderstand zu bekommen. Wenn wir mit einem langen Zylinder rechnen, erhalten wir:

Induktor-Wirkwiderstand $6{,}04 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Induktor-Blindwiderstand $79{,}4 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Chargen-Wirkwiderstand $5{,}28 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Chargen-Blindwiderstand $-11{,}55 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Gesamt-Wirkwiderstand $11{,}32 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Gesamt-Blindwiderstand $67{,}85 \cdot 10^{-3}$ Ohm,
Wirkungsgrad 46,5%,
Leistungsfaktor 0,167,

unter der Voraussetzung, daß

$\varrho = 20000$ el. m. E. $R = 9$ cm,
Chargenlänge 18 cm,
ϱ' (effektiv) 2,170 el. m. E.,
ϱ' (tatsächlich) 1,700 el. m. E.,
Füllfaktor 0,785,
$R' = 13{,}2$ cm,
Induktorlänge 34 cm,
$p = 2\pi \cdot 50$,
1 Wdg/cm Induktorlänge.

Diese Zahlen beschreiben ungefähr die zu erwartende Ausführung; da jedoch weder Induktor noch Schmelzgut unendlich lang sind gegen ihren Durchmesser, ist es offenbar angebracht, noch Korrekturen einzuführen.

Um den Widerstand des wirklichen kurzen Induktors abzuschätzen, benutzen wir ein Ergebnis Butterworths, der in einer ausführlichen Abhandlung[1] über den Hochfrequenz-Widerstand von Spulen mit rundem Draht die theoretische Begründung für die Einteilung der Verluste in drei Teile angibt, die getrennt berechnet werden. Da ist erstens der Verlust, der auftreten würde, wenn der Draht nicht

[1] Butterworth, Proc. Royal Soc., Vol. 107, Ser. A, p. 693.

aufgespult, sondern ausgestreckt wäre; zweitens der Verlust in jeder Windung, hervorgerufen durch die Komponente des magnetischen Feldes am Orte der betrachteten Windung, soweit dieses Feld von den andern Windungen herrührt, drittens ein entsprechender Verlust wegen der Querkomponente dieses magnetischen Feldes.

Butterworth gibt diese drei Größen an als Mittelwerte der Oberfläche kurzer Spulen.

Nun beabsichtigen wir aber, unsern Induktor nicht aus Rund-, sondern aus Vierkantdraht zu wickeln; da wir annehmen dürfen, daß die Spulenverluste in derselben Weise eingeteilt werden können und wir unsere Korrektur für die zweite Art von Verlusten aus den Butterworthschen Tabellen entnehmen wollen, müssen wir die Verluste in einer langen Flachdrahtspule von neuem trennen. Dies ist unter zwei Voraussetzungen möglich: 1. Der Widerstand des Induktors sei proportional dem Quadrat der Windungszahl je cm. Diese Annahme erlaubt uns den spezielleren Fall quadratischen Drahtquerschnitts zu betrachten. 2. Da sich nach einer Bemerkung Prof. Howes[1] die Umfänge eines Quadrates und des ihm eingeschriebenen Kreises ebenso verhalten wie die Flächen, erscheint es nicht ungerechtfertigt, den Widerstand eines ausgestreckten Drahtes quadratischen Querschnitts zu $\pi/4$ mal dem Widerstand des dem Quadrate eingeschriebenen runden Drahtes anzunehmen, und zwar bei hohen und niedrigen Frequenzen (vernachlässigt wird dabei eine Änderung der Stromverteilung in den Ecken). Nach Professor Howe werden wir dies Ergebnis als für alle Frequenzen gültig ansehen. Wir können nun den ersten Teil der Verluste in einer langen Spule berechnen, vom dritten Teil wissen wir, daß er Null ist. Da wir auch einen exakten Ausdruck für den Gesamtverlust in diesem Falle haben, können wir den zweiten Teil durch Subtraktion finden. Glücklicherweise können wir die dritte Art von Verlusten, die vom Querfeld herrühren, in unserem kurzen Induktor vernachlässigen, da, wie unten gezeigt wird, die axiale Breite einer Windung klein ist gegen den Betrag β'. Die Korrektur wegen der Kürze reduziert sich also zu einer Multiplikation des von Längsfeld herrührenden zweiten Teiles des Gesamtverlustes mit einem Faktor $\frac{u^2}{\pi^2}$ (Tabelle 5 in Butterworths Abhandlung), der für unseren speziellen Fall 0,43 ausmacht. Wir müssen nun bloß noch die asymptotische Form des exakten Ausdruckes für den Widerstand einer langen Spule mit 1 Wdg/cm und einem äußeren Radius R'' angeben, sie beträgt:

$$2\pi\sqrt{2\pi}\,R'\sqrt{p\cdot\varrho'}\left[\frac{\operatorname{Sin}\sqrt{2}\,\frac{R''-R'}{\beta'}-\sin\sqrt{2}\,\frac{R''-R'}{\beta'}}{\operatorname{Cof}\sqrt{2}\,\frac{R''-R'}{\beta'}-\cos\sqrt{2}\,\frac{R''-R'}{\beta'}}\right]+\sqrt{2}\,\beta'\,R' \text{ el. m. E./cm Länge.}$$

Hier sind Glieder von der Form $\left(\frac{\sqrt{2}\,\beta'}{R'}\right)^2$ gegen 1 vernachlässigt, d. h. Glieder von der Größe eines Prozent.

Der Blindwiderstand des Induktors ist korrigiert durch Multiplikation mit einem Faktor K, einer Funktion von Durchmesser zu Länge, die von Nagaoka tabuliert ist.

An dem, was wir über das Schmelzgut gesagt haben, müssen wir noch zwei Abänderungen vornehmen, erstens weil das Schmelzgut selbst kurz ist, zweitens weil es sich in einem kurzen Induktor befindet. Dieser Kürze des Schmelzgutes wollen wir durch Betrachtung des Stromlinienproblems an einem kugelförmigen Schmelzgut Rechnung tragen. Wenn $\frac{R}{\beta}$ sehr groß ist, kann leicht gezeigt werden, daß der Widerstand der Kugel in einem langen Induktor gleich ist einem Teil von

[1] G. W. O. Howe, J. I. E. E., Bd. 1, S. 152. — The high-frequency resistance of wires and coils.



der Länge $3R$ eines langen Zylinders des gleichen Durchmessers, während der Blindwiderstand gleich einem Teil von der Länge $2R$ ist. Wir werden ferner feststellen, daß die gesamte Oberfläche unseres zylindrischen Schmelzgutes $1^1/_2$ mal so groß ist als die der eingeschriebenen Kugel, und wenn wir den Widerstand als einen Oberflächeneffekt auffassen, werden wir also sagen, daß der Widerstand unseres Schmelzgutes $1^1/_2$ mal so groß ist als der des eingeschriebenen kugelförmigen Schmelzgutes, das selbst $1\frac{1}{2}$ mal so groß ist als der Widerstand des zylindrischen Schmelzgutes, wie er sich unter der Annahme großer Länge ergibt. Den Blindwiderstand betrachten wir als einen Volumeffekt, und da das Verhältnis der Volumina auch 1,5:1 ist, werden wir den Blindwiderstand des zylindrischen Schmelzgutes 1,5 mal so groß als den der eingeschriebenen Kugel annehmen, der selber ebenso groß ist als des zylindrischen Schmelzgutes, der wie bei langen Zylindern berechnet wird.

Um die Tatsache, daß der Induktor kurz ist, zu berücksichtigen, könnte man den Einfluß der Kürze auf die Kopplungskoeffizienten zwischen Hohlzylindern berücksichtigen. Aber da der Widerstand, wenn $\frac{R}{\beta}$ groß ist, von der Oberfläche abhängt, glaubten wir eine Art von Oberflächen-Durchschnittswert berücksichtigen zu müssen. Wir wählten deshalb den Mittelwert des Quadrates der Längsfeldstärke, genommen über die Oberfläche eines Zylinders, von der Länge des Schmelzgutes aber einem etwas kleineren Radius (man könnte annehmen, daß das Schmelzgut den Fluß bis zu einem Radius von $R\sqrt{F_2\left(\frac{R}{\beta}\right)}$ zu Null macht), bei einem Strome, der die Feldstärke 1 in einer langen Spule hervorrufen würde. Eine ähnliche Betrachtung des Volumens führte zu einem Korrektionsfaktor für den Blindwiderstand. Diese Prozedur kann allerdings nur eine sehr rohe Näherung sein, aber sie schien uns mehr theoretische Berechtigung zu haben als irgendeine andere ausführbare Rechnung. Wir erhielten so den Faktor 0,6 für den Wirk- und 0,55 für den Blindwiderstand.

Die Vorgänge in unserem praktischen Ofen wurden vorhergesagt für zwei hypothetische Schmelzgute: 1. einen 18 cm langen Zylinder von 9 cm Radius, er ist etwas größer als das normale Gut; 2. die eingeschriebene Kugel, die etwas kleiner ist als das normale Gut. Der Fall 2 stellt vielleicht eine bessere Annäherung an den praktischen Fall dar, wo am Boden durch den Schmelztiegel und an der Oberfläche durch den elektrischen Springbrunnen Abrundungen entstehen.

Mit $R'' = 15{,}4$ cm erhielten wir für den kurzen Ofen:

Tabelle 1.

	Zylindrisches Schmelzgut 9 cm Radius 18 cm lang, 38,5 kg	Kugelförmiges Schmelzgut 9 cm Radius 25,6 kg
Induktor-Wirkwiderstand	$n^2 \cdot 4{,}38 \cdot 10^{-3}$ Ohm*	$n^2 \cdot 4{,}38 \cdot 10^{-3}$ Ohm
Induktor-Blindwiderstand	58,55	58,55
Charge-Wirkwiderstand	7,12	4,75
Charge-Blindwiderstand	− 8,69	− 6,38
Gesamt-Wirkwiderstand	11,5	9,13
Gesamt-Blindwiderstand	49,86	52,17
Wirkungsgrad	61,9%	52%
Leistungsfaktor	0,226	0,173

* Bei n Windungen je cm Induktorlänge.

Das geschmolzene Metall muß als zwischen diesen beiden Grenzfällen liegend betrachtet werden. Wir können also erwarten, daß der Ofen einen brauchbaren Wirkungsgrad aufweisen wird, wenn er mit einem massiven Messingklotz beschickt

wird. Wenn das Schmelzgut aus mehreren Stücken besteht, wenden wir keinen Korrekturfaktor für die Abweichung vom Fall des ∞ langen Schmelzgutes an, denn abgesehen von dem Fall, wo die einzelnen Schmelzgutstücke mehr als 2 Durchmesser lang sein sollten, würde $\frac{R}{\beta}$ kleiner als 2 sein und die Funktion F_1 also 0,45 statt in der Nähe von 1. Die Stromlinienbedingung (s. S. 218) wäre also gar nicht erfüllt. Auch in folgender Weise kann gezeigt werden, daß keine Kürzekorrektur einzutreten hat. Wenn nämlich die Frequenz unendlich oder $\frac{R}{\beta}$ sehr klein ist, erübrigt sich die Korrektur, auch für ein sehr kurzes Schmelzgut, selbst wenn $\frac{R}{\beta} = 2$, weicht F_1 sehr wenig ab von dem Grenzwert $\left(\frac{R}{\beta} \to 0\right)$.

In der folgenden Tabelle ist der Wirkungsgrad berechnet für verschiedene aus Stücken bestehende Schmelzgute; die Zylinder sind die jeweils größten, die in der angegebenen Zahl bequem im Schmelzgefäß untergebracht werden können. Die Rechnung ist für drei verschiedene spezifische Widerstände durchgeführt, und zwar für den des kalten Kupfers, für den gemessenen Widerstand von Messing bei Zimmertemperatur und für den geschätzten Widerstand von Messing kurz vor dem Schmelzpunkt.

Tabelle 2.

	Zylinderlänge 18 cm		Wirkungsgrad		
	Zahl	Radius in cm	$\varrho = 2000$ el. m. E.	$\varrho = 8000$ el. m. E.	$\varrho = 20000$ el. m. E.
A	1	9	34,1%	50,2%	61,9%
B	2	4	14,6	23,4	20,8
C	3	3,71	19,4	31	25,5
D	4	3,32	22,9	42,7	22,8
E	7	2,67	30,3	38,5	20,2

Aus diesen Zahlen geht hervor, daß bei einem Leistungsaufwand von etwa 20—30 kW ein massiver Messingklotz von 40 kg in etwa $1/2$ Stunde schmelzen dürfte und daß sich der Ofenwirkungsgrad mit wachsender Schmelzguttemperatur steigert.

Für das aus Stücken bestehende Schmelzgut ist andererseits der Wirkungsgrad am besten bei Beginn des Schmelzens und fällt mit wachsendem spezifischen Widerstand allmählich ab. Wir dürfen erwarten, daß diese Schmelzgute ziemlich schnell auf Rotglut kommen, aber daß von da an ihre Temperatur viel langsamer ansteigt; aus diesem Grunde erscheint es zweifelhaft, ob Messing vom Charakter (*B*), (*C*), (*D*) und (*E*) in einigen Stunden oder überhaupt zum Schmelzen gebracht werden kann. Gerade weil die metallurgische Brauchbarkeit dieses speziellen Ofens sehr ernstzunehmenden Beschränkungen unterworfen ist, sollte andererseits ein schlagender Beweis für die Brauchbarkeit der Theorie davon zu erwarten sein; wir möchten ausdrücklich betonen, daß dieses der Grund ist, der zum Bau eines solchen Exemplars geführt hat.

Über die Amperewindungszahl je cm und die Kühlungsart des Induktors haben wir noch keine Entscheidung gefällt. Wir beabsichtigten, wenn die Höhe des Springbrunnens es zuließ, dem Schmelzgut 15 kW zuzuführen, das entspricht einer Scheinleistung von etwa 150 kVA. Wenn wir 2,47 Windungen je cm aufbringen, wird der Ofen bei 230 Volt etwa 750 Ampere aufnehmen, und trotzdem wir einen kleineren Strom bei höherer Spannung vorziehen würden, erscheint es als kaum durchführbar, eine wassergekühlte Spule mit höherer Windungszahl je cm auszustatten, als wir zugelassen haben. Wie die Theorie ergibt, soll die radiale Tiefe beim

langen Induktor $\frac{\pi \beta'}{\sqrt{2}}$ sein; für einen kurzen Induktor, wie den betrachteten, besteht kein solches Optimum. Der Widerstand nimmt mit wachsender radialer Tiefe ab und nähert sich einem konstanten Betrag für $R'' - R' \gg \sqrt{2}\,\beta$. Es wurde 2,2 cm Tiefe gewählt, selbst wenn $R'' - R'$ sehr groß gewählt worden wäre, hätte sich der Induktorwiderstand nur um einige Prozente vermindern lassen. Mit Flachkupfer von

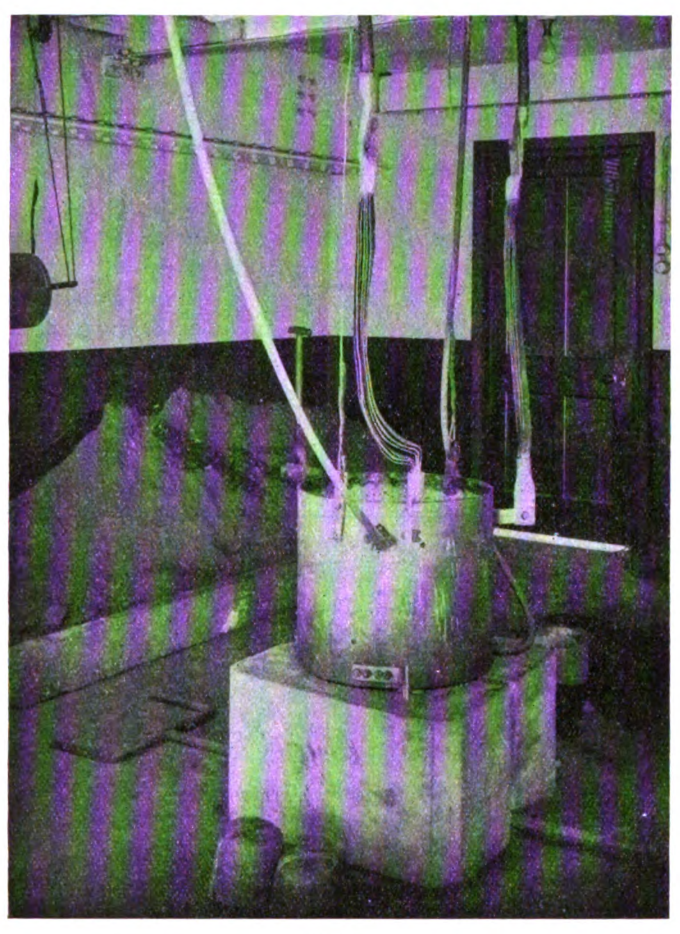


Bild 6.

2,2 cm radialer und 0,318 cm axialer Abmessung waren wir vor die Notwendigkeit gestellt, eine Kühlung anzubringen, die 250 W je m Kupferlänge abzuführen vermag. Es schienen nur zwei Möglichkeiten offen zu stehen: 1. Kupferröhren flach zu walzen und sie dann hochkant zu wickeln; 2. Flachkupfer hochkant zu wickeln und außen einen Kühlmantel aus runden oder quadratischen Kupferröhren daran festzulöten. Der zweite Weg hat den Vorteil eines besseren Kupferfüllfaktors: Der Strom hat die Tendenz, auf der Innenseite zu fließen, und dort brauchen wir massives Kupfer ohne Wasserkanäle. Man würde also eine Spule geringeren Widerstandes erwarten, wenn die Wasserkanäle nur an der Außenseite liegen. Der Füllfaktor, der in unseren Rechnungen vorkommt, kommt von der Windungsisolation, die aus getränkter Seide besteht. Das Temperaturgefälle von innen nach außen beträgt bei Wasserkühlung weniger als 1 Grad Celsius für die in Betracht kommenden Leistungen, selbst unter der Annahme, daß alle Wärme an der Innenseite erzeugt wird. Zu- und Abflüsse sind nach jeder sechsten Windung vorgesehen und mit normalen Wasserdruck kann die Erwärmung auf 10 Grad herabgesetzt werden.

Bild 6 zeigt den Ofen, Bild 7 einen Schnitt durch denselben. Der Induktor wird hochgehoben, der Tiegel wird dann mittels eines mit zwei Griffen versehenen Ringes entfernt, der beim Betrieb des Ofens in einer in dem Betonfundament zweckmäßig angeordneten Rinne sitzt.

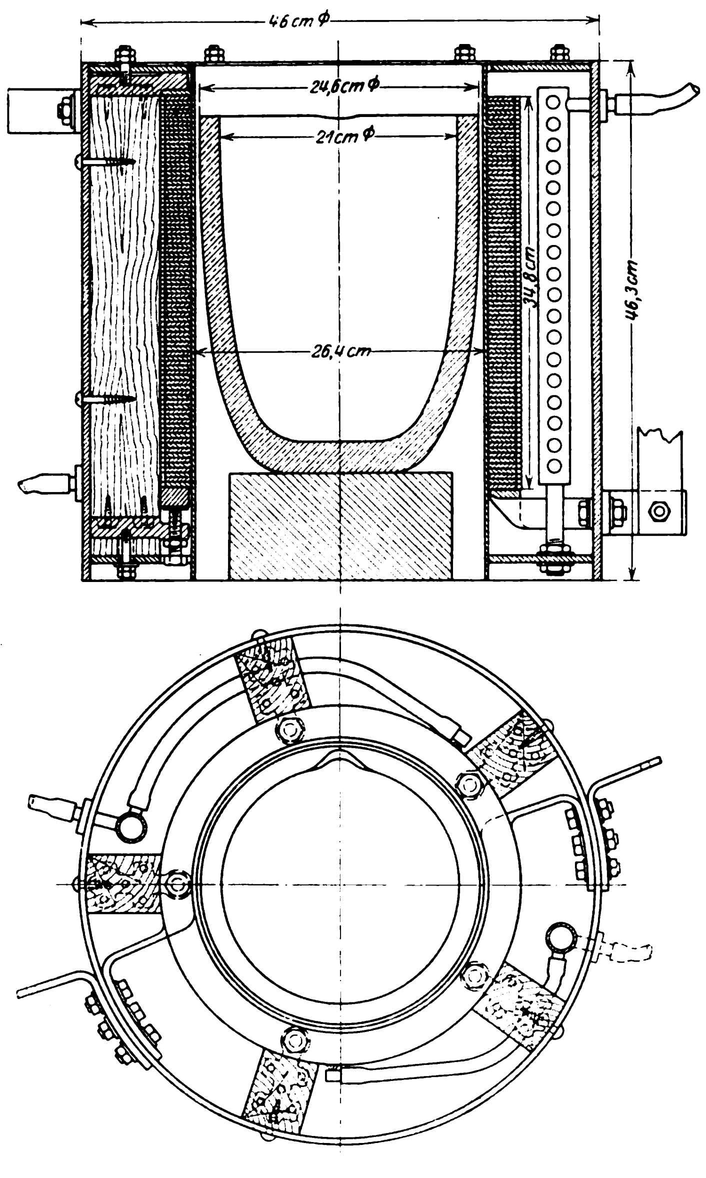


Bild 7.

Dieser Ofen ist viele Male in Betrieb gewesen ohne elektrisches oder mechanisches Versagen. Tabelle 3 gibt die Beobachtungen an während des Umschmelzens von 43 kg Messing.

Der Vergleich dieser Zahlen lehrt, daß die Tendenz des theoretischen Voraussagens sich in der Praxis ganz befriedigend bestätigt hat. Wir haben auch noch Brückenmessungen angestellt an maschinell bearbeiteten Zylindern bekannten spezifischen Widerstandes und sie mit den Berechnungen nach unseren Methoden verglichen. Es ergaben sich zwar Diskrepanzen bis zu 15%, aber angesichts der gemachten Voraussetzungen kann man keine größere Genauigkeit erwarten.

Tabelle 3.

	43 kg (gewogen)						38 kg (berechnet)	
Zeit Minuten	Spannung Volt	Strom Amp.	Gesamt-leistung kW	Schein-leistung kVA	Leistungs-faktor	Wirkungs-grad %	Leistungs-faktor	Wirkungs-grad %
0	235	750	32	176	0,182	51	0,180	50,2
9	234	740	32,4	173	0,188	53,2	—	—
16	233	724	33	169	0,195	55,2	—	—
21	Beginn des Schmelzens							
28	262	740	34	192	0,177	55,3	—	—
29	266	760	37	203	0,182	56,5	0,226	61,9
30	Vollständiges Schmelzen							

Der Betrieb des Ofens mit unterteiltem Schmelzgut hat fast ebenso erfreuliche Ergebnisse gezeitigt. Zum Beispiel würde ein massives Schmelzgut von 15 kg, Radius 8 cm nebst Drehspänen, in kaum mehr als einer halben Stunde zum Schmelzen gebracht, ein solches von 3 Stücken je etwa $8 \times 10 \times 12$ cm konnte nur schwer und ein solches von Messing-Barren $15 \times 7,5 \times 4,5$ cm überhaupt nicht geschmolzen werden. Im letzten Fall fiel die nutzbare Leistung auf 3 kW bei 20 kW primärer Leistung. Andererseits konnte Kupfer $7 \times 7 \times 18$ cm schnell geschmolzen werden und der Wirkungsgrad stieg ständig mit zunehmender Temperatur. Diese Ergebnisse sind in qualitativer Übereinstimmung mit Tabelle 2, welche die berechneten Wirkungsgrade in mehr oder weniger entsprechenden Fällen angibt.

Die beträchtlichen mechanischen Kräfte erlauben immerhin eine nutzbare Leistung von 10 oder 15 kW bei flüssigem Kupfer oder Messing; diese Leistung genügt, um eine zweckentsprechende Übertemperatur zu erzeugen. Der „elektrische Springbrunnen" erreicht eine Höhe von 10—12 cm, diese Höhe hängt lediglich von der genauen Stellung innerhalb des Induktors ab. Bei Aluminium im geschmolzenen Zustand hat es sich als unmöglich erwiesen, mehr als 2 oder 3 kW zuzuführen (eine Leistung, die gerade hinreicht, um die Masse flüssig zu erhalten), selbst dabei war der Springbrunnen schon 15—20 cm hoch.

Die mechanischen Kräfte haben beim noch festen Metall das Bestreben, es aus dem Induktor herauszuwerfen, wenn sich dasselbe oberhalb der Mittelebene befindet (Elihu Thompson-Effekt). Die Größe dieser Kraft hängt ab unter anderem von der Scheinleistung im Schmelzgut und damit von F_2 und wir haben gefunden, daß während bei 10 kg unregelmäßig geformter Stücke von 2 cm durchschnittlichem Radius die mechanischen Kräfte zwar bemerkenswert, aber nicht allzu groß wurden; ein 10 kg schweres Stück Aluminium im Schmelzgefäß bei 750 Ampere Induktorstrom schwebte. Der Induktor hat also große mechanische Beanspruchungen auszuhalten, und zwar Druckkräfte in axialer und Zugkräfte in radialer Richtung. Mit Strömen bis zu 1000 Amp. haben sich jedoch keinerlei Schwierigkeiten aus diesem Grunde ergeben. Die Induktorverluste 27 kW (bei 1000 Amp.) werden durch die Wasserkühlung mit Leichtigkeit bewältigt.

Nachdem die allgemeinen Aussagen unserer Theorie sich so weitgehend bestätigt haben, können wir die mitgeteilten Näherungsmethoden unbedenklich beibehalten. Wir werden also zu erwarten haben, daß ein Ofen für 300 kg Messing oder Kupfer bei 50 Perioden mit einem Wirkungsgrad von ungefähr 70% arbeiten wird bei Stücken von nur wenigen Zentimetern Durchmesser. Ein Blick auf Kurve 5 zeigt uns, daß je größer der Durchmesser des flüssigen Schmelzgutes ist, desto kleiner dürfen die Stücke im harten Zustand sein, ohne daß der Wirkungsgrad schlecht wird. Ein Kippofen, der nach diesen Grundsätzen konstruiert und z. B. mit Zirkon-Sand in wirksamer Weise wärmeisoliert ist, würde eine Bereicherung der metallurgischen Hilfsmittel von bestechender Einfachheit und unschätzbarem Werte darstellen.

Wechselstrommessungen an Selenzellen nach der Kompensationsmethode.

Von

Wilhelm Geyger, Frankfurt a. M.

Einleitung.

Bei Untersuchungen an Selenzellen kann es in manchen Fällen zweckmäßig sein, die Zelle anstatt mit Gleichstrom mit Wechselstrom zu beschicken und den Widerstand der Zelle bzw. den dieselbe durchfließenden Strom unter verschiedenen Versuchsbedingungen zu messen. Während der jeweilige Zellenwiderstand in der Wechselstrombrücke unter Verwendung eines Vibrationsgalvanometers oder Telephones als Nullinstrument ebenso bequem wie bei Gleichstrom gemessen werden kann, ist eine direkte Messung des Zellenstromes, wie sie bei Gleichstrom mittels eines empfindlichen Drehspulinstrumentes leicht auszuführen ist, bei Wechselstrom nicht ohne weiteres möglich. Da der die Selenzelle durchfließende Strom sehr klein ist (Größenordnung: 10^{-3} bis 10^{-5} Ampere), so kommt für die Strommessung außer der unbequemen Anwendung eines Elektrodynamometers mit einer fremderregten Spule oder eines Elektrometers, bei dem die Nadel fremderregt ist, wobei im letzteren Falle die Spannung an einem mit der Zelle in Reihe geschalteten Hilfswiderstand gemessen wird, nur ein Kompensationsverfahren unter Benutzung eines Vibrationsgalvanometers oder Telephones als Nullinstrument in Betracht.

Im folgenden werden zwei einfache Kompensationsmeßanordnungen beschrieben, welche für Selenzellenuntersuchungen mit Wechselstrom besonders geeignet sind. Die erste Anordnung dient zur Messung des in der Selenzelle fließenden Stromes, wenn die Zelle an eine Wechselspannung angelegt ist, wobei die Belichtung der Zelle beispielsweise durch eine Lichtquelle von zeitlich konstanter Lichtstärke erfolgt. Die zweite Anordnung ermöglicht die Messung der Wechselstromkomponente des Zellenstromes für den Fall, daß die Zelle an eine Gleichspannung angelegt ist, wobei die Zelle durch eine Lichtquelle von periodisch veränderlicher Lichtstärke (z. B. wechselstromdurchflossene Glühfadenlampe) belichtet wird.

Messung eines die Selenzelle durchfließenden Wechselstromes.

Bei der in Bild 1 dargestellten Meßanordnung liegt die zu untersuchende, durch die gleichstromgespeiste Glühfadenlampe L (Batterie B) belichtete Selenzelle S über einen induktions- und kapazitätsfreien Widerstand R (etwa 10 bis 100 Ohm) an der Sekundärspule des Transformators T, dessen Primärspule an ein Wechselstromnetz angeschlossen ist. Die Messung des in der Zelle fließenden Stromes $\mathfrak{J}$ erfolgt durch Kompensation der am Widerstand R wirksamen Spannung P (etwa 10^{-2} bis 10^{-3} Volt), welche bezüglich Größe und Phase dem zu messenden Strome $\mathfrak{J}$ entspricht ($P = \mathfrak{J} \cdot R$).

Die Vergleichsspannung P_x liefert der in früheren Arbeiten[1] ausführlich beschriebene „Schleifdraht-Wechselstromkompensator"[2], dessen Stromzuführungsklemmen 1, 2 über Strommesser A und Regulierwiderstand W mit dem Wechselstromnetz verbunden sind. Die Klemmen 3, 4, an denen die zur Kompensation von P dienende Spannung P_x wirksam ist, sind mit dem Meßwiderstand R unmittelbar verbunden, während an die Klemmen 5, 6 das auf die Grundfrequenz des Wechselstromes abgestimmte Vibrationsgalvanometer V. G. (nebst Empfindlichkeitsregler) angeschlossen ist.

[1] Geyger, ETZ 1924, S. 1348 und Arch. f. Elektrot. 17, 1926, S. 213.
[2] Konstruktion von Hartmann & Braun.



Ist durch wechselweises Verschieben der beiden Kompensator-Schleifkontakte Stromlosigkeit des Vibrationsgalvanometers erzielt, so gilt

$$\mathfrak{J} = \frac{P_x}{R} = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}}{R}. \qquad (1)$$

Die bei verschiedenen Zellenbelichtungen auftretenden Ströme $\mathfrak{J}'$, $\mathfrak{J}''$, $\mathfrak{J}'''$ sind praktisch phasengleich; sie unterscheiden sich nur bezüglich ihrer Größe. Kommt es lediglich darauf an, das Verhältnis der Ströme $\mathfrak{J}'$, $\mathfrak{J}''$, $\mathfrak{J}'''$ zu ermitteln, so genügt es, das Verhältnis der Spannungen P_x', P_x'', P_x''' zu bestimmen. Da

$$\mathfrak{J}' : \mathfrak{J}'' : \mathfrak{J}''' = P_x' : P_x'' : P_x''' = P_1' : P_1'' : P_1''' = P_2' : P_2'' : P_2'''$$

ist, so kann man bei der graphischen Darstellung des Zellenstromes in Abhängigkeit von der Belichtung an Stelle von P_x', P_x'', P_x''' eine der beiden Teilspannungen (P_1 oder P_2) als Ordinaten in das Kurvenblatt eintragen, wodurch die Auswertung

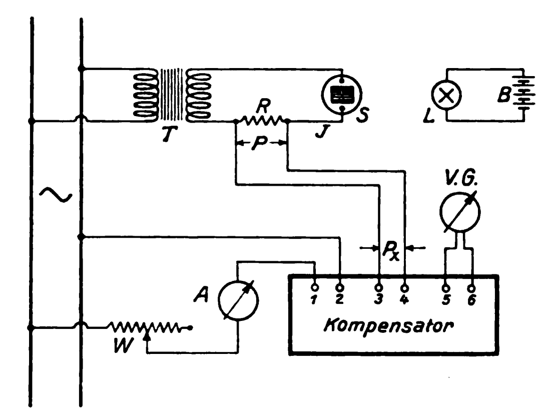


Bild 1. Messung eines die Selenzelle durchfließenden Wechselstromes mit dem Schleifdraht-Wechselstromkompensator.

der Meßergebnisse erheblich vereinfacht wird. Die mit dem Schleifdraht-Wechselstromkompensator erzielbare Meßgenauigkeit von etwa $^1/_4$ bis $^1/_2$% dürfte bei derartigen Messungen stets ausreichend sein.

Messung der Wechselstromkomponente eines die Selenzelle durchfließenden pulsierenden Gleichstromes.

Wird eine an eine Gleichspannung angelegte Selenzelle durch eine Lichtquelle von periodisch veränderlicher Lichtstärke (z. B. wechselstromdurchflossene Glühfadenlampe) belichtet, so treten dementsprechende periodische Widerstandsänderungen der Zelle auf. Der die Zelle durchfließende Strom ist in diesem Falle ein pulsierender Gleichstrom (Wellenstrom), und es stellt die der Gleichstromkomponente des Zellenstromes übergelagerte Wechselstromkomponente einen übergelagerten Wechselstrom dar, dessen Kurvenform durch die Fouriersche Reihe

$$i = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \ldots + a_K \sin(K\omega t + \varphi_K) \qquad (2)$$

dargestellt werden kann. Die Grundwelle dieses Stromes hat, wenn die Lichtquelle (z. B. Glühfadenlampe) von einem Wechselstrom von der Frequenz ν durchflossen wird, die Frequenz 2ν (Kreisfrequenz $\omega = 4\pi\nu$).

Durchfließt der Zellenstrom einen induktions- und kapazitätsfreien Widerstand, so setzt sich der an diesem Widerstand wirksame Spannungsabfall zusammen aus einer Gleichspannung und einer derselben übergelagerten Wechselspannung, deren Kurvenform durch den Ausdruck

$$p = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + a_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + \ldots + a_K \sin(K\omega t + \varphi_K) \qquad (3)$$

gegeben ist.

Die Grundwelle dieser Wechselspannung kann nach der Kompensationsmethode gemessen werden, wenn als Kompensationsspannung eine in bezug auf Größe und Phase veränderbare sinusförmige Vergleichsspannung von der Frequenz 2ν benutzt wird. Der diese Vergleichsspannung liefernde Wechselstromkompensator muß also mit einem sinusförmigen Wechselstrom beschickt werden, der die 2fache Frequenz des die Lichtquelle speisenden Wechselstromes besitzt. Dies kann — ähnlich wie bei der Messung der Wechselstromkomponente von Gleichrichterströmen[1] — in der Weise geschehen, daß der Kompensator an einen kleinen Hilfsgenerator angeschlossen wird, welcher mit dem die Lichtquelle speisenden Hauptgenerator starr gekuppelt ist, wobei die Polzahl des Hilfsgenerators gleich der 2fachen Polzahl des Hauptgenerators sein muß. Man kann jedoch auch so verfahren, daß man den Kompensator unter Zwischenschaltung eines Frequenztransformators mit dem Frequenzübersetzungsverhältnis 1 : 2 an den Hauptgenerator anschließt, wobei allerdings Voraus-

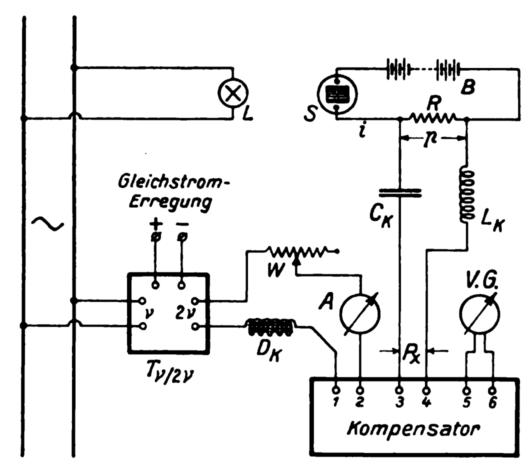


Bild 2. Messung der Wechselstromkomponente eines die Selenzelle durchfließenden pulsierenden Gleichstromes mit dem Schleifdraht-Wechselstromkompensator.

setzung ist, daß der von dem Frequenztransformator abgegebene, den Kompensator durchfließende Strom 2facher Frequenz sinusförmigen Verlauf und zeitlich konstante Amplitudenwerte aufweist.

Das zur Erkennung der Stromlosigkeit des Kompensationskreises dienende Vibrationsgalvanometer wird auf die Frequenz 2ν abgestimmt, besitzt also gegenüber der zu messenden Grundwelle maximale Empfindlichkeit, ist dagegen unempfindlich gegenüber den höheren Harmonischen. Zur Vermeidung der Störungen, die unter Umständen von den durch die höheren Harmonischen im Kompensationskreis verursachten Strömen hervorgerufen werden, wird mit dem Vibrationsgalvanometer eine Kapazität und eine Induktivität in Reihe geschaltet, deren Größen so gewählt sind, daß sich der Kompensationskreis in bezug auf die Grundfrequenz 2ν in Resonanz befindet. Der Kompensationskreis verhält sich dann in bezug auf die Grundwelle wie ein Kreis mit nur Ohmschen Widerstand, da die Induktivität des Vibrationsgalvanometers keine Erhöhung des Kompensationskreiswiderstandes verursacht, und besitzt demnach gegenüber der Grundwelle minimalen Widerstand, während er gegenüber den höheren Harmonischen als Sperrkreis wirkt. Die im Kompensationskreis liegende Kapazität wirkt außerdem als Verriegelungskondensator und verhindert, daß im Kompensationskreis Gleichstrom fließt.

In Bild 2 ist als Beispiel eine Meßanordnung dargestellt, bei der die zu untersuchende, an eine Akkumulatorenbatterie B angelegte Selenzelle S durch eine

[1] Vgl. Geyger, Arch. f. Elektrot. 18, 1927, S. 641.

wechselstromgespeiste Glühfadenlampe L belichtet wird, die an ein Wechselstromnetz (Frequenz ν) angeschlossen ist. Die Messung der Grundwelle der der Gleichstromkomponente übergelagerten Wechselstromkomponente i erfolgt durch Kompensation der am Widerstand R wirksamen Wechselspannungskomponente p, welche bezüglich Größe und Phase der zu messenden Wechselstromkomponente i entspricht ($p = i \cdot R$). Die Vergleichsspannung P_x von der Frequenz 2ν liefert der Schleifdraht-Wechselstromkompensator, dessen Stromzuführungsklemmen 1, 2 — ähnlich wie bei der in einer früheren Arbeit[1] beschriebenen Meßanordnung — über Strommesser A, Drosselspule D_k' und Regulierwiderstand W mit dem den Meßstrom von der Frequenz 2ν erzeugenden Frequenztransformator $T_{\nu/2\nu}$ verbunden sind, welcher ebenfalls an das Wechselstromnetz angeschlossen ist. Als Frequenztransformator kann man hier mit Vorteil die vom Verfasser ausgebildete, für Meßzwecke bestimmte Ausführungsform[2] verwenden, welche mit Gleichstromerregung arbeitet[3]. Die Klemmen 3, 4, an denen die Vergleichsspannung P_x abgenommen wird, sind über Kapazität C_k und Induktivität L_k, welche zur Abstimmung des Kompensationskreises auf die Frequenz 2ν dienen, mit dem Widerstand R verbunden, während an die Klemmen 5, 6 das auf die Frequenz 2ν abzustimmende Vibrationsgalvanometer V.G. angelegt ist.

Nach erfolgter Kompensation ergibt sich der Grundwellen-Effektivwert des übergelagerten Wechselstromes aus der Gleichung

$$i = \frac{P_x}{R} = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2}}{R}. \tag{4}$$

Man kann auf diese Weise die Wechselstromkomponente des die Selenzelle durchfließenden Wellenstromes bequem messen und das Verhalten der Zelle unter verschiedenen Versuchsbedingungen systematisch untersuchen. Über derartige Untersuchungen soll in einer späteren Arbeit ausführlicher berichtet werden. Auch für Demonstrationsversuche sind die beschriebenen Meßanordnungen geeignet, wenn man die optische Einrichtung des Vibrationsgalvanometers derart wählt, daß das Bild des schwingenden Lichtzeigers (Lichtband) auf einem großen durchscheinenden Projektionsschirm sichtbar ist.

---

[1] Vgl. Geyger, Arch. f. Elektrot. **18**, 1927, S. 647 (Bild 8).
[2] Geyger, ETZ 1923, S. 565 und Helios **29**, 1923, S. 369.
[3] Solche Apparate werden von der Firma Hartmann & Braun hergestellt.



Die Kommutatorkaskade für konstante Leistung.

Von

W. Seiz.

I. Einleitung.

Die Kommutatorkaskade für konstante Leistung ist eine neue, vom Verfasser angegebene und in der Praxis schon erprobte Schaltung zur Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen durch Kommutator-Hintermaschinen. Sie beruht auf folgendem Grundgedanken[1]:

Während beim selbständig arbeitenden Asynchronmotor die der Schlüpfung proportionale Schlupfspannung auch einen der Schlüpfung proportionalen Läuferstrom und damit eine der Schlüpfung proportionale Drehfeldleistung bedingt, wird bei der neuen Schaltung der Einfluß der Schlupfspannung durch Einführung einer entgegengesetzt gleichen Spannung in den Läuferkreis aufgehoben; außerdem wird durch äußere Einwirkung eine weitere Spannungskomponente im Läuferkreis induziert, die allein wirksam ist, so daß ihr der Läuferstrom und die Drehfeldleistung des Asynchronmotors proportional sind. Wenn diese weitere Spannungskomponente konstant ist, ist auch die Drehfeldleistung des Motors konstant, unabhängig von der Schlüpfung. Bisher konnte diese besondere Arbeitsweise der Asynchronmaschine nur durch Verwendung von selbsttätigen Reglern erreicht werden, auf deren Wegfall die praktische Bedeutung der neuen Anordnung in erster Linie beruht. Durch entsprechende Regelung der genannten zweiten Spannungskomponente kann jede verlangte Abhängigkeit zwischen der Drehfeldleistung der Asynchronmaschine und irgendeiner Betriebsgröße hergestellt und damit verhältnismäßig einfach manche Aufgabe gelöst werden, die bisher sehr verwickelte, praktisch kaum mehr zulässige Anordnungen benötigte.

Ihre Anwendung findet die neue Schaltung unter anderem bei der Kupplung von zwei Kraftübertragungsnetzen durch Motorgeneratoren. Ist das eine Glied des Umformers eine Synchronmaschine, so bestimmt diese die Drehzahl der Gruppe. Ist auch das zweite Glied eine Synchronmaschine, so ist das Frequenzverhältnis der beiden Netze starr festgelegt. Sollen statt dessen Schwankungen im Frequenzverhältnis möglich sein, so muß eine Maschine des Umformers eine asynchrone Maschine sein. Wird deren Leistung nach dem angegebenen Grundgedanken konstant gehalten, so ist auch die vom Umformer übertragene Leistung konstant, unabhängig von den auftretenden Frequenzschwankungen, die sich nur in einer Schlüpfungsänderung der Asynchronmaschine äußern. Ein weiteres Anwendungsgebiet bilden Asynchronmaschinen, die zum Ausgleich von Belastungsstößen mit starken Schwungmassen ausgerüstet sind und zum Antrieb von Walzenstraßen, Schwungradumformern und anderem dienen. Vollkommener Belastungsausgleich verlangt, daß die Drehfeldleistung der Asynchronmaschine bei wechselnder Drehzahl konstant bleibt, so daß die Schwankungen im Leistungsbedarf der angetriebenen Maschine durch entsprechende Verzögerung oder Beschleunigung der Schwungmassen aufgenommen werden, ohne auf das Netz zurückzuwirken. Nur wenn eine bestimmte obere Grenze

[1] Seiz: Neue Schaltungen zur Drehzahlregelung und Phasenkompensation von Induktionsmotoren, BBC Mitteilungen, 1926, S. 121 u. S. 151. — Seiz, Phasenschieber für verlustlosen Schlupf, ETZ 1926, S. 888. — Seiz, Ein neuer Regelsatz für Motorgeneratoren zur elastischen Kupplung zwischen Kraftübertragungsnetzen, Fachberichte der 31. Jahresvers. VDE. Wiesbaden, 1926, S. 5 u. BBC. Mitteilungen, Mannheim 1927, S. 31. — Schenkel, Neue Anwendungsmöglichkeiten asynchroner Großmaschinen ETZ 1927, S. 563 u. S. 602 (vgl. Briefwechsel Seiz-Schenkel ETZ 1927, S. 1204 u. S. 1823). — Kummer, Kompoundierte Asynchronmaschinen für den elektromotorischen Antrieb und die Netzkupplung, Schweizer Bauzeitung 1927, S. 41.



der Drehzahl erreicht wird, muß bei diesem Anwendungsgebiet die Leistung der Asynchronmaschine auf Null zurückgehen, da sonst bei Betriebspausen eine dauernde Aufladung der Schwungmassen auftreten, also eine unzulässig hohe Drehzahl erreicht würde. Bei Pufferungsanlagen muß also die Asynchronmaschine eine bestimmte Leerlaufdrehzahl haben, nur bei tieferliegenden Drehzahlen soll sie mit konstanter Leistung arbeiten. Bei der Verwendung als Kupplungsumformer soll dagegen die Leistung der Asynchronmaschine im ganzen Regelbereich der Drehzahl konstant sein.

Im folgenden wird nun die besondere Ausführungsform der Schaltung behandelt, die sich ergibt, wenn die Zusatzspannung im Läuferkreis in einer ständergespeisten Kommutator-Hintermaschine, der sogenannten Scherbiusmaschine (E. u. M. 1924, S. 110), induziert wird. Die Hintermaschine muß dabei mit entsprechenden Strömen der Schlupffrequenz erregt werden. Da zunächst konstante Drehzahl der Maschine vorausgesetzt und der Einfluß der Sättigung vernachlässigt wird, ist die im Anker der Hintermaschine durch Rotation induzierte Spannung ihrem resultierenden Erregerstrom proportional. Durch den Grundgedanken der Schaltung ist also auch das Gesetz, dem der Erregerstrom der Hintermaschine in Abhängigkeit von der Schlüpfung folgen muß, gegeben.

2. Die Erregermaschine.

In der Regel wird eine Erregerwicklung der Hintermaschine nicht unmittelbar, sondern unter Zwischenschaltung einer Kommutator-Erregermaschine besonderer

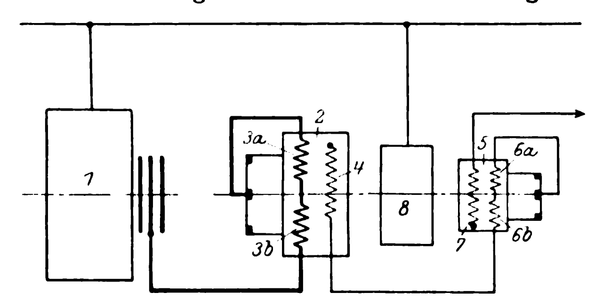


Bild 1. Asynchronmaschine mit Kommutator-Hintermaschine und Kommutator-Erregermaschine
1 = Hauptmotor,
2 = Kommutatorhintermaschine,
3a = Kompensationswicklung der Hintermaschine,
3b = Reihenschlußerregerwicklung der Hintermaschine,
4 = fremderregte Erregerwicklung der Hintermaschine,
5 = Erregermaschine,
6a = Kompensationswicklung der Erregermaschine,
6b = Reihenschlußerregerwicklung der Erregermaschine,
7 = fremderregte Erregerwicklung der Erregermaschine,
8 = Antrieb zu 2 und 5.

Bauart gespeist (Bild 1), deren Erregerwicklung 7 entsprechend erregt wird. Um in der Entwicklung der Schaltung später nicht aufgehalten zu werden, sei zunächst diese Erregermaschine behandelt.

Die Erregermaschine 5 (Bild 1) speist die Erregerwicklung 4 der Hintermaschine, also einen Stromkreis, dessen Scheinwiderstand sich mit der Schlupffrequenz in sehr weiten Grenzen ändert. Bei wechselnder Schlüpfung ist also der Ankerstrom der Erregermaschine ihrer Ankerspannung nicht proportional. Vorgeschrieben ist nun das Gesetz, dem der Erregerstrom der Hintermaschine, also der Ankerstrom der Erregermaschine, bei wechselnder Schlüpfung folgen soll. Wie aus den späteren Darlegungen folgt, ist dieses Gesetz leicht einzuhalten, wenn der Erregerstrom der Hintermaschine dem Strom der Erregerwicklung 7 der Erregermaschine proportional ist. Bei normaler Bauart der Erregermaschine ist dies, wie erwähnt, nicht der Fall.

Die verlangte Proportionalität kann aber dadurch hergestellt werden, daß die Erregermaschine noch mit einer von ihrem Ankerstrom durchflossenen Reihenschluß-Erregerwicklung (Kompoundwicklung) 6b ausgestattet wird, die eine dem Ankerstrom entgegengerichtete Spannung im Anker induziert. Deren Durchflutung aw_k soll außerdem bei allen auftretenden Betriebszuständen ein Vielfaches der Durchflutung aw_e sein, die zur Erregung der Rotationsspannung e_e der Erregermaschine notwendig ist. Bedeutet i_e den Strom und z_e den Scheinwiderstand des Erregerkreises 4 und 6 der Hintermaschine und k und k_1 Konstanten, so gilt bei konstanter Drehzahl der Erregermaschine

$$e_e = i_e \cdot z_e = k \cdot aw_e. \tag{1}$$

Damit die Rotationsspannung e_e in der Erregermaschine induziert wird, muß die Durchflutung aw_n der Erregerwicklung 7 der Erregermaschine der folgenden Gleichung gehorchen

$$aw_n = -aw_k + aw_e = +k_1 \cdot i_e + \frac{i_e \cdot z_e}{k}.\,^{*} \tag{2}$$

Wenn nun nach Voraussetzung aw_k ein Vielfaches von aw_e, also k_1 ein Vielfaches von $\frac{z_e}{k}$ ist, gilt auch angenähert

$$aw_n = -aw_k = +k_1 \cdot i_e, \tag{2a}$$

d. h. auch bei wechselnder Schlupffrequenz, also wechselndem Wert von z_e besteht wenigstens angenähert die verlangte Proportionalität zwischen dem Erregerstrom der Kommutator-Hintermaschine und der Durchflutung aw_n der Erregermaschine, also dem Strom der Wicklung 7 (Bild 1). Die Erregermaschine wirkt infolge ihrer besonderen Bauart als Stromwandler mit konstantem Übersetzungsverhältnis. Sie unterscheidet sich aber vom statischen Transformator dadurch, daß bei richtigem Entwurf die dem Erregerkreis 7 der Erregermaschine zuzuführende Scheinleistung nur wenige Prozent der Scheinleistung der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine beträgt. Um eine bestimmte Gesetzmäßigkeit für den Erregerstrom der Hintermaschine zu erzwingen, genügt es also, dem Erregerkreis 7 der Erregermaschine einen dem gleichen Gesetz folgenden Strom zuzuführen. Die in diesem Erregerkreis erforderlichen Apparate und die in ihm auftretenden Verluste sind aber viel kleiner als bei unmittelbarer Erregung der Hintermaschine, wodurch sich die Einschaltung der Erregermaschine rechtfertigt.

Da nach Gleichung (2) die effektive erregende Durchflutung aw_e der Erregermaschine durch die Differenz der Durchflutungen aw_n und $-aw_k$ gebildet wird, sind diese beiden Durchflutungen viel größer, als der Leistung der Erregermaschine entspricht, die gleich der Erregerleistung der Hintermaschine ist[1]. Um trotzdem kleinen Absolutwert der Durchflutung aw_n zu erreichen, muß beim Entwurf auf sehr kleinen Wert der erregenden Durchflutung aw_e hingestrebt werden. Da allgemein die Erregerleistung der Scherbiusmaschine kleiner gehalten werden kann als die der Dreiphasen-Kommutatormaschine ohne Wendepole, für die nur geringere Beanspruchungen zulässig sind, wird deshalb auch die Erregermaschine stets als Scherbiusmaschine ausgeführt, obwohl bei ihrer verhältnismäßig kleinen Leistung auch die Ausführung als Maschine ohne Wendepole noch praktisch möglich wäre.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß die Näherungsgleichung (2a) auch bei wechselnder Drehzahl der Maschine gültig ist, solange nur die Drehzahl nicht so tief sinkt, daß die Durchflutung aw_e die Größenordnung von aw_k erreicht. Der Strom

* Bei Phasengleichheit der verschiedenen Durchflutungen; sind die Durchflutungen phasenverschoben, treten an Stelle der skalaren Größen die vektoriellen.

[1] Statt einer Überlagerung der Durchflutungen der Wicklungen 6^b und 7 ist auch eine Überlagerung der Ströme selbst in einer gemeinsamen Wicklung möglich, indem der fremderregte Erregerstrom unter Wegfall der Wicklung 7 ebenfalls über die Wicklung 6^b geleitet wird. Sind die Ströme von gleicher Größenordnung, so wird dadurch eine wesentliche Ersparnis an Wicklungskupfer erzielt.



der Wicklung 7 der Erregermaschine und der Strom der Wicklung 4 der Hintermaschine sind also auch bei wechselnder Drehzahl der Erregermaschine einander proportional.

3. Analytische Untersuchung der Kommutatorkaskade für konstante Leistung.

Bedeutet $\mathfrak{E}_s$ die vom Hauptfeld der Asynchronmaschine 1 (Bild 1) in ihrem Läufer induzierte Schlupfspannung, $\mathfrak{J}_2$ den Läuferstrom, $\mathfrak{Z}_A$ und $\mathfrak{Z}_K$ den Scheinwiderstand (Wirk- und Streu-Blindwiderstand) des Läufers des Asynchronmotors und den des Ankerkreises der Kommutatorhintermaschine 2 und $\mathfrak{E}_K$ deren Rotationsspannung in vektorieller Darstellung, so gilt die Spannungsgleichung

$$\mathfrak{E}_s + \mathfrak{E}_K = \mathfrak{J}_2(\mathfrak{Z}_A + \mathfrak{Z}_K). \tag{3}$$

Nach dem Grundgedanken der Schaltung soll die Spannung $\mathfrak{E}_K$ gleich der Summe $\mathfrak{E}_{K_1} + \mathfrak{E}_{K_2}$ aus zwei, verschiedenen Gesetzen folgenden Spannungskomponenten sein, deren eine

$$\mathfrak{E}_{K_1} = -\mathfrak{E}_s \tag{4}$$

ist; daraus folgt

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mathfrak{E}_{K_2}}{\mathfrak{Z}_A + \mathfrak{Z}_K}. \tag{5}$$

Der Läuferstrom $\mathfrak{J}_2$ des Hauptmotors hängt also nur von der zweiten Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{k_2}$ und dem Widerstand des Läuferkreises ab, von der Schlupfspannung ist er unabhängig. Durch den Läuferstrom sind auch die primäre Wirkleistung und Blindleistung des Asynchronmotors bestimmt.

Die Unabhängigkeit des Läuferstromes $\mathfrak{J}_2$ von der Schlupfspannung wird aber auch erreicht, wenn die Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{K_1}$ nicht der Gleichung (4), sondern der Gleichung

$$\mathfrak{E}_{K_1} = -(\mathfrak{E}_s - \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_A) \tag{4a}$$

folgt, wobei sie nicht der Schlupfspannung, sondern der an den Schleifringen des Asynchronmotors bestehenden Spannung entgegengesetzt gleich ist. Aus Gleichung (3) und (4a) folgt

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mathfrak{E}_{K_2}}{\mathfrak{Z}_K}. \tag{5a}$$

Zweck der Anordnung ist, Proportionalität zwischen dem Ankerstrom $\mathfrak{J}_2$ und der Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{K_2}$ zu erreichen. Wenn die Anordnung nach den Gleichungen (4) und (5) arbeitet, besteht diese Proportionalität nur angenähert, weil sich der Scheinwiderstand des Läuferkreises mit der Schlupffrequenz ändert. Arbeitet die Anordnung dagegen nach den Gleichungen (4a) und (5a), so ist nur der Scheinwiderstand $\mathfrak{Z}_K$ der Kommutator-Hintermaschine von Einfluß auf den Ankerstrom, auch der Scheinwiderstand $\mathfrak{Z}_A$ des Läufers des Asynchronmotors ist einflußlos geworden[1]. Doch wechselt auch der Scheinwiderstand $\mathfrak{Z}_K$ des Läuferkreises der Hintermaschine mit der Schlupffrequenz. Durch Vorschaltung eines konstanten Widerstandes entsprechender Größe kann zwar der Einfluß des veränderlichen Teiles dieses Widerstandes vernachlässigbar klein gemacht werden, doch verbieten wirtschaftliche Rücksichten diese Ausführung. Die gleiche Wirkung wie die Vorschaltung eines konstanten Widerstandes hat aber die Ausstattung der Hintermaschine mit einer Reihenschluß-Erregerwicklung (Kompoundwicklung) 3b (Bild 1), da auch dadurch bei konstanter Drehzahl und Vernachlässigung der Sättigung eine dem

[1] In einem während der Drucklegung dieses Aufsatzes erschienenen Artikel: „Asynchronmaschinen mit vom Schlupf unabhängiger Wirk- und Blindleistung", Arch. f. Elektrot. XIX, S. 335 kommt Herr Dr. Liwschitz (S. 354/355) zum gleichen Ergebnis. Seine Folgerung, daß dabei der resultierende wirksame Widerstand des Läuferkreises unzulässig klein sei, gilt nur für die Hintermaschine ohne Reihenschluß-Erregerwicklung (vgl. S. 236 und S. 246 des vorliegenden Artikels).

Läuferstrom proportionale und ihm entgegengerichtete Spannung im Läuferkreis induziert wird. Die der Gegenspannung entsprechende Leistung wird als mechanische Leistung nutzbar gemacht, sodaß die Gegenspannung ohne nennenswerte Verluste sehr groß gewählt werden kann. Ist die vom Strom $\mathfrak{J}_2$ der Reihenschlußwicklung im Anker induzierte Spannung $= - \mathfrak{J}_2 \cdot K$, wobei K eine Konstante ist, so tritt an Stelle der Gleichung (5a)

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{\mathfrak{E}_{K_2}}{\mathfrak{Z}_K + K}. \qquad (5\text{b})$$

Wenn die Konstante K, vermehrt um die konstante Komponente des Widerstandes $\mathfrak{Z}_K$, ein Vielfaches der mit der Schlüpfung wechselnden Komponente von $\mathfrak{Z}_K$ ist, ist der Strom $\mathfrak{J}_2$ mit großer Annäherung der Spannung $\mathfrak{E}_{K_2}$ proportional. Nach Gleichung (5b) kann die Wirkung der Reihenschlußwicklung rechnungsmäßig dadurch berücksichtigt werden, daß an Stelle des Läuferwiderstandes $\mathfrak{Z}_K$ der Widerstand $\mathfrak{Z}_K + K$ eingesetzt wird. Ist die Hintermaschine mit dieser Reihenschlußwicklung ausgestattet, so ist unter ihrer Spannung $\mathfrak{E}_K$ die von der fremderregten Erregerwicklung 4 (Bild 1) induzierte Spannung zu verstehen. Die gesamte Ankerspannung der Hintermaschine ist $\mathfrak{E}_K - \mathfrak{J}_2 K$.

4. Schaltung und Diagramm der Kommutatorkaskade bei konstanter Leistung im ganzen Regelbereich.

Die Schaltung ist in Bild 2 wiedergegeben. Damit die Gleichungen (4a) und (5b) erfüllt sind, muß der Strom der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine der Summe



$$\mathfrak{E}_K = \mathfrak{E}_{K_1} + \mathfrak{E}_{K_2}$$

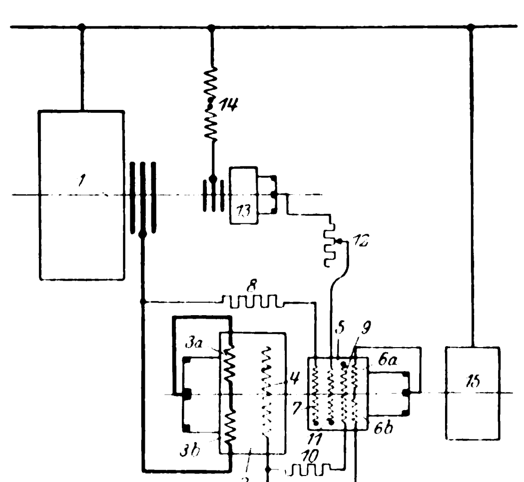


Bild 2. Kommutatorkaskade für konstante Leistung.

1—6 = wie bei Bild 1.
7 = Widerstanderregerwicklung der Erregermaschine,
8 u. 10 = konstante Dreiphasenwiderstände,
9 = Hilfserregerwicklung der Erregermaschine,
11 = konstant erregte Erregerwicklung der Erregermaschine,
12 = Dreiphasenregulierwiderstand,
13 = Frequenzwandler,
14 = Hilfstransformator,
15 = Antrieb zu 2 und 5.

proportional sein. Nach Abschnitt 2 muß also auch die fremderregte Durchflutung der Erregermaschine der gleichen Summe proportional sein. Die den Komponenten $\mathfrak{E}_{K_1}$ und $\mathfrak{E}_{K_2}$ entsprechenden Einzelströme werden meist nicht über die gleiche, sondern über zwei getrennte auf den gleichen Polen liegende Erregerwicklungen 7 und 11 der Erregermaschine geführt, deren Durchflutungen sich zur genannten Summe ergänzen. Der Zweck der Erregerwicklung 9 wird später erörtert. Eine der Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{K_1}$ [Gleichung (4a)], also der Schleifringspannung des Asynchronmotors proportionale erregende Durchflutung ergibt sich, wenn nach Bild 2 die Erregerwicklung 7 der Erregermaschine (Widerstandserregerwicklung) von der Schleifringspannung über einen konstanten Wirkwiderstand 8 gespeist wird, der bei

jedem Betriebszustand ein Mehrfaches des Scheinwiderstandes der Wicklung 7 beträgt. Obwohl dieser Scheinwiderstand sich mit der Schlüpfung ändert, ist also der gesamte Widerstand dieses Erregerkreises praktisch konstant und sein Strom der Schleifringspannung proportional. Der genaue Zahlenwert des Vorschaltwiderstandes 8 ist durch die Bedingung festgelegt, daß die den Erregerkreis speisende Schleifringspannung des Hauptmotors auf dem Weg über die Erregermaschine in der Hintermaschine die der Schleifringspannung entgegengesetzt gleiche Spannung $\mathfrak{E}_{K_1}$ [Gleichung (4a)] induzieren muß. Die Erregerwicklung 7 muß schließlich so geschaltet sein, daß die Spannung $\mathfrak{E}_{K_1}$ der Schleifringspannung entgegengerichtet ist. Die Spannung $\mathfrak{E}_{K_1}$ ist phasengleich mit der sie erregenden Stromkomponente, bei Sternschaltung der Erregerwicklung der Hintermaschine also auch phasengleich mit der entsprechenden Stromkomponente der Reihenschluß-Erregerwicklung der Erregermaschine. Da deren Durchflutung annähernd entgegengesetzt gleich [Gleichung (2a)] der Durchflutung der Erregerwicklung 7 der Erregermaschine ist, muß also auch

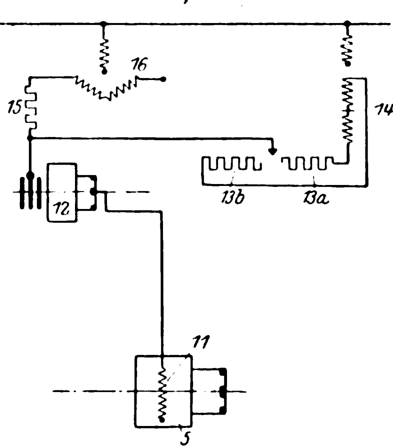


Bild 2a. Kommutatorkaskade für konstante Leistung; konstant erregter Erregerkreis.
5 = Erregermaschine,
11 = konstant erregte Erregerwicklung der Erregermaschine,
12 = Frequenzwandler,
13a u. 13b = regelbare Dreiphasen-Widerstände,
14 = Hilfstransformator mit sekundärer Sechsphasen-Sternschaltung,
15 = konstanter Dreiphasenwiderstand,
16 = Doppelinduktionsregler.

der Strom dieser Wicklung phasengleich mit der Schleifringspannung sein. Auch die Erregerwicklung 7 der Erregermaschine ist demnach in Stern zu schalten. Der Wickelsinn der Wicklung 7 ist schließlich so zu wählen, daß die Spannung $\mathfrak{E}_{K_1}$ der Schleifringspannung entgegengerichtet ist.

Soll die Anlage nach den Gleichungen (4) und (5) arbeiten, so muß der Strom der Erregerwicklung 7 der Erregermaschine nicht der Schleifringspannung, sondern der in der Läuferwicklung des Hauptmotors induzierten Schlupfspannung proportional sein. Da die Schlupfspannung nicht unmittelbar meßbar ist, kann ein ihr proportionaler Strom nur durch besondere Anordnungen gewonnen werden. Die Arbeitsweise der Anlage nach den Gleichungen (4a) und (5b) ist also nicht nur theoretisch günstiger als die nach den Gleichungen (4) und (5), weil bei ihr der betriebsmäßig veränderliche Läuferwiderstand des Hauptmotors ohne Einfluß auf den Läuferstrom ist, sondern auch technisch einfacher zu erreichen.

Der Strom der Erregerwicklung 11 der Erregermaschine (konstant erregte Erregerwicklung), der die Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{K_2}$ (vgl. Abschnitt 3) bedingt, soll bei wechselnder Schlüpfung des Hauptmotors konstant bleiben. Durch äußeren Eingriff soll er in weiten Grenzen regelbar sein, um Wirkleistung und Blindleistung des Hauptmotors auf den jeweils verlangten Wert einstellen zu können. Diese Aufgabe ist durch verschiedene Schaltungen lösbar. Allen gemeinsam ist die Verwendung eines kleinen Frequenzwandlers (asynchronen Einankerumformers), dessen Schleifringseite an der Netzspannung liegt und dessen Kommutatorseite die Erregerwicklung 11 speist. In den Erregerkreis ist wieder ein konstanter Widerstand solcher Größe geschaltet, daß der gesamte Widerstand bei wechselnder Schlupffrequenz praktisch konstant bleibt. In Bild 2 erfolgt die Größeneinstellung des Erregerstromes durch

den Regelwiderstand 12, die Einstellung der Phasenlage durch Bürstenverschiebung am Frequenzwandler 13. Sie könnte auch bei fester Bürstenstellung durch einen vorgeschalteten Induktionsregler eingestellt werden. In Bild 2a werden der Frequenzwandler 12 und damit auch die Erregerwicklung 11 der Erregermaschine von zwei parallelgeschalteten Stromsystemen gespeist. Über den Sechsphasen-Transformator 14 mit regelbarem Vorschaltwiderstand 13 fließt ein Strom, dessen Größe wieder durch den Widerstand eingestellt werden kann. Der Widerstand ist in 2 parallelliegende Hälften 13a und 13b unterteilt, von denen jeweils nur eine eingeschaltet ist. Sie sind an Sekundärspannungen des Transformators angeschlossen, die um 180° gegeneinander phasenverschoben sind. Der Strom der einen Widerstandshälfte ist also 180° phasenverschoben gegenüber dem der andern. Der Doppel-Induktionsregler 16

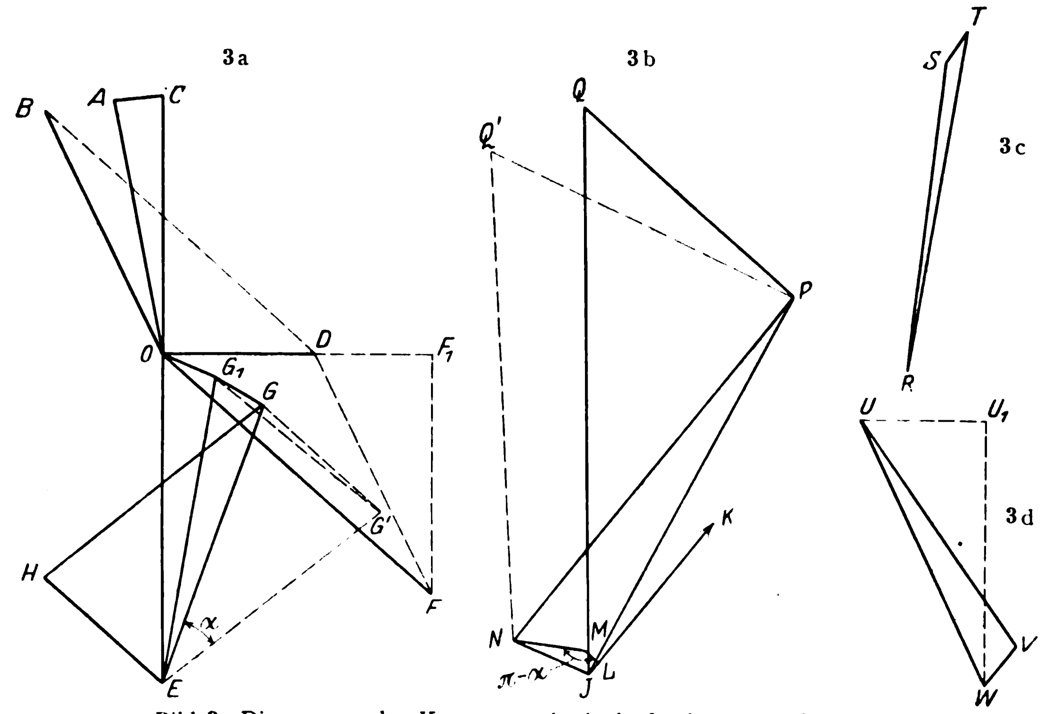


Bild 3. Diagramme der Kommutatorkaskade für konstante Leistung.

führt über einen konstanten Widerstand 15 einen Strom zu, dessen Größe ohne Änderung der Phasenlage durch Verdrehung des Doppel-Induktionsreglers geregelt wird. Die Phasenlage des Stromes hängt vom Aufkeilwinkel der beiden Einzelregler ab. Dieser Winkel ist so zu wählen, daß der Strom des Widerstandes 15 90° phasenverschoben gegenüber dem der Widerstände 13 ist. Durch gleichzeitige Einstellung des Doppelreglers 16 und der Regelwiderstände 13 kann der Strom der Erregerwicklung 11 nach Größe und Phasenlage geregelt werden, ebenso wie in der Schaltung nach Bild 2. Während aber die letztgenannte Schaltung nur eine stufenweise Einstellung des Stromes erlaubt, kann bei Schaltung 2a wenigstens eine Komponente des Stromes, z. B. die die Wirkleistung bestimmende, stetig geregelt werden.

Die fremderregte Durchflutung der Erregermaschine und die Spannungskomponente $\mathfrak{E}_{K_2}$, die zur Einstellung einer bestimmten Leistung des Hauptmotors notwendig sind, folgen aus den Diagrammen 3a bis 3d, die zugleich Aufschluß über die verschiedenen Störungseinflüsse und Richtlinien für die Bemessung geben. Sie gelten für motorische Belastung und untersychronen Lauf des Hauptmotors.

In dem Diagramm Bild 3a bedeutet OA die Netzspannung, OB den der verlangten primären Wirkleistung und Blindleistung entsprechenden Ständerstrom des

Asynchronmotors, CA den durch den Ohmschen Widerstand und den Streufluß bedingten Spannungsabfall in der Ständerwicklung. CO ist also die Spannung, welche von dem mit der Ständer- und Läuferwicklung verketteten Induktionsfluß in der Ständerwicklung induziert wird, und OD, 90^0 dagegen voreilend (bei Vernachlässigung der Eisenverluste) ist dieser Fluß selbst, im Strommaßstab zugleich der Magnetisierungsstrom. OE ist die vom gleichen Hauptfluß in der Läuferwicklung induzierte Spannung (Schlupfspannung) und OF der Läuferstrom. OG_1 ist dessen Spannungsabfall im Läuferkreis des Asynchronmotors und G_1G dessen Spannungsabfall im Läuferkreis der Kommutator-Hintermaschine. G_1E ist also die Schleifringspannung[1] und EG die in der Kommutator-Hintermaschine zu induzierende Spannung. EG stellt zugleich den Induktionsfluß der Hintermaschine und in anderem Maßstab auch die zu dessen Erregung erforderliche Durchflutung dar. Diese Durchflutung setzt sich zusammen aus der Durchflutung EH der Reihenschluß-Erregerwicklung (Nr. 3b des Bildes 2) und aus der Durchflutung HG der von der Erregermaschine gespeisten Erregerwicklung 4. Entsprechend der Unterteilung der erregenden Durchflutung der Hintermaschine kann auch deren Spannung EG zerlegt werden in die Komponente EG' parallel HG, welche durch die Erregerwicklung 4 induziert wird, und in die Komponente $G'G$ parallel EH, welche durch die Reihenschlußwicklung 3b induziert wird. Die Spannung GG', die dem Strom proportional ist, kann, wie schon erwähnt, auch als Spannungsabfall eines fiktiven Widerstandes aufgefaßt werden, wobei sich unter Wegfall der Reihenschlußwicklung als gesamter Spannungsabfall im Läuferkreis der Hintermaschine die Spannung G_1G' ergibt, die mit großer Annäherung dem Strom proportional und phasengleich gesetzt werden kann. Ein richtiger Einblick in die magnetischen Verhältnisse der Hintermaschine ergibt sich natürlich nur, wenn die Wirkung der Reihenschlußwicklung physikalisch richtig berücksichtigt wird.

Bild 3b zeigt das Diagramm des Erregerkreises 4 der Kommutator-Hintermaschine. JK parallel HG (Bild 3a) ist der Ankerstrom der Erregermaschine, JL dessen Ohmscher Abfall und LM 90^0 dagegen voreilend der durch den Streufluß bedingte Spannungsabfall. NM, 90^0 gegen den Induktionsfluß EG der Hintermaschine nacheilend, ist die von diesem Fluß in der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine induzierte Spannung. Sie ist gegen die Streuspannung LM um den Winkel $\pi - \alpha$ phasenverschoben, weil der Induktionsfluß der Hintermaschine infolge der Einwirkung der Reihenschluß-Erregerwicklung 3b gegen den Strom $JK \parallel EG'$ um den Winkel α phasenverschoben ist. JN ist die Rotationsspannung der Erregermaschine, in anderem Maßstab auch deren Induktionsfluß und die zu dessen Erregung notwendige Durchflutung. Ist ferner PN parallel JK die Durchflutung der Reihenschluß-Erregerwicklung der Erregermaschine, so muß JP die Summe der Durchflutungen der Erregerwicklungen 7 und 11 (Bild 2) der Erregermaschine sein, damit die gesamte erregende Durchflutung $= JN$ wird.

Nach dem Grundgedanken der Schaltung soll sich die Spannung EG der Hintermaschine aus 2 Komponenten zusammensetzen. Die Komponente EG_1 hebt die Einwirkung der Schleifringspannung auf den Läuferstrom auf, die Komponente G_1G ist gleich dem Spannungsabfall des Läuferstromes in der Hintermaschine. Die durch die fremderregte Erregerwicklung der Hintermaschine induzierte Spannung EG' soll sich also aus der Komponente EG_1 und aus der auch bei wechselnder Schlüpfung konstanten Komponente G_1G' zusammensetzen. Die Spannung EG_1 ist in Abschnitt 3 Gleichung (4a) mit $\mathfrak{E}_{K_1}$ bezeichnet. Die Spannung $\mathfrak{E}_{K_2}$ nach Gleichung (5b) ist gleich G_1G'.

[1] Auch wenn für die im Hauptmotor und in der Kommutator-Hintermaschine induzierten Spannungen eine bestimmte positive Richtung festgelegt ist, wird das Vorzeichen der Schleifringspannung erst durch eine weitere Definition bestimmt.



Da die Spannung EG' proportional und phasengleich der Durchflutung NP der Erregermaschine ist, muß auch diese sich aus entsprechenden Komponenten NQ' und $Q'P$ zusammensetzen, wobei das Dreieck $NQ'P$ ähnlich dem Dreieck EG_1G' ist. Die der Strecke $Q'P$ entsprechende Durchflutungskomponente der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine kann ihrerseits in 2 Komponenten unterteilt werden, deren eine die Durchflutung der Reihenschluß-Erregerwicklung 3b aufhebt, während die andere im Ankerkreis der Hintermaschine eine Spannung gleich dem Spannungsfall G_1G induziert. Obwohl demnach die Wirkung der Reihenschluß-Erregerwicklung nach außen nicht zur Geltung kommt, erreicht sie doch, daß Schwankungen im Läuferwiderstand der Hintermaschine viel kleineren Einfluß auf den Strom ausüben, als wenn die Reihenschlußwicklung nicht vorhanden wäre (vgl. S. 246).

Die Durchflutung JN der Erregermaschine, die ihrem resultierenden Induktionsfluß entspricht, muß nach Gleichung (2) sehr klein gehalten werden. Ist sie gleich Null, so wird die resultierende Durchflutung der Erregerwicklungen 7 und 11 der Erregermaschine entgegengesetzt gleich der Durchflutung PN ihrer Reihenschluß-Erregerwicklung 6b. Es muß sich also auch die Durchflutung NP der Wicklungen 7 und 11 aus Komponenten NQ' und $Q'P$ zusammensetzen, von denen $Q'P$ konstant und NQ' proportional und phasengleich der Schleifringspannung EG_1 ist. Die Komponente $Q'P$ ist die Durchflutung der konstant erregten Erregerwicklung 11, NQ' die der Widerstandserregerwicklung 7 der Erregermaschine.

Wird die geringe Durchflutung JN der Erregermaschine, die zur Erregung ihres Feldes erforderlich ist, berücksichtigt, so muß die resultierende Durchflutung der Wicklungen 7 und 11 der Erregermaschine $= JP$ sein, damit der Hauptmotor bei der angenommenen Schlüpfung mit der verlangten Leistung arbeitet. Soll diese Leistung bei wechselnder Schlüpfung konstant bleiben, so muß auch die Komponente $Q'P$ dieser Durchflutung (Wicklung 11) konstant bleiben, die mit der Schlüpfung veränderliche Komponente JQ' (Wicklung 7) muß gleich der Summe aus der erregenden Durchflutung JN und der Durchflutung NQ' sein, welch letztere der Schleifringspannung proportional ist. Die gesamte Durchflutung der Wicklung 7 ist aber angenähert der Schleifringspannung proportional, verläuft also bei wechselnder Schlüpfung nicht streng nach dem verlangten Gesetz. Der Einfluß dieses Fehlers auf die Leistung des Hauptmotors kann nun dadurch verkleinert werden, daß die konstante Durchflutungskomponente nicht auf den Wert $Q'P$, sondern auf einen Wert QP eingestellt wird und dementsprechend die veränderliche Durchflutungskomponente auf den Wert JQ, wobei die Summe beider Durchflutungen den verlangten Wert JP beibehält. Die Lage des Punktes Q ist in der Nähe des Punktes Q' so zu wählen, daß im ganzen Regelbereich der Störungseinfluß der erregenden Durchflutung JN der Erregermaschine möglichst klein wird.

Dieser bei richtigem Entwurf stets sehr geringe Störungseinfluß kann[1] durch einen weiteren Erregerkreis 9 und 10 (Bild 2) der Erregermaschine noch verkleinert werden. Der Scheinwiderstand dieses Kreises ist infolge der Vorschaltung des konstanten Widerstandes 10 bei wechselnder Schlüpfung praktisch konstant, die Durchflutung dieses Kreises also der Klemmenspannung der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine proportional. Bei richtiger Bemessung induziert diese Durchflutung im Anker der Erregermaschine eine der Klemmenspannung der Erregerwicklung 4 entgegengesetzt gleiche Spannung; die Wirkung ist also die gleiche, als wenn der Erregerkreis 9 und 10 nicht vorhanden und zugleich der Scheinwiderstand der Erregerwicklung 4 gleich Null wäre. Für den Erregerkreis 9 und 10 ist also das vom Widerstandserregerkreis 7 und 8 bekannte Prinzip nochmals angewendet. Da die Erregerwicklung 9 einen Beitrag zur resultierenden erforderlichen erregenden Durchflutung der Erregermaschine beisteuert, wird die durch die Wicklungen 7 und 11 aufzubringende

[1] Nach einem Vorschlag des Hr. Handschin der A.G, Brown Boveri & Cie.



Durchflutung $\mathfrak{J}N$ (Bild 3b) und der durch sie bedingte Störungseinfluß entsprechend verkleinert. Zu beachten ist bei dieser Schaltung noch, daß die Reihenschlußwicklung 6b der Erregermaschine außer dem Strom der Erregerwicklung 4 der Hintermaschine auch den allerdings sehr geringen Strom der Erregerwicklung 9 führt.

Bild 3c zeigt das Spannungsdiagramm des Widerstandserregerkreises 7 der Erregermaschine, dessen Durchflutung gleich der Strecke $\mathfrak{J}Q$ (Bild 3b) sein soll. RS ist die aus Bild 3a übernommene an den Schleifringen des Hauptmotors bestehende Spannung EG_1. Die Spannung RS, vermehrt um die vom Hauptfeld der Erregermaschine in der Wicklung 7 induzierte Spannung ST, ist gleich dem Ohmschen Spannungsabfall RT der Wicklung 7 und des Widerstandes 8. Wenn die Erregerwicklung 7 der Erregermaschine ohne Phasenüberlappung ausgeführt ist, wenn also jeder Pol der Maschine nur vom Strom einer Phase erregt wird, eilt die Spannung ST bei Vernachlässigung der geringen Streuung gegen den Fluß $\mathfrak{J}N$ der Erregermaschine 90° nach. Der Ohmsche Spannungsabfall RT ist proportional und phasengleich dem Strom der Wicklung 7. Gegen den mit der Wicklung 7 verketteten Kraftfluß $\mathfrak{J}N$ ist der Strom stark phasenverschoben, da ja der Kraftfluß durch die Ströme mehrerer Wicklungen erregt wird. Da bei nicht überlappter Erregerwicklung die Durchflutung der Wicklung 7, die gleich $\mathfrak{J}Q$ sein soll, phasengleich mit RT ist, muß also RT parallel zu $\mathfrak{J}Q$ sein, wodurch die Größe der Strecke ST, also die Windungszahl der Wicklung 7 festgelegt ist. Die Erregerwicklung 7 kann aber auch mit Phasenüberlappung ausgeführt werden, indem von der gesamten Windungszahl w einer Phase $a \cdot w$ Windungen auf einem Pol und $(1-a)w$ Windungen mit entgegengesetztem Wickelsinn auf dem nächsten Pol angeordnet werden, dessen Kraftfluß um 120° gegen den ersten nacheilt. Bei dieser Anordnung wird jeder Pol von Strömen verschiedener Phase erregt und die Spannung ST eilt gegen den Kraftfluß $\mathfrak{J}N$ um $\frac{\pi}{2} - \alpha$ nach, wobei

$$\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{3}\,\frac{1-a}{1+a} \text{ ist.}$$

Die Durchflutung der Wicklung 7 eilt auf jedem Pol gegenüber dem Strom, der in dem Wicklungsteil mit $a \cdot w$ Windungen fließt, um den Winkel α nach. Durch entsprechende Überlappung der Erregerwicklung 7 kann also bei jeder Phasenlage des Erregerstromes, also bei beliebigem Winkel zwischen RT und $\mathfrak{J}Q$, der Durchflutung der Wicklung 7 die verlangte Richtung $\mathfrak{J}Q$ und durch entsprechende Bemessung des Vorschaltwiderstandes auch die Größe $\mathfrak{J}Q$ gegeben werden.

Da die induktive Erregerspannung ST der Wicklung 7 nicht proportional der Schleifringspannung RS ist, vielmehr mit wachsender Schlüpfung schneller als diese anwächst, ist bei wechselnder Schlüpfung der Winkel SRT nicht konstant, es ändert sich also mit wechselnder Schlüpfung auch der Winkel zwischen der Schleifringspannung und der durch die Schleifringspannung bedingten Durchflutungskomponente $\mathfrak{J}Q$ der Erregermaschine. Damit die Winkeländerung klein bleibt, muß bei der größten betriebsmäßig auftretenden Schlüpfung die Spannung ST klein gegenüber der Schleifringspannung sein, es müssen also der Kraftfluß der Erregermaschine und die Windungszahl der Wicklung 7 klein gehalten werden.

Bild 3d zeigt schließlich das Diagramm des Erregerkreises 11 bis 13 der Erregermaschine. Die Durchflutung QP der Wicklung 11 ist durch Diagramm 3b vorgeschrieben. Ist die Wicklung ohne Phasenüberlappung ausgeführt, so ist QP auch die Richtung des Stromes, dessen Ohmscher Spannungsabfall im gesamten Kreis 11 bis 13 gleich UV sei. Die vom Hauptfluß der Erregermaschine in der Wicklung 11 induzierte Spannung WV' eilt gegen die Durchflutung $\mathfrak{J}N$ der Erregermaschine 90° nach. Die Sekundärspannung des Frequenzwandlers 13 (Bild 2) muß also UW sein, damit die Erregerwicklung 11 die verlangte Durchflutung QP hat. Wenn der Frequenzwandler ohne Ständerwicklung ausgeführt wird, ist bei



Vernachlässigung seines inneren Spannungsabfalles seine Sekundärspannung gleich der an den Schleifringen bestehenden Spannung. Durch das Diagramm 3d ist also auch die Größe, durch das gleiche Diagramm und die Bürstenstellung des Frequenzwandlers auch die Richtung der Schleifringspannung des Frequenzwandlers, also der Sekundärspannung des Transformators 14 festgelegt. Entsprechend der Unterteilung des Läuferstromes OF des Hauptmotors in die Blindkomponente OF_1 und die Wirkkomponente F_1F kann auch die diesem Strom annähernd parallele Sekundärspannung UW des Frequenzwandlers in die Komponenten UU_1 und U_1W zerlegt werden, von denen UU_1 im wesentlichen die Blindleistung und U_1W die Wirkleistung des Hauptmotors bestimmt. Soll also die Wirkleistung oder die Blindleistung des Hauptmotors auf einen andern Wert eingestellt werden, so ist die entsprechende Komponente der Spannung des Frequenzwandlers zu regeln. Die gleiche Unterteilung kann auch für die gesamte Durchflutung QP des konstant erregten Erregerkreises durchgeführt werden. Bei wechselnder Schlupffrequenz bleibt die Sekundärspannung UW des Frequenzwandlers konstant, die induktive Erregerspannung VW aber wechselt. Es bleibt also auch der Ohmsche Spannungsabfall UV und damit die Durchflutung QP nicht streng konstant. Damit die Änderung in engen Grenzen bleibt, muß bei jeder Schlüpfung die induktive Spannung VW klein gegenüber der Spannung des Frequenzwandlers sein.

Je kleiner die Windungszahlen der Wicklungen 7 und 11 gehalten werden, um kleine induktive Spannungen zu erreichen, desto größer wird ihr Strom und desto größer die Stromwärme in den vorgeschalteten Widerständen 8 und 12. Auch bei großer Schlüpfung kann oft diese Stromwärme in der Größenordnung von ein Tausendstel der Leistung des Hauptmotors, also verschwindend klein gehalten werden. Wird sie in Ausnahmefällen in der Schaltung Bild 2 unzulässig groß, so kann sie durch Einschaltung einer Hilfserregermaschine wieder auf einen verschwindend kleinen Betrag ermäßigt werden. Die Hilfserregermaschine arbeitet nach den gleichen Richtlinien wie die Haupterregermaschine (Bild 2) und liefert deren fremderregte Durchflutung. Die fremderregten Erregerwicklungen der Hilfsmaschine werden von der Schleifringspannung des Hauptmotors und von der Sekundärspannung des Frequenzwandlers über Widerstände gespeist, welche nur einen Bruchteil der bei Schaltung nach Bild 2 auftretenden Verluste bedingen.

Werden bei Schaltung Bild 2 die Diagramme 3a bis 3d unter Annahme der gleichen Wicklungsdaten und der gleichen Widerstände für eine andere Schlüpfung aufgestellt, so würde sich bei gleicher Spannung des Frequenzwandlers die gleiche Wirk- und Blindleistung des Hauptmotors wie in Bild 3 ergeben, wenn die Läuferreaktanz der Hintermaschine, die Durchflutung JN der Erregermaschine und die induktiven Erregerspannungen TS und VW der Erregermaschine Null wären[1]. Da dies nur angenähert der Fall ist, schließt sich der Linienzug der Durchflutungen der Erregermaschine (Bild 3b) nur, wenn bei geänderter Schlüpfung auch eine etwas geänderte Wirk- und Blindleistung als in Bild 3 zugrunde gelegt wird. Die Änderung der Wirkleistung bei Durchlaufen des vollen Regelbereiches kann stets sehr klein, kleiner als etwa $\pm 5\%$ der Nennleistung des Hauptmotors gehalten werden. Etwas stärker äußern sich die genannten Störungseinflüsse in der Änderung der Blindleistung, doch bleibt auch diese in mäßigen Grenzen. Ist streng konstante Blindleistung verlangt, so kann dies durch entsprechende geringe Regelung der die Blindleistung bestimmenden Spannungskomponente des Frequenzwandlers erreicht werden, die automatisch oder von Hand geschehen kann. Auch die sehr geringen Schwankungen der Wirkleistung könnten auf dem gleichen Weg beseitigt werden. Da der Regler nur geringe, in keinem Fall sehr störende Schwankungen ausgleichen soll, stellt er kein lebenswichtiges Glied der Anlage dar. Bei den bisherigen Aus-

[1] Im Diagramm vernachlässigt ist zudem der sehr kleine Strom des Widerstandserregerkreises.

führungen genügte auch die Konstanz der Blindleistung den praktischen Anforderungen ohne jede Regelung.

Da in den Erregerkreisen der Erregermaschine jede induktive Einwirkung gegenüber dem Einfluß des Ohmschen Widerstandes praktisch verschwindet, arbeitet die Anlage ohne jede Schaltungsänderung bei synchroner und übersynchroner Drehzahl ebenso wie bei untersynchroner, der Durchgang des Hauptmotors durch Synchronismus äußert sich in seinem primären Stromkreis überhaupt nicht. Werden die Diagramme Bild 3 für übersynchronen Lauf aufgestellt, so ist die Schlupfspannung OE des Läufers der im Ständer induzierten Spannung CO nicht mehr gleich, sondern gegengerichtet aufzutragen; ferner ist zu berücksichtigen, daß bei übersynchronem Lauf die Phasenfolge im Läuferkreis die entgegengesetzte ist wie untersynchron. Infolgedessen scheint, vom Ständer aus betrachtet, eine im Läuferkreis durch Pulsation eines Kraftflusses induzierte Spannung diesem Fluß nicht 90^0 nach-, sondern 90^0 vorzueilen. Für generatorischen Betrieb des Hauptmotors müssen die Wirkkomponente $F_1 F$ des Läuferstromes und die Spannungskomponente $U_1 W$ des Frequenzwandlers entgegengesetzte Richtung als in Bild 3 haben.

5. Schaltung und Diagramm der Kommutatorkaskade für bestimmte Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors.

a) Leerlauf bei Synchronismus.

Soll die Leistung des Hauptmotors nicht im ganzen Regelbereich konstant sein, sondern bei synchroner Drehzahl zu Null werden (vgl. Abschn. 1), so muß

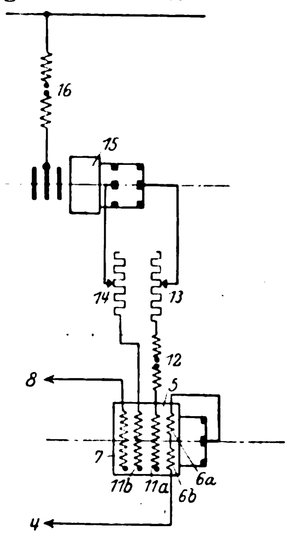


Bild 4. Kommutatorkaskade für konstante Leistung, konstant erregter Erregerkreis für synchrone Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors.

4—8 = wie bei Bild 2,
11a = konstant erregter Erregerkreis zur Einstellung der Wirkleistung,
11b = konstant erregter Erregerkeis zur Einstellung der Blindleistung,
12 = Sperrtransformator,
13 u. 14 = Dreiphasen-Regulierwiderstände,
15 = Frequenzwandler,
16 = Hilfstransformator.

bei dieser Drehzahl diejenige Durchflutungskomponente der konstant erregten Erregerwicklung der Erregermaschine, von der die Wirkleistung des Hauptmotors abhängt, zu Null werden. Dies kann natürlich durch selbsttätige Regelung des konstant erregten Erregerkreises in Abhängigkeit von der Drehzahl erreicht werden. Im Interesse erhöhter Betriebssicherheit wird aber besser auch diese Regelung dadurch entbehrlich gemacht, daß vor die konstant erregte Erregerwicklung ein Transformator mit getrennter Primär- und Sekundärwicklung eingeschaltet wird, der bei synchroner Drehzahl, also Schlupffrequenz 0, keinen Strom auf die Erregerwicklung überträgt. Bild 4 zeigt eine der verschiedenen möglichen Spielarten der Schaltung des konstant erregten Erregerkreises. Der übrige Teil der Anlage ist wie in Bild 2 zu schalten. Der Frequenzwandler 15 des Bildes 4 ist mit zwei 90^0 gegeneinander verschobenen Bürstensätzen ausgestattet, deren Spannungen ebenfalls 90^0 phasenverschoben sind. Sie speisen unter Zwischenschaltung von Widerständen 13 und 14

2 auf den gleichen Polen der Erregermaschine angeordnete Erregerwicklungen 11a und 11b, deren Ströme ebenfalls 90⁰ phasenverschoben sind. Die beiden Bürstensätze sind so eingestellt, daß die Wicklung 11a die Wirkleistung und 11b die Blindleistung des Hauptmotors bestimmt. Vor die Wicklung 11a ist der schon erwähnte Transformator 12 geschaltet, dessen Übersetzungsverhältnis 1 : 1 sein kann. Solange sein Magnetisierungsstrom verschwindend klein ist, solange also die Schlupffrequenz groß ist, ist die Schaltung gleichwertig mit der nach Bild 2 oder 2a. Wenn sich aber die Schlupffrequenz dem Wert Null nähert, ist der Magnetisierungsstrom des Transformators nicht mehr vernachlässigbar klein, und bei synchroner Drehzahl, also Schlupffrequenz 0, wirkt der gesamte, dem Transformator über den Widerstand 13 zugeführte Strom als Magnetisierungsstrom, der auf die Sekundär-

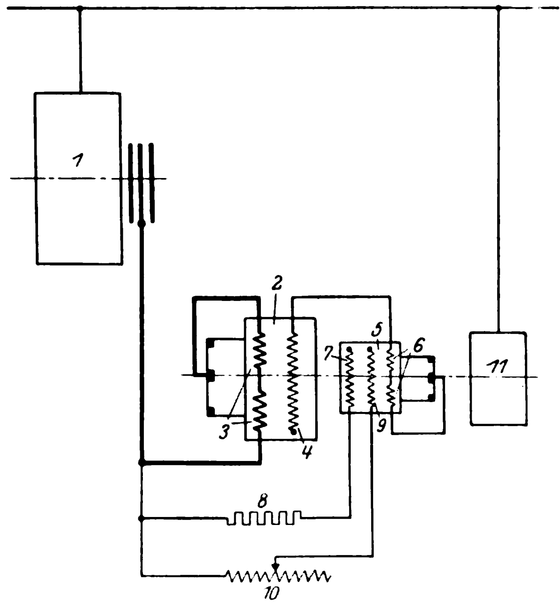


Bild 5. Kommutatorkaskade für konstante Leistung und synchrone Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors.
1—8 = wie bei Bild 2,
9 = konstant erregte Erregerwicklung der Erregermaschine,
10 = regelbare Dreiphasen-Drosselspule,
11 = Antrieb zu 2 und 5.

Bild 6.
Diagramm des Drosselerregerkreises.

wicklung übertragene Strom ist Null, die Wirkleistung des Hauptmotors wird also zu Null.

Der die Blindleistung bestimmende Strom der Wicklung 11b, der nicht durch induktive Koppelung übertragen wird, ist dagegen unabhängig von der Schlupffrequenz. Er hat bei Leerlauf des Hauptmotors gleichen Wert wie bei tieferliegenden Drehzahlen. In dem Schlüpfungsbereich, in dem der Strom der Erregerwicklung 11a kleineren Wert hat als bei großer Schlüpfung, ist auch die Phasenlage des Stromes eine andere als bei großer Schlüpfung, obwohl der Primärstrom des Transformators 12 nach Größe und Phasenlage im ganzen Regelbereich fast konstant ist. Infolgedessen beeinflußt die Wicklung 11a bei kleiner Schlupffrequenz auch die Blindleistung des Hauptmotors etwas, die bei großer Schlüpfung von ihr unabhängig ist.

Auch bei Schaltung Bild 5 ist die Leistung des Hauptmotors bei mittlerer und großer Schlüpfung konstant, bei synchroner Drehzahl wird sie Null. Bei dieser

Schaltung sind die Hintermaschine und der Widerstandserregerkreis der Erregermaschine wie in Bild 2 geschaltet. Der Frequenzwandler kann wegfallen, die konstant erregte Erregerwicklung 9 der Erregermaschine ist über eine Drosselspule 10 an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen. Die Drosselspule muß so bemessen sein, daß ihr Blindwiderstand bei jeder betriebsmäßig auftretenden Schlupffrequenz ein Mehrfaches des Blindwiderstandes der Wicklung 9 ist, ihr Strom ist also fast unabhängig von der induktiven Beeinflussung durch die anderen Wicklungen der Erregermaschine. Wenn der Wirkwiderstand dieses „Drosselerregerkreises" vernachlässigt werden kann, eilt sein Strom gegen die Schleifringspannung des Hauptmotors 90^0 nach und ist bei wechselnder Schlüpfung annähernd konstant, weil die Schleifringspannung und der Blindwiderstand des Kreises der Schlupffrequenz annähernd proportional sind. Die konstante Durchflutung der Wicklung 9, deren Phasenlage von der Schaltung dieser Wicklung abhängt, bestimmt die Wirkleistung und die Blindleistung des Hauptmotors.

Der Einfluß des bisher vernachlässigten Ohmschen Widerstandes des Drosselerregerkreises ist für mittlere und große Schlüpfung sehr gering, wie aus dem Diagramm des Drosselkreises (Bild 6) folgt. In ihm ist (vgl. Bild 3a) OD der Induktionsfluß des Hauptmotors, OE seine Schlupfspannung, OG_1 der Spannungsabfall im Läufer des Hauptmotors bei bestimmter Belastung und G_1E die Schleifringspannung. Wird die geringe in der Erregerwicklung 9 der Erregermaschine (Bild 5) induzierte Spannung ganz vernachlässigt, so ist die Schleifringspannung G_1E gleich der geometrischen Summe aus dem induktiven Spannungsabfall G_1F der Drosselspule und dem 90^0 dagegen nacheilenden Ohmschen Spannungsabfall FE des Drosselerregerkreises. FE ist zugleich die Richtung des Drosselstromes. Wenn mit wechselnder Schlupffrequenz der Strom der Drosselspule konstant bleibt, ist auch sein Ohmscher Spannungsabfall konstant. Bei konstantem Drosselstrom sind aber auch der Läuferstrom des Hauptmotors und (bei vorübergehender Vernachlässigung des durch Streuung bedingten induktiven Widerstandes des Läufers) auch der Spannungsabfall OG_1 und dessen Horizontalkomponente G_2G_1 konstant. Der Widerstand des Drosselerregerkreises kann nun so bemessen werden, daß der Ohmsche Spannungsabfall FE gleich groß wie die Horizontalkomponente G_1G_2 des Spannungsabfalles im Läufer ist, während der induktive Spannungsabfall G_1F gleich der Spannungskomponente G_2E, also annähernd gleich der Schlupfspannung ist. Da der Winkel G_1FE 90^0 beträgt, wird unter dieser Annahme FE parallel G_2G_1. Bei dieser Bemessung des Widerstandes und konstantem Strom des Drosselkreises enthält also die Schleifringspannung außer der Komponente, die gleich dem induktiven Spannungsabfall der Drosselspule ist, eine konstante Komponente, die gleich dem konstanten Ohmschen Spannungsabfall im Drosselkreis ist; dessen Strom bleibt also auch bei Berücksichtigung seines Ohmschen Widerstandes konstant, solange die geringe Spannung OG_2 gegen OE vernachlässigt werden kann.

Bei sehr kleiner Schlüpfung und besonders bei Schlüpfung Null ist dies nicht der Fall, und es werden der Strom des Drosselerregerkreises und die Leistung des Hauptmotors bei Schlüpfung Null ebenfalls zu Null. Dem Diagramm Bild 6 liegt nämlich eine Schaltung des Drosselerregerkreises zugrunde, bei der ein Drosselerregerstrom der Richtung FE einen Läuferstrom des Hauptmotors bedingt, dessen Spannungsabfall OG_1 gegen den Drosselstrom um den Winkel $\pi - \alpha$ phasenverschoben ist. Bei synchroner Drehzahl des Hauptmotors ist nun der Spannungsabfall im Läufer des Hauptmotors entgegengesetzt gleich der Schleifringspannung, und diese bedingt einen ihr phasengleichen Drosselerregerstrom, da ja der induktive Widerstand des Kreises Null ist. Ein Läuferstrom beliebiger Richtung bedingt also einen Drosselerregerstrom gleicher Phase, während die Voraussetzung für das Bestehen des Läuferstromes die ist, daß im Drosselerregerkreis ein gegen ihn um den Winkel $\pi - \alpha$ phasenverschobener Strom fließt. Bei synchroner Drehzahl des



Hauptmotors ist infolgedessen der ganze Läuferkreis stromlos und die Motorleistung Null.

Wenn aber durch den Drosselerregerkreis bei Wirkleistung Null eine bestimmte Blindleistung eingestellt wird, wenn also der Spannungsabfall OG_1 horizontal liegt, ist der Winkel $\alpha = 0$. Der Drosselstrom und der durch ihn über die Erreger- und Hintermaschine bedingte Strom im Läuferkreis sind einander entgegengerichtet. Ist nun wieder der Spannungsabfall im Läufer des Hauptmotors, der bei synchroner Drehzahl entgegengesetzt gleich der Schleifringspannung ist, gleich dem Spannungsabfall im Drosselerregerkreis, so hält die Schleifringspannung ihrerseits den Drosselerregerstrom, durch den der Läuferstrom induziert wurde, aufrecht. Besteht bei ungesättigter Hintermaschine die genannte Spannungsgleichheit für einen Wert des Läuferstromes, so besteht sie für jeden Läuferstrom. Der Läuferstrom steigt sehr stark an, bis durch die Sättigung der Hintermaschine die Proportionalität zwischen Erreger- und Ankerstrom gestört wird. Es tritt Selbsterregung ein, die sehr heftig ist, da die Hintermaschine erst bei großem Kraftfluß im Sättigungsgebiet arbeitet. Um die Gefahr der Selbsterregung, auf die nicht näher eingegangen werden soll, zu vermeiden, wird der Widerstand des Drosselerregerkreises etwas größer bemessen als oben angegeben war. Auch in diesem Fall bleibt aber bei Schaltung nach Bild 5 die Durchflutung der Wicklung 9 annähernd konstant, solange die Schlüpfung des Hauptmotors nicht unter einen kleinen Grenzwert sinkt, bei Schlüpfung Null wird sie selbst Null.

Wenn mit sinkender Schlüpfung der Drosselstrom auf Null zurückgeht, wird er durch den Einfluß des Wirkwiderstandes des Drosselkreises gegenüber der Lage bei großer Schlüpfung in voreilendem Sinn verschoben; die Komponente des Drosselstromes, welche die Blindleistung bestimmt, sinkt also langsamer als die die Wirkleistung bestimmende. Infolgedessen ist Phasenkompensation des Hauptmotors auch bei sehr geringer Wirkleistung möglich. Wenn aber an die Phasenkompensation bei Leerlauf sehr hohe Anforderungen gestellt werden, wird zweckmäßig über einen Frequenzwandler in einen Erregerkreis konstanten Widerstandes, z. B. den Widerstandserregerkreis, eine konstante Spannung geeigneter Phasenlage eingeführt, die eine konstante, auf Phasenverbesserung wirkende Spannung in der Hintermaschine induziert. Durch Änderung der Windungszahl der Drosselspule und ihres Widerstandes kann die Leistung des Hauptmotors jeweils auf den verlangten Wert eingestellt werden. Regelung der Blindleistung unabhängig von der Wirkleistung kann in geringem Maß durch Widerstandsänderung, in stärkerem Maß durch Schaltungsänderung im Drosselerregerkreis oder schließlich durch Änderung der Spannung des schon erwähnten Frequenzwandlers erfolgen.

b) Leerlauf bei übersynchroner Drehzahl.

Durch Verlegung der Leerlaufdrehzahl in das übersynchrone Gebiet kann der gesamte Regelbereich zu ungefähr gleichen Beträgen auf das über- und untersynchrone Gebiet verteilt und damit eine beträchtliche Verkleinerung der Hintermaschine, ihres Zubehörs und der Verluste erzielt werden. Zur Einstellung übersynchroner Leerlaufdrehzahl wird der konstant erregte Erregerkreis wieder so geschaltet, daß der die Leistung bestimmende Erregerstrom der Erregermaschine zu Null wird, wenn ein Abschnitt des Kreises mit Frequenz Null arbeitet; die Frequenz dieses Abschnittes ist aber nicht gleich der Schlupffrequenz, sondern sie ist infolge wiederholter Frequenzumformung von der Schlupffrequenz verschieden und wird nicht bei synchroner Drehzahl, sondern bei der verlangten Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors zu Null. Eine der verschiedenen möglichen Schaltungen zeigt Bild 7. Hauptmotor, Hintermaschine und Widerstandserregerkreis der Erregermaschine sind wie in Bild 2 geschaltet. Neu dazu kommt die mit dem Hauptmotor schlüpfungsfrei gekuppelte



asynchrone Hilfsmaschine 13 kleiner Leistung, welche die Drosselspule 12 speist. Der Strom der Drosselspule fließt über den Frequenzwandler 11 in die konstant erregte Erregerwicklung 9 der Hintermaschine und bestimmt die Leistung des Hauptmotors. Überwiegt im Läuferkreis der asynchronen Hilfsmaschine der Blindwiderstand der Drosselspule den restlichen Widerstand des Kreises stark, so ist der Drosselstrom auch bei wechselnder Drehzahl der Asynchronmaschine annähernd konstant, da deren Sekundärspannung und der Scheinwiderstand der Drosselspule

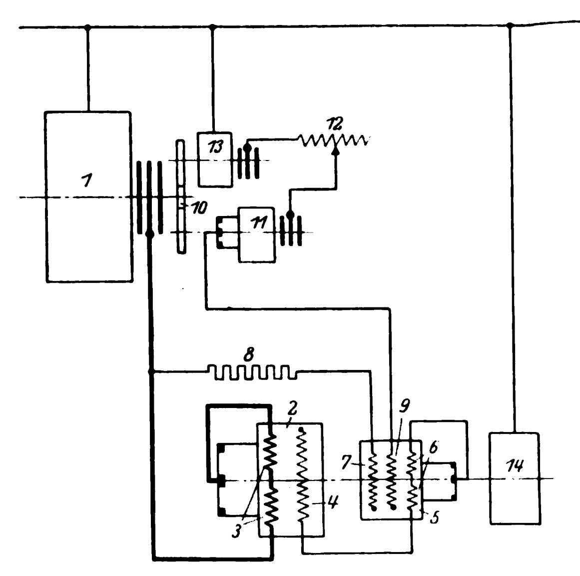


Bild 7. Kommutatorkaskade für konstante Leistung und übersynchrone Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors.
1—9 = wie bei Bild 5,
10 = Zahnradübertragung,
11 = Frequenzwandler,
12 = regelbare Dreiphasendrosselspule,
13 = Asynchron-Hilfsmaschine,
14 = Antrieb zu 2 und 5.

einander proportional sind. Nähert sich aber die Sekundärfrequenz des Hilfsmotors dem Wert Null, so strebt der Strom der Drosselspule unter gleichzeitiger Verschiebung im Sinne der Voreilung dem Wert Null zu. Die Wirkleistung des Hauptmotors sinkt also rasch, die Blindleistung langsamer; bei großer Sekundärfrequenz der asynchronen Hilfsmaschine sind Wirk- und Blindleistung des Hauptmotors konstant, ebenso wie im vorhergehenden Abschnitt.

Es bedeutet p die Polpaarzahl des Hauptmotors, p_1 die der asynchronen Hilfsmaschine, p_2 die des Frequenzwandlers, $a = \frac{n_1}{n}$ das Verhältnis der Drehzahlen der asynchronen Hilfsmaschine und des Hauptmotors, b das der Drehzahlen des Frequenzwandlers und des Hauptmotors. Bedeutet noch f die Netzfrequenz und s die Schlüpfung des Hauptmotors, die bei übersynchronem Lauf negatives Vorzeichen hat, so ist die Sekundärfrequenz der asynchronen Hilfsmaschine

$$f_1 = f\left(1 - \frac{p_1}{p} \cdot (1 - s) \cdot a\right). \tag{6}$$

Die Frequenz auf der Kommutatorseite des Frequenzwandlers ist

$$f_2 = f\left(1 - \frac{p_1}{p} \cdot (1 - s) \cdot a - \frac{p_2}{p}(1 - s) \cdot b\right). \tag{7}$$

Damit bei einer bestimmten Schlüpfung s_0 des Hauptmotors die Frequenz f_1 und damit auch die Leistung des Hauptmotors zu Null wird, muß die Übersetzung

$$a = \frac{p}{p_1 \cdot (1 - s_0)} \tag{8}$$

sein.

Die Erregerwicklung 9 der Erregermaschine muß natürlich mit Schlupffrequenz gespeist sein. Damit für jede Drehzahl des Hauptmotors die Frequenz $f_2 = s \cdot f$ ist, muß

$$b = \left(1 - \frac{p_1}{p} \cdot a\right) \cdot \frac{p}{p_2} = \frac{p - p_1 \cdot a}{p_2} \tag{9}$$

sein.

Wenn die Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors im übersynchronen Gebiet liegt ($s_0 < 0$), muß $\frac{p_1 \cdot a}{p} < 1$ sein. $\frac{p_1 \cdot a}{p} > 1$ bedeutet untersynchrone Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors, wobei b negativ wird. Negativer Wert von b bedeutet für unveränderte Schaltung entgegengesetzte Drehrichtung des Frequenzwandlers wie bei positivem Wert von b oder, bei unveränderter Drehrichtung, Phasenvertauschung von 2 Zuleitungen und 2 Ableitungen. Die Einstellung der Phasenlage der konstant erregten Durchflutung der Hintermaschine kann bei Schaltung nach Bild 7 in einfacher Weise durch Bürstenverschiebung des Frequenzwandlers erfolgen.

c) Verhalten bei Drehzahlen über dem Leerlaufwert.

Durch äußeren Antrieb oder durch plötzliche Frequenzsenkung im speisenden Netz, welcher der Hauptmotor infolge seiner Massenträgheit nicht sofort folgt, kann die Drehzahl über den Leerlaufwert ansteigen. Dabei wird die Frequenz in demjenigen Abschnitt des konstant erregten Erregerkreises, welcher bei der Leerlaufdrehzahl die Leistung zu Null werden ließ, wieder von Null verschieben. Bei der Schaltung nach Bild 4 erlaubt dabei der Transformator 12 den Stromdurchgang wieder, ebenso wie bei Drehzahlen unter dem Leerlaufwert. Bei der Schaltung nach Bild 7 führt die Drosselspule 12 wieder einen Strom, der sich mit steigender Frequenz dem gleichen konstanten Wert nähert wie bei Drehzahlen unter dem Leerlaufwert und, vom Stator des Hauptmotors aus betrachtet, auch gleiche Richtung hat. Der Hauptmotor arbeitet also nach Durchschreitung der Leerlaufdrehzahl wieder motorisch[1], wodurch sich die Gefahr einer dauernden Drehzahlsteigerung ergibt. Um diese Gefahr zu vermeiden, wird zweckmäßig nach Durchgang der Drehzahl durch den Leerlaufwert eine Schaltungsänderung vorgenommen, z. B. die Stromrichtung im konstant erregten Erregerkreis umgekehrt, wodurch die Hauptmaschine zum Generator wird. Der Schalter wird am einfachsten durch einen kleinen asynchronen Hilfsmotor betätigt, der an demjenigen Abschnitt des Erregerkreises angeschlossen ist, dessen Frequenz bei der Leerlaufdrehzahl Null ist. Da die Phasenfolge in diesem Abschnitt bei Durchgang durch die Leerlaufdrehzahl wechselt, übt der Hilfsmotor bei höher liegenden Drehzahlen ein Drehmoment entgegengesetzter Richtung aus als bei tieferliegenden Drehzahlen und legt damit bei jedem Durchgang durch den Leerlaufwert der Drehzahl den Schalter um. Bei den meisten Antrieben tritt eine Überschreitung der Leerlaufdrehzahl nur ausnahmsweise auf (vgl. auch Abschnitt 6a).

6. Einfluß der magnetischen Sättigung und der Drehzahländerung der Hintermaschine.

Beide Einflüsse wurden bisher vernachlässigt.

a) Sättigung der Hintermaschine.

Auch wenn bei großer Schlüpfung die Hintermaschine nicht mehr auf dem geradlinigen Teil der Magnetisierungskurve arbeitet, folgt ihr Erregerstrom dem für die

[1] Wohl bei allen andern elektromotorischen Antrieben mit endlicher Leerlaufdrehzahl entspricht einem Überschreiten der Leerlaufdrehzahl ein Übergang von motorischer zu generatorischer Arbeit.



ungesättigte Maschine vorgeschriebenen Gesetz. Im Sättigungsgebiet ist also die Spannung der Hintermaschine kleiner als der Grundgedanke der Schaltung vorschreibt, der Einfluß der Hintermaschine auf den Hauptmotor geht mit wachsender Sättigung zurück. Unabhängig davon, ob der Hauptmotor bei ungesättigter Hintermaschine als Motor oder als Generator arbeitet, arbeitet er bei sehr stark gesättigter Hintermaschine, also großer Schlüpfung, übersynchron stets als Generator und untersynchron stets als Motor. Im normalen Regelbereich soll demnach die Hintermaschine unterhalb des Knies der Magnetisierungskurve arbeiten. Der Einfluß der Sättigung kann aber auch erwünscht sein, da er die Leistung des Hauptmotors bei Schaltung nach Bild 2 für eine bestimmte Drehzahl zu Null werden läßt, ohne daß eine der Schaltungen des Abschnittes 5 erforderlich ist. Die Leistung wird Null, wenn bei wachsender übersynchroner Drehzahl und steigender Sättigung der Hintermaschine der Hauptmotor von motorischer zu generatorischer Arbeit übergeht. Bedingt die Hintermaschine generatorische Arbeit des Hauptmotors, so liegt die durch die Sättigung bestimmte Leerlaufdrehzahl tiefer als die Betriebsdrehzahl.

b) Drehzahländerung der Hintermaschine.

Die bisher gemachte Voraussetzung, daß die Drehzahl der Hintermaschine konstant sei, trifft zu, wenn die Hintermaschine mit einer Hilfsmaschine konstanter Drehzahl gekuppelt ist. In diesem Fall entspricht aber bekanntlich der durch die Hintermaschine bestimmten konstanten Drehfeldleistung des Hauptmotors eine der Drehzahl proportionale Leistungsabgabe an der Welle. Nur wenn die Hintermaschine mit dem Hauptmotor gekuppelt ist, bedeutet konstante Drehfeldleistung auch konstante Leistungsabgabe. In diesem Fall ändert sich aber natürlich die Drehzahl der Hintermaschine mit der des Hauptmotors. Dient der Hauptmotor der Netzkupplung, so ist seine Drehzahländerung stets sehr gering und vernachlässigbar, dient er Pufferungszwecken, so ist die Drehzahländerung meist größer. Ändert sich nun in diesem Fall der Erregerstrom der Hintermaschine bei wechselnder Schlüpfung nach dem Gesetz, das für konstante Drehzahl n_0 der Hintermaschine richtig ist, so beträgt die Spannung der Hintermaschine bei jeder andern Drehzahl n das $\frac{n}{n_0}$ fache des richtigen Wertes. n_0 möge die Drehzahl der Hintermaschine bei synchroner Drehzahl des Hauptmotors sein. Die Einwirkung dieses Fehlers auf die Leistung des Hauptmotors ist um so kleiner, je größer die Windungszahl der Reihenschlußwicklung der Hintermaschine ist. Der Spannungsabfall der Hintermaschine, der gleich der Differenz aus der Schleifringspannung des Hauptmotors und der in der Hintermaschine induzierten Spannung ist, ist bei großer Schlüpfung klein gegen jede dieser beiden Spannungen. Eine prozentual geringe Änderung der Spannung der Hintermaschine infolge geringer Drehzahländerung bedingt also, wenn die Reihenschlußwicklung fehlt, eine prozentual sehr große Änderung des Läuferstromes und der Leistung des Hauptmotors. In der folgenden Rechnung bezeichne $\mathfrak{E}_R$ für eine bestimmte Schlüpfung die Schleifringspannung des Hauptmotors, deren geringe Änderung bei einer Änderung des Läuferstromes vernachlässigt werde. $\mathfrak{E}_K$ ist die Spannung der Hintermaschine bei der Drehzahl n_0 und $\mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_K$ der Spannungsabfall des Läuferstromes in der Hintermaschine, die nicht mit Reihenschlußerregerwicklung ausgestattet sei. Es gilt

$$\mathfrak{E}_R + \mathfrak{E}_K = \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_K. \tag{10}$$

Hat die Drehzahl der Hintermaschine bei gleicher Schlüpfung des Hauptmotors statt des Wertes n_0 den Wert n, so geht bei gleichem Erregerstrom der Läuferstrom in $(1 + \mathfrak{A}_1) \mathfrak{J}_2$ über und es gilt

$$\mathfrak{E}_R + \frac{n}{n_0} \mathfrak{E}_K = (1 + \mathfrak{A}_1) \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_K. \tag{11}$$





Besitzt dagegen die Hintermaschine eine Reihenschluß-Erregerwicklung, durch die beim Strom $\mathfrak{J}_2$ und der Drehzahl n_0 die Spannung $-\mathfrak{J}_2 K$ in der Hintermaschine induziert wird, so muß bei dieser Drehzahl n_0 die von der fremderregten Erregerwicklung der Hintermaschine induzierte Spannung $\mathfrak{E}_K'$ der Gleichung (12) genügen, damit der Läuferstrom bei gleicher Schlüpfung den gleichen Wert wie in Gleichung (10) hat.

$$\mathfrak{E}_R + \mathfrak{E}_K' = \mathfrak{J}_2 (\mathfrak{Z}_K + K). \tag{12}$$

Bei gleichem Strom der fremderregten Erregerwicklung, aber Drehzahl n der Hintermaschine hat der Läuferstrom, wieder für gleiche Schlüpfung des Hauptmotors, den Wert $(1 + \mathfrak{A}_2)\mathfrak{J}_2$ und es gilt

$$\mathfrak{E}_R + \frac{n}{n_0}\mathfrak{E}_K' = (1 + \mathfrak{A}_2)\mathfrak{J}_2\left(\mathfrak{Z}_K + \frac{n}{n_0}K\right). \tag{13}$$

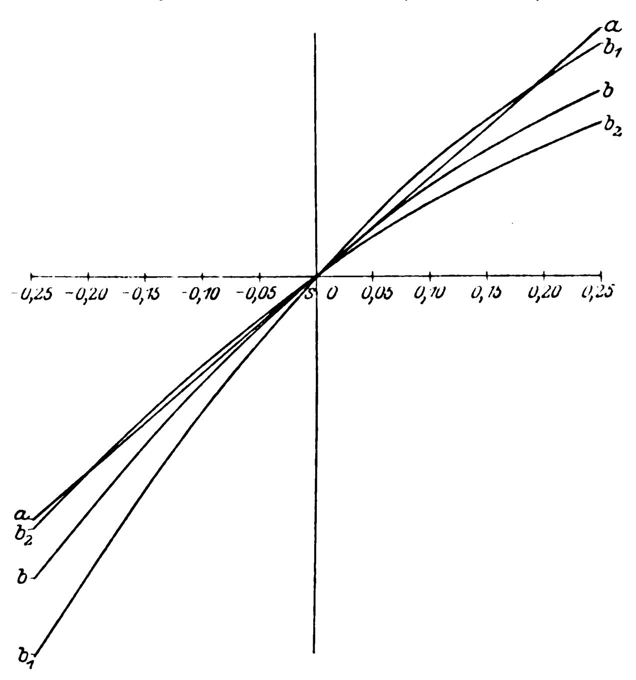


Bild 8. Schleifringspannung (a) und „Widerstandsspannung" der Hintermaschine (b bis b_2) in Abhängigkeit von der Schlüpfung, bei Kupplung der Hintermaschine mit dem Hauptmotor.
b = Spannung der Hintermaschine beim Widerstand R_0 des Widerstandserregerkreises.
b_1 = Spannung der Hintermaschine beim Widerstand $R_1 < R_0$.
b_2 = Spannung der Hintermaschine beim Widerstand $R_2 > R_0$.

Aus den Gleichungen (10) bis (13) folgt:

$$\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_1 \frac{\mathfrak{Z}_K}{\mathfrak{Z}_K + \frac{n}{n_0}K}. \tag{14}$$

$\frac{n}{n_0}$ ist nie sehr stark vom Wert 1 verschieden. Wenn K ein Mehrfaches von $|\mathfrak{Z}_K|$ ist, ist $\mathfrak{A}_2$ klein gegenüber $\mathfrak{A}_1$. Nach Definition sind $\mathfrak{A}_1$, gültig für die Hintermaschine ohne Reihenschlußwicklung, und $\mathfrak{A}_2$, gültig für die Maschine mit Reihenschlußwicklung, der Änderung des Läuferstromes proportional, die durch eine bestimmte Drehzahländerung verursacht wird. Nach Gleichung (14) ist also diese Stromänderung für die Maschine mit Reihenschlußwicklung viel kleiner als für die Maschine ohne diese Wicklung. Diese Wicklung schwächt also nicht nur die Folgen einer Widerstandsänderung im Läuferkreis, sondern auch die einer Drehzahländerung der Hintermaschine stark ab.

Arbeitet der Hauptmotor nur im untersynchronen oder nur im übersynchronen Gebiet, so kann der Einfluß der Drehzahländerung der Hintermaschine außerdem dadurch wesentlich verkleinert werden, daß der Widerstand des Widerstandserregerkreises der Erregermaschine nicht auf den für konstante Drehzahl der Hintermaschine richtigen Wert eingestellt wird. In Bild 8 stellt die Ordinaten-Differenz zwischen der Geraden a und der Abszisse die Schleifringspannung des Hauptmotors in Abhängigkeit von der Schlüpfung dar, der sie näherungsweise proportional gesetzt ist. Läuft die Hintermaschine dauernd mit der Drehzahl n_0, die sie bei direkter Kupplung nur für synchrone Drehzahl des Hauptmotors hat, so kann der Widerstand des Erregerkreises auf einen Wert R_0 eingestellt werden, bei dem die dem Widerstandserregerkreis entsprechende der Schleifringspannung entgegengerichtete Spannungskomponente der Hintermaschine (die „Widerstandsspannung") in Abhängigkeit von der Schlüpfung durch die gleiche Gerade a dargestellt wird. Ändert sich nun die Drehzahl der Hintermaschine infolge der Kupplung mit dem Hauptmotor, so verläuft die Widerstandspannung nicht mehr nach der Geraden a, sondern nach der Kurve b. Bei Verkleinerung des Widerstandes auf den Wert R_1 verläuft sie nach der Kurve b_1, bei Vergrößerung des Widerstandes auf den Wert R_2 verläuft sie nach Kurve b_2. Verläuft die Widerstandsspannung nach der Kurve b_1, so ist im untersynchronen Gebiet die größte, zwischen ihr und der Schleifringspannung auftretende Differenz wesentlich kleiner, als wenn sie nach Kurve b verläuft. Im übersynchronen Gebiet ist die Differenz dagegen vergrößert. Verläuft die Widerstandsspannung nach der Kurve b_2, so ist die Differenz im übersynchronen Gebiet kleiner und im untersynchronen Gebiet größer als bei Verlauf nach Kurve b. Damit im ganzen Schlüpfungsbereich zwischen $s = 0$ und $s = s_0$ die größte auftretende Ordinaten-Differenz zwischen den Kurven b_1 bzw. b_2 und der Geraden a den kleinsten möglichen Wert hat, muß der Widerstand

$$R = \frac{1 + 4 s_0 (1 - s_0)}{1 + 2 s_0 (1 + \sqrt{2})} R_0 \tag{15}$$

sein. Bei übersynchronem Lauf ist s_0 mit negativem Vorzeichen einzuführen. Die größte Ordinaten-Differenz tritt beim Schlupf $s = s_0$ und, mit entgegengesetztem Vorzeichen, beim Schlupf $s = \frac{R_0 - R}{2 R_0}$ auf. Sie beträgt nur a % der größten Ordinanten-Differenz, die sich beim Widerstand R_0 ergibt, wobei

$$a = \frac{0{,}17 + 0{,}83 s_0}{1 + 4 s_0 (1 - s_0)} \cdot 100 \tag{16}$$

ist. Wenn $s_0 = 0{,}2$ ist, ist a ungefähr 20%. Durch die geänderte Bemessung des Widerstandserregerkreises ist also der maximale Fehler, den die Widerstandsspannung der Hintermaschine infolge deren Drehzahländerung aufweist, etwa $^1/_5$ des Fehlers, der beim Widerstandswert R_0 des Kreises auftritt. Der Fehlbetrag der Widerstandsspannung ist praktisch gleich dem Fehler der resultierenden Spannung der Hintermaschine. Die dem zweiten Erregerkreis der Erregermaschine entsprechende Durchflutungskomponente der Hintermaschine hat nämlich auch bei wechselnder Drehzahl stets annähernd den richtigen Wert, da ihr überwiegender Teil die Durchflutung der Reihenschlußwicklung aufheben soll, welche ebenfalls von der Drehzahl unabhängig und, wenn die Widerstandsspannung den richtigen Wert hat, konstant ist.

Wenn die Hintermaschine fremd angetrieben wird, wenn also die Leistung des Hauptmotors bei konstanter Drehfeldleistung der Drehzahl proportional ist, kann es zweckmäßig sein, den Widerstand des Widerstandserregerkreises etwas größer als den nach der grundlegenden Theorie richtigen Wert R_0 zu wählen, so daß die Drehfeldleistung des Hauptmotors mit wachsender Drehzahl etwas sinkt (vgl. Abschnitt 8a). Dabei ändert sich nämlich die Leistungsabgabe des Hauptmotors mit der Drehzahl weniger als bei konstanter Drehfeldleistung. Durch geschickten Entwurf können



im übrigen stets die verschiedenen, auf eine Änderung der Leistung hinwirkenden störenden Nebeneinflüsse teilweise gegeneinander ausgeglichen werden.

7. Erweiterung des Regelbereiches durch Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis.

Für motorischen Betrieb des Hauptmotors kann die bei der größten untersynchronen Schlüpfung verlangte Spannung der Hintermaschine dadurch verkleinert werden, daß der Spannungsabfall OG (Bild 3a) vergrößert, daß also ein zusätzlicher Widerstand in den Läuferkreis eingeschaltet wird[1]. Wenn ohne diesen zusätzlichen Widerstand die größte, für untersynchronen Lauf verlangte Spannung der Hintermaschine größer als die bei übersynchronem Lauf verlangte ist, wird dadurch eine Verkleinerung der Hintermaschine erzielt. Für Dauerbetrieb verbieten wirtschaftliche Rücksichten diese Maßnahme. Oft genügt aber für den normalen Betrieb eine bestimmte max. untersynchrone Schlüpfung, nur in Ausnahmefällen soll ein noch größerer Wert der Schlüpfung zulässig sein, ohne daß die Leistung des Hauptmotors infolge der Sättigung der Hintermaschine stark ansteigt. Für diese nur ausnahmsweise auftretende Schlüpfung ist die Höhe der Verluste, also der Betriebskosten, unwesentlich gegenüber der durch sie bedingten Vergrößerung der Anlagekosten. Die Hintermaschine wird deshalb zweckmäßig so entworfen, daß sie bei der größten im normalen Betrieb verlangten Schlüpfung an der Sättigungsgrenze arbeitet. Bei der nur ausnahmsweise verlangten Vergrößerung der untersynchronen Schlüpfung wird ein Widerstand in den Läuferkreis eingeschaltet und damit die in der Hintermaschine zu induzierende Spannung verkleinert. Nach Einschaltung des Widerstandes arbeitet die Hintermaschine auch bei vergrößerter Schlüpfung im ungesättigten Gebiet, so daß die Leistung durch Sättigungserscheinungen nicht beeinflußt wird. Damit der zusätzliche Widerstand nicht seinerseits eine Änderung der Leistung verursacht, muß er zwischen die Schleifringe des Hauptmotors und die Abzweigung des Widerstandserregerkreises der Erregermaschine eingeschaltet werden, so daß er wie eine Vergrößerung des Läuferwiderstandes des Hauptmotors wirkt. Durch die Wirkung des Widerstandserregerkreises verlieren ja [Gleichung (5a) und (5b) S. 231] alle Vorgänge im Läufer des Hauptmotors, auch eine Widerstandsvergrößerung um beliebigen Betrag, ihren Einfluß auf den Läuferstrom; an der genannten Stelle kann also ein zusätzlicher Widerstand beliebiger Größe eingeschaltet werden, ohne daß dadurch bei ungesättigter Hintermaschine die Leistung des Hauptmotors beeinflußt wird. Würde der Widerstand dagegen zwischen die Abzweigung des Widerstandserregerkreises und die Hintermaschine geschaltet, wobei er deren Läuferwiderstand vergrößert, so würde er eine Verkleinerung der Leistung des Hauptmotors verursachen, wenn nicht gleichzeitig die Durchflutung des konstant erregten Erregerkreises vergrößert wird. Da der Widerstand notwendig wird, wenn mit wachsender Schlüpfung infolge des Einflusses der Sättigung die Leistung des Hauptmotors zu steigen beginnt, kann seine Einschaltung von einem Leistungsregler abhängig gemacht werden. Der Widerstand wird kurzgeschlossen, wenn die Schlüpfung des Hauptmotors unter den normal zulässigen Grenzbetrag gesunken ist.

8. Spielarten der Schaltung für geänderte Drehzahlcharakteristik des Hauptmotors.

a) Widerstandsänderung im Widerstandserregerkreis.

Eine geringe Änderung des Widerstandes gegenüber dem Wert R_0, der nach der grundlegenden Theorie für konstante Drehzahl der Hintermaschine richtig ist, kann nach Abschnitt 6 Störungseinflüsse ausgleichen. Eine starke Änderung des

[1] In Bild 3a ist die kompensierende Spannungskomponente der Hintermaschine sehr groß, wobei der Einfluß der Widerstandsvergrößerung gering ist.



Widerstandes kommt in Frage, wenn die Drehfeldleistung des Hauptmotors nicht konstant sein, sondern sich mit der Drehzahl stark ändern soll. Hat bei konstanter Drehzahl der Hintermaschine der Widerstand des Widerstandserregerkreises statt des Wertes R_0 den Wert R_1, so gilt für die vom Widerstandserregerkreis in der Hintermaschine induzierte Spannung $\mathfrak{E}_{K_1}$ statt der Gleichung (4a) die Gleichung

$$\mathfrak{E}_{K_1} = -\frac{R_0}{R_1}(\mathfrak{E}_s - \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_A). \tag{17}$$

Induziert die Reihenschluß-Erregerwicklung der Hintermaschine die Spannung $-\mathfrak{J}_2 K$, so lautet die Spannungsgleichung des Läuferkreises [vgl. Gleichung (3) u. S. 232]

$$\mathfrak{E}_s + \mathfrak{E}_K - \mathfrak{J}_2 \cdot K = \mathfrak{E}_s - \frac{R_0}{R_1}(\mathfrak{E}_s - \mathfrak{J}_2 \mathfrak{Z}_A) + \mathfrak{E}_{K_2} - \mathfrak{J}_2 K = \mathfrak{J}_2 (\mathfrak{Z}_A + \mathfrak{Z}_K). \tag{18}$$

Da bei der betrachteten Schaltung, wie die Rechnung zeigen wird, sich Läufer- und Ständerstrom des Hauptmotors mit der Schlüpfung ändern, ist auch der Induktionsfluß des Hauptmotors nicht mehr konstant, wie es bei konstantem Ständerstrom der Fall war. Bei Vernachlässigung dieser Änderung ist die Schlupfspannung $\mathfrak{E}_s$ des Hauptmotors der Schlüpfung proportional; wir setzen also

$$\mathfrak{E}_s = s \cdot \mathfrak{E}_0.$$

Damit folgt aus Gleichung (18)

$$\mathfrak{J}_2 = \frac{s \cdot \mathfrak{E}_0 \frac{R_1 - R_0}{R_1} + \mathfrak{E}_{K_2}}{\mathfrak{Z}_A \frac{R_1 - R_0}{R_1} + \mathfrak{Z}_K + K}. \tag{19}$$

Berücksichtigen wir nur die Wirkkomponenten R_A u. R_K von $\mathfrak{Z}_A$ und $\mathfrak{Z}_K$, so ist die phasenkompensierende Komponente von $\mathfrak{J}_2$, die gegen $\mathfrak{E}_0$ 90° phasenverschoben ist, der gegen $\mathfrak{E}_0$ 90° phasenverschobenen Komponente $\mathfrak{E}_K''$ der Spannung $\mathfrak{E}_{K_2}$ der Hintermaschine proportional, also bei konstanter Spannung $\mathfrak{E}_{K_2}$ ebenfalls konstant. Die Blindleistung des Hauptmotors bleibt auch für geänderten Widerstand des Widerstandserregerkreises bei wechselnder Schlüpfung konstant, wenn die Streuung des Ständer- und des Läuferkreises vernachlässigt wird. Bei deren Berücksichtigung ändert sie sich mit der Belastung. Bezeichnet $\mathfrak{E}_K'$ die auf Drehzahlregelung wirkende Komponente der Spannung $\mathfrak{E}_{K_2}$ der Hintermaschine, die positiv sei, wenn sie der Stillstandspannung $\mathfrak{E}_0$ des Hauptmotors gleichgerichtet ist, so wird die der untersynchronen Schlupfspannung phasengleiche Komponente J_{2w} des Läuferstromes

$$J_{2w} = \frac{s \cdot E_0 \frac{R_1 - R_0}{R_1} + E_K'}{R_A \frac{R_1 - R_0}{R_1} + R_K + K} \tag{20}$$

Der Stromkomponente J_{2w} ist die Drehfeldleistung des Hauptmotors proportional. Diese ist also beim Widerstandswert R_1 nicht mehr konstant, sondern wechselt mit der Schlüpfung. Die Wirkleistung des Hauptmotors wird Null, wenn

$$s \cdot E_0 \frac{R_1 - R_0}{R_1} = -E_K'$$

ist. Daraus folgt die Leerlaufschlüpfung s_0 des Hauptmotors

$$s_0 = -\frac{R_1}{R_1 - R_0} \frac{E_K'}{E_0}. \tag{21}$$

Durch entsprechende Regelung im konstant erregten Erregerkreis der Erregermaschine (vgl. S. 233) kann die Spannung E_K' geregelt und dadurch innerhalb des zulässigen Regelbereiches jeder positive oder negative Wert der Leerlaufschlüpfung s_0, also jede unter- oder übersynchrone Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors eingestellt werden. Ist die Spannungskomponente E_K' der Stillstandsspannung des Hauptmotors gleichgerichtet, so ist s_0 negativ, die Leerlaufdrehzahl liegt im übersynchronen Gebiet; hat die Spannung E_K' entgegengesetzte Richtung, so liegt die Leerlaufdrehzahl im untersynchronen Gebiet. Aus den Gleichungen (20) u. (21) folgt



$$\mathfrak{J}_{2w} = \frac{(s - s_0) E_0 \frac{R_1 - R_0}{R_1}}{R_A \frac{R_1 - R_0}{R_1} + R_K + K} \tag{22}$$

Die Wirkkomponente des Läuferstromes und die Drehfeldleistung des Hauptmotors sind also der Drehzahländerung des Hauptmotors gegenüber dem Leerlaufwert proportional. Wenn $R_1 > R_0$ ist, steigt die motorische Leistung mit sinkender Drehzahl, für $R_1 < R_0$ gilt das entgegengesetzte, solange $- R_A (R_1 - R_0) < R_1 (R_K + K)$ ist. $R_A \frac{R_1 - R_0}{R_1} + R_K + K = 0$ bedeutet Selbsterregung über den Widerstandserregerkreis. $R_1 > R_0$ stellt den praktisch wichtigeren Fall dar. Der Hauptmotor zeigt dabei Reihenschlußverhalten mit endlicher Leerlaufdrehzahl, die beliebig geregelt werden kann. Nach Gleichung (21) hängt die zur Einstellung einer bestimmten Leerlaufschlüpfung s_0 erforderliche, konstante Spannungskomponente E_K' der Hintermaschine von der Größe des Widerstandes R_1 ab.

Je größer R_1 ist, desto kleiner ist der Drehzahlabfall des Hauptmotors zwischen Leerlauf und Vollast. Mit wachsendem R_1 kommt ja die Schlupfspannung immer mehr zur Wirkung. Für $R_1 = \infty$ ist der Drehzahlabfall gleich dem eines Asynchronmotors ohne Hintermaschine, dessen Läuferwiderstand $= R_A + R_K + K$ ist[1]. $R_1 = R_0$ bedeutet nach Gleichung (21) unendlich große Leerlaufdrehzahl des Hauptmotors. Gleichung (21) ist aber nur bei ungesättigter Hintermaschine gültig, da die gleiche Voraussetzung schon für Gleichung (17) gilt. Für eine unendlich große Hintermaschine, die bei unendlicher Schlüpfung des Hauptmotors noch im ungesättigten Gebiet arbeitet, ist nach Gleichung (22) für $R_1 = R_0$ und $s_0 = \infty$ eine endliche Schlüpfungsänderung ohne Einfluß auf den Läuferstrom. $R_1 = R_0$ ist also in Übereinstimmung mit dem Früheren die Bedingung für konstante Leistung des Hauptmotors, unabhängig von der Schlüpfung. Bei endlicher Größe der Hintermaschine gilt die gleiche Bedingung nur für den Schlüpfungsbereich, in dem die Hintermaschine nicht gesättigt ist.

b) Schaltungen zur Netzkupplung.

Wird die Asynchronmaschine mit einer Synchronmaschine gekuppelt, die an ein zweites, unabhängiges Netz angeschlossen ist, so wird ihre Drehzahl durch die Frequenz des zweiten Netzes bestimmt und ihre Schlüpfung ist

$$s = 1 - \frac{p_1}{p_2} \frac{f_2}{f_1}. \tag{23}$$

Darin bedeuten p die Polpaarzahl und f die Netzfrequenz, Index 1 bezieht sich auf die Asynchronmaschine und Index 2 auf die Synchronmaschine. Ist die Hintermaschine nicht erregt, so ist die Leistung der Asynchronmaschine, die stets gleich der vom Umformer übertragenen Leistung N ist, ihrer Schlüpfung annähernd proportional.

$$N = k_1 \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \frac{f_2}{f_1}\right). \tag{24}$$

k_1 und die unten folgenden Ausdrücke k_2 und k_3 sind Konstante. Die Leistung wird durch das Frequenzverhältnis beider Netze bestimmt, vom Absolutwert der Frequenzen ist sie unabhängig. Dabei vernachlässigen wir die geringe Feldänderung und die entsprechende Leistungsänderung der Asynchronmaschine, die sich ergibt, wenn bei konstanter Spannung die Frequenz des Netzes der Asynchronmaschine schwankt. Die Leistung des Umformers wird Null beim Frequenzverhältnis

$$\frac{f_{10}}{f_{20}} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Wird die Hintermaschine nach Abschnitt 8a erregt, hat also der Widerstand des Widerstandserregerkreises nicht den für konstante Leistung erforderlichen Wert,

[1] Nach Umkehrung des Wickelsinns der Widerstandserregerwicklung sinkt der Drehzahlabfall bei einer Verkleinerung des Widerstandes R_1 unter den für $R_1 = \infty$ giltigen Wert.

so ist die Umformerleistung der Änderung der Schlüpfung der Asynchronmaschine gegenüber dem Leerlaufwert proportional, also wieder vom Frequenzverhältnis der Netze abhängig. Ist beim Leerlaufwert s_0 der Schlüpfung das Frequenzverhältnis $\frac{f_{10}}{f_{20}}$, so gilt [vgl. Gleichung (21)]

$$s_0 = 1 - \frac{p_1}{p_2}\frac{f_{20}}{f_{10}} = -\frac{R_1}{R_1 - R_0}\frac{Ek'}{E_0}. \tag{25}$$

Bei beliebigem Frequenzverhältnis ist die Umformerleistung

$$N = k_2(s - s_0) = k_2\left(1 + \frac{R_1}{R_1 - R_0}\frac{Ek'}{E_0} - \frac{p_1}{p_2}\frac{f_2}{f_1}\right). \tag{26}$$

Wird die Hintermaschine nach dem Prinzip der Kommutatorkaskade für konstante Leistung erregt, wird also $R_1 = R_0$ eingestellt, so ist die Umformerleistung konstant, unabhängig vom Verhältnis und vom Absolutwert der beiden Frequenzen.

Durch Regelung im konstant erregten Erregerkreis der Erregermaschine wird die Leistung auf den jeweils verlangten Wert eingestellt. Durch dauernde Regelung dieses Kreises kann schließlich die Umformerleistung in bestimmte Abhängigkeit von irgendeiner Betriebsgröße gebracht werden. Von besonderer praktischer Bedeutung ist die Regelung in Abhängigkeit von der Frequenz des einen der beiden Netze. Dabei wird der die Wirkleistung bestimmende Strom des konstant erregten Erregerkreises derart geregelt [1], z. B. unter Vermittlung eines Fliehkraftreglers oder einer Tachometerdynamo, daß er der Abweichung der Netzfrequenz von einem Mittelwert f_0 proportional ist. Die Regelung ist sowohl in Abhängigkeit von der Netzfrequenz der Asynchronmaschine als auch von der der Synchronmaschine möglich. Die Leistung des Umformers ist

$$N = k_3(f_0 - f). \tag{27}$$

Liegt die Frequenz über dem Mittelwert f_0, so fließt die Leistung von dem Netz, dessen Frequenz die Leistung bestimmt, zum zweiten Netz; liegt die Frequenz unter dem Mittelwert, so fließt die Leistung in entgegengesetzter Richtung. Frequenzschwankungen des zweiten Netzes sind ohne Einfluß auf die Umformerleistung. Für eine Asynchronmaschine, deren Leistung von ihrer Schlüpfung, also nach Gleichung (23) vom Frequenzverhältnis beider Netze abhängt, ist das gleiche Ergebnis nur durch gegenseitige Beeinflussung von zwei Reglern [2] zu erzielen, da dabei der Einfluß von Frequenzschwankungen des einen Netzes aufgehoben und ferner die Leistung in die gewünschte Abhängigkeit von der Frequenz des zweiten Netzes gebracht werden muß. Bei der Kommutatorkaskade für konstante Leistung, bei der ohne Regelung alle Frequenzschwankungen einflußlos sind, ist nur ein Regler notwendig. Wenn die Frequenz eines Netzes dauernd streng konstant ist, vereinfacht sich natürlich die Aufgabe außerordentlich.

Folgt die Leistung des Umformers der Gleichung (27), so ist der Umformer für das Netz, dessen Frequenz die Leistung bestimmt, gleichwertig mit einem Synchrongenerator, dessen Antriebsmaschine eine mit sinkender Drehzahl steigende Leistung entwickelt. Die gesamte in diesem Netz verlangte Leistung kann also bei schwankender Belastung auf die parallel arbeitenden Generatoren des Netzes und auf den Umformer nach den gleichen Richtlinien verteilt werden, nach denen die Lastverteilung zwischen parallelarbeitenden synchronen Generatoren erfolgt. Während aber für die Generatoren nur eine Leistungsabgabe an das Netz, nicht eine Aufnahme aus dem Netz möglich ist, kann der Umformer auch, wenn die Frequenz über einen bestimmten Wert steigt, Leistung aus dem Netz aufnehmen und sie an das zweite Netz liefern.

---

[1] Über verschiedene Regelungsmöglichkeiten vgl. S. 233.

[2] Oder durch einen Regler, dessen Richtkraft z. B. durch eine Tachometerdynamo gesteuert wird.

Über die Induktionswirkung von Starkströmen auf benachbarte Leitungen.

Von

Dr. **Hans Schiller.**

(Aus dem Laboratorium der Süddeutschen Kabelwerke Mannheim.)

I. Einleitung.

Die induktive Einwirkung von Starkströmen auf benachbarte Leitungen wurde bereits in mehreren Arbeiten nach verschiedenen Gesichtspunkten untersucht[1]. Dabei wurde die Voraussetzung gemacht, daß die beeinflußte Leitung mit einer Starkstromleitung parallel verlaufe und die Länge der letzteren größer oder gleich derjenigen der beeinflußten Leitung sei. Es wird in der Praxis aber häufig der Fall eintreten, daß ein Parallellauf nur auf einer Teilstrecke statthat; auch kann es vorkommen, daß auf einer Anzahl von Teilstrecken Starkströme verschiedener Herkunft und Intensität induzierend wirken. Diese Fragen sollen daher untersucht und dann einige Spezialfälle näher diskutiert werden.

II. Allgemeine Gleichungen für die Induktionswirkung paralleler Starkstromleitungen.

Eine geradlinig verlaufende Leitung von der Länge l sei der Beeinflussung durch benachbarte Starkströme ausgesetzt. Dabei machen wir die Einschränkungen, daß die induzierenden Leitungen mit der induzierten parallel verlaufen, daß ferner die Induktionswirkung nicht über die Länge des Parallelverlaufes hinausgeht und die Einwirkungsbereiche nicht übereinandergreifen. Auf diesen soll die Wirkung der Starkstromleitungen durch einen bestimmten „kilometrischen" Wert der wechselseitigen Induktion M charakterisiert sein. Die Bedeutung obiger Einschränkungen soll später noch erörtert werden.

Für eine unbeeinflußte Teilstrecke gelten dann die bekannten Gleichungen:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = R\,I + L\,\frac{\partial I}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial I}{\partial x} = G\,V + C\,\frac{\partial V}{\partial t}.$$

Hierin sind: V die Spannung, $\mathfrak{J}$ die Stromstärke, L, G, C die kilometrischen Werte von Selbstinduktion, Kapazität und Ableitung. (Unter Kapazität ist die Erdkapazität der Leitung zu verstehen.) Bei Voraussetzung von eingeschwungenem sinusförmigem Wechselstrom ergibt sich:

$$-\frac{d\,\mathfrak{V}}{d\,x} = \mathfrak{J}\,(R + j\,\omega\,L) \qquad V = \mathfrak{V}\,e^{j\,\omega\,t},$$

$$-\frac{d\,\mathfrak{J}}{d\,x} = \mathfrak{V}\,(G + j\,\omega\,C) \qquad I = \mathfrak{J}\cdot e^{j\,\omega\,t}.$$

Die Lösung dieser Gleichungen ist:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{V} &= \mathfrak{V}_1\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\,x - \mathfrak{Z}\,\mathfrak{J}_1\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\,x, \qquad & \gamma &= \sqrt{(R + j\,\omega\,L)\,(G + j\,\omega\,C)},\\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_1\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\,x - \frac{\mathfrak{V}_1}{\mathfrak{Z}}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\,x, \qquad & \mathfrak{Z} &= \sqrt{\frac{R + j\,\omega\,L}{G + j\,\omega\,C}}. \end{aligned}\right\} \qquad (I)$$

$\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{V}_1$ sind die Anfangswerte von Strom und Spannung.

[1] H. Pleyel, Theoretische Untersuchungen über Schwachstromstörungen bei Einphasenwechselstrombahnen. Verlag R. Oldenbourg, 1920. — G. Krause u. A. Zastrow, Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus dem Siemens-Konzern, Bd. II, S. 422, 1922. — H. W. Droste, Arch. f. Elektrot., Bd. XIV, H. 3, S. 319, 1925.



Für eine beeinflußte Teilstrecke gilt analog[1]

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = R\cdot\mathcal{J} + L\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial t} + M\frac{\partial \mathcal{J}_0}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x} = G V + C\frac{\partial V}{\partial t}$$

bzw.

$$-\frac{d\mathfrak{B}}{dx} = \mathfrak{J}(R+j\omega L) + \mathcal{J}_0 j\omega M = (R+j\omega L)\left(\mathfrak{J} + \mathcal{J}_0\frac{j\omega M}{R+j\omega L}\right),$$

$$-\frac{d\mathfrak{J}}{dx} = \mathfrak{B}(G+j\omega C).$$

$\mathcal{J}_0$ ist die als konstant vorausgesetzte Stromstärke in der Starkstromleitung, M der kilometrische Wert der Gegeninduktivität. Setzt man den als konstant angenommenen Ausdruck $\frac{j\omega M}{R+j\omega L} = \mathfrak{k}$, so erhält man die Lösung der Gleichungen in der Form:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_2 \operatorname{Cof}\gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_2 \operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \operatorname{Sin}\gamma x}\\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_2 \operatorname{Cof}\gamma x - \frac{\mathfrak{B}_2}{\mathfrak{Z}}\operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{k}\mathcal{J}_0\{1-\operatorname{Cof}\gamma x\}}\end{aligned}\right\}\quad\text{(II)}$$

$\mathfrak{B}_2$ und $\mathfrak{J}_2$ sind die Anfangswerte von Spannung und Strom am Beginn der beeinflußten Strecke.

Durch die unterstrichenen Glieder unterscheiden sich die Gleichungen (II) von den für eine unbeeinflußte Teilstrecke geltenden Gleichungen (I).

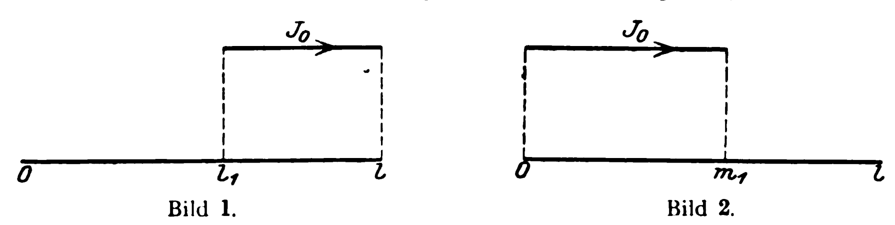


Bild 1. Bild 2.

Es soll nun auf eine unbeeinflußte Strecke von der Länge l_1 eine beeinflußte Strecke folgen (Bild 1). Dann gelten vom Anfang der Leitung bis zum Punkte l_1 die Gleichungen (I), von l_1 an die Gleichungen (II), wobei in (II) als Anfangswerte von Strom und Spannung die Werte einzusetzen sind, welche sich aus den Gleichungen (I) für $x = l_1$ ergeben.

$$\mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}_1 \operatorname{Cof}\gamma l_1 - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_1 \operatorname{Sin}\gamma l_1;\quad \mathfrak{J}_2 = \mathfrak{J}_1 \operatorname{Cof}\gamma l_1 - \frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{Z}}\operatorname{Sin}\gamma l_1.$$

Man erhält nach einigen Umformungen für das Gebiet $x > l_1$:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_1 \operatorname{Cof}\gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_1 \operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \operatorname{Sin}\gamma(x-l_1)}\\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_1 \operatorname{Cof}\gamma x - \frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{Z}}\operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{k}\mathcal{J}_0\{1-\operatorname{Cof}\gamma(x-l_1)\}}\end{aligned}\right\}\quad\text{(III)}$$

Geht hingegen eine beeinflußte Strecke von $x = 0$ bis $x = m_1$ einer unbeeinflußten Strecke voraus (Bild 2), dann erhält man analog für $x > m_1$:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_2 \operatorname{Cof}\gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_2 \operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{k}\mathcal{J}_0\mathfrak{Z}\operatorname{Sin}\gamma x + \mathfrak{k}\mathcal{J}_0\mathfrak{Z}\operatorname{Sin}\gamma(x-m_1)}\\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_2 \operatorname{Cof}\gamma x - \frac{\mathfrak{B}_2}{\mathfrak{Z}}\operatorname{Sin}\gamma x - \underline{\mathfrak{k}\mathcal{J}_0\{1-\operatorname{Cof}\gamma x\}} + \mathrm{k}\mathcal{J}_0\,\underline{\{1-\operatorname{Cof}\gamma(x-m_1)\}}\end{aligned}\right\}\quad\text{(IV)}$$

worin $\mathfrak{J}_2$ und $\mathfrak{B}_2$ die Anfangswerte von Strom und Spannung am Beginn der gestörten Teilstrecke also für $x = 0$ bedeuten.

Aus den Gleichungen (III) und (IV) ist unmittelbar das Verfahren zur Aufstellung von allgemeinen Gleichungen für beliebig viele Störzonen abzulesen. Wird

[1] Vgl. Pleyel a. a. O. und Krause und Zastrow a. a. O.

mit l_1 bzw. $l_2 \ldots l_n$ der Anfang und mit $m_1, m_2 \ldots m_n$ das Ende von Einflußgebieten bezeichnet, auf denen die Starkströme $\mathfrak{J}_{01}, \mathfrak{J}_{02} \ldots \mathfrak{J}_{0n}$ mit den „Kopplungsfaktoren"[1] $k_1, k_2 \ldots k_n$ $\left(\mathfrak{k}_n = \frac{j\omega M n}{R + j\omega L}\right)$ induzierend wirken, dann kommt für $x = l_i$, am Anfang der i ten Störzone, in der Gleichung für die Spannung das Glied $-\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i} \mathfrak{Sin}\,\gamma(x - l_i)$, für den Strom das Glied $-\mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i}\{1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma(x - l_i)\}$ neu hinzu; diese Zusatzglieder charakterisieren die induktive Beeinflussung. Wird der Bereich der $i$ten Störstrecke überschritten, so nähern sich mit wachsender Entfernung die Gleichungen für Strom und Spannung wieder den für unbeeinflußte Gebiete geltenden Gleichungen (I). Dies wird durch die am Ende m_i der beeinflußten Strecke hinzukommenden Glieder:

$$\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i} \mathfrak{Sin}\,\gamma(x - m_i)$$

für die Spannung und

$$\mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i}\{1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma(x - m_i)\}$$

für den Strom bewirkt.

Die allgemeinen Gleichungen für den Spannungs- und Stromverlauf sind daher für $x > m_i$:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_a \mathfrak{Cof}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_a \mathfrak{Sin}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\Big\{\sum{}^i \mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i}[\mathfrak{Sin}\,\gamma(x - l_i) - \mathfrak{Sin}\,\gamma(x - m_i)]\Big\} \\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_a \mathfrak{Cof}\,\gamma x - \frac{\mathfrak{B}_a}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{Sin}\,\gamma x - \sum{}^i \mathfrak{k}_i \mathfrak{J}_{0i}\{[1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma(x - l_i)] - [1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma(x - m_i)]\} \end{aligned}\right\} \quad (V)$$

Es besteht allgemein die Beziehung: $\mathfrak{B} = -\frac{\mathfrak{Z}}{\gamma} \cdot \frac{d\mathfrak{J}}{dx}$. In den Nullstellen der Spannung befinden sich die Extremwerte der Stromstärke. Hat man die Anfangswerte $\mathfrak{B}_a$ und $\mathfrak{J}_a$ für Spannung und Strom aus den Grenzbedingungen bestimmt, dann können aus den Gleichungen (V) die Stromstärke und die Spannung an jeder beliebigen Stelle der Leitung berechnet werden.

III. Erörterung einiger Spezialfälle.

Wir wollen uns aber nicht näher mit der Diskussion der allgemeinen Gleichungen (V) befassen, sondern zur Erörterung einiger Spezialfälle übergehen. Zuerst soll der bereits von Krause und Zastrow behandelte Fall, daß eine Starkstromleitung, in der ein Strom von der Stärke $\mathfrak{J}_0$ fließt, auf der ganzen Strecke parallel verlaufe, kurz besprochen werden.

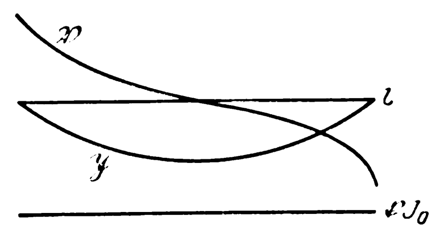


Bild 3. Spannungs- und Stromverlauf in einer auf der ganzen Länge elektromagnetisch beeinflußten an beiden Enden isolierten Leitung.

1. Es ist hier $l_1 = 0$, $m_1 = l$ (l Länge der Leitung) und man erhält für $x < l$:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B} &= \mathfrak{B}_a \mathfrak{Cof}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_a \mathfrak{Sin}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0 \mathfrak{Sin}\,\gamma x \\ \mathfrak{J} &= \mathfrak{J}_a \mathfrak{Cof}\,\gamma x - \frac{\mathfrak{B}_a}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{Sin}\,x - \mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\{1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma x\} \end{aligned}\right\} \quad (II')$$

Sind beide Enden der beeinflußten Leitung isoliert, $\mathfrak{J}_a = 0$ und $\mathfrak{J}_e = 0$, so ergibt sich:

[1] Im Sinne von Droste a. a. O., S. 321, wenn man von der Rückwirkung des Kabelmantelstromes absieht.



$$\mathfrak{V} = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - x\right)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma\,\frac{l}{2}}\,; \qquad \mathfrak{J} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left[1 - \frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - x\right)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma\,\frac{l}{2}}\right].$$

Die absolut größten Werte der Spannung treten am Anfang und am Ende auf: $\mathfrak{V}_a = -\,\mathfrak{V}_e = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Tg}\,\gamma\,\frac{l}{2}$. Das Maximum der Stromstärke befindet sich in der Mitte:

$$\frac{d\,\mathcal{J}}{d\,x} = 0 \text{ für } x = \frac{l}{2}. \qquad \mathcal{J}_{\max} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left\{1 - \frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma\,\frac{l}{2}}\right\}.$$

Spannungs- und Stromverlauf sind durch Bild 3 angedeutet, wobei nur die Absolutwerte, nicht aber die Phase berücksichtigt werden konnten.

Bei Erdung der Enden ist $\mathfrak{V}_a = \mathfrak{V}_e = 0$ und man erhält $\mathfrak{V} = 0$, $\mathfrak{J} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0$ es wird also die ganze Leitung auf das Potential 0 gebracht, die Stromstärke ist überall konstant.

2. Auf eine unbeeinflußte Strecke folge eine beeinflußte (Bild 1). Es gelten die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_a\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\,\mathfrak{J}_a\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x \\
&\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_a\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x - \frac{\mathfrak{V}_a}{\mathfrak{Z}}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x
\end{aligned}\quad 0 < x < l_1 \quad
\begin{aligned}
&\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_a\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\,\mathfrak{J}_a\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x - \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(x - l_1) \\
&\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_a\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x - \frac{\mathfrak{V}_a}{\mathfrak{Z}}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x - \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\{1 - \mathfrak{Cof}\,\gamma(x - l_1)\}
\end{aligned}\quad l_1 < x < l\right\} \tag{VI}$$

a) Die Leitung an beiden Enden geerdet: $\mathfrak{V}_a = \mathfrak{V}_e = 0$. Man erhält $\mathfrak{J}_a = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}$ und damit die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x; && \frac{d\,\mathfrak{V}}{d\,x} = \gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x \\
&\mathfrak{J} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x; && \frac{d\,\mathfrak{J}}{d\,x} = -\,\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x \qquad 0 < x < l_1 \\
&\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - x); && \frac{d\,\mathfrak{V}}{d\,x} = -\,\gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma(l - x) \\
&\mathfrak{J} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left\{1 - \frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma(l - x)\right\}; && \frac{d\,\mathfrak{J}}{d\,x} = -\,\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - x) \qquad l_1 < x < l
\end{aligned}\right\} \tag{VII}$$

Die maximale Stromstärke herrscht am Ende: $\frac{d\,\mathcal{J}}{d\,x} = 0$, für $x = l$.

$$\mathfrak{J}_{\max} = -\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left\{1 - \frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\right\}.$$

Die höchste Spannung tritt für $x = l_1$ auf.

$$\mathfrak{V}_{\max} = \mathfrak{V}(l_1) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - l_1).$$

Hier hat die Spannungskurve eine Spitze. Von Interesse ist noch diejenige Störlänge l_1, bei der die maximale Spannung ihren Höchstwert erreicht. Es muß dann der Differentialquotient nach l_1 verschwinden.

$$\frac{\partial\,\mathfrak{V}_{\max}}{\partial\,l_1} = \frac{\gamma}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - 2\,l_1) = 0 \text{ für } l_1 = \frac{l}{2}.$$

Für $l_1 = \frac{l}{2}$ wird:

$$\mathfrak{V}_{\max}\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Tg}\,\gamma\,\frac{l}{2}. \tag{VII a}$$

Die größte Spannungsdifferenz gegen Erde entsteht also, wenn gerade die halbe Leitungslänge beeinflußt wird. Sie ist dem absoluten Betrag nach halb so

groß wie die Spannungen, die bei einer auf der ganzen Länge beeinflußten Leitung an den isolierten Enden auftreten.

Führen wir für den Fall einer bis zur Mitte gestörten Leitung eine neue Koordinate y ein: $y = x - \frac{l}{2}$, dann werden die Gleichungen (VII) zu:

$$\left.\begin{array}{ll}
\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right); & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dy} = \gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right) \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right); & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right)
\end{array}\right\} y < 0 \\
\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(y - \frac{l}{2}\right); & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\left(y - \frac{l}{2}\right) \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left\{1 - \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma\left(y - \frac{l}{2}\right)\right\}; & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dy} = +\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(y - \frac{l}{2}\right)
\end{array}\right\} y > 0
\end{array}\right\} \text{(VIII)}$$

Die obigen Ausdrücke zeigen einen symmetrischen Verlauf der Spannungskurve auf beiden Seiten von $y = 0$. Hier hat sie eine Spitze. Die Stromkurve hat bei $y = 0$ einen Wendepunkt. Ihr linker Ast geht durch die Drehung um 180° in den rechten über. Verschiebt sich der Anfang der beeinflußten Strecke, dann bewegt sich die Spitze der Spannungskurve entlang einer Kurve, wie sie gestrichelt in Bild 4 angedeutet ist.

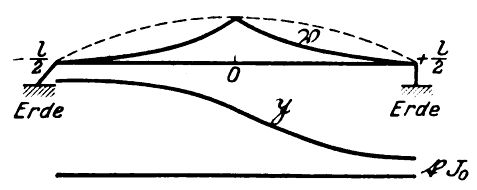


Bild 4. Spannungs- und Stromverlauf in einer auf der halben Länge von $y = 0$ bis $y = \frac{l}{2}$ induktiv beeinflußten beiderseits geerdeten Leitung.

b) Beide Enden isoliert. $\mathfrak{J}_a = \mathfrak{J}_e = 0$. Zufolge der Grenzbedingungen ist in den Gleichungen (VI) $\mathfrak{V}_a = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\frac{\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - l_1) - 1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}$ zu setzen. Mit diesen Werten erhält man:

$$\left.\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - l_1) - 1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma x; & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dx} = \gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - l_1) - 1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x \\
\mathfrak{J} = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - l_1) - 1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x; & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - l_1) - 1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cos}\,\gamma x
\end{array}\right. \quad 0 < x < l_1 \\
\left.\begin{array}{l}
\mathfrak{V} = \mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - x) - \mathfrak{Cos}\,\gamma x}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}; \\
\dfrac{d\mathfrak{V}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - x) - \mathfrak{Sin}\,\gamma x}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l} \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\left\{1 - \dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l - x) + \mathfrak{Sin}\,\gamma x}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\right\}; \\
\dfrac{d\mathfrak{J}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\dfrac{\mathfrak{Cos}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Cos}\,\gamma(l - x) - \mathfrak{Cos}\,\gamma x}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}
\end{array}\right\} \quad l_1 < x < l
\end{array}\right\} \text{(IX)}$$

Für $l = l_1$ ist $\frac{d\mathfrak{J}}{dx}$ wieder für $x \gtrless l_1$ stetig, während $\frac{d\mathfrak{V}}{dx}$ einen Sprung erleidet. Der absolut größte Wert der Spannung herrscht am Ende für $x = l$:

$$\mathfrak{V}_{max} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\frac{\mathfrak{Cos}\,\gamma l - \mathfrak{Cos}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}.$$

Dieser Ausdruck, als Funktion von l_1 aufgefaßt, nimmt mit abnehmendem l_1 ständig zu und erreicht für $l_1 = 0$ den für eine auf ihrer ganzen Länge beeinflußten Leitung geltenden Wert $-\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Tg}\,\gamma\frac{l}{2}$. Eine zweite, kleinere Spannungsspitze besteht für $x = l_1$: $\mathfrak{B}(l_1) = \mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Cof}\,\gamma(l-l_1) - \mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}$. Mit abnehmendem l_1 erreicht sie den Höchstwert $\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Tg}\,\gamma\frac{l}{2}$. Der Ort des Strommaximums wäre aus der transzendenten Gleichung: $\mathfrak{Tg}\,\gamma x = \frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Cof}\,\gamma l - 1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1\,\mathfrak{Sin}\,\gamma l}$ zu bestimmen. An derselben Stelle wird die Spannung $\mathfrak{B} = 0$. Es läßt sich übersehen, daß der Ort des Maximums innerhalb der beeinflußten Strecke, und zwar auf der dem Anfang derselben zugewendeten Hälfte — näher zu l_1 — liegt. Spezialisieren wir wieder in der Weise, daß wir $l_1 = \frac{l}{2}$ setzen und die neue Koordinate $y = x - \frac{l}{2}$ einführen, dann erhalten wir das Gleichungssystem (X):

$$\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{B} = \mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}-1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right); \quad \frac{d\mathfrak{B}}{dy} = \gamma\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{J}_0\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}-1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right) \\
&\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}-1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right); \quad \frac{d\mathfrak{J}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}-1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right) \qquad y<0 \\
&\left.\begin{aligned}
&\mathfrak{B} = \mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}-y\right) - \mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}; \\
&\frac{d\mathfrak{B}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\,\mathfrak{Z}\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}-y\right) + \mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l} \\
&\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\left\{1 - \frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}-y\right) + \mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}\right\}; \\
&\frac{d\mathfrak{J}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma\frac{l}{2}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}-y\right) - \mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2}+y\right)}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l}
\end{aligned}\right\} \quad y<0
\end{aligned}\right\} \quad \text{(X)}$$

Bild 5. Spannungs- und Stromverlauf in einer an beiden Enden isolierten auf der halben Länge von $y = 0$ bis $y = \frac{l}{2}$ beeinflußten Leitung.

Spannungs- und Stromverlauf sind durch Bild 5 angedeutet. Für $y = 0$ hat die Spannungskurve eine Spitze, die Stromkurve einen Wendepunkt. Der dem Absolutwert nach höchste Wert der Spannung für $y = +\frac{l}{2}$ beträgt:

$$\mathfrak{B}\left(\frac{l}{2}\right) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\left\{\frac{1}{2\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\frac{l}{2}} - \mathfrak{Ctg}\,\gamma l\right\}.$$

Die zweite Spannungsspitze für $y = 0$ beträgt:

$$\mathfrak{B}(0) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathfrak{J}_0\frac{1}{2}\left\{\mathfrak{Ctg}\,\frac{\gamma l}{2} - \frac{1}{\mathfrak{Sin}\,\frac{\gamma l}{2}}\right\}.$$

c) Das Ende der unbeeinflußten Seite sei isoliert, das Ende der beeinflußten Teilstrecke geerdet. Die Grenzbedingungen sind $\mathfrak{J}_a = 0$, $\mathfrak{V}_e = 0$. Damit wird $\mathfrak{V}_a = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0$. Spannungs- und Stromverlauf sind durch die Gleichungen (XI) dargestellt:

$$\left.\begin{array}{lll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-l_1)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x; & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dx} = \gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-l_1)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-l_1)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma x; & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-l_1)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma x & 0 < x < l_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-x); & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma(l-x) & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma(l-x)\right\}; & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dx} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-x) & l_1 < x < l
\end{array}\right\}\ \text{(XI)}$$

Die höchste Spannung bei $x = l_1$ beträgt

$$\mathfrak{V}(l_1) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma(l-l_1)}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1;$$

die größte Stromstärke für $x = l$ wird:

$$\mathcal{J}_{max} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\right\}$$

Für $l_1 = 0$ erhält man eine einseitig geerdete in ihrer ganzen Ausdehnung beeinflußte Leitung mit dem Spannungshöchstwert $\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0\,\mathfrak{Tg}\,\gamma l$ für $x = 0$ und der größten Stromstärke

$$\mathcal{J}_{max} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \frac{1}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\right\}$$

für $x = l$. Aus dem Vergleich der Gleichungen (XI) mit den Gleichungen (VIII) folgt, daß die Spannung stets größer, die Stromstärke kleiner ist als im Falle einer an beiden Enden geerdeten Leitung. Wenn wieder die Hälfte der Schwachstromleitung induziert wird, dann ergibt sich mit $l_1 = \frac{l}{2}$ und $y = x - \frac{l}{2}$ das Gleichungssystem (XII):

$$\left.\begin{array}{lll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right); & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dy} = \gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right) & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\left(y + \frac{l}{2}\right); & \dfrac{d\mathfrak{J}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Sin}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(y + \frac{l}{2}\right) & y < 0 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - y\right); & \dfrac{d\mathfrak{V}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\cdot\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - y\right) & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Cof}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - y\right)\right\}; & \dfrac{d\mathcal{J}}{dy} = -\gamma\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathfrak{Cof}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\left(\frac{l}{2} - y\right) & y > 0
\end{array}\right\}\ \text{(XII)}$$

Der Spannungshöchstwert für $y = 0$ wird: $\frac{1}{2}\,\mathfrak{Z}\,\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0$, die größte Stromstärke für $y = +\frac{l}{2}$:

$$\mathcal{J}_{max} = -\mathfrak{k}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma \frac{l}{2}}{\mathfrak{Cof}\,\gamma l}\right\}.$$

Strom und Spannung verhalten sich etwa nach Bild 6.

3. Auf ein unbeeinflußtes Leitungsstück folge ein beeinflußtes und hierauf wieder ein unbeeinflußtes Stück. Die Störzone soll sich also nicht bis zu den Enden ausdehnen (Bild 7). Dieser allgemeinere Fall kann in gleicher Weise wie die bereits besprochenen Fälle behandelt werden. Die Gleichungen für Strom- und Spannungsverlauf lauten dann:

$$\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_a \mathfrak{Sin}\, \gamma x & \\
\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \frac{\mathfrak{V}_a}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{Sin}\, \gamma x & 0 < x < l_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_a \mathfrak{Sin}\, \gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{k} \mathcal{J}_0 \mathfrak{Sin}\, \gamma (x - l_1) & \\
\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \frac{\mathfrak{V}_a}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{Sin}\, \gamma x - \mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \{1 - \mathfrak{Cof}\, \gamma (x - l_1)\} & l_1 < x < m_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{J}_a \mathfrak{Sin}\, \gamma x - \mathfrak{Z}\mathfrak{k} \mathcal{J}_0 \{\mathfrak{Sin}\, \gamma (x - l_1) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (x - m_1)\} & \\
\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_a \mathfrak{Cof}\, \gamma x - \frac{\mathfrak{V}_a}{\mathfrak{Z}} \mathfrak{Sin}\, \gamma x + \mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \{\mathfrak{Cof}\, \gamma (x - l_1) - \mathfrak{Cof}\, \gamma (x - m_1)\} & m_1 < x < l
\end{array}\right\} \text{(XIII)}$$

a) Wenn beide Enden geerdet sind, ist $\mathfrak{V}_a = 0$ und $\mathfrak{V}_e = 0$. Damit wird:

$$\mathfrak{J}_a = -\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma (l - l_1) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1)}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l}.$$

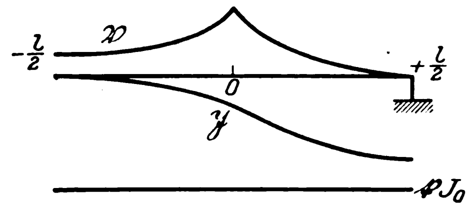


Bild 6. Spannungs- und Stromverlauf in einer einseitig geerdeten auf der halben Länge von $y = 0$ bis $y = \frac{l}{2}$ beeinflußten Leitung.

Bild 7.

Die Strom- und Spannungsgleichungen sind:

$$\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma (l - l_1) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1)}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l} \mathfrak{Sin}\, \gamma x & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma (l - l_1) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1)}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l} \mathfrak{Cof}\, \gamma x & 0 < x < l_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - x) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1) \mathfrak{Sin}\, \gamma x}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l} & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \left\{1 - \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 \mathfrak{Cof}\, \gamma (l - x) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1) \mathfrak{Sin}\, \gamma x}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l}\right\} & l_1 < x < m_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 - \mathfrak{Sin}\, \gamma m_1}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l} \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - x) & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 - \mathfrak{Sin}\, \gamma m_1}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l} \mathfrak{Cof}\, (l - x) & m_1 < x < l
\end{array}\right\} \text{(XIV)}$$

Betrachten wir die der Starkstrombeeinflussung ausgesetzte Strecke von l_1 bis m_1, für welche das mittlere Gleichungspaar von dem Gleichungssystem (XIV) gilt, etwas näher. Die Potentialwerte am Anfang und am Ende des Störgebietes sind:

$$\mathfrak{V}(l_1) = \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma (l - l_1) - \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1)}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l}$$

und

$$\mathfrak{V}(m_1) = \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \mathfrak{Sin}\, \gamma (l - m_1) \frac{\mathfrak{Sin}\, \gamma l_1 - \mathfrak{Sin}\, \gamma m_1}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l}.$$

Die reellen Teile von $\mathfrak{V}(l_1)$ und $\mathfrak{V}(m_1)$ haben nach den angeschriebenen Ausdrücken entgegengesetztes Vorzeichen, da $l - l_1 > l - m_1$ und $l_1 < m_1$ ist. Das Potential muß daher innerhalb der beeinflußten Strecke eine Nullstelle haben.

Bilden wir die Summe

$$\mathfrak{V}(l_1) + \mathfrak{V}(m_1) = \frac{1}{2} \mathfrak{Z}\mathfrak{k}\mathcal{J}_0 \frac{\mathfrak{Cof}\, \gamma (l - 2 m_1) - \mathfrak{Cof}\, \gamma (l - 2 l_1)}{\mathfrak{Sin}\, \gamma l}, \quad \text{(XIVa)}$$

so sehen wir, daß sie für $l = l_1 + m_1$ verschwindet. Dann liegt die Störzone symmetrisch zur Leitungsmitte, welche dauernd Erdpotential besitzt.

Nehmen wir weiter an, daß $l_1 < l - m_1$ ist; das bedeutet, daß der Anfang des Störgebietes dem Leitungsanfang näher liegt als der Abschluß dem Leitungsende,

so ist weiter $|l - 2 l_1| > |2 m_1 - l|$. Der reelle Bestandteil der Summe (XIVa) hat daher das Vorzeichen von $\mathfrak{V}(m_1)$; dieses hat auch den größeren Absolutwert. Von dem Strom- und Spannungsverlauf gibt Bild 8 eine Vorstellung.

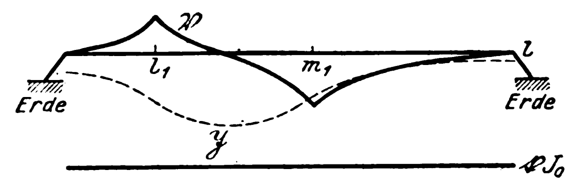


Bild 8. Spannungs- und Stromverlauf in einer an beiden Enden geerdeten von l_1 bis m_1 beeinflußten Leitung.

b) Die Enden der Leitung seien isoliert: $\mathfrak{J}_a = 0$, $\mathfrak{J}_e = 0$. Es wird:

$$\mathfrak{V}_a = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \frac{\mathrm{Cos}\,\gamma(l-l_1) - \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}$$

und die Gleichungen des Systems werden:

$$\left.\begin{array}{ll}
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma(l-l_1) - \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}\,\mathrm{Cos}\,\gamma x & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma(l-l_1) - \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}\,\mathrm{Sin}\,\gamma x & 0 < x < l_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma l_1\,\mathrm{Cos}\,\gamma(l-x) - \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)\,\mathrm{Cos}\,\gamma x}{\mathrm{Sin}\,\gamma l} & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \left\{1 - \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma l_1\,\mathrm{Sin}\,\gamma(l-x) + \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)\,\mathrm{Sin}\,\gamma x}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}\right\} & l_1 < x < m_1 \\
\mathfrak{V} = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma l_1 - \mathrm{Cos}\,\gamma m_1}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}\,\mathrm{Cos}\,\gamma(l-x) & \\
\mathfrak{J} = -\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0 \dfrac{\mathrm{Cos}\,\gamma l_1 - \mathrm{Cos}\,\gamma m_1}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}\,\mathrm{Sin}\,\gamma(l-x) & m_1 < x < l
\end{array}\right\} \quad \text{(XV)}$$

Die Spannungsspitzen zu Beginn l_1 und am Ende m_1 der beeinflußten Strecke betragen:

$$\mathfrak{V}(l_1) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0\,\mathrm{Cos}\,\gamma l_1 \frac{\mathrm{Cos}\,\gamma(l-l_1) - \mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1)}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}$$

und

$$\mathfrak{V}(m_1) = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{f}\,\mathcal{J}_0\,\mathrm{Cos}\,\gamma(l-m_1) \frac{\mathrm{Cos}\,\gamma l_1 - \mathrm{Cos}\,\gamma m_1}{\mathrm{Sin}\,\gamma l}.$$

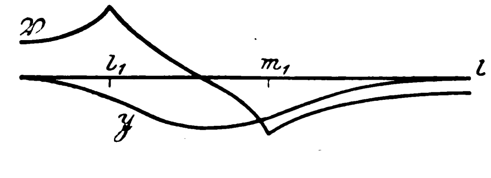


Bild 9. Spannungs- und Stromverlauf in einer an beiden Enden isolierten von l_1 bis m_1 beeinflußten Leitung.

Durch ganz entsprechende Überlegungen wie in dem Falle geerdeter Leitungsenden findet man, daß wieder innerhalb der beeinflußten Teilstrecke eine Nullstelle des Potentials liegen muß. Es ergibt sich aber umgekehrt wie in Fall **3a**, daß die höhere Spannungsspitze dem kürzeren unbeeinflußten Leitungsstück zugewendet ist. Schließlich kann man noch leicht zeigen, daß die Spannungsspitzen für eine isolierte Leitung größer sind als für eine geerdete. Man erhält ein Strom- und Spannungsbild nach Bild 9.

Im allgemeinen läßt sich also sagen, daß am Anfang und Ende von Starkstrombeeinflussungen ausgesetzten Leitungsstrecken Spitzen in den Spannungskurven

und Wendepunkte in den Stromkurven auftreten. Die Orte der Maxima der Stromstärke fallen zusammen mit den Nullstellen der Spannung. Durch Erdung der Enden werden die Spannungsspitzen erniedrigt, die Strommaxima erhöht.

Wenn mehrere Störzonen vorhanden sind, so werden sich eine Reihe von Kurvenzügen der geschilderten Art überlagern. Je dichter die Störzonen liegen, desto mehr nähert man sich dem Fall einer in ihrer ganzen Ausdehnung beeinflußten Leitung.

In Wirklichkeit wird es nicht zur Ausbildung von scharfen Spannungsspitzen kommen; denn die Voraussetzung, daß eine Induktionswirkung nur innerhalb des Bereiches des Parallelverlaufes stattfindet und daß der Koeffizient der wechselseitigen „kilometrischen" Induktion konstant ist, trifft nur näherungsweise zu. Tatsächlich ist die Induktionswirkung am Ende des Parallellaufes wesentlich geringer als in der Mitte, sie wird auch etwas über das Ende hinausgreifen.

IV. Praktische Folgerungen.

Wir wollen nun von den vorhergehenden Entwicklungen eine Anwendung auf den Fall machen, daß ein vielpaariges Fernmeldekabel längs einer Starkstromleitung verlegt ist. Dann werden in den Kabeladern infolge der Starkstrombeeinflussung Potentialdifferenzen gegen Erde auftreten, die zu störenden Geräuschen Anlaß geben können. Außerdem können die induzierten Spannungen eine unerwünschte Höhe erreichen.

Die störenden Geräusche werden bekanntlich durch Unsymmetrien in den Leitungskonstanten der Leiter eines Sprechkreises hervorgerufen. Die induzierte E. m. K. ist praktisch für alle Adern eines Kabels dieselbe; weichen aber die Leitungskonstanten, vor allem die Erdkapazitäten der Leiter eines Sprechkreises untereinander ab, dann sind die Potentialdifferenzen gegen Erde gleichfalls verschieden und dies gibt zu Ausgleichströmen Anlaß, welche die Endapparate durchfließen. Die Genauigkeit, mit der ein Abgleich der Erdkapazitäten zur Vermeidung von Starkstromstörungen durchgeführt werden muß, wurde von Küpfmüller[1] angegeben. Abweichungen in den Ohmschen Widerständen müssen zur Vermeidung von Nebensprechkopplungen vermieden werden. Dasselbe gilt auch für die Induktivitäten der eingebauten Pupinspulen. Bei einem vielpaarigen Kabel ist aber noch folgender Gesichtspunkt zu berücksichtigen: Der Koeffizient der Selbstinduktion einer Einzelader kann bei einem eisenbandarmierten Kabel mit etwa $5 \cdot 10^{-3}$ H angenommen werden. Gegenüber einer äußeren Starkstrombeeinflussung sind sämtliche Leiter in einem Kabel parallel geschaltet. Es werden daher in allen Kabeladern Ströme gleicher Richtung und bei gleichem Leiterdurchmesser auch gleicher Intensität hervorgerufen werden, deren magnetische Felder sich überlagern. Bei der engen Kopplung, mit der man es in einem eisenarmierten Kabel zu tun hat, wird jede Ader des Kabels durch den Stromkreis irgendeiner anderen Ader annähernd denselben Induktionsfluß schicken wie durch ihren eigenen Stromkreis. Als Aderstromkreis ist hier die Ader mit ihrer Erdrückleitung zu verstehen, welche bei einer isolierten Ader durch die Erdkapazitäten und Ableitungen vermittelt wird. Man kann daher die Rückwirkung aller übrigen Leiter auf eine bestimmte Kabelader annähernd in der Weise berücksichtigen, daß man den für eine Einzelader geltenden Wert der Induktivität mit der Zahl aller Adern im Kabel multipliziert. Dies gilt angenähert allerdings nur dann, wenn sämtliche Adern an den Enden isoliert oder geerdet sind. Als „wirksamer" Koeffizient der Selbstinduktion ergibt sich demnach ein Wert von der Größenordnung der Zehntel-Henry. Demgegenüber werden Abweichungen in den Spuleninduktivitäten zurücktreten.

[1] Küpfmüller, ETZ 1923, S. 452.



Abweichungen in den Erdkapazitäten können aber nur schädlich sein, solange die Adern Potentialdifferenzen gegen Erde aufweisen. Denn nur dann fließen Ausgleichströme zur Erde. Durch Erden einer Leitung an beiden Enden wird nun, wie aus den vorhergehenden Entwicklungen hervorgeht, das Potential der Leitung gegen Erde unter allen Umständen erheblich herabgesetzt. Erstreckt sich die störende Beeinflussung über die ganze Leitungsstrecke, so wird dieselbe durch Erden der Enden auf der ganzen Länge auf Erdpotential gebracht.

Der Fernmeldebetrieb darf natürlich durch das Erden der Adern nicht beeinflußt werden. Da nun an Starkstrombeeinflussungen ausgesetzten Schwachstromleitungen stets Endübertrager vorzusehen sind[1], so können zweckmäßigerweise die der Mitte der Kabelstrecke zugewendeten Wicklungen der Übertrager in der Mitte angezapft und an Erde gelegt werden, wie dies aus Bild 10 hervorgeht. Für die aus Ader und Erdrückleitung gebildeten Stromkreise stellen die Pupinspulen und Übertrager nur Ohmsche Widerstände dar, zu deren Überwindung eine kleine Potentialdifferenz erforderlich ist.

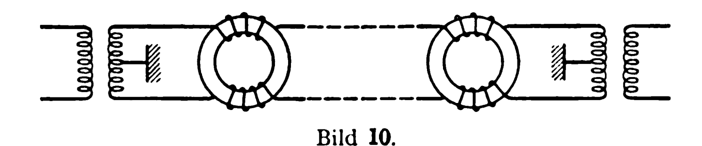


Bild 10.

Die in den geerdeten Adern fließenden Ströme wirken kompensierend auf die übrigen Leitungen des Kabels zurück, und es wird dadurch offenbar dieselbe Wirkung erzielt wie durch die Mantelströme, die man noch durch unter dem Bleimantel angeordnete Kupferdrähte zu verstärken versucht hat[2]), ohne daß es notwendig wäre, das Kabel mit sonst totem Material zu belasten. Aus diesem Grunde wird eine Erdung der Übertragerwicklungen für Kabelleitungen sowohl in den geerdeten als auch in den übrigen Leitungen die Starkstromstörungen herabsetzen. Werden sämtliche Leitungen eines Kabels an Erde gelegt, so wird die Stromstärke, welche eine einzelne Kabelader durchfließt, wesentlich herabgesetzt werden.

Bei Ausnutzung im Viererbetriebe sind entsprechend die Mitten der den Viererkreis abschließenden Übertrager an Erde zu legen. In diesem Falle werden allerdings, wenn die Belastung des Viererkreises nach dem System von Ebeling erfolgt, die Viererspulen für die durch den Starkstrom hervorgerufenen Ströme induktive Widerstände darstellen, und es wird in ihnen auch ein magnetisches Feld erzeugt werden; bei dem Pupinisierungsverfahren nach dem Western-System kommt dies in Fortfall. Da aber die Stromstärke in der Mitte einer langen auf ihrer ganzen Ausdehnung beeinflußten isolierten Leitung nicht sehr von der in einer geerdeten abweicht, darf die Wirkung der Spulen durch die so hervorgerufene Vormagnetisierung nicht beeinträchtigt werden.

Die höchsten Potentialdifferenzen gegen Erde, die in der Mitte einer an beiden Enden geerdeten Leitung zu erwarten sind, haben nach Gleichung (VIIa) den halben absoluten Betrag der Spannung, welche an den Enden einer auf ihrer ganzen Länge einer Starkstrombeeinflussung ausgesetzten isolierten Leitung auftritt. Bestehen demnach infolge Unsymmetrien in den Erdkapazitäten der Adern eines Sprechkreises Differenzen in den Erdpotentialen, so werden sie sich bei isolierten Adern unmittelbar auf die Endapparate auswirken können, während die durch in der Mitte auftretende Spannungsdifferenzen hervorgerufenen Störströme erheblich gedämpft

[1] O. Brauns, Leitsätze für Maßnahmen an Fernmeldeleitungen usw. TFT XVI, Nr. 1, § 21, 1927.

[2] Zastrow, In „Fernmeldeleitungen beim elektrischen Zugbetrieb der Deutschen Reichsbahn", S. 567, V.D.J.-Verlag 1925.



an die Enden gelangen. Man wird daher unter allen Umständen durch Erden der Übertragermitten den störenden Einfluß von Erdunsymmetrien erheblich herabsetzen.

Die Überprüfung der Wirksamkeit des Verfahrens erfolgte an einem blanken, normalen 98paarigen Fernsprechkabel, welches in einer Schleife von 340 m Länge verlegt war. Zur Erzielung einer größeren Leitungslänge wurden 20 Paare von 0,9 mm Leiterdurchmesser hintereinander geschaltet. Weitere 20 Vierergruppen wurden unter Bildung zweier Stammkreise und eines Vidererkreises verbunden. Auf der ganzen Leitungslänge der verschiedenen Sprechkreise wurden zusätzliche Erdkapazitäten von etwa 20000 cm für jeden Kreis zur Erzeugung kräftiger Unsymmetrien gegen Erde verteilt. Der störende 50periodische Wechselstrom floß unmittelbar durch den Kernvierer. An das eine Ende der einzelnen Kreise wurde ein Summer, an das andere Ende ein Telephon angeschlossen. Erreichte der Starkstrom die Stärke von etlichen Ampere, dann war in den isolierten Leitungen der Summerton überhaupt nicht zu hören; durch Erdung der Mitten der Ringübertrager verschwand die Störung durch den Starkstrom fast völlig. Gleichzeitig wurde festgestellt, daß bereits durch das Erden eines Nachbarstromkreises die Starkstromstörung ganz erheblich vermindert wurde. Bei einem armierten Kabel wäre noch eine wesentlich größere Rückwirkung zu erwarten gewesen. Die angestellten Versuche sprechen für die Wirksamkeit des einfachen Verfahrens.

Zusammenfassung.

1. Es werden Gleichungen für die Strom- und Spannungsverteilung in einer Leitung aufgestellt, welche der Beeinflussung einer beliebigen Anzahl von parallelverlaufenden Starkströme ausgesetzt ist.

2. Die allgemeinen Gleichungen werden für einige Spezialfälle diskutiert und es wird besonders der Einfluß der Erdung der Enden der beeinflußten Leitung erörtert.

3. Es wird eine Schaltungsanordnung besprochen, die die Erdung von Fernmeldeleitungen ermöglicht, ohne den Fernmeldebetrieb zu beeinflussen.

4. Die Wirksamkeit des Verfahrens wird durch Versuche bestätigt.



Der Einfluß der Nuten auf die Spannungskurven von Drehstromgeneratoren[1].

Von

Walter Schilling, Danzig-Lgf.

Die folgenden Untersuchungen wollen eine Formel entwickeln, die in einfacher Weise eine Beurteilung des Einflusses der Nuten auf die Spannungskurve von Drehstromgeneratoren gestattet. Und zwar soll dies erreicht werden schon auf Grund der Kenntnis der allgemeinen Wicklungsdaten, wie Polzahl und Nutenzahl, möglichst unabhängig von Werten, die sich erst bei der Durchrechnung eines besonderen Modells ergeben, wie Nuten- und Luftspaltbreite. Dadurch soll die Frage beantwortet werden können: Welche Wicklung stellt in bezug auf die Nuten unter den für einen bestimmten Generator möglichen die günstigste dar?

1. Die Nutenharmonischen in der Spannungskurve einer Ankerrückenwindung.

Bei Untersuchung der Bruchlochwicklungen, um die es sich hier vornehmlich handeln soll, ist es zweckmäßig, nach dem Vorgang von A. Mandl[2], den Begriff der Ankerrückenwindung bzw. Jochwindung zu benutzen, da man es dann nicht mit

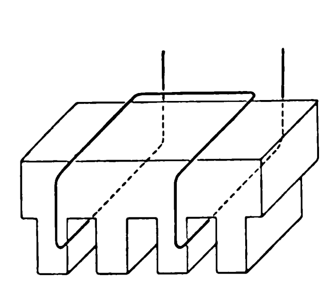


Bild 1. Aufteilung einer Ankerwindung in zwei Rücken-(Joch-)windungen.

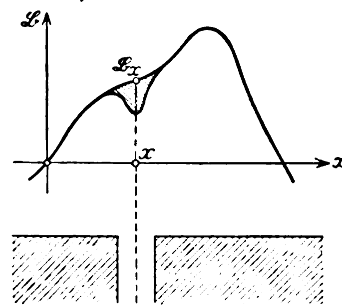


Bild 2. Schema zur Veranschaulichung des Einschnittes der Nuten.

Spulen verschiedener Weite zu tun hat. Man kann jede Ankerwindung nach Bild 1 aus zwei Jochwindungen zusammengesetzt denken, die gegeneinander geschaltet sind. Den Einschnitt der Nuten in die Induktionsverteilungskurven bei ungenutetem Anker längs des Umfangs fasse ich nach Bild 2 als Flächenverlust auf; die Verlustfläche führe ich in ein Rechteck über, das gebildet wird aus der Induktion $\mathfrak{B}_x$ vor Nutenmitte bei ungenutetem Anker und der ideellen Nutenbreite Δb_n. Diese ist zu dem jeweiligen Verhältnis Nutenbreite b_n zur Luftspaltbreite δ und der Nutenteilung τ_n aus der am Schluß angegebenen Kurve zu berechnen. Δb_n wird als konstant angesehen. In praktischen Fällen, in denen die Luftspaltbreite im Verhältnis annähernd 1 : 1,5 schwankt, wird Δb_n zu einem mittleren Verhältnis Nutenbreite zur Luftspaltbreite berechnet[3]. Es soll nun der Einfluß der Nuten auf die Spannungskurve der Jochwindung in der Form bestimmt werden, daß die Spannung sich als Differenz zweier Werte ergibt, entsprechend der ursprünglichen Fläche und der Summe der Verlustflächen.

[1] Die Anregung zu dieser Arbeit verdanke ich Herrn Prof. Punga, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule Darmstadt, der mich auch bei der Durchführung der Arbeit weitgehend gefördert hat.

[2] A. Mandl, Die Nutenharmonischen in der Spannungskurve von Drehstromgeneratoren. E. u. M. 1926, Heft 18.

[3] Der Fall $\Delta b_n = f(\delta) = f(x)$ soll später besondert behandelt werden.

Bei $x = 0$ habe die Jochwindung einen bestimmten Fluß φj_0. Bei einem beliebigen x hat dieser Fluß sich vermindert oder vermehrt um das Flächenstück zwischen 0 und x abzüglich der Verlustflächen. Der von der Windung umfaßte Fluß ist dann je cm Ankerlänge:

$$\varphi j_x = \varphi j_0 - \int_0^x f(x)\,dx + \sum_1^n \varDelta b_n \cdot f(x - n\tau_n).$$

Das dritte Glied hierin gibt den jeweiligen Flächenverlust durch die Nutung an. Die Zahl der zu summierenden Verlustflächen ist:

$$n = \frac{x}{\tau_n} - y,$$

worin y diejenige gebrochene Zahl ist, die $\frac{x}{\tau_n}$ ganzzahlig macht, da die Summation nur über ganzzahlige n erfolgen kann.

Die Jochwindungsspannung ist dann gegeben in der Form:

$$e j = -\frac{d\Phi j}{dt} = -l\frac{d\varphi j_x}{dt} = -l \cdot v \cdot \frac{d\varphi j_x}{dx},$$

worin l die Eisenlänge und v die Geschwindigkeit bedeutet. Mit den vorher angegebenen Werten für den Jochfluß erhält man:

$$e j = -l \cdot v \left[-f(x)\,dx + \frac{d}{dx}\sum_1^n \varDelta b_n f(x - n\tau_n)\right],$$

$$= e_1 + e_2.$$

Für $f(x)$ schreiben wir die Fouriersche Reihe:

$$f(x) = \sum_{r=1}^{\infty}\left(\mathfrak{B} r' \sin\frac{r\pi}{\tau}x + \mathfrak{B} r'' \cos\frac{r\pi}{\tau}x\right),$$

wobei r alle ungeraden Zahlen durchlaufen kann[1]. Damit wird das erste Glied:

$$e_1 = l \cdot v \cdot \sum_1^r \left(\mathfrak{B} r' \sin\frac{r\pi}{\tau}x + \mathfrak{B} r'' \cos\frac{r\pi}{\tau}x\right)$$

und das zweite Glied, das den Einfluß der Nutung darstellt:

$$e_2 = -l \cdot v \cdot \varDelta b_n \sum_1^r \frac{d}{dx}\sum_1^n \left[\mathfrak{B} r' \sin\frac{r\pi}{\tau}(x - n\tau_n) + \mathfrak{B} r'' \cos\frac{r\pi}{\tau}(x - n\tau_n)\right].$$

Es soll nun zunächst im zweiten Gliede die Summierung über den ersten Sinuswert ausgeführt werden mit nachfolgender Differentiation. Es ist:

$$\sum_1^n \sin\frac{r\pi}{\tau}(x - n\tau_n) = \frac{\sin\frac{r\pi}{\tau}\frac{n\tau_n}{2}}{\sin\frac{r\pi}{\tau}\frac{\tau_n}{2}}\left[\sin\frac{r\pi}{\tau}x \cdot \cos\frac{r\pi}{\tau}\frac{n+1}{2}\tau_n - \cos\frac{r\pi}{\tau}x \cdot \sin\frac{r\pi}{\tau}\frac{n+1}{2}\tau_n\right].$$

Es war vorher:

$$n = \frac{x}{\tau_n} - y \text{ bzw. } n\tau_n = x - y\tau_n.$$

Damit ist das Summenglied:

$$\sum_1^n \sin\frac{r\pi}{\tau}(x - n\tau_n) = \frac{\sin\frac{r\pi}{2\tau}(x - y\tau_n)}{\sin\frac{r\pi}{\tau}\cdot\frac{\tau_n}{2}} \cdot \sin\left(\frac{r\pi}{\tau}x - \frac{r\pi}{\tau}\frac{n+1}{2}\tau_n\right)$$

$$= \frac{\sin\frac{r\pi}{2\tau}(x - y\tau_n)}{\sin\frac{r\pi}{\tau}\frac{\tau_n}{2}} \cdot \sin\frac{r\pi}{2\tau}(x - (1 - y)\tau_n).$$

[1] Vgl. Richter, Ankerwicklungen, S. 352.

Hierin soll der Nenner als konstantes Glied zunächst ausgeklammert werden und nur das Produkt der beiden Sinusglieder im Zähler betrachtet werden. Ich löse die Summen der Sinusargumente auf und erhalte:

$$\sin\frac{r\pi}{2\tau}(x-y\tau_n)\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}(x-(1-y)\tau_n)=$$

$$\left(\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}y\tau_n-\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\sin\frac{r\pi}{2\tau}y\cdot\tau_n\right)\times$$
$$\left(\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n-\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n\right)$$
$$=\sin^2\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}y\cdot\tau_n\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n$$
$$-\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}y\tau_n\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n$$
$$-\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}y\tau_n\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n$$
$$+\cos^2\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}y\tau_n\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n$$
$$=-\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n$$
$$+\sin^2\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n$$
$$+\sin\frac{r\pi}{2\tau}y\tau_n\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}(1-y)\tau_n$$
$$=-\frac{1}{2}\sin\frac{r\pi}{\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n+\sin^2\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n$$
$$+\frac{1}{2}\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n+\frac{1}{2}\cos 2\frac{r\pi}{\tau}\left(y-\frac{1}{2}\right)\tau_n.$$

Dieser Ausdruck soll nun nach x differentiert werden, wobei das vorher ausgeklammerte konstante Glied als Faktor wieder hinzugefügt wird:

$$\frac{d}{dx}\sum_1^n\sin\frac{r\pi}{\tau}(x-n\tau_n)=\frac{1}{\sin\frac{r\pi}{\tau}\frac{\tau_n}{2}}\cdot$$
$$\cdot\frac{r\pi}{2\tau}\left[-\cos\frac{r\pi}{\tau}x\cdot\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n+2\sin\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}x\cdot\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n-2\frac{dy}{dx}\cdot\sin\cdot\frac{r\pi}{\tau}(2y-1)\tau_n\right]$$

Und mit

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\tau_n}$$

ergibt sich der gesamte Ausdruck für den Sinusanteil des Nutengliedes der Jochwindungsspannung zu:

$$e_{2\,\sin}=-l\cdot v\cdot\sum_1^r\mathfrak{B}r'\left[-\Delta b_n\frac{r\pi}{2\tau}\cos\frac{r\pi}{\tau}x+\Delta b_n\frac{r\pi}{2\tau}\frac{\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n}{\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n}\cdot\sin\frac{r\pi}{\tau}x-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n}\cdot\Delta b_n\cdot\frac{r\pi}{2\tau}\cdot\frac{2}{\tau_n}\sin(2y-1)\tau_n\right].$$

Die Betrachtung dieses Ausdruckes zeigt folgendes: Das erste Glied mit Cos-Abhängigkeit ist zu vernachlässigen gegen das zweite, da ihm der Nenner fehlt, der allein Anlaß zu hohen Werten gibt. Das dritte Glied ist für alle Jochwindungen gleich, und da je zwei Jochwindungen zu einer Spule gegeneinander geschaltet sind, fällt es in der Spulenspannung heraus und kann daher schon in der Jochwindungsspannung wegbleiben. Dann wird der Sin-Anteil von e_2:

$$e_{2 \atop \sin} = -l \cdot v \cdot \sum_r \mathfrak{B}r' \frac{\Delta b_n r\pi}{2\tau} \cdot \frac{\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n}{\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n} \cdot \sin\frac{r\pi}{\tau}x$$

$$= -l \cdot v \sum_r \mathfrak{B}r' \frac{\Delta b_n}{\tau_n}\frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_r \cdot \sin\frac{r\pi}{\tau}x.$$

Mit den entsprechenden Sinusgliedern von e_1 zusammengefaßt ergibt sich der gesamte Sinusanteil der Jochwindungsspannung für eine bestimmte Harmonische zu:

$$e_{jr \atop \sin} = l \cdot v \cdot \mathfrak{B}r' \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n}\frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_r\right] \sin\frac{r\pi}{\tau}x.$$

Hierin stellt die eckige Klammer den evtl. Vergrößerungsfaktor infolge der Nutung dar (kann natürlich auch verkleinernd wirken). Es wurde gesetzt:

$$\varepsilon_r = \frac{\cos\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n}{\sin\frac{r\pi}{2\tau}\tau_n} = \operatorname{ctg}\frac{r\pi}{2Z} \qquad 2Z = \frac{N}{p}.$$

N = Nutenzahl, p = Polpaarzahl.

Dieser Wert ε_r wird ersichtlich besonders groß für:

$$r = m\frac{N}{p} \pm f \qquad (m = 1, 2, 3 \ldots),$$

wobei f der kleinste (gebrochene oder ganze) Wert[1] ist, der r ungradzahlig macht; in gleicher Weise gestaltet sich die Berechnung des Cos-Anteiles der Jochwindungsspannung:

$$e_{jr \atop \cos} = l \cdot v \cdot \mathfrak{B}r'' \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n}\frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon r\right] \cdot \cos\frac{r\pi}{\tau}x.$$

Daraus ergibt sich das Verhältnis des Maximalwertes der Jochspannung der $r$ten Harmonischen zu dem der Grundharmonischen:

$$\frac{\mathfrak{E}jr}{\mathfrak{E}j_1} = \frac{\mathfrak{B}r'}{\mathfrak{B}_1} \frac{\left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \cdot \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_r\right]}{\left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \cdot \frac{\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_1\right]}.$$

Der Einfluß der Nutung ist also gegeben in der Form eines Nutenfaktors:

$$\mathfrak{N}_r = \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \cdot \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon r\right] \approx -\frac{\Delta b_n}{\tau_n}\frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_r.$$

Man kann nun unabhängig von $\frac{\Delta b_n}{\tau_n}$ jeder Wicklung einen ideellen Nutenfaktor zuschreiben:

$$\mathfrak{N}_{iv} = \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon r = \frac{r\pi}{2Z}\operatorname{ctg}\frac{r\pi}{2Z},$$

der nur von den allgemeinen Wicklungdaten wie Nutenzahl und Polpaarzahl abhängt. $\frac{\Delta b_n}{\tau_n}$ wird im besonderen Falle je nach Größe des gewählten Verhältnisses Nutenbreite zu Luftspaltbreite verkleinernd auf diesen Faktor wirken.

2. Die Nutenharmonischen in der Spannungskurve eines Wickelstranges.

Ist γ die Zahl der in Reihe geschalteten Spulen im Wickelstrang, so ist 2γ die Zahl der Jochwindungen mit je W Windungen.

Mit dem Wickelfaktor f_{wr} ist dann der Maximalwert des Sinusanteils der Phasenspannung für die $r$te Harmonische (kritische Nutenharmonische):

$$\mathfrak{E}\mathfrak{p}_r = l \cdot W \cdot v \cdot \mathfrak{B}r' \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \cdot \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon r\right] 2\gamma \cdot f_w r.$$

[1] Ausschließlich 0. Man kann zeigen, daß $f = 0$ nicht möglich ist, da dann je zwei Jochspannungen zusammen 0 ergeben.

Maßgebend für den Einfluß der Nuten ist hierin das Produkt:

$$\mathfrak{N}_r \cdot f_w r = \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon r\right] \cdot f_w r.$$

Dieses Produkt wollen wir als Verstärkungsfaktor V_r bezeichnen. Vr gibt an, um wievielmal der ideelle Maximalwert der Phasenspannung ($f_w \nu = 1$, ungenuteter Anker) vergrößert auftritt. Wie vorher kann gesetzt werden:

$$V_\nu = \mathfrak{N}_\nu \cdot f_w \nu \approx \mathfrak{N} i_\nu \cdot f_w \nu = \frac{r\pi}{2Z} \cdot \operatorname{ctg} \frac{r\pi}{2Z} \cdot f_w \nu.$$

Zum qualitativen Vergleich des Verhaltens der Wicklungen in bezug auf die Nutenharmonischen genügt, wie sich an Hand von ausführlichen Tabellen für mögliche Wicklungen genauer erweisen läßt, die Kenntnis dieses Faktors Vr.

3. Vereinfachung der Ergebnisse.

Es ergab sich der Einfluß der Nuten auf die Spannungskurve in der Form eines Faktors:

$$V_\nu = \mathfrak{N}_\nu \cdot f_w \nu = \left[1 - \frac{\Delta b n}{\tau n} \frac{r\pi}{2Z} \cdot \varepsilon \nu\right] \cdot f_w \nu.$$

Dieser Ausdruck läßt sich wie folgt vereinfachen. Es war früher:

$$\varepsilon_\nu = \operatorname{ctg} \frac{r\pi}{2Z} \quad \text{und} \quad \nu = m \cdot 2Z \pm f.$$

Damit ist:

$$\varepsilon_\nu = \operatorname{ctg}\left(m\pi \pm f \frac{\pi}{2Z}\right) = \operatorname{ctg} f \frac{\pi}{2Z}$$

und da das Argument $\frac{f}{2Z}\pi$ klein ist, kann man setzen:

$$\varepsilon_\nu \approx \frac{2Z}{f\pi}.$$

Damit wird der Nutenfaktor unter Vernachlässigung von 1 gegen das in den kritischen Fällen viel größere zweite Glied:

$$\mathfrak{N}_\nu \approx \frac{\Delta b n}{\tau n} \cdot \frac{\nu\pi}{2Z} \cdot \varepsilon \nu \approx \frac{\Delta b n}{\tau_n} \cdot \frac{\nu}{f}.$$

Der Wickelfaktor ist annähernd wie folgt gegeben: Im Nutenstern, der die Spulenseiten (Nuten) nach ihrer Phasenlage enthält, entspricht dem Bereich von 60° der Wickelstrang einer Phase. Dabei sind die negativen Spulenseiten entsprechend ihrer Schaltung um 180° verschoben gedacht, so daß sie in den Bereich der positiven Spulenseiten fallen. Sehe ich den Winkel zwischen den Vektoren als klein an, so ist bekanntlich der Wickelfaktor für die Grundharmonische gleich dem Verhältnis der Sehne zu dem Bogen von 60°:

$$f_{w_1} = \frac{3}{\pi}.$$

Die Vektoren für die νte Harmonische bestreichen nun ein Gebiet von $\nu \cdot 60^0 = \frac{\nu}{6} \cdot 360^0$. Ist auch jetzt noch der Winkel zwischen den Vektoren als klein zu betrachten, so ergibt sich für den Wickelfaktor der νten Harmonischen, wenn man bedenkt, daß je den Bereich 360° bedeckende Vektoren zusammen 0 ergeben:

$$f_w \nu \approx \frac{1}{\nu}\left(\frac{3}{\pi} \text{ oder } \frac{3 \cdot 2}{\pi}\right) \approx \frac{1}{\nu} \text{ oder } \frac{2}{\nu},$$

da ja ν nur ungerade Werte annimmt; und zwar gilt einer von den beiden Werten je nachdem $\nu = 6g \pm 1$ oder $\nu = 6g \pm 3$ ist, unter g eine ganze Zahl verstanden.

Damit ergibt sich für den Faktor des Nuteneinflusses, den Verstärkungsfaktor:

$$V_\nu = \left[1 - \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \frac{\nu\pi}{2Z} \cdot \varepsilon_\nu\right] \cdot f_w \nu \approx \frac{\Delta b_n}{\tau_n} \cdot \frac{\nu\pi}{2Z} \cdot \frac{2Z}{f \cdot \pi} \cdot \left(\frac{1}{\nu} \text{ oder } \frac{2}{\nu}\right),$$



$$V_\nu = \frac{\Delta b_n}{\tau_n}\left(\frac{1}{f} \text{ oder } \frac{2}{f}\right),$$

worin f aus der Gleichung gegeben ist:

$$\nu = m \cdot \frac{N}{p} \pm f.$$

Hierin ist m die Ordnungszahl der Nutenharmonischen zu 1, 2, 3, 4 . . . zu wählen (meistens bis $m = 5$). Zu hohen Werten V_ν gibt ein f Anlaß zwischen 0 und 1. Da f immer einen positiven und negativen Wert haben kann, deren Summe 2 ist, so ist danach der Fall günstig, wo beide f in der Nähe von 1 liegen. Darüber hinaus ist natürlich Δb_n möglichst klein zu halten und ebenso das Verhältnis $\frac{\mathfrak{B}_\nu'}{\mathfrak{B}_1'}$.

4. Versuchskurven.

Zum Schlusse seien noch 2 Kurven angegeben, die den benutzten Wert der ideellen Nutenbreite zu berechnen gestatten. Diese Kurven enthalten das Verhältnis

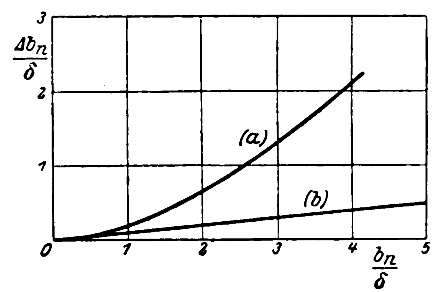


Bild 3. Versuchskurven zur Bestimmung der ideellen Nutenbreite Δb_n.

ideeller Nutenbreite zur Luftspaltbreite in Abhängigkeit von dem Verhältnis Nutenbreite zur Luftspaltbreite; sie sind aufgenommen an Modellnuten. Und zwar wurden die Induktionsverteilungskurven, aus denen Δb_n errechnet werden kann, mit Hilfe einer 2 mm breiten Prüfspule (Länge 10 cm) nach dem ballistischen Verfahren gemessen. Die Kurve a wurde an einem Nutenmodell von $b_n = 2$ cm gewonnen; die Kurve b entspricht einem Nutenprofil von $b_n = 3$ cm, das mit einem magnetischen Keil verschlossen wurde.

Bezeichnungen:

b_n = Nutenbreite,
Δb_n = ideelle Nutenbreite,
τ = Polteilung,
τ_n = Nutenteilung,
N = Nutenzahl,
p = Polpaarzahl,
ν = Ordnungszahl der Feldharmonischen,
m = Ordnungszahl der Nutenharmonischen,
f = Zusatzglied (ganz oder gebrochen),
V_ν = (Nuten-)Vergrößerungsfaktor.

Durchschlagspannung und Durchschlagfestigkeit.

Von

U. Retzow, Berlin.

In den einschlägigen Veröffentlichungen deutscher Mundart über die elektrische Beanspruchung der Isoliermaterialien findet man gegenwärtig einen noch in keiner Weise einheitlichen Gebrauch der vorstehend genannten Begriffe sowohl was die Schreibweise dieser Worte anbetrifft, als auch ganz besonders bei der Verwendung der grundsätzlich verschiedenen Bezeichnungen „Durchschlagspannung" und „Durchschlagfestigkeit" beachtet werden muß. Einige recht auffallende Unstimmigkeiten dieser Art, die gerade in letzter Zeit wieder dem Verfasser zu Gesicht gekommen sind, geben Veranlassung, sich mit dieser Frage auseinanderzusetzen und dadurch einen gleichwertigen Gebrauch anzubahnen und in die Wege zu leiten.

Zunächst einige Bemerkungen über das rein Sprachliche.

Häufig findet man in der Schreibweise der obigen Worte noch ein eingeschobenes s (Durchschlagsfestigkeit) als Zeichen der Zusammensetzung. Dieses sogenannte „unorganische" s soll nach dem Standpunkt der amtlichen Regelbücher der deutschen Sprache aber nach Möglichkeit vermieden werden, soweit es sich nicht um durch langjährigen Sprachgebrauch eingebürgerte Zusammensetzungen handelt; dagegen sind besonders in neuen Zusammensetzungen, und um die handelt es sich zweifellos in dem vorliegenden Falle, sowie in allen Fällen, wo kein fester Sprachgebrauch vorliegt, was ebenfalls hier zutrifft, die Formen ohne s vorzuziehen. Der einzige Gesichtspunkt, der nach der Zusammenstellung in Dudens Rechtschreibung[1] für eine Beibehaltung dieses s-Lautes ins Feld geführt werden könnte, nämlich bei Zusammensetzungen, deren Bestimmungswort selbst eine Zusammensetzung ist (z. B. Handwerkszeug neben Werkzeug), wird wiederum aufgehoben durch die Bestimmung, daß das unorganische s fortzubleiben hat, wenn das Grundwort selbst mit einem s-Laut beginnt. Demgemäß darf man nur von einer Durchschlagspannung sprechen und in ähnlicher Weise sollte man auch zu der einheitlichen Schreibweise Durchschlagfestigkeit übergehen, da weitaus der größere Teil der angeführten Gesichtspunkte für diese Form spricht, ebenso wie sich beispielsweise ohne weiteres die Bezeichnung Verlustwinkelmessung u. a. m. eingebürgert hat.

Weit wichtiger aber ist die strenge Abgrenzung der beiden Begriffe Durchschlagspannung und Durchschlagfestigkeit gegeneinander. Werfen wir zunächst einmal zur näheren Erläuterung einen kurzen Blick in das Gebiet der Metallkunde, wo ähnliche Verhältnisse obwalten. Unterwirft man hier irgendein Metall dem Zugversuch, so erreicht man mit gesteigerter Belastung schließlich in der Bruchbelastung P_B die höchste von der Probe getragene Belastung vor ihrem Bruch[2], gemessen in kg und, abgesehen von den äußeren Versuchsbedingungen, bestimmt unter sonst gleichen Verhältnissen in der Hauptsache durch den Querschnitt des Zerreißstabes; je größer dieser Querschnitt, desto größer auch die aufzuwendende Bruchbelastung. Der Zerreißversuch übermittelt uns somit die Kenntnis der Größe P_B. Um aber untereinander vergleichbare Werte zu erhalten, sei es nun über den Einfluß irgendeiner Behandlung des Materials oder für eine Gegenüberstellung verschiedener Metalle, macht sich eine Überführung der ermittelten Bruchbelastung auf die gleiche Einheit des Querschnittes erforderlich. Es ist üblich, hierfür 1 mm² oder 1 cm² zu wählen. Diese Umrechnung der durch den Zugversuch bekannten

[1] J. Wülfing und A. Schmidt: Duden, Rechtschreibung der deutschen Sprache und der Fremdwörter. Bibliographisches Institut. Leipzig und Wien.

[2] Gemäß DJN-Normen 1350, Werkstoffprüfung.



Bruchbelastung auf die Einheit des Querschnittes führt zu dem Begriff der Zugfestigkeit σ_B des Metalls, angegeben in kg/mm^2 resp. kg/cm^2.

Ähnliche Gesichtspunkte gelten nun auch für das Verhalten eines Isoliermaterials in einem elektrischen Felde. Es mag für diese Betrachtungen ein plattenförmiger Isolierstoff mit richtiger Elektrodenausbildung, d. h. unter gleichmäßiger Feldverteilung angenommen werden. Steigert man in einer derartigen Anordnung die an den Elektroden liegende Spannung, so erreicht man schließlich einen Wert, bei dem das betreffende Material seine isolierenden Eigenschaften verliert und der Durchbruch einsetzt. Diesen Wert der Spannung bezeichnet man als die sogenannte Durchbruch- oder Durchschlagspannung, gemessen in V oder kV. Es ist selbstverständlich, daß für eine größere Stärke des zu prüfenden Materials auch eine höhere Spannung zur Erzielung des Durchschlages erforderlich wird; in einer zeichnerischen Darstellung des Zusammenhanges zwischen Plattenstärke und Durchschlagspannung muß daher unbedingt diese Steigerung der Durchschlagspannung mit zunehmender Plattenstärke zum Ausdruck kommen. Leider ist nun dieser Zusammenhang zwischen den beiden genannten Größen nicht annähernd so einfach wie in dem vorher erwähnten Falle der Metalle zwischen der Bruchbelastung und dem Querschnitt. Denn alle bisher vorliegenden Versuche, wenn man von den Feststellungen von J. Moscicki (bei Glas) und F. Grünewald (Glimmer) absieht, haben in dieser Hinsicht ergeben, daß die Zunahme der Durchbruchspannung mit der Steigerung der Materialstärke sich verringert. Eine exakte Veröffentlichung über die Durchschlagspannung eines Materials sollte daher stets „unter Angabe der Stärke der durchschlagenen Strecke"[1]) erfolgen und, um die Forderung gemäß den Fortschritten unserer Erkenntnis auf diesem Gebiete noch deutlicher zu fassen, auch stets die benutzte Elektrodenanordnung erkennen lassen.

In sinngemäßer Weise, wie man aus der durch den Zerreißversuch bekannten Bruchbelastung den Begriff der Zugfestigkeit ableitet, kann man auch für die Isolierstoffe aus der experimentell bestimmten Durchschlagspannung zu dem Begriff der Durchschlagfestigkeit kommen, indem man die gefundenen Werte auf eine bestimmte Materialstärke als Einheit bezieht. Die Durchschlagfestigkeit ist demnach die auf eine bestimmte Längeneinheit umgerechnete Durchschlagspannung des Materials und wird angegeben entweder in V/mm (kV/mm) resp. V/cm (kV/cm). Die Durchschlagfestigkeit selbst ist aber nach dem vorher Gesagten keine Materialkonstante, sondern sinkt mit zunehmender Plattenstärke, d. h. kV/mm, berechnet aus der Durchschlagspannung einer 10 mm starken Platte, ist stets kleiner als kV/mm bei 1 mm Plattenstärke. Es genügt daher keinesfalls, um die Worte von W. Demuth[2] anzuführen, „eine bestimmte Dicke zu untersuchen und hiernach die Festigkeit einer anderen zu berechnen", sondern man kann dies lediglich aus dem bekannten Kurvenverlauf ableiten, indem man die Prüfung an einer größeren Anzahl von Platten des gleichen Materials ausführt, deren Stärke je nach der Güte des Werkstoffes um zehntel oder ganze Millimeter abgestuft ist.

In der zeichnerischen Darstellung der Abhängigkeit der Durchschlagfestigkeit von der Plattenstärke (als Abszisse) erhält man daher keine mit der Abszissenachse gleichlaufende (noch weniger aber eine ansteigende!) Linie, sondern eine mit zunehmender Plattenstärke sich der Abszisse nähernde Kurve. Dieser grundsätzlich verschiedene Kurvenverlauf für die Durchschlagspannung im Gegensatz zu einer Festigkeit geht aus den beiden nebenstehenden Bildern hervor, die einer kürzlich erschienenen Abhandlung über „die Werkstoffeigenschaften vom technischem

[1] U. Retzow, Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermateralien in graphischen Darstellungen. Berlin: J. Springer 1927,.

[2] W. Demuth, Die Materialprüfung der Isolierstoffe der Elektrotechnik. Berlin: J. Springer 1923,.

Porzellan"[1] entnommen sind, in der das Bild 1 unrichtig als Durchschlagfestigkeit bezeichnet wurde. Die Kurve der Durchschlagspannung also ansteigend mit zunehmender Plattenstärke, die umgerechneten Werte der Festigkeit aber in dem abgebildeten Beispiel der Zugfestigkeit abnehmend bei größerem Querschnitt [Bild 2].

Als Abschluß dieser Betrachtungen noch eine kleine Bemerkung über die Bezuggröße für die Durchschlagfestigkeit. Es war vorher angegeben worden, daß man die Durchschlagfestigkeit auf 1 cm Stärke des betreffenden Materials umrechnen kann und gegenwärtig tatsächlich auch auf diese Stärke häufig bezieht. Aus den obigen Darlegungen sind aber zugleich auch die Bedenken zu entnehmen, die diesem Verfahren entgegengehalten werden können, solange nicht die Durchschlagspannung

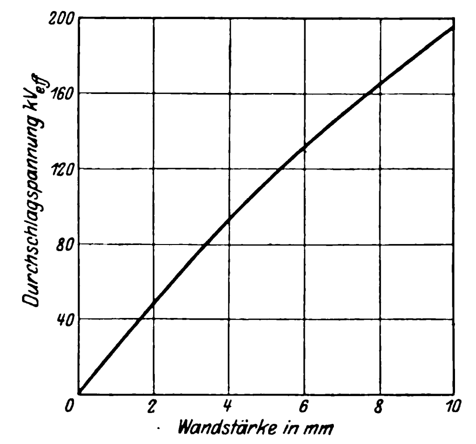


Bild 1. Durchschlagspannung im Porzellan bei verschiedener Wandstärke.

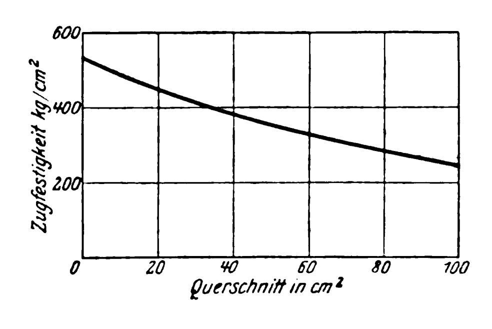


Bild 2. Zugfestigkeit im Porzellan bei verschiedenem Durchschnitt.

direkt bei dieser Materialstärke oder wenigstens in unmittelbarer Nähe davon bestimmt wurde. Der Fachmann jedenfalls kennt die Schwierigkeiten, die für viele Materialien bei der Bestimmung dieses Wertes bereits auftreten und besonders in einer einwandfreien Ausführung der Versuche beruhen; jedenfalls sind die Zweifel an der Richtigkeit der Versuchsergebnisse vielfach größer als die Sicherheit, mit der diese Versuche an anderer Stelle wiederholt werden können. In der technischen Anwendung kommen derartige Stärken bei den festen Isolierstoffen aber recht vereinzelt vor, in der Mehrzahl liegen die verwendeten Plattenstärken weit darunter. Für diese Stärke ist nun die Bestimmung der Durchschlagspannung ungleich genauer, kann überdies auch bei stärkerem Material durch die Verwendung von versilberten Hohlschliffelektroden leicht für verschiedene Stärken abgestuft werden, so daß dadurch der kurvenmäßige Zusammenhang zwischen der Materialstärke und der Durchschlagspannung für geringere Plattenstärken verhältnismäßig gut festgesetzt werden kann. Es würde sich daher empfehlen, zur Erzielung und Gegenüberstellung für die Technik brauchbarer Werte die Durchschlagfestigkeit stets auf 1 mm anzugeben und zur Kennzeichnuug des betreffenden Materials bei größerer Plattenstärke vielleicht noch die Durchschlagfestigkeit kV/mm bei 3 oder 5 mm Stärke aufzuführen, aber nur soweit sie durch Versuche tatsächlich festgestellt ist.

[1] VDI-Nachrichten 1927, H. 39, S. 12.

Theorie der zusätzlichen Eisenverluste in Drehstromasynchronmotoren.

Von

L. Dreyfus.

Dritter Teil.

Die zusätzlichen Verluste im Ankerrücken. (Wirbelstromverluste.)

Die zusätzlichen Rückenverluste haben ihren Grund in den Oberschwingungen des Zahnflusses und können daher leicht im Anschluß an die Untersuchungen des ersten und zweiten Teiles aufgeklärt werden. Ich will gleich vorausschicken, daß diese Verluste im allgemeinen (bei halbgeschlossenen Nuten) weder für Erwärmung noch für Wirkungsgrad eine besondere Rolle spielen. Dagegen sind die zusätzlichen Rückenverluste unter einem andern Gesichtspunkt von Interesse. Es sieht nämlich so aus, als ob sie in gewissen Fällen starkes magnetisches Geräusch verursachen könnten. Ich glaube daher, daß eine Untersuchung der Zustände im Ankerrücken im Rahmen dieser Arbeit nicht fehlen darf. Auf der anderen Seite wird man es aber auch verstehen, wenn ich diese Untersuchung nicht so vollständig durchführe wie die der praktisch wichtigeren Abschnitte.

Wie bei den Oberflächen- und Zahnkranzverlusten unterscheiden wir auch bei den zusätzlichen Rückenverlusten zwischen „Reluktanzverlusten" und „Treppenverlusten". Die Reluktanzverluste, die eine Folge der Nutenschlitze sind, treten bereits bei Leerlauf in voller Größe auf und sind daher in den Leerlaufverlusten enthalten. Die Treppenverluste, die auf der Treppenform der Amperewindungsverteilung beruhen, stellen sich zum allergrößten Teil erst bei Belastung ein. Bei der folgenden Untersuchung wollen wir uns nicht auf die eine oder andere Art von Verlusten festlegen, sondern einfach von den Oberwellen des Luftspaltfeldes ausgehen, ohne uns zunächst darum zu bekümmern, auf welche Weise diese Oberwellen entstanden sind.

Wenn wir die Rückenverluste in dem einen Teile, z. B. im Rohr, studieren wollen, so müssen wir von den Oberfeldern ausgehen, welche der andere Teil, in diesem Falle also der Stator, dem Luftspaltfeld aufzwingt. Die Wellenlänge dieser Oberfelder ist gleich der Statorzahnteilung τ_{z1}; ihre Amplitude ändert sich nach einer gewissen Leitkurve, die je nach der Eisensättigung mehr oder weniger sinusförmig ist. Setzen wir im folgenden die Amplitude der Oberfelder längs des ganzen Ankerumfanges konstant und zwar gleich $\sqrt{2}\times$ der aus dem Effektivwert der Leitkurve zu berechnenden Mittelwert, so berechnen wir die Verluste ungefähr 2mal zu groß, was wir stets durch die nachträgliche Anbringung des Faktors $\frac{1}{2^*}$ berücksichtigt haben.

Wir kommen auf diese Weise für die Berechnung der Reluktanzverluste zu einer Wellenform gemäß Bild 14. In das Ankereisen tritt diese Welle mit einer Radialinduktion

$$B = \sum B_n \cos n \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x \tag{1}$$

ein, wobei

$$B_n = B_{r1} \frac{\Delta'}{\Delta} \cdot 2 \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z1}} \left(\frac{\sin n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z1}}}{n\pi \frac{\sigma_{r1}}{\tau_{z1}}} \right)^2 \qquad \text{1a} = \text{Gl. (23) Teil II.}$$

Für die Treppenverluste rechnen wir mit einer Wellenform gemäß Bild 15 und dem Ansatz

$$B = \sum B_n \sin n \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x \qquad (2)$$

wobei im Ankereisen

$$B_n = \bar{B}_{t1} \frac{\Delta'}{\Delta} \cdot \frac{1}{n\pi} \left(\frac{\sin n\pi \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}}{n\pi \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}}} \right) \qquad (2a) = \text{Gl. (45) Teil I.}$$

Aus diesen Reihenentwicklungen greifen wir die n^{te} Harmonische heraus, und untersuchen zunächst den Flux Φ_{zn} durch ein Blech eines Rotorzahnes. Hierfür ergibt sich

$$\Phi_{zn} = \Delta \int_{-\frac{\tau_{z_2}'}{2}}^{\frac{\tau_{z_2}'}{2}} B_n \cos n \frac{2\pi}{\tau_{z1}} x \, dx = \frac{B_n}{n\pi} \cdot \tau_{z1} \Delta \cdot \sin n\pi \frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}. \qquad (3)$$

Um vom Zahnflux zum Rückenflux zu gelangen, ist es notwendig zu wissen, welche Phasenverschiebung zwischen dem Flux benachbarter Zähne herrscht. Da B_n relativ zum Rotor mit der Umfangsgeschwindigkeit $v = \nu_{z1} \tau_{z1}$ rotiert, so beträgt diese Phasenverschiebung in Sekunden:

$$\Delta t_n = \frac{\tau_{z2}}{v} = \frac{1}{\nu_{z1}} \cdot \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z1}} = \frac{1}{\nu_{z1}} \cdot \frac{q_{10}}{q_{20}}$$

und im Bogenmaß:

$$\Delta \varphi_n = 2n\pi \nu_{z1} \Delta t_n = 2n\pi \frac{q_{10}}{q_{20}}.$$

Diesen Bogen, der im allgemeinen größer als 2π ist, bringen wir auf die Form

$$\Delta \varphi_n = 2\pi x + \Delta \psi_n \qquad (x = 0, 1, 2, 3 \ldots)$$

wobei x so zu wählen ist, daß

$$|\Delta \psi_n| \leq \pi. \qquad (4a)$$

Auf diese Weise ergibt sich

$$\Delta \psi_n = \frac{2\pi}{q_{20}} (n q_{10} - x q_{20})$$

oder

$$\Delta \psi_n = \frac{2\pi}{q_{20}} \cdot m_{n2} \qquad (4b)$$

mit

$$m_{n2} = n q_{10} - x q_{20} \qquad (4)$$

wobei x so zu wählen ist, daß

$$|m_{n2}| \leq \frac{q_{20}}{2}. \qquad (4c)$$

Diese (ganze) Zahl m_{n2} ist charakteristisch für die Feldverteilung im Ankerrücken. Wir sehen ja aus Gleichung (4b), daß die zeitliche Phasendifferenz $\Delta \psi_n$ zwischen den Zahnflux zweier benachbarter Rotorzähne m_{n2} mal so groß ist wie die räumliche Differenz $\frac{2\pi}{q_{20}}$ in Polteilungsgraden. Daraus folgt, daß auf jedes Polpaar im Ankerrücken m_{n2} volle Oberwellen eines Oberfeldes treffen, also m_{n2} Oberwellen von der Wellenlängen $\frac{2\tau}{m_{n2}}$, die merkwürdigerweise ihre Entstehung einer viel kürzeren Oberwelle des Luftspaltfeldes von der Länge $\frac{2\tau}{q_{20} n}$ verdanken.



Ehe ich weitergehe, dürfte es willkommen sein, für einige praktische Fälle näheres über die Wertskala von m_n zu erfahren. Zu diesem Zwecke schiebe ich die folgenden Zahlenbeispiele ein:

Ein sehr häufiger Fall ist:

$\mathbf{q_{10} = 18} \qquad \mathbf{q_{20} = 24}$ (3 bzw. 4 Nuten pro Pol und Phase)

für das Feld im Rotorzeichen wird

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1	1	2	3	4	4	5	6	7
m_{n2}	—6	12	6	0	—6	12	6	0	—6

Für das Feld im Statorrücken gilt

$$\mathbf{m_{n1} = n q_{20} - x q_{10}} \tag{5}$$

mit

$$|m_{n1}| \leqq \frac{q_{10}}{2}. \tag{5c}$$

Daher:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x	1	3	4	5	7	8	9	11	12
m_{n1}	6	—6	0	6	—6	0	6	—6	0

Ein weiterer häufiger Fall ist:

$\mathbf{q_{10} = 24,} \qquad \mathbf{q_{20} = 30}$ (4 bzw. 5 Nuten pro Pol und Phase)

Für das Feld im Rotorrücken wird

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8
m_{n2}	—6	—12	12	6	0	—6	—12	12	6	0

und für das Feld im Statorrücken

n	1	2	3	4	5	6	7	8
x	1	2	4	5	6	7	9	10
m_{n1}	6	12	—6	0	6	12	—6	0

Seltener ist folgender Fall:

$\mathbf{q_{10} = 18,} \quad \mathbf{q_{20} = 21.}$ (3 bzw. 3,5 Nuten pro Pol und Phase).

Hierbei wird für das Feld im Rotorrücken:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
m_{n2}	—3	—6	—9	9	6	3	0	—3	—6	—9

und für das Feld im Statorrücken:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	1	2	3	5	6	7	8	9	10	12
m_{n1}	3	6	9	—6	—3	0	3	6	9	—6

Noch seltener sind Fälle wie:

$\mathbf{q_{10} = 18,} \quad \mathbf{q_{20} = 17.}$

Hierbei wird für das Feld im Rotorrücken:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13
m_{n2}	1	2	3	4	5	6	7	8	—8	—7	—6	—5

und für das Feld im Statorrücken:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9	10	11
m_{n1}	—1	—2	—3	—4	—5	—6	—7	—8	—9	8	7	6

Wie man aus diesen Beispielen sieht, beginnt die Reihe der m_n-Werte für $n = 1$ gewöhnlich mit der Differenz der Zähnezahlen pro Polpaar. Für $n = 2$ ergibt sich entweder der doppelte Wert oder (falls dieser Wert bereits größer ist als die

Gleichung (4c) bzw. (5c) zulassen) derselbe Wert wie für $n = 1$. Auf diese Weise kann es vorkommen, daß sich, wie bei dem ersten Beispiel im Stator, derselbe Wert von m immer wieder reproduziert. Bei geringeren Unterschieden der Zähnezahlen erhält man verschiedene Werte für m_n, anfänglich in steigender Ordnung bis zu $\frac{q_{20}}{2}$ im Rotor bzw. $\frac{q_{10}}{2}$ im Stator, darnach in fallender Ordnung usw. Für $m = \frac{q_0}{2}$ wird $\frac{2\tau}{m} = 2\tau_z$, d. h. wir erhalten ein reines Wechselfeld, in dem sich der Fluß eines Zahnes direkt in die beiden benachbarten Zähne ergießt (Bild 1). Im allgemeinen dagegen hat das Rückenfeld Drehfeldcharakter.

Nach diesen Erläuterungen kann ich auf die Feldverteilung an der Rückenoberfläche des Rotors näher eingehen. Ich verstehe dabei unter der „Rückenoberfläche" diejenige Zylinderfläche, welchs durch die Nutböden geht (Polteilung τ''). Hier wird die Verteilung der Radialkomponente der Induktion durch eine Leitkurve bestimmt, welche über jeder Zahnmittellinie den Augenblickswert der dort herrschenden Induktion angibt.

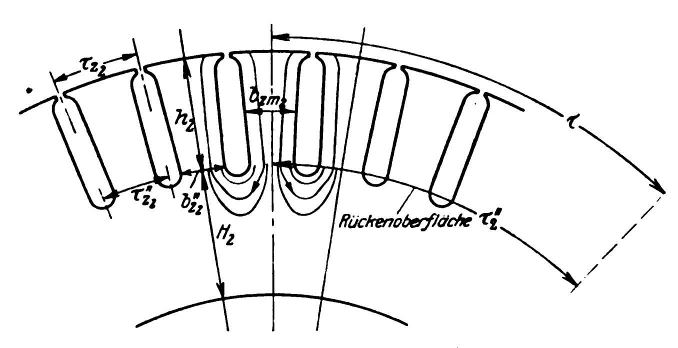


Bild 1. Feld im Rotorrücken für $m_{n2} = \frac{q_{10}}{2}$ (Wechselfeld).

den Induktion angibt. Nach unseren früheren Untersuchungen ist diese Leitkurve im allgemeinen ein Drehfeld von der Wellenlänge (bezogen auf den Luftspalt)

$$l_{n2} = \frac{2\tau}{m_{n2}}$$

der Umfangsgeschwindigkeit

$$v_n = l_{n2} \cdot n\,\nu_{z1} = v \cdot \frac{n\,q_{10}}{m_{n2}}$$

und der Amplitude [Gleichung (3)]

$$B_{zn} = \frac{B_n}{n\pi} \cdot \frac{\tau_{z1}}{b_{z2}''} \cdot \sin n\pi \frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}.$$

Den letzten Ausdruck können wir noch etwas umschreiben, wenn wir (wie in Teil II dieser Arbeit) eine fingierte Zähnezahl

$$q_{20}' = q_{20} \cdot \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2}'} \tag{6}$$

benützen und eine neue Substitution

$$m_{n2}' = n\,q_{10} \frac{q_{20}}{q_{20}'} - x\,q_{20} \tag{7}$$

einführen, welche Gleichung (4) nachgebildet ist. x ist dabei wieder so zu wählen, daß

$$|m_{n2}'| < \frac{q_{20}}{2} \tag{7a}$$

erhalten wird. Auf diese Weise ergibt sich für die Amplitude der Leitkurve (Bezeichnungen τ_{z2} und b_{z2}'' nach Bild 1)

$$B_{zn} = B_n \frac{\sin m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}}} \cdot \frac{m_{n2}'}{n\, q_{10}} \cdot \frac{\tau_{z2}}{b_{z2}''}. \tag{8}$$

Von dieser Leitkurve besitzen jedoch nur die Punkte über den Zahnmittellinien physikalische Bedeutung. Die wirkliche Verteilung der Radialinduktion, die in Bild 2 stark ausgezogen ist, wird aus der Leitkurve erhalten, indem man die Induktion über jeder Zahnmitte zu einem Streifen von der Breite b_{z2}'' ausdehnt. Dabei ist die Verdichtung des Feldes an den Nutecken nicht berücksichtigt. Auch den kleinen Radialfluß durch die Nuten können wir in diesem Zusammenhange vernachlässigen, also die Radialinduktion über den Nutböden gleich Null annehmen.

Wie aus Bild 2 ersichtlich, kann man diese Feldverteilung als Summe zweier Komponenten betrachten. Die erste Komponente ist die Grundwelle von der Wellenlänge $l_{n2}' = \frac{2\,\tau_2''}{m_{n2}}$. Die zweite Komponente gleicht einer Interferenzschwingung

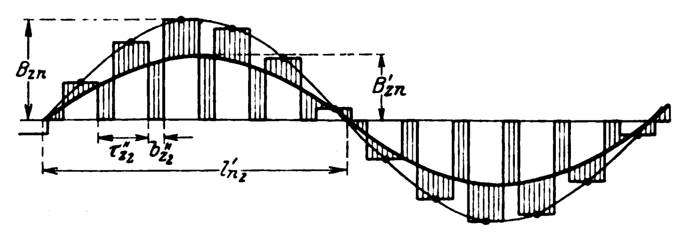


Bild 2. Radialinduktion an der Rückenoberfläche.

zwischen 2 rechteckigen Wellenzügen von den Wellenlängen $\frac{2\,\tau_2''}{q_{20} \pm m_{n2}}$. Durch harmonische Analyse können wir für diese Erkenntnis leicht einen zahlenmäßigen Ausdruck finden, der wie folgt lautet:

Die Amplitude der Grundwelle von der Wellenlänge

$$l_{n2}' = \frac{2\,\tau_2''}{m_{n2}} \tag{9a}$$

beträgt

$$\left.\begin{aligned} B_{zn}' &= B_{zn} \cdot \frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''} \cdot \frac{\sin m_{n2} \frac{\pi}{2} \frac{b_{z2}''}{\tau_2''}}{m_{n2} \frac{\pi}{2} \frac{b_{z2}''}{\tau_2''}} \\ &= B_n \frac{m_{n2}'}{n\, q_{10}} \cdot \frac{\sin m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}}} \cdot \frac{\sin m_{n2} \frac{\pi}{q_{20}} \frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}{m_{n2} \frac{\pi}{q_{20}} \frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}} \cdot \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2}''}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Die Harmonischen der Schwebungskurve haben die Wellenlängen

$$l_{n2}'' = \frac{2\,\tau_2''}{k \cdot q_{20} \pm m_{n2}} = \frac{2\,\tau_2''}{r_{n2}} \tag{10a}$$

mit

$$r_{n2} = K\, q_{20} \pm m_{n2} \quad (K = 1,\ 2,\ 3\ldots)$$

und die Amplituden

$$\left.\begin{aligned}(B_{zn}'')_k &= B_{zn}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}\cdot\frac{\sin r_{n2}\frac{\pi}{2}\frac{b_{z2}''}{\tau_2''}}{r_{n2}\frac{\pi}{2}\frac{b_{z2}''}{\tau_2''}}\\ &= B_n\frac{m_{n2}'}{n\,q_{10}}\cdot\frac{\sin m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}\cdot\frac{\sin r_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}{r_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}\cdot\frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2}'''}\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

Für praktische Rechnungen kann man sich mit der Berücksichtigung der beiden am stärksten ausgeprägten Harmonischen (K = 1):

$$r_{n2} = q_{20} \pm m_{n2} \tag{10b}$$

begnügen. Alle durch das Oberfeld B_n im Rotor induzierten Spannungen haben natürlich direkte Frequenz $n \cdot \nu_{z1} \cdot = n\frac{v}{\tau_{z1}}$.

Wir wollen nun von der Feldverteilung zur Berechnung der Wirbelstromverluste übergehen, indem wir die bekannte Formel

$$\frac{P}{O} = \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{\pi}{2}\frac{\lambda}{6}\right)\cdot l\cdot\left(\frac{\nu}{1000}\cdot\frac{B}{1000}\cdot\Delta\right)^2\cdot\eta_w \tag{11[1]}$$

anwenden. Untersuchen wir zunächst die Verluste, die durch die Schwebungskurve B_{zn}'' erzeugt werden, so ergibt sich durch Einsetzen der Werte aus Gleichung (10a) und (10), für die Verluste pro cm² Rückenoberfläche (O''):

$$\frac{P_{n2}''}{O_2''} = \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\sum_{k=1,2}^{\infty}\frac{2\tau_2''}{r_{n2}}\left[\frac{n\,\nu_{z1}}{1000}\cdot\frac{B_n}{1000}\frac{m_{n2}'}{n\,q_{10}}\cdot\frac{\sin m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}\cdot\frac{\sin r_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}{r_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}}}\cdot\Delta\right]^2 \tag{12}$$

wobei gemäß Gleichung (10b) r_{n2} für jeden Wert von K zwei Werte besitzt.

Um einen Begriff über die Größenordnung dieser Verluste zu erhalten, setzen wir

$$\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''} = \frac{1}{2}.$$

Dann ist

$$\sin^2 r_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\cdot\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''} = \sin^2\frac{\pi}{2}\left(K \pm \frac{m_{n2}}{q_{20}}\right) = \cos^2\frac{\pi}{2}\cdot\frac{m_{n2}}{q_{20}}.$$

Ferner eliminieren wir aus Gleichung (11) r_{n2}^3 durch folgende Entwicklung:

$$\left.\begin{aligned}&\cos^2\frac{\pi}{2}\frac{m_{n2}}{q_{10}}\left[\frac{q_{20}^3}{(K\,q_{20}+m_{n2})^3}+\frac{q_{20}^3}{(K\,q_{20}-m_{n2})^3}\right] =\\ &= 2\cdot\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{m_{n2}}{q_{20}}\right)\cdot\frac{K^3 q_{20}^6 + 3\,K\,q_{20}^4\,m_{n2}^2}{(K^2 q_{20}^2 - m_{n2}^2)^3} = \frac{2}{K^3}\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{m_{n2}}{q_{20}}\right)\cdot\frac{1+3\left(\frac{m_{n2}}{K\,q_{20}}\right)^2}{\left[1-\left(\frac{m_{n2}}{K\,q_{20}}\right)^2\right]^3}\end{aligned}\right\}\tag{12a}$$

Da nun $|m_{n2}| \leq \frac{q_{20}}{2}$, so ist der höchste Wert, den dieser Ausdruck für K = 1 erhalten kann:

$$2\cdot\frac{1+\frac{3}{4}}{\left|1-\frac{1}{4}\right|^3} = 8{,}3.$$

[1]) Bezüglich des Faktors η_w siehe Bild 14 Teil I. Er ist für kurzwellige Oberfelder gleich 1 zu setzen.

Im allgemeinen ist jedoch m_{n2} geringer, und bereits für $m_{n2} = \frac{q_{20}}{3}$ ergibt sich für $K = 1$

$$1{,}5 \frac{1 + \frac{1}{3}}{\left[1 - \frac{1}{9}\right]^3} = 2{,}85.$$

Für kleinere Werte von m_{n2} nähert sich der Ausdruck 12 dem Grenzwerte 2. Mit Rücksicht hierauf setzen wir als Mittelwert

$$\cos^2 \frac{\pi}{2} \frac{m_{n2}}{q_{20}} \left[\frac{q_{20}^3}{(K q_{20} + m_{n2})^3} + \frac{q_{20}^3}{(K q_{20} - m_{n2})^3}\right] = 3 \tag{12b}$$

und berücksichtigen in Gleichung (11) nur die Glieder mit $K = 1$. Führen wir dann die Summierung nach n aus, so ergibt sich

$$\frac{P_2''}{O_2''} = \sum_{n=1,2}^{\infty} \frac{P_{n2}''}{O_2''} = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \frac{1}{\tau_{z2}''} \cdot \frac{3}{\pi^4} \sum \left[\frac{v}{1000} \frac{2 B_n}{1000} \cdot \sin m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}} \cdot \Delta\right]^2.$$

Nun beträgt aber der Effektivwert E_{z2} der „Zahnspannung" (die in einer um ein Zahnblech gelegten Windung induziert wird).

$$E_{z2} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=1,2}^{\infty} \left[v \cdot 2 B_n \cdot \sin m_{n2}' \frac{\pi}{q_{20}} \cdot \Delta \cdot 10^{-8}\right]^2}.$$

Daher folgt zunächst

$$\frac{P_2''}{O_2''} = \frac{1}{2^*} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_{z2}''} \cdot \frac{6}{\pi^4} E_{z2}^2 \cdot 10^4$$

oder wegen

$$O_2'' = p \cdot 2 \tau_2'' \cdot L_e = p \cdot q_{20} \tau_{z2}'' \cdot L_e$$

$$P_2'' = \frac{1}{2^*} \cdot \frac{\lambda}{12} 10^4 \cdot E_{z2}^2 \cdot \frac{6}{\pi^3} \cdot p \, q_{20} L_e. \tag{13}$$

Auf der anderen Seite haben wir früher für die Verluste im Zahnkranzvolumen

$$v_{z2} = b_{zm2} h_2 L_e \cdot p \, q_{20}$$

den Ausdruck:

$$P_{z2} = \frac{1}{2^*} \frac{\lambda}{12} \cdot 10^4 E_{z2}^2 \frac{V_{z2}}{b_{zm2}^2} \tag{14}$$

kennen gelernt [Teil II, Gleichung (3)]. Wir erhalten also für das Verhältnis der Verluste

$$\frac{P_2''}{P_{z2}} = \frac{6}{\pi^3} \cdot \frac{b_{m2}}{h_2} \doteq 0{,}2 \frac{b_{m2}}{h_2} \tag{15}$$

Aus dieser, wenn auch rohen Überschlagsrechnung, geht hervor, daß die durch die Schwebungskurve B_{zn}'' erzeugten Verluste jedenfalls keine bedeutende Rolle spielen. Sie lassen sich durch eine Vergrößerung der Zahnhöhe (bei gleicher mittlerer Breite b_{zm}) um etwa $\frac{b_{zm}}{5}$ genügend genau berücksichtigen. Überhaupt sind diese Verluste eigentlich nicht zu den Rückenverlusten, sondern zu den Zahnkranzverlusten zu rechnen. Denn sie entstehen dadurch, daß sich die in den Zähnen verdichtete Induktionsströmung allmählich auf eine ganze Zahnteilung ausdehnt. Es ist daher sehr begreiflich, daß diese Verluste in einem bestimmten Verhältnis zu den Zahnkranzverlusten stehen.

Damit verlasse ich diesen Gegenstand und wende mich zu den eigentlichen Rückenverlusten im Rotor, welche durch die Drehfelder von den Wellenlängen



$$l_{n2}' = \frac{2\,\tau_2''}{m_{n2}} \tag{9a}$$

erzeugt werden. Hierfür liefert Gleichung (11):

$$\frac{P_{n2}'}{O_2''} = \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{\pi}{2}\;\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\frac{2\,\tau_2''}{m_{n2}}\cdot\left[\frac{n\,\nu_{z1}}{1000}\cdot\frac{B_n}{1000}\cdot\frac{m_{n2}'}{n\,q_{10}}\cdot\frac{\sin m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}\cdot\frac{\sin m_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}{m_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}\cdot\Delta\right]^2\cdot\eta_w$$

oder bezogen auf die Ankeroberfläche am Luftspalt:

$$\left.\begin{aligned}\frac{P_{n2}'}{O} &= \left[\frac{1}{2^*}\left(\frac{\pi}{2}\;\frac{\lambda}{6}\right)\cdot\frac{n}{\tau_{z1}}\cdot\left(\frac{v}{1000}\cdot\frac{B_n}{1000}\cdot\Delta\right)^2\right] = \\ &= \left[\frac{m_{n2}}{n\,q_{10}}\cdot\left(\frac{\sin m_{n2}'\frac{\pi}{q_{20}}}{m_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}}\cdot\frac{\sin m_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}{m_{n2}\frac{\pi}{q_{20}}\frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''}}\right)^2\right]\cdot\eta_w\end{aligned}\right\} \tag{16[1]}$$

In dieser Gleichung bedeutet der Ausdruck in der ersten eckigen Klammer diejenigen Verluste, welche dieselbe Oberwelle B_n des Luftspaltfeldes an der Oberfläche eines ungenuteten Ankers erzeugt. Der Ausdruck in der zweiten eckigen Klammer gibt somit an, in welchem Verhältnis die zusätzlichen Rückenverluste zu den so berechneten Oberflächenverlusten stehen. Die Größe dieses Ausdruckes beherrscht der Faktor

$$\frac{m_{n2}}{n\,q_{10}} \tag{16a}$$

und für $n = 1$ kann sogar das Verhältnis der Rücken- und Oberflächenverluste meist mit guter Annäherung diesem Faktor gleichgesetzt werden. Da hierfür

$$m_{12} = q_{10} - q_{20}$$

beträgt das Verlustverhältnis für den Rotor ungefähr

$$\frac{q_{10} - q_{20}}{q_{10}} \tag{16b}$$

bzw. für den Stator

$$\frac{q_{20} - q_{10}}{q_{20}}. \tag{16c}$$

Man sieht daraus, daß die größten zusätzlichen Rückenverluste bei großen Unterschieden zwischen Stator- und Rotorzähnezahlen auftreten. Je höher ferner die Ordnungszahl n der Oberwelle des Zahnfeldes, desto geringer ist im allgemeinen das Verlustverhältnis; denn m_n nimmt nur bis zu einer gewissen Grenze $\left(\frac{q_0}{2}\right)$ proportional der Ordnungszahlen zu. Wenn also, wie bei den Oberflächen-Reluktanzverlusten der Anteil der hohen Harmonischen überwiegt, so ist zu erwarten, daß die entsprechenden zusätzlichen Verluste im Ankerrücken recht klein sind. Wenn dagegen wie bei den Treppenverlusten die Grundwelle und zweite Harmonische des Zahnfeldes am meisten ins Gewicht fällt, so können die gesamten zusätzlichen Rückenverluste im Verhältnis zu den Oberflächenverlusten eines ungenuteten Ankers ungefähr nach Gleichung (16 b) bzw. (16 c) geschätzt werden. Für die besonders häufige Ausführung mit $q_{10} = 18$ und $q_{20} = 24$ Nuten pro Polpaar erhält man etwa $^1/_3$ der Oberflächenverluste eines glatten Ankers als zusätzliche Rückenverluste im Rotor und etwa $^1/_4$ im Stator. Das sind Ziffern, die immerhin Beachtung verdienen.

[1]) Bezüglich des Faktors η_w siehe Bild 14 Teil I, wobei τ durch $\frac{\tau_2''}{m_{n2}}$, p durch $p \cdot m_{n2}$ zu ersetzen ist.



Zusatz.

Zum Schlusse will ich noch auf eine Annahme zurückkommen, durch welche ich die Rechnung etwas abgekürzt habe, die aber im Interesse des physikalischen Bildes, das man sich von den Vorgängen im Ankerrücken macht, einer kleinen Berichtigung bedarf. Wie in der Einleitung hervorgehoben wurde, habe ich die Berechnung der zusätzlichen Rückenverluste und alle damit verknüpften Ableitungen unter der Annahme durchgeführt, daß alle Statorzähne kongruente Oberfelder erzeugen, d. h. daß am Ankerumfang $p \cdot q_{10}$ Feldwellen gleicher Wellenlänge, gleicher Verteilung und gleicher Amplitude sich aneinander reihen. Diese Ausnahme habe ich außerdem durch die Gleichungen (1) und (2) fixiert. — Die Wirklichkeit sieht etwas anders aus. Die Amplitude B_n aufeinanderfolgender Wellen ändert sich nach einer gewissen Leitkurve, die im allgemeinsten Falle selbst wieder Grund- und Oberwellen (Ordnungszahl k) enthält.

Denken wir z. B. an die Oberwellen der Statorzahnfelder. Die Leitkurve für die Amplituden B_n dieser Felder, von der wir zunächst nur die Grundwelle $(k = 1)$ berücksichtigen, rotiert mit der synchronen Geschwindigkeit v_s in der Umlaufrichtung des Rotors. Sie schlüpft also relativ zum Rotor mit der Geschwindigkeit $v_s \cdot s$, während die Statorzähne in entgegengesetzter Richtung mit der vollen Umfangsgeschwindigkeit $v = v_s(1 - s)$ an der Rotoroberfläche vorbeieilen. Demgemäß hat die Verteilung der Zahnoberfelder des Stators relativ zum Rotor den Charakter:

$$\left.\begin{aligned} B &= \sum_n B_n \cos n\, q_{10} \frac{\pi}{\tau}(x + v\,t) \cdot \operatorname{cis} \frac{\pi}{\tau}\left(x - v \frac{s}{1-s}\, t\right) \\ &= \sum_n \frac{B_n}{2}\left[\cos \frac{\pi}{\tau}(n\, q_{10} + 1)\left(x + \frac{n\, q_{10} - \frac{s}{1-s}}{n\, q_{10} + 1} v\, t\right) + \right. \\ &\quad \left. + \cos \frac{\pi}{\tau}(n\, q_{10} - 1)\left(x + \frac{n\, q_{10} + \frac{s}{1-s}}{n\, q_{10} - 1} v\, t\right)\right] \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

An Stelle eines Zahnoberfeldes von der Amplitude B_n und Wellenlänge $\frac{2\tau}{n\, q_{10}}$ haben wir also jetzt 2 Zahnoberfelder von der halben Amplitude $\frac{B_n}{2}$ und den Wellenlängen

$$\frac{2\tau}{n\, q_{10} \pm 1}$$

welche mit einander interferieren. Der Flux zweier aufeinander folgender Rotorzähne hat eine Phasenverschiebung

$$\Delta \varphi_n = 2\pi \frac{n\, q_{10} \pm 1}{q_{20}} = 2\pi x + \Delta \psi_n \quad (x = 0, 1, 2, 3 \ldots),$$

wobei x so zu wählen ist, daß

$$|\Delta \psi_n| \leq \pi \tag{18a}$$

erhalten wird. Daraus folgt

$$\Delta \psi_n = \frac{2\pi}{q_{20}} (m_{n2})_1 \tag{18b}$$

mit

$$(m_{n2})_1 = n\, q_{10} - x\, q_{20} \pm 1 \tag{18}$$

und

$$|m_{n2}|_1 \leq \frac{q_{20}}{2}. \tag{18c}$$

Sind in der Leitkurve, nach welcher sich die Amplitude des Zahnfeldes längs des Ankerumfanges ändert, höhere Harmonische von der Wellenlänge $\frac{2\tau}{k}$ ausgeprägt, so ergibt sich für diese auf demselben Wege wie oben Gleichung (18b) mit

$$(m_{n\,2})_k = n\,q_{10} - x\,q_{20} \pm k \tag{19}$$

und

$$|m_{n\,k}| \leqq \frac{q_{20}}{2}. \tag{19c}$$

Dies ist also die allgemeine Gleichung, welche die ohne Berücksichtigung der Leitkurve gewonnene Gleichung (4) ersetzt. Im übrigen hat die neue Kennziffer m_n dieselbe Bedeutung wie früher; d. h. auf jedes Polpaar treffen im Ankerrücken $(m_n)_k$ volle Wellenlängen eines Oberfeldes, das durch ein Zahnfeld von der viel kleineren Wellenlänge $\frac{2\tau}{q_{10}\,n}$ zusammen mit einer Leitkurve von der Wellenlänge $\frac{2\tau}{k}$ erzeugt wird. Mit Rücksicht hierauf wären die Tabellen auf Seite 275 zu berichtigen. Wenn man will kann man auch an Stelle des Verlustfaktors $\frac{1}{2^*}$ einen genaueren Wert ermitteln.

Anhang I.

Die zusätzlichen Hystereseverluste.

Daß ich die zusätzlichen Hystereseverluste nur kurz und als gemeinsamen Anhang zu allen drei Teilen dieser Arbeit bespreche, hat einen Grund in meinem Unvermögen, eine Theorie der zusätzlichen Hystereseverluste mitzuteilen. Bis das geschehen kann, muß vor allem noch viel experimentelles Material gesammelt werden. Was ich im folgenden geben kann, ist lediglich eine kurze Übersicht über die Ergebnisse, zu denen die mir bekannten experimentellen Arbeiten gelangt sind, sowie einige Fingerzeige, wie man sich dieser Ergebnisse bedienen kann, um zu einigermaßen wahrscheinlichen Ziffern für die zusätzlichen Hystereseverluste in Asynchronmotoren zu gelangen.

Schon die Bezeichnung „zusätzliche Hystereseverluste" ist nicht ganz glücklich. Bei den Wirbelstromverlusten darf man die Verluste der nützlichen Grundwelle des Hauptfeldes und der Oberfelder getrennt berechnen und superponieren und man ist deshalb nicht im Zweifel, wo die Grenze zwischen den normalen Verlusten und den sogenannten zusätzlichen Verlusten liegt. Für die Hystereseverluste gibt es strenggenommen kein derartiges Superpositionsgesetz und daher auch keine derartige strenge Scheidung. Trotzdem müssen alle Versuche zu einer praktisch brauchbaren Berechnung der Hystereseverluste zu gelangen, dahin zielen, ähnliche, wenn auch stark modifizierte und nur näherungsweise gültige Superpositionsgesetze ausfindig zu machen.

Nachdem die zusätzlichen Hystereseverluste in jedem Falle dieselbe Ursache haben wie die zusätzlichen Wirbelstromverluste, ist es zweckmäßig, sie zu diesen in Beziehung zu setzen. Die spezifischen Wirbelstromverluste pro Volumeneinheit (Watt/cm³) in einem Wechselfeld von der Amplitude B und Periodenzahl ν betragen bei einer Leitfähigkeit λ (= 1 bis 6) der Bleche von der Dicke Δ^{cm}:

$$p_w = \left(\pi^2 \frac{\lambda}{6}\right) \cdot \left[\frac{\nu}{1000} \cdot \frac{B}{1000} \cdot \Delta\right]^2 \cdot f_w \ldots \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^3}, \tag{20}$$

wobei f_w der eventuellen Verminderung der Wirbelstromverluste durch den Skineffekt Rechnung trägt (siehe Teil I, Bild 2 und Text).

Die spezifischen Hystereseverluste kann man unter den gleichen Voraussetzungen durch folgenden Ansatz ausdrücken:



$$p_H = \frac{\sigma_H\left(1 + \frac{B_c}{B}\right)}{100} \cdot \frac{\nu}{1000} \cdot \left(\frac{B}{1000}\right)^2 \cdot f_H. \tag{21}$$

Dabei berücksichtigt der Faktor f_H die eventuelle Erhöhung der Hystereseverluste durch den Skineffekt (siehe Teil I, Bild 3 und Text) σ_H und B_c und Konstante, die für gewöhnliches Dynamoblech mit einer Verlustziffer von $w_{n\,15} = 6 \frac{\text{Watt}}{\text{kg}}$ bei $B = 15000$ ungefähr folgende Werte benutzen:

$$\sigma_H = 0{,}25,$$
$$B_c = 2000.$$

Für das Verhältnis der spezifischen Hysterese- und Wirbelstromverluste folgt daraus:

$$\frac{p_H}{p_w} = \frac{\sigma_H\left(1 + \frac{B_c}{B}\right)}{\frac{\pi^2}{10} \cdot \frac{\lambda}{6}} \cdot \frac{1}{\nu \cdot \Delta^2} \cdot \frac{f_H}{f_w}. \tag{22}$$

Setzen wir beispielsweise für die Zahnperiodenzahl $\nu = 1000$, $B = 4000$, $\Delta = 0{,}05$, $\lambda = 6$ und vernachlässigen den Skineffekt, so ergibt sich mit den obigen Werten für σ_H und B_c:

$$\frac{p_H}{p_w} = \frac{0{,}25 \cdot 1{,}5}{0{,}987} \cdot \frac{1}{1000 \cdot 0{,}0025} = 0{,}15.$$

Ohne experimentelle Erfahrung würde man daraus den Schluß ziehen, daß die zusätzlichen Hystereseverluste in Drehstrommotoren wahrscheinlich viel kleiner sind als die zusätzlichen Wirbelstromverluste und daß deshalb auf ihre Vorausberechnung überhaupt weniger Wert gelegt zu werden braucht. Leider ergibt sich aus Experimenten, daß das Verhältnis der zusätzlichen Hystereseverluste zu den zusätzlichen Wirbelstromverlusten von der Größenordnung 0,5 bis 1 ist.

Teilweise erklärt sich dies durch die Verteilung der Zahnfelder: Ein an der Oberfläche eines ungenuteten Ankers sinusförmig verteiltes Wechselfeld oder Drehfeld hat nämlich verhältnismäßig größere Hystereseverluste als Gleichung (22) angibt. Hier gilt nämlich für die Wirbelstromverluste pro cm^2 Eisenoberfläche, verursacht durch ein Drehfeld von der Amplitude B, Wellenlänge l und Umfangsgeschwindigkeit $v = \nu l = 2\nu\tau$:

$$\begin{aligned} \frac{P_w^{\text{Watt}}}{O^{cm^2}} &= \left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6} \cdot \eta_w\right) \cdot \frac{1}{l} \cdot \left[\frac{v}{1000} \cdot \frac{B}{1000}\,\Delta\right]^2 \cdot f_w \\ &= \left(\frac{\pi}{2}\,\frac{\lambda}{6} \cdot \eta_w\right) \cdot l \cdot \left[\frac{\nu}{1000} \cdot \frac{B}{1000} \cdot \Delta\right]^2 \cdot f_w\,. \end{aligned} \tag{23}$$

wobei $\frac{1}{\eta_w} = f\left(\frac{H}{\tau}\right)$ eine Funktion des Verhältnisses $\frac{\text{Rückenhöhe}}{\text{halbe Wellenlänge}}$ bedeutet, die aus Bild 14, Teil I, entnommen wird und für kurzwellige Oberfelder $= 1$ zu setzen ist. Für die entsprechenden Hystereseverluste berechnet man mit Hilfe des Ansatzes 21:

$$\frac{P_H^{\text{Watt}}}{O^{cm^2}} = \frac{\sigma_H\left(1 + \eta_H \frac{B_c}{B}\right)\eta_w}{100 \cdot 2\pi} \cdot l \cdot \frac{\nu}{1000} \cdot \left(\frac{B}{1000}\right)^2 \cdot f_H. \tag{24}$$

Hierin ist $\eta_H = \varphi\left(\frac{H}{\tau}\right)$ ebenfalls eine Funktion des Verhältnisses $\frac{\text{Rückenhöhe}}{\text{halbe Wellenlänge}}$ die in Bild 3 aufgetragen ist und für kurzwellige Oberfelder $= 2$ gesetzt werden kann. Das Verhältnis der Hystereseverluste zu den Wirbelstromverlusten wird also



$$\frac{P_H}{P_w} = \frac{\sigma_H \left(1 + \eta_H \frac{B_c}{B}\right)}{\frac{\pi^2}{10} \cdot \frac{\lambda}{6}} \cdot \frac{1}{\nu \cdot \Delta^2} \cdot \frac{f_H}{f_w}. \tag{25}$$

Dieselbe Gleichung gilt für die Verluste in einem sinusförmig verteilten Wechselfeld, für welches die Wirbelstromverluste genau, die Hystereseverluste annähernd halb so groß sind, als die Gleichungen (23) und (24) angeben. Da nun das Verhältnis $\frac{P_H}{P_w}$ bei kleinen Induktionen wegen $\eta_H = 2$ wesentlich größer ist als das Verhältnis $\frac{p_H}{p_w}$ nach Gleichung (22), so haben wir hierin einen der Gründe für die verhältnismäßig große Bedeutung der zusätzlichen Hystereseverluste gefunden.

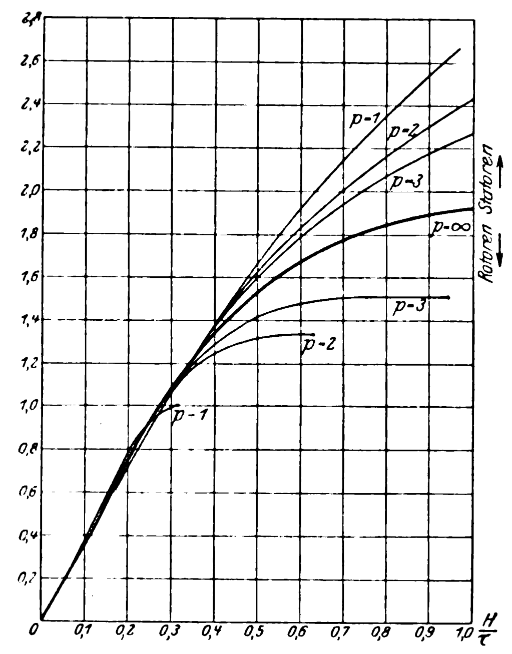


Bild 3. η_H als Funktion des Verhältnisses $\frac{\text{Rückenhöhe}}{\text{Polteilung}}$.

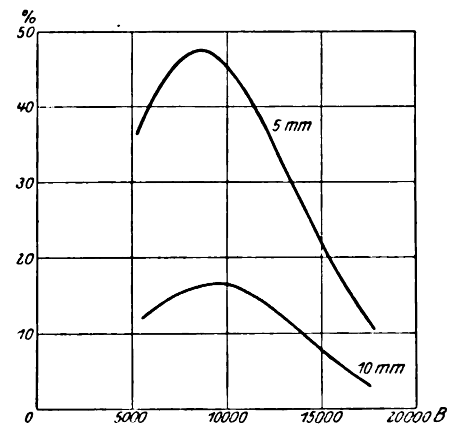


Bild 4. Prozentuelle Zunahme der Hystereseverluste in Blechringen von 5 und 10 mm Breite, verglichen mit einem Ringe von 30 mm Breite.

Ein anderer Grund ist der, daß bei kleinen und mittleren Maschinen alle zusätzlichen Eisenverluste ihren Sitz in den der Blechkontur benachbarten Zonen haben (Zahnkronen und Zahnstege). Dort wird aber erfahrungsgemäß durch die Stanzarbeit die Qualität der Bleche verschlechtert, was sich in einer Erhöhung der Hystereseverluste äußert. Es ist also für die zusätzlichen Oberflächen-Hystereseverluste und für alle Hystereseverluste in den Zahnstegen mit einem größeren Werte von σ_H als für den Ankerrücken zu rechnen. Für die Größenordnung dieser Verlusterhöhung teile ich die im Laboratorium der ASEA aufgenommenen Kurven von Bild 4 mit.

Möglicherweise ist jedoch der Hauptgrund für die überraschende Größe der Hystereseverluste weder in dieser Materialverschlechterung noch in dem Faktor η_H [Gleichung (24), (25)] zu suchen, sondern in dem Umstande, daß sich die Zahnfelder anderen Feldern überlagern und daß derartige Überlagerungen in den meisten Fällen eine Vergrößerung der Hystereseverluste im Gefolge haben. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiete findet man in der Fußnote, die dem Journal of the AIEE 1925, S. 1225 entnommen ist. Das experimentelle Material reicht jedoch bei weitem noch nicht für die Bedürfnisse der Praxis aus, und seine Deutung ist nicht immer einwandfrei, wie die Besprechung folgender 4 Hauptfälle zeigen möge:

Erster Hauptfall. Am meisten erforscht sind die unsymmetrischen Hystereseschleifen, die bei Übereinanderlagerung eines linearen Gleichfeldes B_m und eines linearen Wechselfeldes gleicher Richtung von der Amplitude B entstehen. Hier kann als feststehend angesehen werden, daß die Hystereseverluste mit der Größe des überlagerten Gleichfeldes zunehmen (Bild 5). Solange die Amplitude des Wechselfeldes wesentlich kleiner ist als die des mittleren Gleichfeldniveaus, ist die prozentuale Erhöhung der Hystereseverluste hauptsächlich eine Funktion des mittleren Gleichfeld-

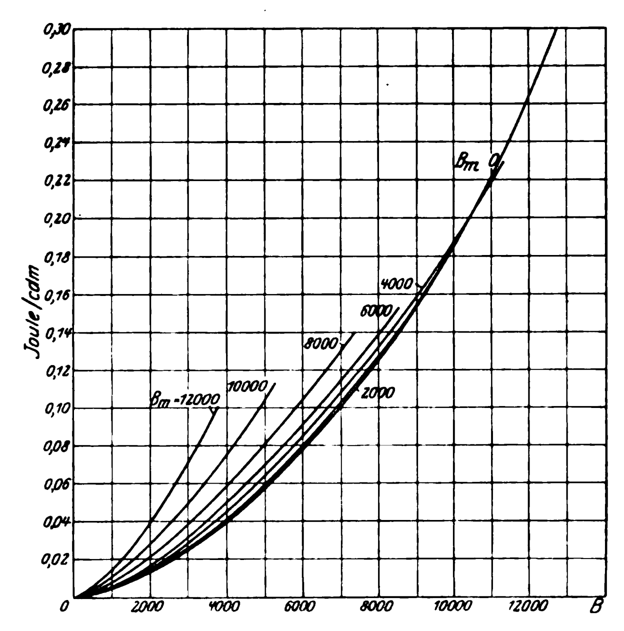


Bild 5. Hystereseverluste bei verschiedenem Gleichfeldniveau B_m.

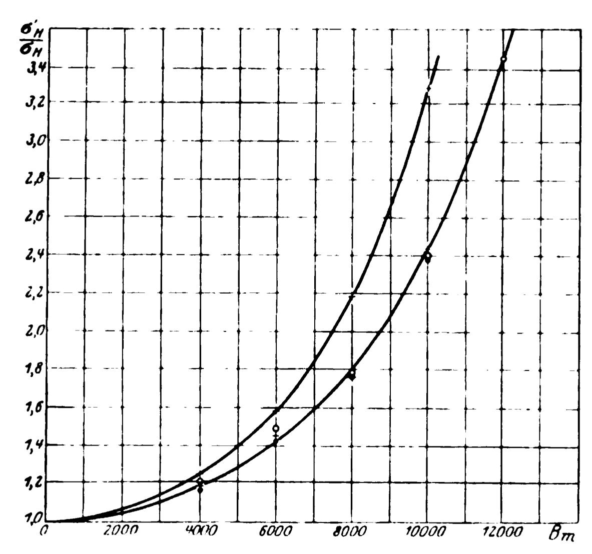


Bild 6. Verhältnis der Hystereseverluste bei unsymmetrischer und symmetrischer Ummagnetisierung (B $\gtrless$ 2000).

+ nach Ball B = 2000. Obere Kurve hochlegiertes Blech (3,5% Si), untere Kurve mittellegiertes Blech (2,5% Si).

○ nach Chubb und Spooner B = 1000 } 3333 kVA-Transformator
● „ „ „ „ B = 2000 }

vgl. J. AIEE 1915.

niveaus und nicht der Wechselfeldamplitude. Die Verlustzunahme kann daher durch eine Vergrößerung des Hysteresekoeffizienten von σ_H auf σ_H' ausgedrückt werden. Um welche Beträge es sich dabei handelt, zeigt Bild 6.

Zweiter Hauptfall. Weniger erforscht sind die Gesetze der Hystereseschleifen bei Überlagerung zweier linearer Wechselfelder gleicher Richtung aber sehr verschiedener Frequenz (z. B. Hauptfeld mit der synchronen Frequenz und Zahnfeld mit der Zahnfrequenz). Wenn die hochfrequente Induktionsschwankung im Vergleich zu der niederfrequenten so groß ist, daß die Kurve der resultierenden Induktion ebensoviele Maxima und Minima besitzt wie die hochfrequente Pulsation, so wird eine Hystereseschleife nach Bild 7 durchlaufen. Ist die hochfrequente

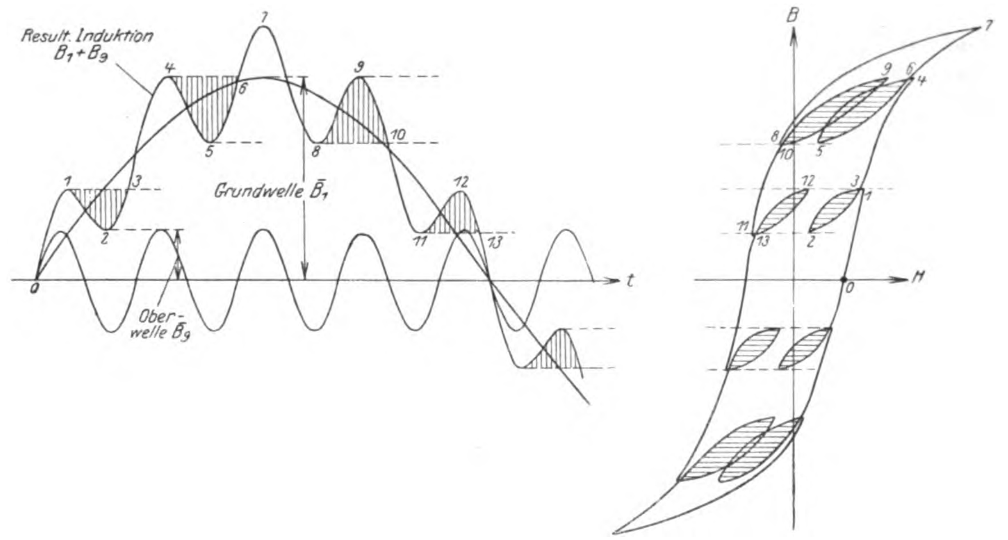


Bild 7. Hystereseschleife bei Überlagerung zweier Wechselfelder von der Grundfrequenz und der neunfachen Frequenz.

Feldkomponente kleiner, so werden auch die schraffierten Zusatzschleifen kleiner, besonders in der Nähe der Abszissenachse, und verschwinden schließlich dort ganz. Zwischen hochfrequenten und niederfrequenten Hystereseverlusten unterscheiden zu wollen ist sinnlos, selbst wenn man wie Schröter (siehe Fußnote) die hoch- und niederfrequente Spannung zwei verschiedenen Wicklungen aufdrückt und so die zugeführte Leistung für beide Wicklungen bzw. Frequenzen getrennt bestimmen kann. Eine einfache Untersuchung lehrt nämlich, daß der Niederfrequenzkreis von dem Hochfrequenzkreis Energie empfängt, selbst wenn die Ummagnetisierung vollkommen verlustfrei erfolgt[1]).

[1]) Um dies zu zeigen, habe ich in Bild 8b die Hystereseschleife des Bildes 7 auf ein einfaches Schema gebracht, das sich vom Bild 7 durch die Annahme der Proportionalität zwischen Änderungen der Feldstärke und Induktion unterscheidet. Läßt man die Hystereseschleifen schmaler und schmaler werden, erhält man schließlich Bild 8c, für welche die Hystereseverluste offenbar gleich Null sind. Trotzdem wird der Leistungsverbrauch des Niederfrequenzkreises nicht gleich Null, sondern es wird sogar in diesem Kreis auf Kosten des Hochfrequenzkreises Leistung erzeugt. Der Beweis kann auf folgende Weise geführt werden:

Hätte $\frac{dB}{dH}$ während des ganzen Magnetisierungsprozesses ein und denselben Wert, so wäre natürlich sowohl die niederfrequente als auch die hochfrequente Leistung Null. Wir brauchen daher nur den zusätzlichen Strom untersuchen, der dadurch bedingt ist, daß auf dem Wege 1—2—3, 4—5—6, 8—9—10, 11—12—13 usw. $\frac{dB}{dH}$ einen kleineren Wert hat als auf den Wegstücken 0—1, 3—4, 6—7—8, 10—11, 13—0 usw. Mit anderen Worten: die resultierende Erregerstromkurve besteht aus einer Hauptkomponente, welche dieselbe Kurvenform wie die Induktionswelle besitzt



Mit Rücksicht hierauf wurden die Meßergebnisse der Schröterschen Arbeit auf die Gesamtverluste umgerechnet. Als „zusätzliche Hystereseverluste“ wird die Differenz zwischen den Gesamtverlusten bei Überlagerung beider Periodenzahlen (50 und 550) und den Verlusten bei 50periodiger Magnetisierung allein bezeichnet. Diese Verluste werden mit denjenigen Verlusten verglichen, die man bei 550periodiger

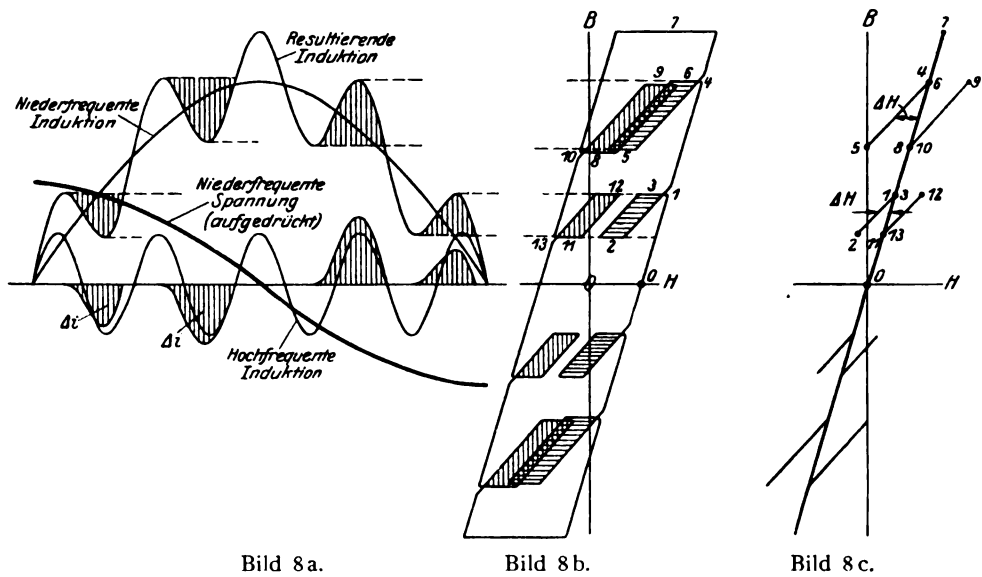


Bild 8a. Bild 8b. Bild 8c.

Bild 8a—c. Bestimmung des zusätzlichen Magnetisierungsstromes Δi = konst. ΔH bei verlustfreier Ummagnetisierung.

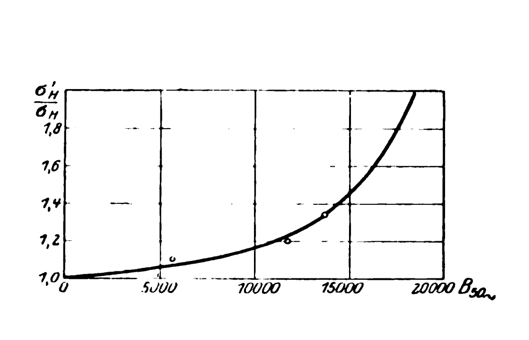


Bild 9. Verhältnis der zusätzlichen Hystereseverluste bei Überlagerung von 50 und 550 Perioden zu den Hystereseverlusten bei Ummagnetisierung mit 550 Perioden allein.

Bild 10. Hochfrequenzgenerator als Beispiel für die Überlagerung von Gleichfeld und Drehfeld.

Magnetisierung allein erhält. Es zeigt sich, daß die zusätzlichen Verluste in einem bestimmten Verhältnis größer sind als die 550periodischen Verluste. Man darf somit

und einer Zusatzkomponente Δi, die mit der Abszissenachse Flächen proportional den in der Induktionskurve des Bildes 8a schraffierten Flächenstücken einschließt. Dieser in Bild 8a ebenfalls aufgetragene Zusatzstrom Δi bildet aber mit der Grundwelle der aufgedrückten Spannung eine Leistung aus, und zwar eine negative Leistung, d. h. eine im Hochfrequenzgenerator erzeugte und dem Niederfrequenzgenerator zugeführte Leistung. Damit dürfte bewiesen sein, daß die Unterteilung der gesamten Hystereseverluste auf wattmetrischem Wege keine Bedeutung hat. Die einzige physikalisch berechtigte Unterteilung würde in der Unterscheidung zwischen der Konturfläche und den schraffierten Teilflächen des Bildes 7 bestehen.

(wie beim ersten Hauptfalle) die niederfrequenten und hochfrequenten Verluste getrennt berechnen, muß aber für die hochfrequenten Verluste wegen der Überlagerung einen größeren Wert σ_H' des Hysteresekoeffizienten annehmen, als ohne Überlagerung (σ_H). Das Verhältnis $\frac{\sigma_H'}{\sigma_H}$, das Bild 9 zeigt, ist aus der Schröterschen Arbeit berechnet. Nach Bild 6 wäre eine größere Verlustzunahme zu erwarten gewesen. Die tatsächlich gefundenen Werte — wenn sie zuverlässig sind — deuten darauf hin, daß die große Hystereseschleife (Konturfläche) in Bild 7 wahrscheinlich schmaler ist als bei rein 50periodiger Magnetisierung zwischen gleichen Grenzen.

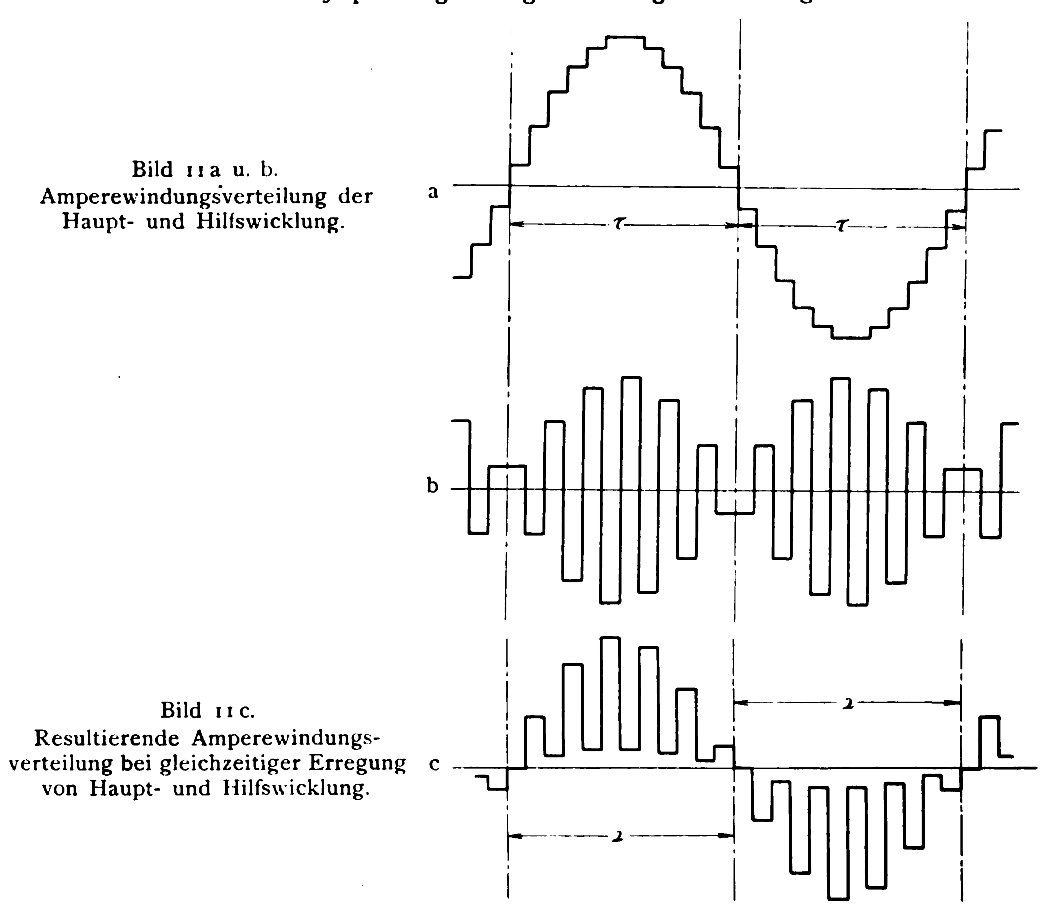


Bild 11a u. b. Amperewindungsverteilung der Haupt- und Hilfswicklung.

Bild 11c. Resultierende Amperewindungsverteilung bei gleichzeitiger Erregung von Haupt- und Hilfswicklung.

Dritter Hauptfall. Scheinbar wenig erforscht sind die Vorgänge, die bei Überlagerung eines Gleichfeldes mit einem Drehfelde auftreten. Ein Beispiel hierfür bilden die Hystereseverluste in lamellierten Polschuhen. Ein anderes Beispiel, das sich zur experimentellen Untersuchung besonders gut eignet, ist die Hochfrequenzmaschine mit ruhender Erregerspule und geteiltem Stator nach Bild 10. Je stärker die Gleichfeldkomponente B_m im Verhältnis zur Drehfeldkomponente B, desto kleiner wird die maximale Richtungsänderung

$$\varphi_{max} = \pm \arc \sin \frac{B}{B}$$

der resultierenden Induktion und desto mehr nähert sich daher der dritte Hauptfall dem ersten Hauptfall (lineare Hysterese). Da nun die Verluste bei linearer Hysterese ungefähr halb so groß sind als bei drehender Hysterese, so könnte man erwarten, daß die Hystereseverluste durch Überlagerung des Gleichfeldes vermindert würden.

Auf der anderen Seite erhöht aber gerade die Überlagerung eines Gleichfeldes die Verluste bei linearer Hysterese, so daß mit Rücksicht hierauf wieder eine Verlustzunahme zu erwarten ist.

Vierter Hauptfall. Ebensowenig erforscht sind die Vorgänge bei Überlagerung zweier Drehfelder ungleicher Wellenlänge und Frequenz, wenngleich gerade dieser Fall im Elektromaschinenbau eine große Rolle spielt. Sind die Wellenlängen sehr verschieden, wie dies gewöhnlich für Hauptfeld und Zahnfeld der Fall ist, so erhält man für die resultierende Induktionsschwankung an jeder Stelle dasselbe Bild wie im vorigen Falle, doch mit dem Unterschied, daß nunmehr das mittlere „Gleichfeldniveau" verhältnismäßig langsam pulsiert. Für die zusätzlichen Verluste der Oberfelder gelten daher dieselben Überlegungen wie für den dritten Hauptfall. Was die Hystereseverluste des langwelligen Feldes betrifft, so ist zu beachten, daß die kurzwelligen Oberfelder gar nicht tief in den Unterrücken eindringen. Im größten Teil des Eisenvolumens haben daher die Oberfelder überhaupt keinen Einfluß auf die Hystereseverluste des langwelligen Feldes. Darum ist es wieder das Richtigste, die Verluste von Grundfeld und Oberfeld getrennt zu berechnen und — eventuell mit einem kleinen Zuschlag ($\sigma_H' > \sigma_H$) für das Oberfeld zu superponieren.

Um sicher zu sein, daß man mit dieser Methode keinen wesentlichen Fehler begeht, habe ich folgenden Fall experimentell untersuchen lassen:

Experimentmaschine: Stator: 48 Nuten,
Rotor: ungenutet,
Luftspalt: 0,07 cm.

Der Stator besitzt zwei Wicklungen: Eine Hauptwicklung I mit sinusförmiger Amperewindungsverteilung nach Bild 11a zur Erzeugung eines 4poligen Feldes von angenähert sinusförmiger Verteilung (Grundwelle B_4). Ferner eine Hilfswicklung II mit sinusförmiger Leitkurve der Amperewindungsverteilung nach Bild 11b zur Erzeugung eines übergelagerten 48 poligen Rechtecksfeldes (Effektivwert B_{48}). Erregte man die Felder B_4 und B_{18} einzeln, so ergaben sich die Hysteresverluste H_4 und H_{48}. Überlagerte man beide Amperewindungsverteilungen (Bild 11c) und Felder, so maß man die Hysteresverluste H_{4+48}. Bestimmte man gleichzeitig die Feldkomponenten B_4 und B_{48} des resultierenden Feldes und entnahm hierzu den früheren Einzelverlustmessungen die zugehörigen Werte H_4 und H_{48}, so ergab sich innerhalb der Meßgenauigkeit

$$H_{4+48} = H_4 + H_{48}.$$

Nach dieser kurzen Übersicht über die Berechnung der Hystereseverluste in einigen besonders einfachen Fällen von zusammengesetzter Erregung will ich kurz auf die Berechnung der zusätzlichen Hystereseverluste bei Asynchronmotoren eingehen.

I. Zusätzliche Oberflächen-Hystereseverluste in den Zahnkronen.

Die Magnetisierung der Zahnkronen stellt sich dar als eine sehr komplizierte Überlagerung einer ganzen Anzahl von Einzelfeldern. Da ist zunächst das Stator und Rotor verkettende synchrone Hauptfeld, das in den Statorzähnen mit der synchronen Frequenz, in den Rotorzähnen mit der Schlüpfungsfrequenz pulsiert, und das in den Zahnkronen (und Zahnstegen) als ein lineares Wechselfeld betrachtet werden kann.

Eine zweite Komponente bildet das „Nutenschlitzfeld", das sind Oberwellen des Hauptfeldes, die in den Statorzähnen durch die feldschwächende Wirkung der Rotornutenschlitze in den Rotorzähnen durch die Statornutenschlitze hervorgerufen werden. Diese Schlitzfelder gleiten an den Zähnen mit einer Geschwindigkeit gleich oder entgegengesetzt gleich der Rotorumfangsgeschwindigkeit vorüber.

Die 3. und 4. Komponente bilden die „Sägezahnfelder" der Stator- und Rotoramperewindungen. Relativ zu den Statorzähnen steht das Sägezahnfeld der Statoramperewindungen fest und pulsiert mit der synchronen Frequenz ist also ein Wechselfeld und zwar ein Querfeld, das sich durch die Zahnkronen schließt. Dagegen wird



das Sägezahnfeld der Rotoramperewindungen mit der Umfangsgeschwindigkeit v durch die Zahnkronen des Stators hindurchgeschleift. Umgekehrt steht relativ zu den Rotorzähnen das Sägezahnfeld der Rotoramperewindungen still und pulsiert nur mit der Schlüpfungsfrequenz, während das Sägezahnfeld der Statoramperewindungen mit der vollen Umfangsgeschwindigkeit v aber entgegen der Drehrichtung an den Rotorzahnkronen vorbeirotiert. Hiernach haben diejenigen Zahnfelder, welche zusätzliche Verluste in den Zahnkronen erzeugen, drehenden Charakter, können sich aber gleichwohl infolge der Unterbrechung der Ankeroberfläche durch die Nutenschlitze nicht als reine Drehfelder ausbilden. Dies und die Erhöhung der Sättigung, welche bei halbgeschlossenen Nuten die allmähliche Verschmälerung der Zahnkronen bewirkt, macht die rechnerische Erfassung der Vorgänge beinahe aussichtslos.

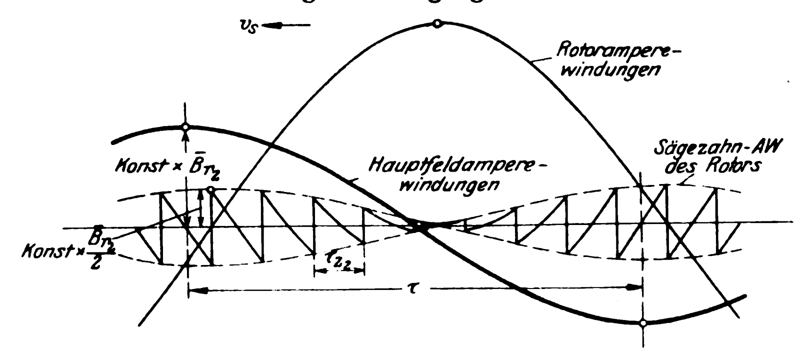


Bild 12. Gegenseitige Lage des Hauptfeldes und der Rotoramperewindungen.

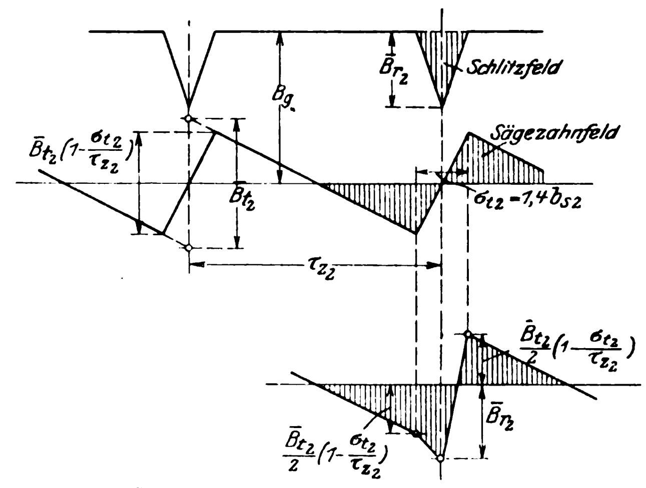


Bild 12a. Überlagerung von Schlitzfeld und Sägezahnfeld.

Der Weg einzige, um ohne sehr eingehende Untersuchungen zu einer Abschätzung der zusätzlichen Oberflächenverluste zu gelangen, scheint mir in einer Zurückführung der Hystereseverluste auf die bereits recht genau berechneten Wirbelstromverluste zu bestehen.

Dabei ergibt sich aber sogleich eine neue Schwierigkeit. Bei den Wirbelstromverlusten war es natürlich und zweckmäßig, die Reluktanzverluste und Treppenverluste getrennt zu berechnen. Für die Hystereverluste ist das nicht mehr statthaft. Diese müssen vielmehr aus dem resultierenden Luftspaltfeld abgeleitet werden. Wir müssen daher zuerst untersuchen, was bei dieser Superposition von Sägezahnfeld und Schlitzfeld herauskommt und welches von beiden Feldern bei Vollast den Ausschlag gibt.

In Bild 12 ist diese Untersuchung für das Sägezahnfeld der Rotoramperewindungen und das Schlitzfeld der Rotornuten durchgeführt. Da die Rotoramperewindungen den Hauptfeldamperewindungen um rund 90^0 nacheilen, so fallen die maximalen Amplituden $\frac{\bar{B}_{t2}}{2}$ des Sägezahnfeldes und $\bar{B}_{r2}$ des Schlitzfeldes örtlich beinahe zusammen. Da beide Felder außerdem mit gleicher Geschwindigkeit rotieren, können sie — soweit das Luftspaltfeld in Frage kommt, einfach addiert werden. Dabei kann die Basis des Schlitzfeldes ($2\,\sigma_r$ in Bild 14) mit guter Annäherung der Schrägung des Sägezahnes $\sigma_t = 1{,}4 b_9$ in Bild 15) gleichgesetzt werden. Das Resultat der Superposition zeigt Bild 12a, wobei die superponierten Felder folgende Größe besitzen (Bezeichnungen nach Bild 13, 14 und 15, J_{2m} = Erregerstrom bezogen auf die Rotorwicklung)

$$\frac{\bar{B}_{t2}}{2} = \frac{0{,}4\,\pi}{\delta} \cdot \frac{J_2 \sqrt{2}\, n_{s2}}{2\,a_2} f_2$$

$$\bar{B}_{r2} = 0{,}4\,\pi \cdot \left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{d_2}\right) \cdot \frac{J_{2m} \sqrt{2}\, n_{s2}\, q_2}{2\,a_2} \cdot \frac{6}{\pi} f_2 \cdot \frac{\pi^2}{9}.$$

Daraus folgt

$$\frac{\bar{B}_{r2}}{\frac{\bar{B}_{t2}}{2}} = \frac{J_{2m}\, q_2}{J_2} \cdot \frac{2\,\pi}{3}\left(1 - \frac{\delta}{d_2}\right). \tag{26}$$

Die Auswertung lehrt, daß $\bar{B}_{r2}$ und $\frac{\bar{B}_{t2}}{2}$ bei Vollast von gleicher Größenordnung sind. Die Überlagerung des Schlitzfeldes über das Sägezahnfeld hat also in der Hauptsache dieselbe Wirkung wie eine Verschmälerung der Schrägung σ_{t2} auf die Hälfte. Ob dies für die Hystereseverluste von wesentlichem Einfluß ist, wissen wir nicht. Wahrscheinlich ist es nicht. Man tut daher am besten, die zusätzlichen Hystereseverluste bei Vollast allein aus dem Sägezahnfeld abzuleiten und zwar, wie schon erwähnt auf die Weise, daß man sie zu den bereits berechneten Wirbelstrom-Treppenverlusten in Beziehung setzt.

Dazu steht uns Gleichung (25) zur Verfügung, wobei $\eta_H = 2$, $\eta_w = 1$, $B = B_t' \frac{1 - \frac{\sigma}{\tau_z}}{2}$ und ν gleich der Zahnperiodenzahl ν_z zu setzen ist. Die letzte Annahme ist natürlich sehr ungenau, da die Oberwellen des Zahnfeldes für die Wirbelstromverluste eine ganz andere Rolle spielen als für die Hystereseverluste. Immerhin ist es die einfachste und darum beste Annahme, die wir machen können. Endlich ist noch wegen der vielfachen Feldüberlagerungen σ_H' ungefähr 50% höher zu schätzen als σ_H nach den Messungen im Epsteinapparat, wozu noch ein Bearbeitungszuschlag nach Bild 4 tritt. Unter Beachtung aller dieser Einflüsse setzen wir:

$$P_H = P_{tw} \cdot \frac{\sigma_H' \left(1 + \frac{B_c}{B_t'} \cdot \frac{4}{1 - \frac{\sigma}{\tau_z}}\right)}{\frac{\pi^2}{10} \cdot \frac{\lambda}{6}} \cdot \frac{1}{\nu_z\, \Delta^2} \cdot \frac{f_H}{f_w}. \tag{27}$$

2. Zusätzliche Hystereseverluste in den Zahnstegen.

In den Zahnstegen ist rein lineare Hysterese vorhanden. Dem niederfrequenten Hauptfeld überlagert sich die hochfrequente Zahnfluxschwingung. Im ganzen und

großen sind die Bedingungen des „2. Hauptfalles" erfüllt. Nach den dort besprochenen Gesetzmässigkeiten sind wir berechtigt, die Hystereseverluste für das Grundfeld und die Oberschwingung getrennt zu berechnen und mit einem Zuschlag ($\sigma_H' > \sigma_H$) zu den hochfrequenten Verlusten zu addieren. Im allgemeinen sind letztere nicht sehr groß und **man** kann sich daher ihre Berechnung dadurch leicht machen, daß man sie auf die bereits berechneten Wirbelstromtreppenverluste[1]) zurückführt. Das Verhältnis beider Verluste ist durch Gleichung (22) gegeben. Also z. B. für die zusätzlichen Hystereseverluste im Rotorzahnkranz

$$P_{b\,2} = P_{t\,2} \cdot \frac{\sigma_H' \left(1 + \frac{B_c}{B_2}\right)}{\frac{\pi^2}{10} \cdot \frac{\lambda}{6}} \cdot \frac{1}{\nu_{z\,1}\,\Delta^2} \cdot \frac{f_H}{f_w}. \tag{28}$$

Dabei ist $\nu_{z\,1} = \frac{v}{t_{z\,1}}$ die durch die Statorzähne erregte Zahnperiodenzahl. B_2 ist aus dem maximalen Zahnflux nach Gleichung (34) bzw. (35) (Teil 2) zu berechnen [mit $B_t = \bar{B}_t'$ nach Gleichung (18c), Teil 2]. σ_H' soll bei den üblichen Zahninduktionen wenigstens 100% höher gesetzt werden als für die Grundwelle im Epsteinapparat, teils mit Rücksicht auf die Verschlechterung des Materials durch das Stanzen, teils mit Rücksicht auf die Erhöhung der Verluste bei Überlagerung der niederfrequenten Magnetisierung.

3. Zusätzliche Hystereseverluste im Ankerrücken.

Im allgemeinen spielen die zusätzlichen Hystereseverluste im Ankerrücken eine so geringe Rolle, daß ihre Berechnung unterbleiben kann.

Anhang II.

Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse und Formeln zur Berechnung der zusätzlichen Wirbelstromverluste im Ankereisen.

Die Hinzufügung dieses Anhanges verfolgt zwei Ziele: Fürs erste soll er dem, welcher die Arbeit studiert hat, die Anwendung der Resultate erleichtern, indem er ihm in gedrängter Kürze eine Übersicht über die Bedeutung der gewählten Bezeichnungen, die zugrunde gelegten Annahmen und die anzuwendenden Formeln und Kurvenblätter gibt. Abgesehen davon soll der Anhang aber auch jedermann, ohne Studium der Ableitungen, eine mechanische Anwendung der Theorie ermöglichen, wofern man nur von dem kurzen einleitenden Kapitel zum ersten Teil („allgemeine Gesichtspunkte") Kenntnis genommen hat. Und selbst dies kann unterbleiben, falls von der Berücksichtigung des Skineffektes abgesehen wird. Damit soll natürlich nicht gesagt werden, daß dieser Anhang etwa das Studium der Arbeit ersetzen könnte. Das ist natürlich keineswegs der Fall. Zu einer Beherrschung des Problems gehört ja, daß man es von verschiedenen Gesichtspunkten anfassen kann, und das setzt voraus, daß man sich die verschiedenen Behandlungsmethoden wirklich zu eigen gemacht hat. Insbesondere gilt dies für die allgemeinen Methoden nach Teil I, Kapitel 4, für deren Anwendung kein kurzes Rezept mitgeteilt werden kann,

[1]) Die „Reluktanz-Hystereseverluste" sind aus den gleichen Gründen wie im vorigen Abschnitte zu vernachlässigen.



Teil I.

1. Bezeichnungen und Wicklungsdaten.

Diese sind mit ganz wenigen Ausnahmen in Bild 13 eingetragen. Allgemein gilt für die folgende Zusammenstellung: derjenige Teil, welcher die Verluste erzeugt, hat den Index 1; derjenige Teil, in welchem die Verluste erzeugt werden, hat den Index 2, z. B.:

Ankeroberfläche des Teiles, in welchem die Verluste erzeugt werden:

$$O_2 = 2\,p\,\tau\,L_2,$$

bzw.

$$O_2' = Q_2 \tau_{z\,2}' L_2 = 2\,p\,\tau\,L_2 \cdot \frac{\tau_{z\,2}'}{\tau_{z\,2}},$$

$$\tau_{z\,2}' = \tau_{z\,2} - b_{s\,2}\,y_2' \ldots y_2' \text{ nach Bild 12, Teil I.}$$

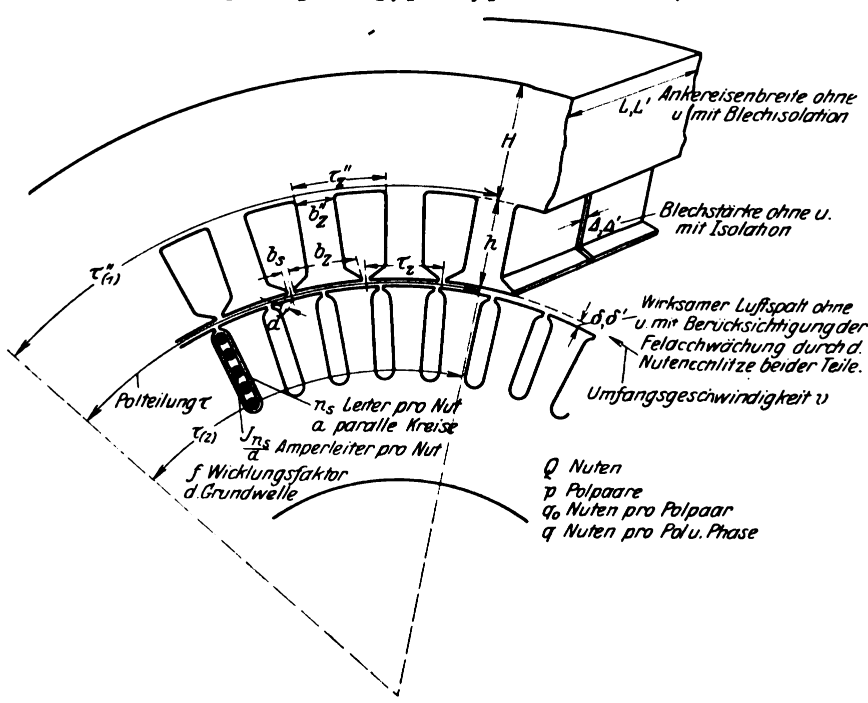


Bild 13. Bezeichnungen und Wicklungsdaten.

2. Zugrunde gelegte Form der Zahnfelder.

a) Deformierung des Leerlauffeldes Bg bzw. Bg' durch die Nutenschlitze; Bild 14. Mit Bg', welches die feldschwächende Wirkung der

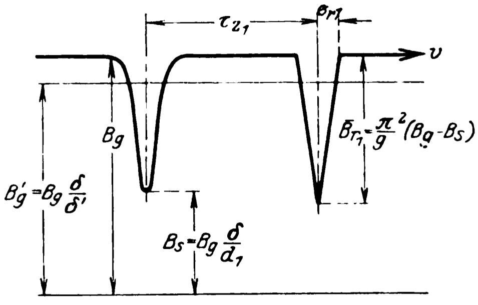


Bild 14. Schwächung des Luftspaltfeldes durch die Nutenschlitze des Stators (Index 1) „Schlitzfeld".

Nutenschlitze beider Teile berücksichtigt, ist die vom Hauptfeld induzierte Wicklungsspannung zu berechnen.

$$\sigma_{r_1} = \frac{9}{\pi_2} \frac{b_{s1} y_1'}{1 - \frac{\delta_1}{d_1}} \qquad y_1' \text{ nach Bild 12, Teil I.}$$

b) Deformierung des Belastungsfeldes durch die Zickzackstreuung; Bild 15.

$$\bar{B}_{t\,1} = \frac{0{,}4\pi}{\delta_t} \cdot J_1 \sqrt{2} \cdot \frac{n_{s1} f_1}{a_1}.$$

Bei gesättigten Zahnkronen ist δ_t etwas größer als δ (s. Teil II Abschnitt 3).

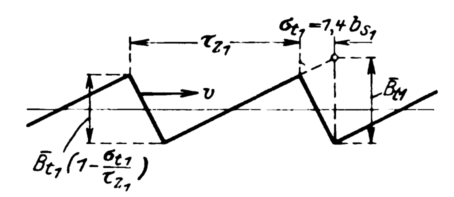


Bild 15. Belastungsoberfeld des Stators (Index 1) „Sägezahnfeld".

3. Normale Wirbelstromverluste durch das Hauptfeld Bg' im Rücken des primären Teiles.

$$\frac{P_0}{2\,p\,\tau\,L} = \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\lambda}{6} \cdot \eta_w\right) \cdot \frac{1}{2\tau} \left[\frac{v_s}{1000} \cdot \frac{Bg'}{1000} \cdot \Delta'\right]^2$$

λ = elektrische Leitfähigkeit der Ankerbleche (λ = 1 bis 6)

v_s = synchrone Umfangsgeschwindigkeit

$$\eta_w = \frac{1}{f\left(\frac{H}{\tau''}\right)} \text{ nach Bild 14 Teil 1.}$$

Infolge der ungenügenden Isolation der Bleche gegeneinander sind diese Verluste gewöhnlich 2 bis 3 mal so groß als die obige Formel angibt. Hingegen haben Versuche gezeigt, daß die durch die kurzwelligen Zahnfelder erzeugten Wirbelstromverluste durch ungenügende Blechisolation gewöhnlich nicht merklich vergrößert werden.

4. Oberflächen-Reluktanzverluste.

a) Ohne Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{r2}}{O_2'}\right)_0 = \frac{1}{2^*} \cdot \left(\frac{2}{\pi} \frac{\lambda}{6}\right) \frac{1}{\tau_{z\,1}} \left[\frac{v}{1000} \frac{\bar{B}_{r\,1}}{1000} \Delta'\right]^2 \cdot \sum\nolimits_{r0}' .$$

b) Mit Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{r2}}{O_2'}\right)_\xi = \left(\frac{P_{r2}}{O_2}\right)_0 \cdot \frac{3}{\xi} \cdot \frac{\sum_{r\xi}}{\sum_{r0}}$$

$\sum_{r0}'$ und $\frac{\sum_{r\xi}}{\sum_{r0}}$ nach Bild 18 Teil I

$$\xi = \Delta \cdot 2\pi \sqrt{\lambda\,\mu\,\frac{v}{\tau_{z1}}\,10^{-5}} \text{ nach Teil I „allgemeine Gesichtspunkte.}$$

5. Oberflächen-Treppenverluste.

Eine auch nur einigermaßen genaue Berechnung der Treppenverluste verlangt bei halbgeschlossenen Nuten unbedingt eine Berücksichtigung der Zahnkronenform, da die allmähliche Verschmälerung der Zahnkrone mit der Sättigung auch die Verluste wesentlich erhöht.

Erste Methode.

A. Verluste des glatten Ankers.

a) Ohne Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{t2}}{2p\tau L}\right)_0 = \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\lambda}{6}\right)\frac{1}{\tau_{z1}}\left[\frac{v}{1000}\cdot\frac{B_{t1}}{1000}\Delta'\right]^2 \sum_{t0}.$$

b) Mit Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{t2}}{2p\tau L}\right)_\xi = \left(\frac{P_{t2}}{2p\tau L}\right)_0\cdot\frac{3}{\xi}\cdot\frac{\sum_{t\xi}}{\sum_{t0}}.$$

$\sum_{t0}$ und $\sum_{t\xi}$ nach Bild 25 Teil I.

$\dfrac{\sum_{t\xi}}{\sum_{t0}}$ nach Bild 28 Teil I.

$\xi = \Delta\cdot 2\pi\sqrt{\lambda\mu\frac{v}{\tau_{z1}}\,10^{-5}}$ nach Teil I „allgemeine Gesichtspunkte".

B. Verluste des Nutenankers (Eisenoberfläche o_2).

Die Berücksichtigung der Ankernutung ist möglich, wenn für die betreffende Zahnform bekannt ist, in welchem Verhältnis Σ'_α die Verluste der Grund- und Oberwellen des Sägezahnfeldes durch die Nutung und die allmähliche Verschmälerung der Zahnkronen vergrößert werden. Für eine gebräuchliche Zahnform ist Σ_α' gemäß Bild 22 Teil I berechnet und kann in Bild 20 für die nte Oberwelle des Sägezahnfeldes als Funktion von $\alpha = 2n\frac{\tau_{z2}'}{\tau_{z1}}$ abgelesen werden. Die Beiträge der ersten bis vierten Harmonischen zu den Reihen Σ_{t0} und $\Sigma_{t\xi}$ sind in Bild 25 angegeben. Diese sind also mit

$$\left(\sum\nolimits'_\alpha\right)_{n=1} - 1 \quad \text{bis} \quad \left(\sum\nolimits'_\alpha\right)_{n=4} - 1$$

zu multiplizieren und die Summe dieser Zuschläge zu den Reihen Σ_{t0} und $\Sigma_{t\xi}$ zu addieren. Für höhere Oberwellen beträgt der Zuschlag etwa 30% und man begeht keinen wesentlichen Fehler, wenn man für alle Oberwellen $n > 5$ diesen festen Zuschlag anwendet.

Zweite Methode.

A. Verluste des Nutenankers bei konstanter Zahnbreite.

a) Ohne Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{t2}}{O'_2}\right)_0 = \frac{1}{2^*}\cdot\left(\frac{1}{2\pi}\frac{\lambda}{6}\right)\frac{1}{\tau_{z1}}\left[\frac{v}{1000}\frac{B_{t1}'}{1000}\Delta'\right]\cdot\sum\nolimits'_{t0}.$$



b) Mit Skineffekt:

$$\left(\frac{P_{t2}}{O'_2}\right)_\xi = \left(\frac{P_{t2}}{O_2}\right)_0 \cdot \frac{3}{\xi} \cdot \frac{\sum_{t\xi}}{\sum_{t0}}.$$

Σ_{t0}' für $\tau_{z1} > \tau_{z2}' + \sigma_{t1}$ nach Bild 28;

„ $\tau_{z1} = \tau_{z2}'$ nach Bild 30a;

„ $\tau_{z1} = \tau_{z2}' - \sigma_{z1}$ und $\sigma_{z1} < \frac{\tau_{z2}'}{3}$ nach Bild 30b;

„ $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2} + \frac{\sigma_{t1}}{2}$ und $\sigma_{t1} < \frac{\tau_{z2}'}{3}$ nach Bild 30c;

„ $\tau_{z1} = \frac{\tau_{z2}'}{2}$ nach Bild 30d.

Ist also $\tau_{z2}' \gtreqless \tau_{z1}$ und sind τ_{z1} und σ_{z1} gegeben, so gibt es nur 4 Werte von τ_{z2}', für welche die obige Methode direkt angewendet werden kann. Die Lösung für Zwischenwerte muß durch Interpolation gefunden werden.

B. Verluste des Ankers mit halbgeschlossenen Nuten.

Die Berücksichtigung der Verschmälerung der Zahnkronen bei halbgeschlossenen Nuten ist möglich, wenn für die betreffende Zahnform bekannt ist, in welchem Verhältnis Σ_α'' die Verluste der Grund- und Oberwellen $\left(\text{Wellenlänge } \frac{2\tau_{z2}'}{n}\right)$ gegenüber einem Anker mit konstanter Zahnbreite vergrößert werden. Für eine gebräuchliche Zahnform ist Σ_α'' gemäß Bild 22 ausgerechnet und kann aus Bild 20 als Funktion von n abgelesen werden. Die Beiträge der 1. und 2. Harmonischen zu den Reihen Σ_{t0}' sind in den Bildern 28 und 29a bis 29d angegeben. Diese Beiträge sind also mit $\Sigma_\alpha'' - 1$ zu multiplizieren und zur Summe Σ_{t0}' zu addieren.

Teil II.

6. Die Zahn-Reluktanzverluste im Zahnvolumen V_{z2} (mittlere Zahnbreite b_{zm2}).

$$\frac{P_{r2}}{V_{z2}} = \frac{1}{2^*}\left(\frac{2}{3}\frac{\lambda}{6}\right)\left[\frac{v}{1000} \cdot \frac{B_{r1}}{1000\, b_{zm2}}\frac{\Delta'}{}\right]^2 \frac{\sigma_{z1}}{\tau_{z1}} f(\beta_1),$$

wobei

$$\beta_1 = |\tau_{z2}' - \tau_{z1}| + 2\sigma_{r1}.$$

Die übrigen Bezeichnungen wie unter (2a) und Bild 14.

$$f(\beta_1) = 1 \quad \text{für} \quad \tau_{z1} - \sigma_{r1} > \tau_{z2}' + \sigma_{r1}$$

oder

$$\tau_{z1} + \sigma_{r1} < \tau_{z2}' - \sigma_{r1},$$

$$f(\beta_1) = 1 - \frac{1}{4}\left(\frac{\beta_1}{\sigma_{r1}}\right)^2 \quad \text{für} \quad \beta_1 < \sigma_{r1}$$

und

$$\tau_{z1} + \sigma_{r1} > \tau_{z2}' \pm \sigma_{r1} > \tau_{z1} - \sigma_{r1},$$

$$f(\beta_1) = \frac{3}{4}\frac{\beta_t}{\sigma_{r1}}\left(2 - \frac{\beta_t}{\sigma_{r1}}\right)^2 \quad \text{für} \quad \beta_1 > \sigma_{r1}$$

und

$$\tau_{z1} + \sigma_{r1} > \tau_{z2}' \pm \sigma_{r1} > \tau_{z1} - \sigma_{r1}.$$



7. Die Zahn-Treppenverluste im Zahnvolumen V_{z2} (mittlere Zahnbreite b_{m2}).

$$\frac{P_{t2}}{V_{z2}} = \left(\frac{1}{3} \frac{\lambda}{6}\right) \left[\frac{v}{1000} \frac{q_{01} \bar{B}_{t1}'}{1000} \cdot \frac{\Delta'}{q_{02}' b_{m2}}\right]^2 \cdot f_t,$$

$$\bar{B}_{t1}' = \bar{B}_{t1} \frac{\sqrt{3}}{2 f_1} \qquad \bar{B}_{t1} \text{ siehe (2 b)},$$

$$q_{02}' = q_{02} \cdot \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2}'}.$$

a) $\tau_{z2}' < \tau_{z1}$

$$f_t = f_{t2} - \frac{1}{3} \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} \left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2,$$

$\sigma_{t1} \doteq 1{,}4\, b_{s1}$,

f_{t2} nach Bild 14, Teil II.

b) $\tau_{z2}' > \tau_{z1}$

$$f_t = f_{t2} - \frac{1}{3} \frac{\sigma_{t1}}{\tau_{z1}} \left(\frac{q_{02}'}{q_{01}}\right)^2,$$

f_{t2} nach Bild 15, Teil II.

Teil III.

8. Die zusätzlichen Wirbelstromverluste im Ankerrücken.

Wir berücksichtigen nur die Treppenverluste P_{t2}' für die Grundwelle des Sägezahnfeldes und beziehen diese auf die Oberflächen-Treppenverluste P_{t2} eines ungenuteten Ankers (nach 5 A a oder b) mittels der Näherungsgleichung:

$$P_{t2}' = P_{t2} \cdot \frac{t_1}{\sum_{t0}} \left|\frac{q_{10} - x\, q_{20}}{q_{10}}\right| \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{q_{10} - q_{20}'}{q_{20}'} \pi\right)}{\frac{q_{10} - x\, q_{20}}{q_{20}} \pi} \cdot \frac{\sin\left(\frac{q_{10} - x\, q_{20}}{q_{20}} \frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''} \pi\right)}{\frac{q_{10} - x\, q_{20}}{q_{20}} \cdot \frac{b_{z2}''}{\tau_{z2}''} \pi}\right]^2,$$

$$q_{20}' = q_{20} \frac{\tau_{z2}}{\tau_{z2}'},$$

b_{z2}'' und τ_{z2}' nach Bild 13,

$x = 0, 1$ oder 2 und so zu wählen, daß $q_{10} - x\, q_{20} \leq \frac{q_{20}}{2}$,

t_1 = Beitrag der Grundwelle zu Σ_{t0}; t_1 und Σ_{t0} nach Bild 25, Teil 1.

Literaturverzeichnis.

R. R. Lawrence, „Principles of Alternating Currents."

J. H. Morecroft, „Prinziples of Radio Communication."

A. Boyajian, Theory of D.-C. Exited Iron-Core Reactors and Regulators, J. A. I. E. E. Oct 1924.

L. W. Chubb and Thos. Spooner, The Effect of Displaced Magnetic Pulsation on the Hysteresis Loss of Sheet Steel, J. A. I. E. E. Oct. 1915.

W. Fondiller and W. H. Martin, „Hysteresis Effects with Varying Superposed Magnetizing Forces", J. A. I. E. E. Febr. 1921.

Y. Niwa and Y. Asami, „Magnetic Properties of Sheet Steel Under Superposed Alternating Fields and Unsymmetrical Hysteresis Losses." Bull. 124, Electrotech. Lab., Tokyo.

Y. Niwa, J. Matura, J. Sugiura, „Further Study of Unsymmetrical Hysteresis Losses,“ Bull. 144, Electrotech. Lab., Tokyo.

G. Valauri, „Relations Between Parameters of Ferro-magnetism,“ L'Elettrotecnica, Vol. IV, No. 28. 1917.

M. Paris, „Dissymetrical Magnetic Hysteresis Loops in a Field of Constant Direction. L'Elettrotecnica, Voll. 11, No. 16. 1924.

N. H. Williams, „Some Effects of Cross Magnetizing Fields upon Hysteresis.“ Phys. Rev., April 1917.

Waggoner and Freeman, „The Suppression of Hysteresis in Iron-Carbon Alloys by a Longitudinal Alternating Magnetic Field,“ G. E. Rev., Feb. 1918.

A. W. Smith, „The Effect of a Superposed Constant Field,“ upon the Alternating Current Permeability and Energy Loss in Iron.“ Phys. Rev., Vol. 17, p. 416. 1921.

F. Schröter, „Iron Losses Due to Simultaneous Excitation at Two Different Frequencies,“ AfE. March 31. 1924.

M. Stoeckl, „Wellenstrommagnetisierung und Wellenstrommessungen mit eisenhaltigen Meßgeräten,“ AfE. Nov. 7, 1924.

Sprungwelle, Spule und Kathodenoszillograph[1].

Von

W. Rogowski.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

1. Deutung der Angaben des Kathodenoszillographen bei Spulenmessungen. Bekanntlich sind wir noch nicht genügend genau darüber unterrichtet, wie sich Spulen gegenüber Wanderwellen verhalten. Hier kann der Kathodenoszillograph willkommene Aufklärungsarbeit leisten. Was sollen wir aber mit ihm messen, um möglichst einfach über die nicht unkomplizierten Vorgänge ins Klare zu kommen? Bequem mißt der Kathodenoszillograph bei kurzen Zeiten nur Spannungen. Die Messung der Stromstärke ist auch möglich, schafft aber im allgemeinen höhere Rückwirkungen als die Messung der Spannung. Wir werden somit aus einzelnen

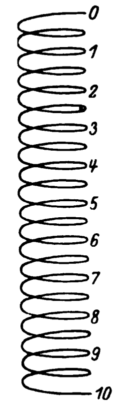


Bild 1. Spule und Klemmenbezeichnung. Abmessungen der Spule: 20 cm Durchmesser, 50 cm Höhe, 500 Windungen. Drahtstärke 0,7 mm.

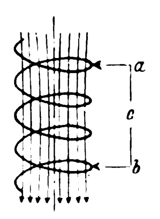


Bild 2. Spannung und Flußänderung.

gemessenen Teilspannungen das elektrische Feld, welches die Spule umgibt, aufbauen wollen. Ohne Frage gewinnen wir so einen gewissen Einblick. Bleiben wir aber hierbei stehen, so würden wir unsere Messungen nur halb ausnutzen. Eine wesentliche Vertiefung erhalten wir, wenn wir aus der Spannung auf die Änderung des magnetischen Flusses und von diesem wenigstens den rohen Zügen nach auf den Strom schließen.

Ich will dieses an einem Beispiel klar machen. Wir messen an der zu untersuchenden Spule (Bild 1) die Spannung der Windungsgruppe $a\,b$ (Bild 2). Wir können uns damit begnügen zu sagen, an dieser Windungsgruppe liege die Spannung in der durch den Kathodenoszillographen angegebenen Größe. Unsere Einsicht in das, was in der Windungsgruppe geschieht, wird aber stark erweitert, wenn wir auch noch die zur Spannung gehörige Flußänderung $\frac{d\Phi}{dt} = -e$ betrachten und von dieser auf den Fluß schließen. Die Spannung wird gemessen an den Kondensatorplatten des Oszillographen. Da das elektrische Feld in reinem Metall praktisch vollkommen vernachlässigt werden kann, so ist e auch die Umlaufspannung für den Weg: Spulenwindungen-Meßleitung-Ablenkungsplatten. Die durch diesen geschlossenen Meßweg gebildete Fläche wird durchsetzt von einem Fluß Φ. Dessen Änderung wird

[1] Bereits mitgeteilt in einem Vortrag, gehalten am 18. 11. 27 in Berlin vor der Gesellschaft für technische Physik.

somit ebenfalls unmittelbar durch den Oszillographen angezeigt[1]. Unsere Grundbeziehung ist natürlich bekannt. Aber in der bewußten Umdeutung der rein elektrischen Messung ins Magnetische liegt ein nützlicher Kunstgriff für Spulenuntersuchungen.

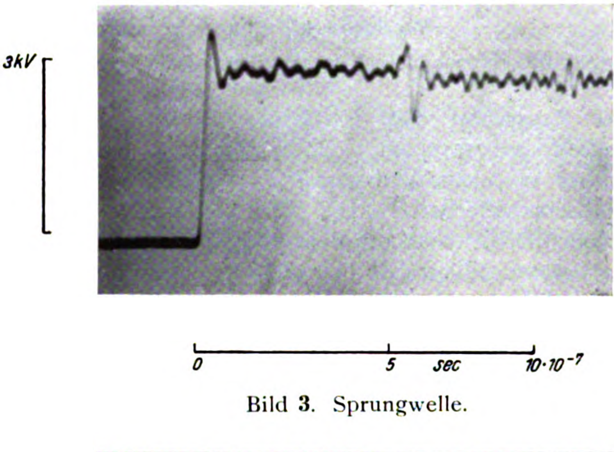


Bild 3. Sprungwelle.

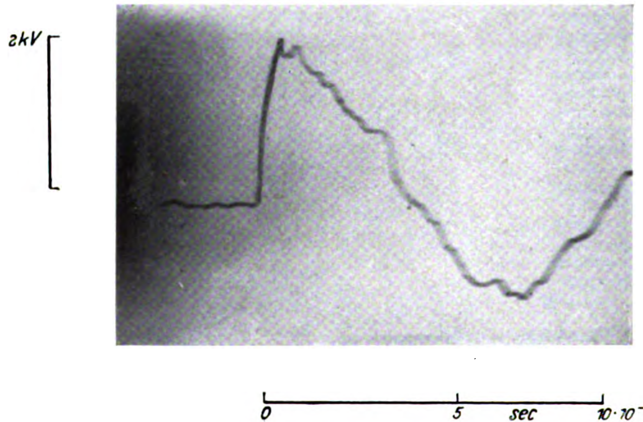


Bild 4. Spannung an den Klemmen 0,1.

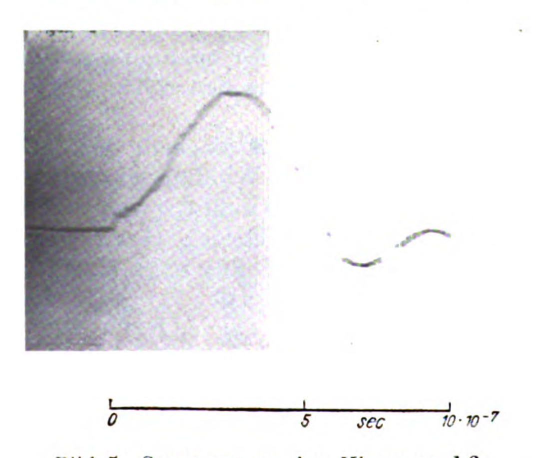
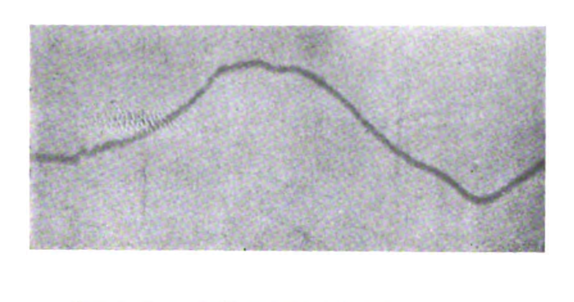


Bild 5. Spannung an den Klemmen 1,2.

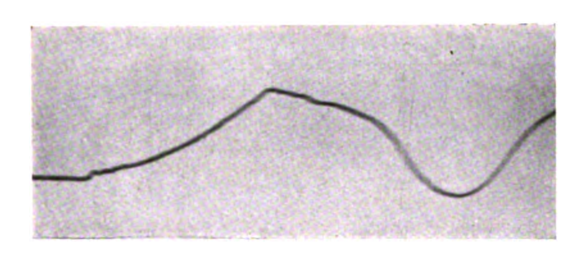
[1] Ausführliche Messungen werden demnächst die Herren Dr. Flegler und Jacobs bringen. Die vorliegenden Oszillogramme hat Herr Jacobs auf meine Anregung hin aufgenommen.

Freilich muß man nicht glauben, alle Feinheiten mit diesen Mitteln bereits deuten zu können. Denn bekanntlich sind elektrische, magnetische und Stromgrößen höchst kunstvoll durch die Maxwellschen Gleichungen miteinander verknüpft. In gewissen Fällen wird gar nichts anderes übrig bleiben, als sie für spezielle



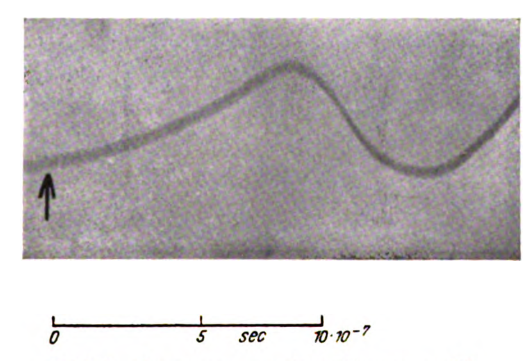
0 5 sec $10 \cdot 10^{-7}$

Bild 6. Spannung an den Klemmen 3,4.



0 5 sec $10 \cdot 10^{-7}$

Bild 7. Spannung an den Klemmen 4,5.



0 5 sec $10 \cdot 10^{-7}$

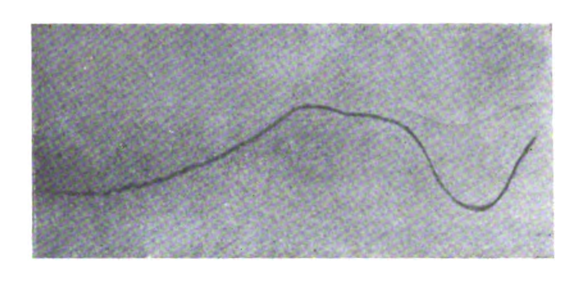
Bild 8. Spannung an den Klemmen 5,6.

Fälle zu lösen und die Lösung mit dem Experiment zu vergleichen. Aber einige Hauptzüge wird man in vielen Fällen bereits mit den einfachen obigen Hilfsmitteln bewältigen können.

2. **Spule und Sprungwelle.** Wir lassen nun eine (unendlich) lange Sprungwelle (Bild 3) auf eine Spule auftreffen. Wir fragen: Was geschieht in der Spule? Es liegt nahe, aufeinanderfolgende Windungsgruppen abzutasten und das Augenmerk

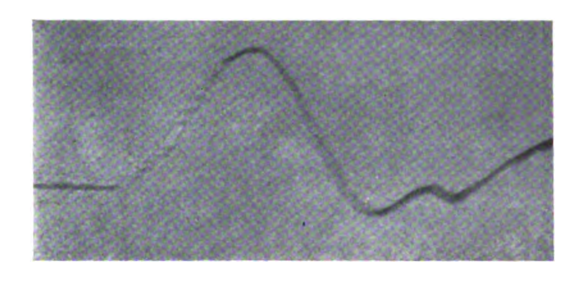


darauf zu richten, wie nach und nach der Fluß in jeder Gruppe einsetzt und sich verändert. Offenbar erwarten wir, daß das erste Maximum des Flusses zeitlich verschoben erscheint, da ja offensichtlich der Strom, der den Fluß hervorruft, nur nach und nach die Windung durchfließen und in die mittleren Partien der Spule gelangen kann



0 5 sec $10 \cdot 10^{-7}$

Bild 9. Spannung an den Klemmen 6,7.



0 5 sec $10 \cdot 10^{-7}$

Bild 10. Spannung an den Klemmen 8,9.

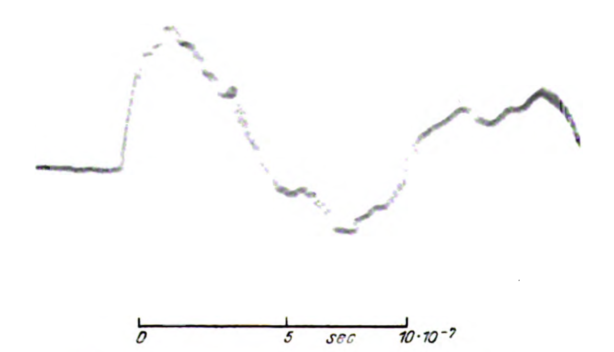
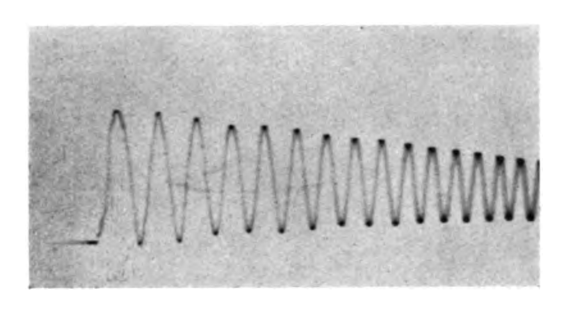


Bild 11. Spannung an den Klemmen 9,10.

(Bild 1). Die nebenstehenden Oszillogramme 4 bis 11 stimmen mit dieser Erwartung völlig überein. Freilich muß man sich hierzu die Kurven der Oszillogramme erst integriert denken. Weiter sehen wir, daß an der ersten Windungsgruppe (Bild 1 Klemme 0 und 1) eine starke Flußänderung (Spannung) sofort eintritt (Bild 4). In der zweiten Windungsgruppe (Klemme $1 \div 2$, Bild 1) findet sie später statt (Bild 5) und so fort bis zur Mitte (Bild 6 und 7). Gehen wir über die Spulenmitte

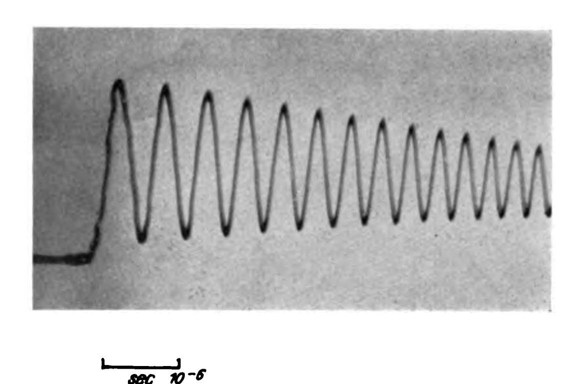
hinaus (Bild 8 und 9), so erfolgen die Fluß und Spannungsmaxima wieder früher. Wir kommen jetzt in den Bereich des Endes der Spule, wo sozusagen die entgegengesetzte Welle uns entgegeneilt. Wenn wir die letzte Windungsgruppe betrachten, so erhalten wir sofort mit Eintreffen der Welle wieder das Maximum der Flußänderung. Die Oszillogramme sind somit in ihren Anfängen nach dem vorhergehenden durchaus verständlich.



sec 10^{-6}

Bild 12. Spannung an den Klemmen 4,6.

Messen wir die Spannung zwischen den Klemmen 0,5 (Bild 1), so können wir kein verspätetes Einsetzen gegenüber der Spannung 0,1 erwarten, da ja die Flußänderung in den Windungsgruppen 0,1 und 0,5 anfänglich als ziemlich gleich anzusehen ist. Der Versuch hat dies auch bestätigt.



sec 10^{-6}

Bild 13. Spannung an den Klemmen 3,7.

Weiter zeigen die Bilder 4—11 recht deutlich, wie das erste Spannungsmaximum die Anfangswindungen trifft. Es wandert dann aber in praktisch gleicher Höhe durch die ganze Spule.

Wie schwingt denn nun die angestoßene Spule? Ist e die Spannung an der Gesamtspule, Φ der Fluß durch die Gesamtspule und kann der Widerstand vernachlässigt werden, so muß sein $\frac{d\Phi}{dt} = -e$. Es sei $e = \text{const.}$ (vgl. Bild 3). Eine erste Teillösung dieser Gleichung besteht darin, daß der Gesamtfluß dauernd ansteigt und daß an den Windungsgruppen eine entsprechend ihrer Windungszahl reduzierte Spannung liegt [1]. Das Anstiegstempo des Flusses irgendwelcher Windungen ist bei dieser ersten Teillösung konstant. Über diese Teillösung müssen wir eine zweite Teillösung lagern,

[1] An den Spulenenden sinken die Teilspannungen in bekannter Weise ab.

die einem Schwingungszustand entspricht, für die dauernd, auf die ganze Spule bezogen, $\Phi = 0$ ist. Solche Schwingungszustände, die somit der Einschaltschwingung entsprechen, brauchen wir, da ja anfänglich in den inneren Partien der Spulen kein Strom fließt und somit die erste Teillösung hier anfänglich nicht die richtigen Anfangsbedingungen wiedergibt.

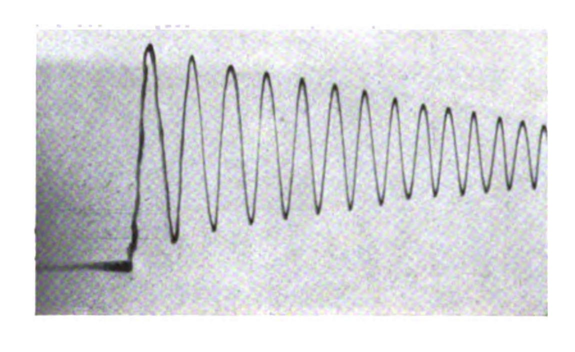


Bild 14. Spannung an den Klemmen 2,8.

Was sagt hierzu das Experiment? Wir messen um die Mitte der Spule die Spannung an symmetrischen Punkten. Die mittleren zwei Windungsgruppen ergeben Bild 12, die mittleren vier Windungsgruppen Bild 13 und die mittleren sechs Windungsgruppen Bild 14. Wir sehen zunächst, daß wir es, genau wie vorhin gesagt, mit einem

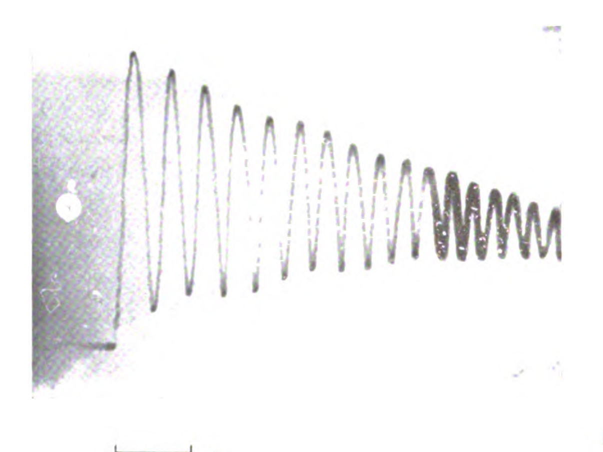


Bild 15. Spannung an den Klemmen 1,9.

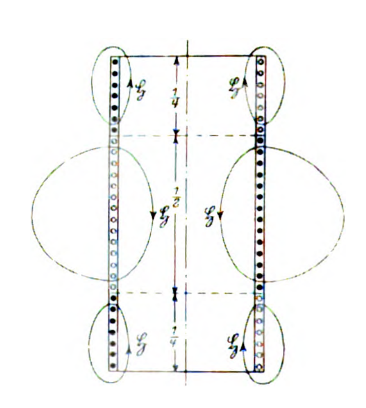


Bild 16. Schwingungsbild für den Strom bei der Grundwelle zweiter Art (schematisch).

durchschnittlichen mittleren Flußanstieg und obendrein mit einer ziemlich ausgesprochen reinen Schwingung (Einschaltschwingung) zu tun haben. In der Mitte der Spule liegt ohne Frage ein Fluß- bzw. ein Strombauch. Messen wir noch die Spannung an den Spulenklemmen 1,9, so erhalten wir, Bild 15, so ziemlich das Maximum dieser Schwingung. Wir sehen, die Spannung geht weit über die Klemmenspannung der Spule (Bild 3) hinaus. Mit anderen Worten: Wenn die Spannung in einem bestimmten Momente zwischen den Klemmen 1,9 positiv ist, so muß die Spannung auf dem Wege 0,1 und 9,10 negativ sein. Beide zusammen müssen sich in jedem Augenblick zu der Klemmenspannung der Spule ergänzen. Fassen wir nur allein die angestoßene Schwingung, nicht den gleichmäßigen Flußanstieg ins Auge, so sehen wir,

daß die angestoßene Schwingung für die gesamte Spule die Spannung Null liefert. Der Strom im oberen und unteren Teil der Spule muß also in jedem Augenblick entgegengesetzt dem Strom in der Spulenmitte sein. Wir kommen somit zu einem Schwingungszustand, der in Bild 16 gezeichnet ist. Offenbar wird hier eine Schwingung zweiter Art, wie ich sie genannt habe[1], angestoßen. Wenn dies richtig sein soll, so

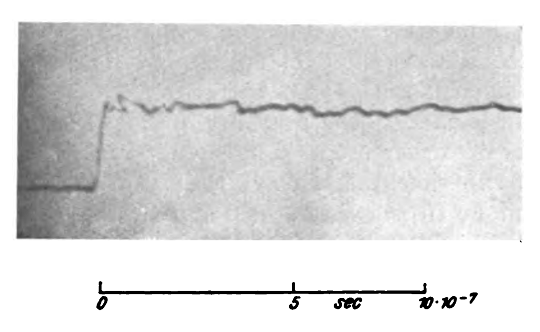


Bild 17. Spannung an den Klemmen 0,5.

muß die Spannung Spulenanfang-Spulenmitte und Spulenmitte-Spulenende ziemlich frei von Schwingungen sein und gleich der halben Klemmenspannung. Führt man den Versuch aus, so erhält man tatsächlich das erwartete Ergebnis, wie die Bilder 17 und 18 zeigen. Für die halbe Spule (nicht nur für die ganze) ist die ihr insgesamt zuzuordnende Flußschwankung der Schwingung ebenfalls Null. Die Schwingung ist in der Nähe der Spulenmitte ziemlich rein harmonisch in der Grundwelle.

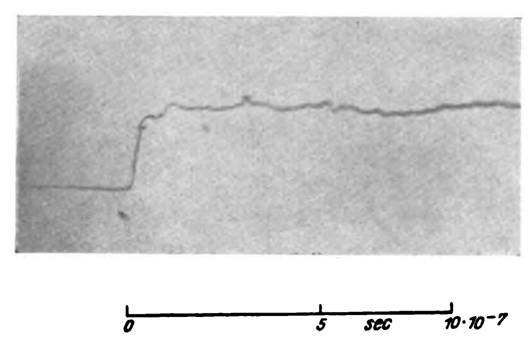


Bild 18. Spannung an den Klemmen 5,10.

Sie hat in den ersten Windungsgruppen am Anfang und Ende der Spule, wie uns weitere Versuche gelehrt haben, auch höhere Schwingungen zweiter Art. Aus dem Experiment sehen wir ohne weiteres (Bild 15), daß durch die Schwingungsamplitude, wenn wir von der Gleichkomponente, Bild 15, absehen, nicht ganz die Höhe der Klemmenspannung erreichen kann. Die maximale Spannung an der Spule steigt gelegentlich nicht ganz auf das Doppelte der Klemmenspannung. Ist die Schaltspannung E, so verdoppelt sich die Schaltspannung zunächst durch die Reflexion an den Klemmen der Spule auf $2\ E$. In der Spule selbst steigt die Spannung ungefähr auf 3 bis 4 e hinauf.

In der Spule haben wir ein schwingungsfähiges Gebilde vor uns. Offenbar wird dieses ganz ähnlich angestoßen, wie ein aus Kapazität und hintereinandergeschalteter Selbstinduktion bestehendes Gebilde. Daß bei der Schwingung zweiter

[1] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VII, S. 1.

Art die Spule so den groben Zügen nach ersetzt werden kann, habe ich bereits vor zehn Jahren theoretisch nachgewiesen. Hier liegt somit die experimentelle Bestätigung vor[1].

3. Spule und Wanderwellenschwingung. Wir sehen weiter, daß die Schwingung der gewöhnlichen Spule nicht sehr gedämpft ist. Infolgedessen muß sie zu hohen Werten hinaufpendeln für den Fall, daß wir nicht eine konstante Spannung, sondern eine sinusförmige Spannung den Klemmen aufzwingen. Solche sinusförmigen Spannungen können entstehen, indem die Wanderwelle zwischen Schaltpunkt und Transformator hin und her eilt. Diese Resonanzschwingungen sind von mir theoretisch vorhergesagt[2] und später in der Arbeit von Rogowski Flegler und Tamm[3] experimentell nachgewiesen worden. Nachdem wir durch die Arbeit von Böhm und Gabor[4] wissen, daß durch Eingangskapazität und vorengeschalteter Drosselspule ebenfalls gedämpfte Schwingungen angestoßen werden, ist nicht mehr von der Hand zu weisen, daß solch hohes Hinaufpendeln von Resonanzspannungen in manchen Fällen bei Spulen vorkommt. Die weitere Forschung über Stoßwelle und Transformatorspule wird daher diese Art von Spannungen im Auge behalten müssen[5].

4. Eigenfrequenzen erster und zweiter Art. In einem — freilich nicht wesentlichen — Punkte muß ich meine früheren Ausführungen berichtigen. Die

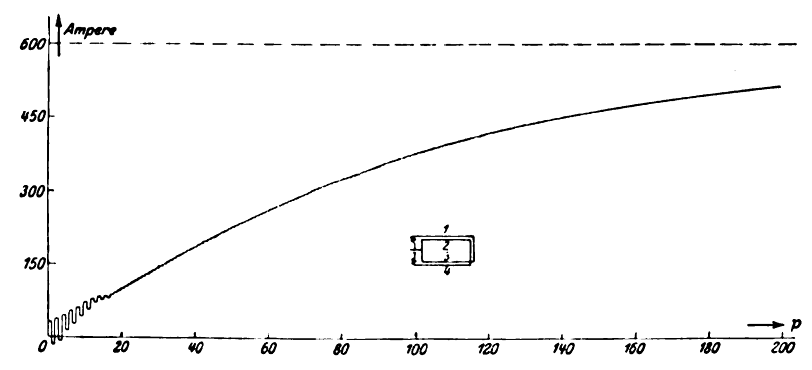


Bild 19. Einschaltstrom bei einer Spule aus zwei Windungen. Man sieht im Anfang Stromschwingungen zweiter Art.

Eigenfrequenzen zweiter Art hatte ich als solche definiert, bei der die Spule in Kurzschluß schwingt. Der gesamte magnetische Fluß durch die vom Schwingungskreis umrandete Fläche ist dabei Null. Die Spule kann, wenn sie in diesen Schwingungen angeregt wird, zu sehr hohen Werten der Spannung hinaufpendeln. Hieran wollen wir auch in Zukunft festhalten. Die Eigenschwingungen einer weiten, kurzen Spule hat nun Herr Lenz berechnet. Herr Lenz hatte zwei Gruppen von Eigenfrequenzen gefunden. Ich konnte seinerzeit[6] leicht die eine Gruppe als Eigenschwingungen erster Art wiedererkennen. Schwieriger lag der Fall bei der zweiten Gruppe. Nach Herrn Lenz schwingt die Spule so, daß der Gesamtfluß Null wird. Ich habe deshalb diese zweite Gruppe früher auch als Eigenschwingungen zweiter Art bezeichnet. Dennoch

[1] W. Rogowski, a. a. O. S. 20.
[2] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VI, S. 377.
[3] Rogowski, Flegler, Tamm, Arch. f. Elektrot. XIX, S. 479.
[4] Böhm, Arch. f. Elektrot. X, S. 383 — Gabor, El. Wirtschaft 1926, S. 307.
[5] S. a. Flegler, Arch. f. Elektrot. XX, Heft 3
[6] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VII, S. 254

sind es nicht dieselben Schwingungen, die wir im Experiment Abschnitt 3 kennen lernten. Ein wichtiger Unterschied scheidet sich voneinander. Nach Herrn Lenz liegt auch bei seiner zweiten Gruppe von Schwingungen genau so wie bei der ersten Gruppe an den Klemmen der Spule ein Stromknoten. Die Spule kann strenggenommen auf eine äußere (galvanische) Störung gar nicht mit einer solchen Schwingung reagieren. Es gibt eben außer den von Herrn Lenz berechneten Schwingungen noch eine dritte Gruppe. Sie ist dadurch charakterisiert, daß der Strom am Anfang und Ende der Spule nicht Null wird, sondern die gleiche Richtung hat, so daß der eine die Fortsetzung des andern bildet (Kurzschluß der Spule). Mit dieser dritten Sorte von Eigenschwingung antwortet die Spule auf äußere Einwirkungen. Für diese Schwingungen ist selbstverständlich (genau so wie bei der zweiten Gruppe) der Gesamtfluß der Spule Null. Die Frequenz dieser letzten Art Eigenschwingungen wird nicht wesentlich abweichen von der Frequenz, die Lenz für die zweite Gruppe seiner Eigen-

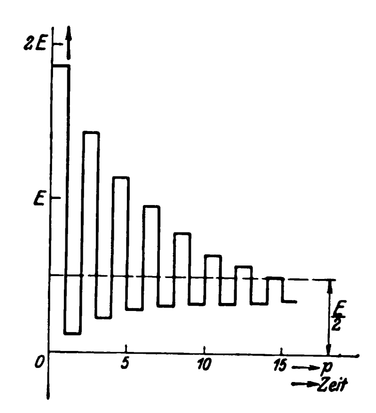


Bild 20. Spule aus zwei Windungen, angeschlossen an ein Kabel.
Auftreffen einer Sprungwelle.
Die Spannung, gemessen um die Mitte der Spule herum.

schwingungen angibt. Denn bei beiden schwingt die Spule so, daß der Gesamtfluß Null beträgt. Nur ist die Art, in der die Spule sich in magnetische Felder aufteilt, die sich bei der Flußbildung aufzuheben suchen, etwas verschieden.

Die oben angegebenen einfachen Verhältnisse ergeben sich im Experiment nur, wenn wir sorgfältig jede störende Nebenwirkung ausschließen und für eine symmetrische Anordnung Sorge tragen. Bei unsymmetrischer Anregung können weitere Schwingungen den einfachen, vorhin skizzierten Sachverhalt vollständig überdecken und verschleiern.

Zum Schluß führe ich noch zwei ältere Bilder an, die ich bereits früher im Anschluß an theoretische Studien der Spule veröffentlicht habe.

Das eine (Bild 19) gilt für den Strom, der einem Element entfließt, das auf eine mit Widerstand behaftete Spule aus zwei Windungen geschaltet wird [1]. Die einfachste Betrachtung, die von der Spulenkapazität absieht, ergibt für diesen Strom den bekannten Anstieg nach einer e-Funktion. Er kommt deutlich in unserem Bild 19 zum Ausdruck. Aber ganz im Anfang lagert sich hierüber eine gedämpfte Schwingung, die von der angestoßenen Schwingung zweiter Art herrührt. Bereits hier zeigt sich eine Verwandtschaft mit unseren Oszillogrammen. Sie wird noch offensichtlicher, wenn wir bedenken, daß unsere Kurve (Bild 19) den Strom bzw. den Spulenfluß darstellt, die Oszillogramme aber den Differentialquotienten geben. Integrieren

[1] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VI, S. 287 (Bild 15).
[2] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VI, S. 300 (Bild 23).

wir die Oszillogrammkurven, etwa Bild 15, so ergibt sich eine fast vollkommene Ähnlichkeit.

Das zweite Bild (Bild 20) behandelt die an ein Kabel angeschlossene Spule aus zwei Windungen. Gemessen ist die Spannung an zwei Stellen, die symmetrisch zur Spulenmitte liegen. Die Ähnlichkeit mit Oszillogramm 14 oder 15 ist auch hier verblüffend.



Über gewisse Entladungsformen einer Funkenstrecke.

Von

H. Jacobs.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

I. Ziel.

Auf Anregung von Herrn Professor Rogowski habe ich vor einigen Jahren Versuche in Angriff genommen, die das Verhalten von Spulen gegenüber Wanderwellen mit dem Kathodenoszillographen klären sollten. Die ersten Messungen wurden mit niedriger Spannung, etwa mit 1000 Volt, ausgeführt. Dabei ergab sich fast regelmäßig, daß der Funke nicht sofort in die Bogenentladung überging und in dieser verblieb, sondern daß er, wie dies bei Partialentladungen üblich ist, häufig zündete und wieder erlosch. Schließlich schlug die Entladung doch in die Bogenentladung über. Der Übergang von der Partialentladung in die Bogenentladung ging dann plötzlich vor sich. Diese Vorgänge können auch in anderen Fällen auftreten. Sie bilden indessen keineswegs die Regel. Für die Eigenschaft der Funkenentladung dürften sie aber nicht ohne Interesse sein. Daher habe ich das Wesentliche meiner Erfahrungen im folgenden beschrieben. Die Versuche sind mit der älteren Bauart des Kathodenoszillographen durchgeführt, die Rogowski und Flegler im Arch. f. Elektrotechnik, Bd. 15, H. 4 angegeben haben. Sie waren bereits im November 1926 abgeschlossen[1].

II. Schaltung und Apparatur.

Die Grundschaltung für die Ausführung der Untersuchungen zeigt Bild 1. Eine an den Kondensator angelegte Gleichspannung soll an der Funkenstrecke ein Funkenspiel auslösen.

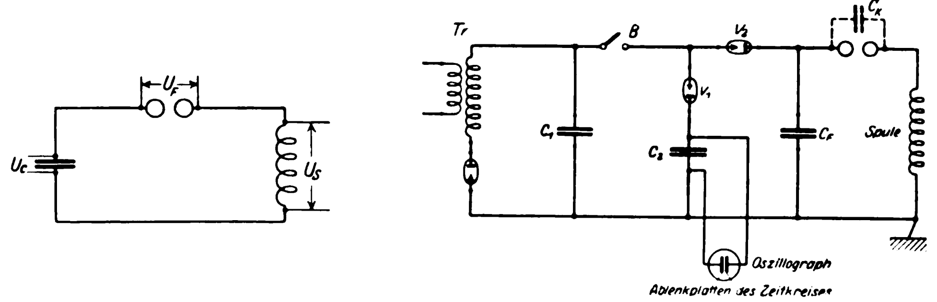


Bild 1. Grundsätzliches Schaltungsbild. Bild 1a. Schaltung für Entladung und Zeitablenkung.

Auf Vorschlag von Herrn Professor Rogowski wurde schließlich folgende Schaltung (Bild 1a) ausgeführt. Als Gleichspannungsquelle diente der Kondensator C_1 von $1{,}2 \cdot 10^5$ cm. Er war dauernd mit einem Transformator über ein Glühventil verbunden. Durch Einlegen des Schalters bei B wurden über die Ventile V_1 und V_2 der Zeitkreiskondensator C_2 und der Kondensator vor der Funkenstrecke C_F aufgeladen. Die Größe des Kondensators C_F betrug $4 \cdot 10^4$ cm. Die Belegungen des Kondensators C_2 waren mit den Zeitablenkplatten des Oszillographen verbunden. Durch diese Schaltung war ein einwandfreies und sicheres Einstellen des Entladungsvorganges auf dem Leuchtschirm und somit auch das Photographieren gewährleistet.

[1] Den eigentlichen Eindringungsvorgang von Wanderwellen habe ich inzwischen mit der neuen Bauart (Rogowski, Flegler, Tamm, Arch. f. Elektrot., Bd. 18, S. 513) durchgeführt. Über diese Ergebnisse wird besonders berichtet.

Die Höhe der Schaltspannung war begrenzt durch das Vakuum des Oszillographen[1]. Die Grenze lag etwa bei 3000 Volt. Doch wurde im allgemeinen nur mit 1000 bzw. 600 Volt gearbeitet. Dementsprechend waren auch die Abstände der ausschließlich benutzten Kugelfunkenstrecke (mit Mikrometerverstellung) sehr klein. Die Kugeln der Funkenstrecke waren den Verbandsnormalien entsprechend aus Kupfer von 50 mm Durchmesser. Die benutzte Spule, bestehend aus vier Einzelspulen, stammte aus der Hochspannungswicklung eines Transformators für 45 kV.[2]

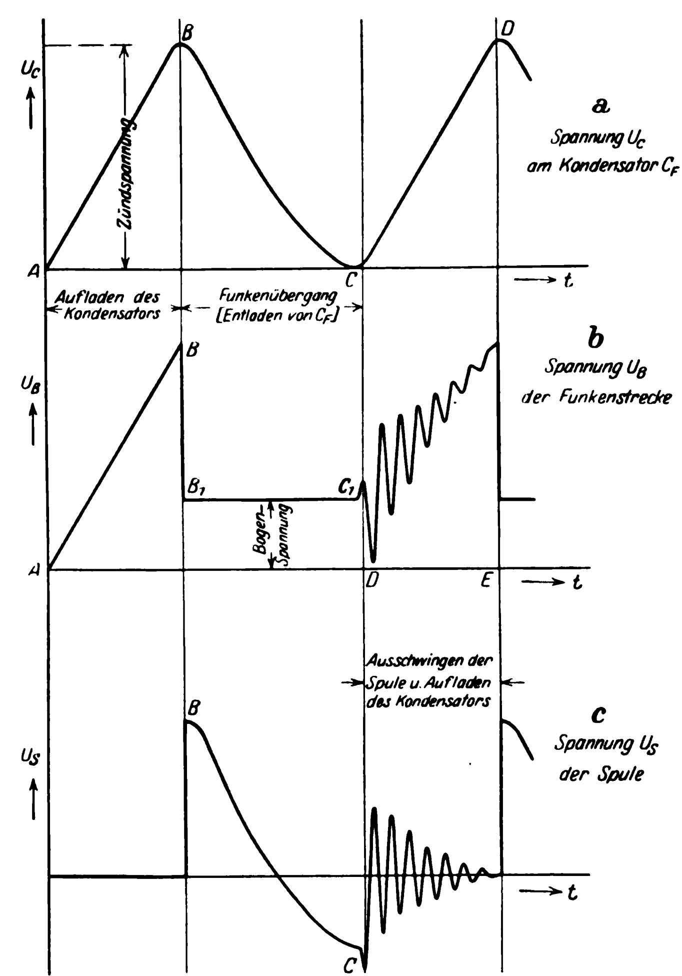


Bild 2. Zeitlicher Spannungsverlauf am Kondensator, Funkenstrecke und Spule. Schaltungsbild siehe Bild 1.

Die Bestimmung der Zeit, in der sich ein Vorgang abspielte, wurde festgestellt, indem eine bekannte Frequenz, z. B. die eines Röhrensenders bei konstanter Zeitablenkung mit aufgenommen wurde.

III. Entladungsformen.

Um sich über die Vorgänge beim Funkenübergang ein genaues Bild machen zu können, ist nicht nur die Spannung U_S an der Spule selbst, sondern auch der Spannungsverlauf U_C am Kondensator C_F sowie an der Funkenstrecke U_F von Interesse.

a) Spannungsverlauf U_C am Kondensator C_F der Funkenstrecke.

Ist der Schalter bei B geschlossen, so wird der Kondensator C_F aufgeladen, entsprechend der Kurve A bis B in Bild 2a. Im Punkte B ist die Zündspannung erreicht. Der Funke setzt ein. Im Idealfalle, d. h. kein Widerstand der Funkenstrecke, geringe Dämpfung der Spule und kleiner Ladestrom, würde sich der Kondensator ganz entladen und die Spannung ins Negative sinken. Die Widerstände sind bei unserer Anordnung nicht zu vernachlässigen. Für diesen Fall wissen wir aus früheren Untersuchungen[3], daß der Kondensator sich nur in seltenen Fällen ganz entlädt. Die Spannung wird daher nicht ins Negative sinken, zumal auch der Ladestrom nicht zu vernachlässigen ist.

[1] Inzwischen ist es durch Einführung zweier Pumpen möglich, mit viel höheren Ablenkspannungen zu arbeiten.

[2] Von den Einzelspulen wurden manchmal nur 2 bzw. 3 benutzt.

[3] Feddersen, Beiträge zur Kenntnis des elektrischen Funkens. Pogg. Annalen 1858, Seite 69.



Um nun bei den folgenden Aufnahmen gleiche Verhältnisse zu haben, wurde der Ladestrom so eingestellt, daß der Kondensator sich im allgemeinen nur bis auf Null entlädt.

Im Punkte C, Bild 2a, reißt der Funke ab. Der Vorgang wiederholt sich. Das Oszillogramm Bild 3 gibt den Spannungsverlauf am Kondensator C_F vor der Funkenstrecke wieder. Wir sehen im Punkte A den Nullpunkt der Spannung. Der Kon-

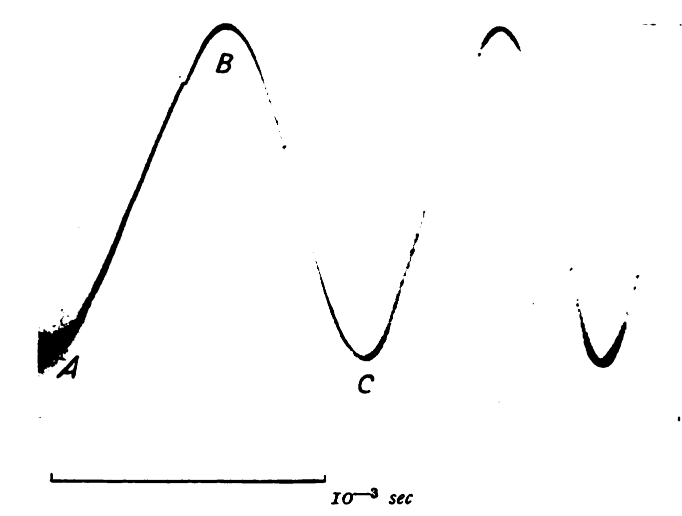


Bild 3. Spannungsverlauf am Kondensator C_F vor der Funkenstrecke.

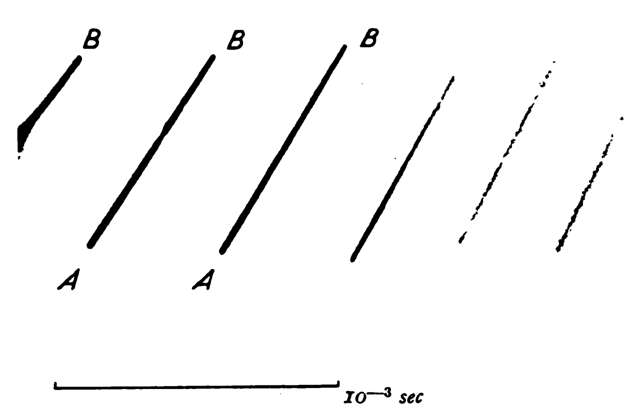


Bild 4. Spannungsverlauf am Kondensator C_F der Funkenstrecke. Die Spule durch einen Ohmschen Widerstand von rund 50 Ohm ersetzt.

densator wird bis zum Punkte B aufgeladen. Hier setzt der Funke ein und der Kondensator entlädt sich bis zum Punkte C, wo der Funke erlischt. Jetzt wird der Kondensator wieder aufgeladen. Man bemerkt im Punkte B, wie es auch sein muß, erst ein geringes Absinken. Der Strom ist im Anfange wegen des hohen Widerstandes, den die Spule bildet (Induktivität 3 Henry), sehr klein. Der Strom steigt aber sehr schnell an, um nachher kurz vor Erreichen des Punktes C wieder klein zu werden. Ersetzt man die Spule durch einen induktionsfreien Widerstand von 50 Ohm, so zeigt die Aufnahme Bild 4 in A bis B das Anwachsen der Spannung, in B setzt der Funke ein. Jetzt entlädt sich der Kondensator fast momentan. Die Entladung B bis A geht so schnell, daß die Platte an dieser Stelle nur sehr schwach geschwärzt ist.

b) Spannungsverlauf an der Spule.

Welchen Spannungsverlauf können wir an der Spule erwarten?

Zur Zeit, in der der Kondensator C_F aufgeladen wird, herrscht an der Spule die Spannung Null (Bild 2c). Tritt nun der Überschlag ein, entsprechend dem Punkte B

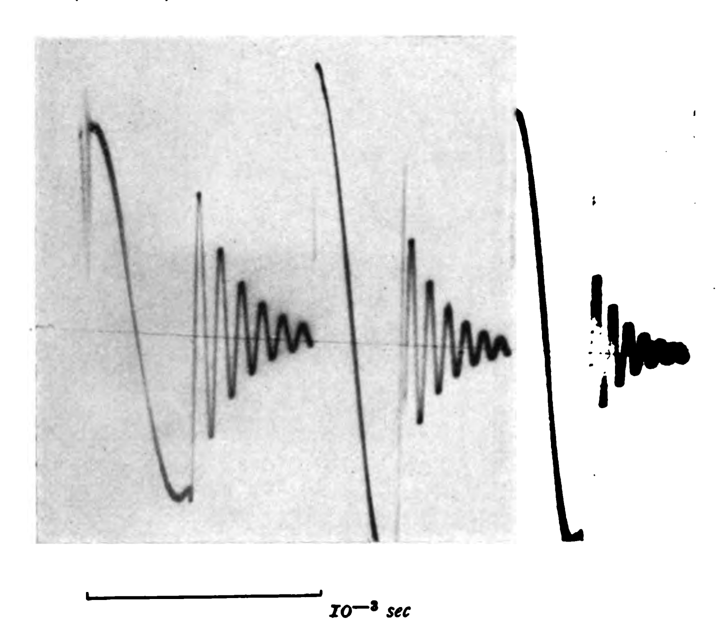


Bild 5. Spannungsverlauf an der Spule. Drei Funkenüberschläge. Entladen des Kondensators und Ausschwingen der Spule.

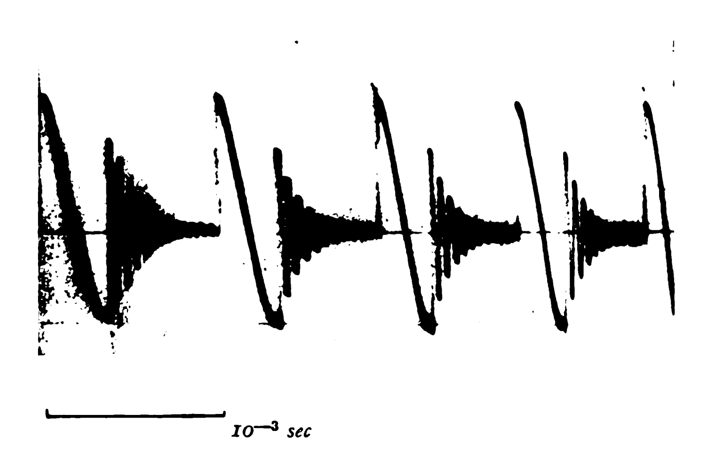


Bild 6. Wie Bild 5. Langsamere Zeitablenkung. Fünf Überschläge.

der vorigen Aufnahmen, so steigt die Spannung plötzlich an. Der Kondensator entlädt sich über die Funkenstrecke. Die Spannung verläuft entsprechend der Kurve B—C. Reißt der Funke ab, so wird in der Spule infolge ihrer Eigeninduktivität und Eigenkapazität eine Eigenschwingung angeregt, die langsam absinkt. Bild 5 zeigt ein Oszillogramm, das den Spannungsverlauf, zwischen Anfang und Ende der Spule gemessen, wiedergibt. Aus ihm ergibt sich, daß im Punkte B im Augenblick des Funkenüberschlags die Spannung plötzlich in die Höhe geht. Der Kondensator entlädt sich. Nach Abreißen der Entladung schwingt die angestoßene Schwingung

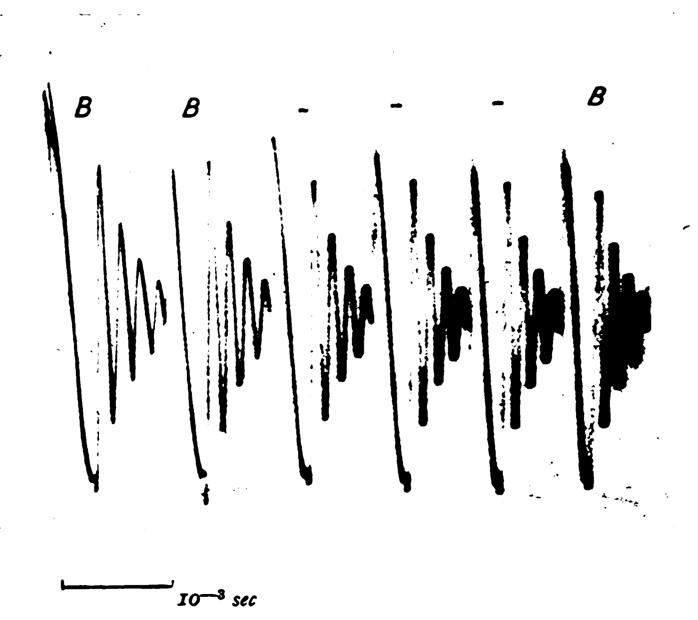


Bild 7. Wie Bild 5, Spulenspannung. Bei B Entladung in einzelnen Partialglimmentladungen.

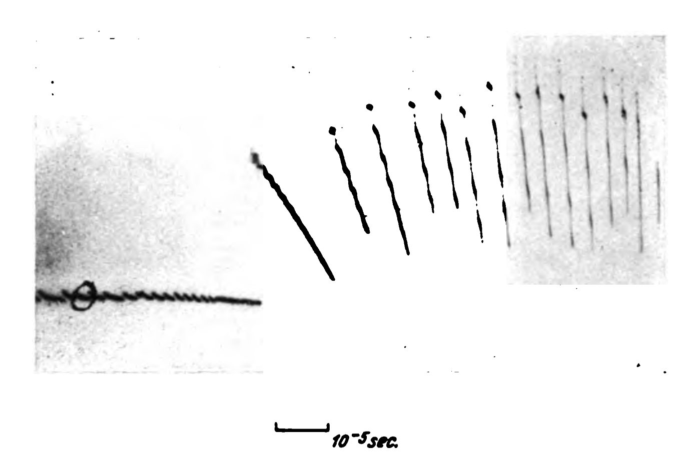


Bild 8. Spulenspannung. Partialentladungen. Sehr schnelle Zeitablenkung.

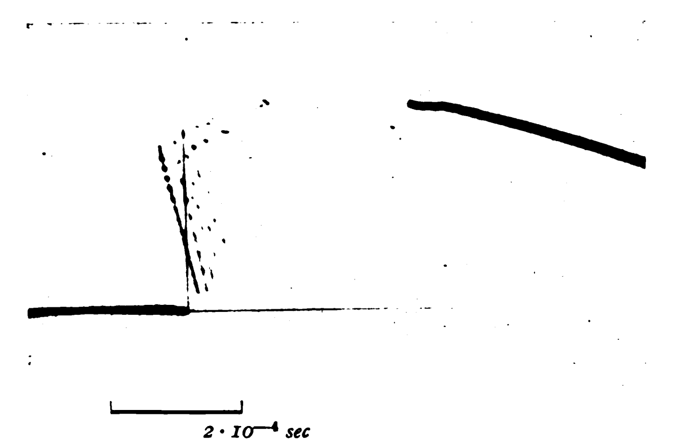


Bild 9. Große Anzahl von Partialentladungen, danach Übergang in die Bogenentladung. Spannung wiederum gemessen an der Spule.

stark gedämpft aus. Bild 6 zeigt ein anderes Oszillogramm, das auch die Spulenspannung wiedergibt. Regelmäßig wiederholen sich hier die Vorgänge.

Soweit entsprechen die Aufnahmen unseren Erwartungen. Betrachtet man aber in Bild 7 die Punkte B genauer, so sieht man, daß eine Regelmäßigkeit der Entladung nicht sofort einsetzt. Untersucht man die Verhältnisse eingehender, so findet man,

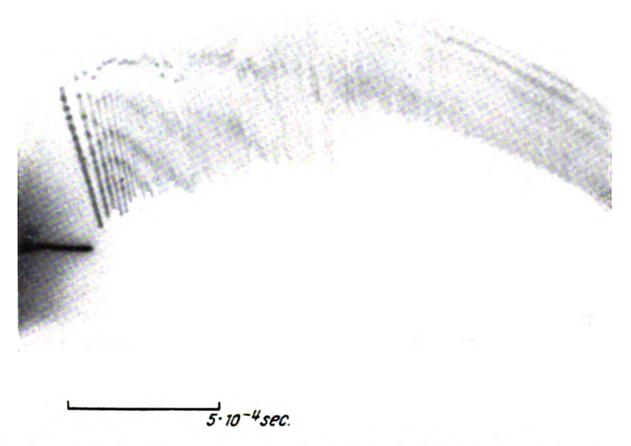


Bild 10. Der Funkenübergang geht nur in Partialentladungen vor sich.

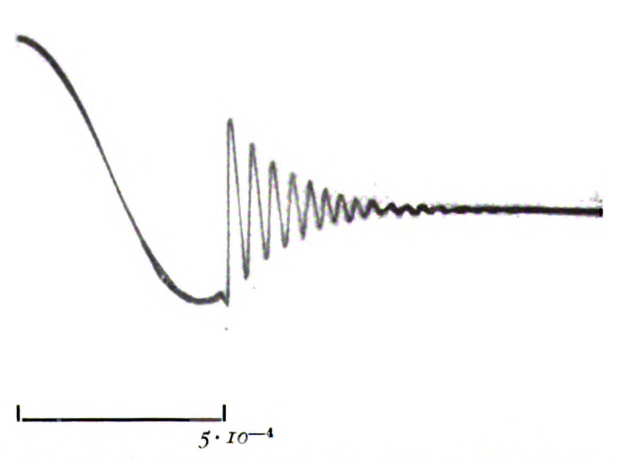


Bild 11. Funkenstrecke mit einem Kondensator $C_k = 100$ cm überbrückt. Anfangs Partialentladungen. Danach Dauerentladung. Spannung gemessen an der Spule.

daß der Anfang des Funkenüberschlages aus einzelnen Partialentladungen besteht. Das folgende Bild 8 zeigt die Vorgänge zeitlich sehr stark auseinandergezogen. Nach einem plötzlichen Ansteigen der Spannung folgt langsamer Zusammenbruch bis fast auf Null, dann wieder ein Spannungsanstieg. Der Spannungsanstieg geht dabei so schnell, daß die Platte an den steilen Ästen sehr schwach geschwärzt wurde. Bild 9 gibt einen anderen Einschaltmoment wieder, bei dem schon sehr viele Partialentladungen auftreten, während man weiter aus Bild 10 ersieht, daß der Überschlag auch nur in Partialentladungen vor sich gehen kann, ohne daß eine eigentliche Bogenentladung zustande kommt.



Bei den bisher untersuchten Funkenabständen von 0,01—0,3 mm ist die Zeit zwischen den Partialentladungen in Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen zu 10^{-4} bis 10^{-5} sec gefunden worden. Mit steigender Schlagweite kann man mit einer geringeren Anzahl von Partialentladungen rechnen. Weiterhin wird die Möglichkeit des Auftretens einer Bogenentladung bei den vorliegenden Verhältnissen

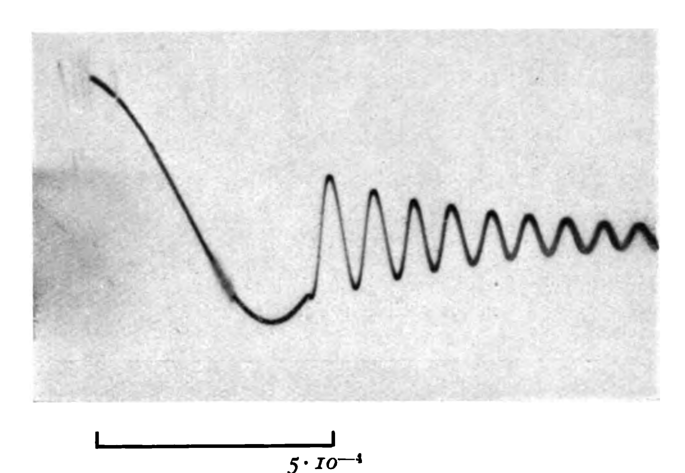


Bild 12. Wie Bild 11 nur $C_k = 100$ cm. Der Dauerfunke setzt später ein.

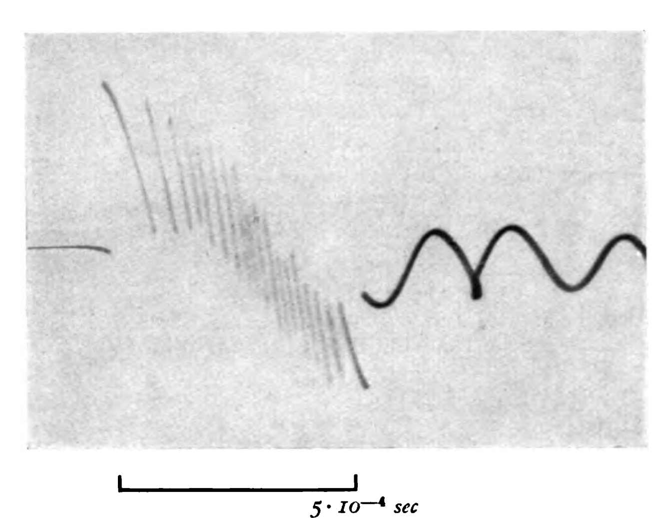


Bild 13. Wie vorhin, nur $C_k = 10^4$ cm. Eine Reihe von einzelnen Überschlägen.

geringer, wenn man die Funkenstrecke mit einem Kondensator C_k überbrückt. Schaltet man z. B. der Funkenstrecke einen Kondensator parallel — in Bild 1a ist der Kondensator gestrichelt gezeichnet — und läßt die Schlagweite konstant, in diesem Falle 0,3 mm, so erhält man beispielsweise bei $C_k = 100$ cm im Anfange viele Partialentladungen, aber danach noch Dauerentladung (Bild 11). Ist $C_k = 1000$ cm, so setzt der Dauerfunke schon etwas später ein (Bild 12). Erhöht man nun C_k auf 10^4 cm, Bild 13, so kann die gesamte Entladung aus vielen einzelnen Überschlägen bestehen. Ist $C_k = 2 \cdot 10^4$ cm, so besteht die Entladung im vorliegenden Falle aus drei einzelnen Überschlägen (Bild 14).

Interessant ist weiter der Einfluß der Überbrückung der Funkenstrecke durch eine Kapazität auf die Frequenz und Dämpfung der angestoßenen Schwingung in der Spule. Bei den Aufnahmen Bild 11—14 blieb sowohl der Abstand der Funkenstrecke, die Größe der Kondensatoren C_F und C_1, sowie die Ablenkungsgeschwindigkeit

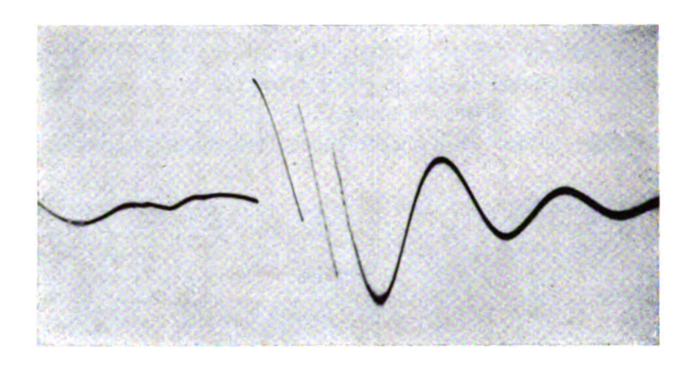


Bild 14. Wie Bild 11, nur $C_k = 2 \cdot 10^4$ cm. Die Zahl der Überschläge ist auf drei gesunken bei sonst gleichen Verhältnissen.

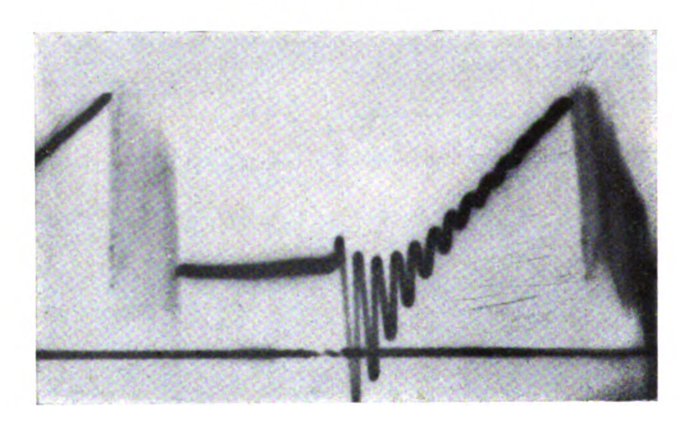


Bild 15. Spannungsverlauf an der Funkenstrecke. Der schwarze Strich im unteren Teile des Bildes ist die Nullinie. Bogenspannung etwa 250 Volt.

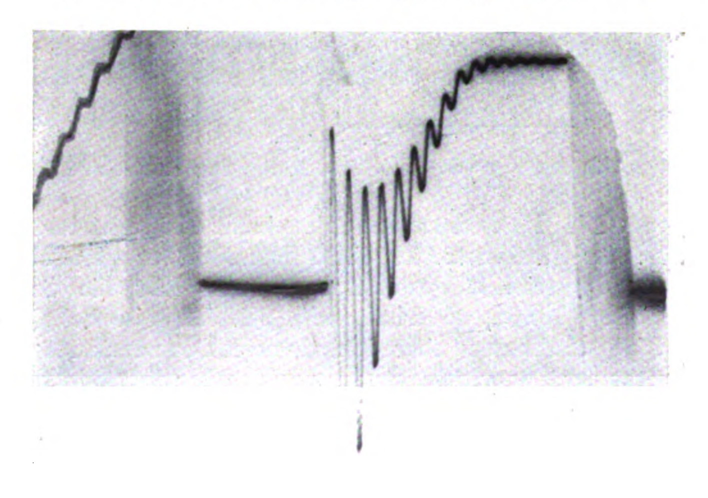


Bild 16. Wie Bild 15. Bei der zweiten Aufladung bleibt die Spannung an der Funkenstrecke eine Zeit lang konstant, ehe der Funke erneut zündet.

unverändert. Man sieht deutlich, wie mit wachsender Kapazität C_k die Frequenz und die Amplitudenhöhe der Spulenschwingung immer geringer wird. Deutlich zeigt dies Bild 11, wo $C_k = 100$ cm und die Schwingung noch 13 Spitzen aufweist, gegenüber Bild 14, wo $C_k = 2 \cdot 10^4$ cm ist und in der gleichen Zeit nur noch drei Spitzen wahrnehmbar sind.

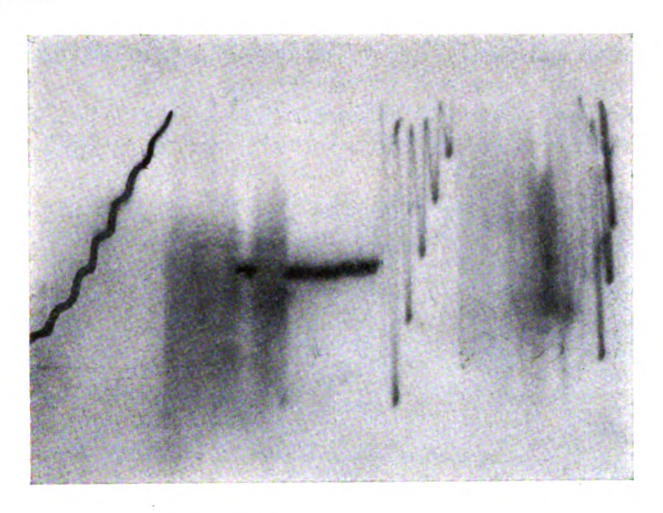


Bild 17. Spannung an der Funkenstrecke. Die Partialentladung geht nach $3 \cdot 10^{-4}$ sec in eine Dauerzündung über. Der Funke reißt aber bald wieder ab und eine Partialentladung setzt ein. Kurz darauf setzt wieder der Dauerfunke ein.

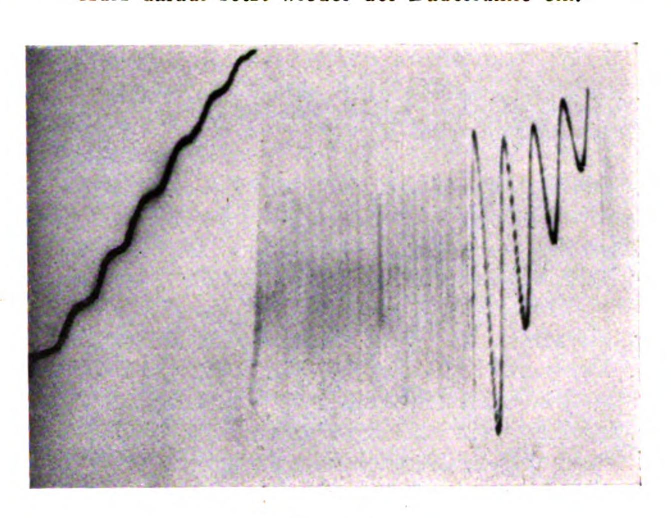
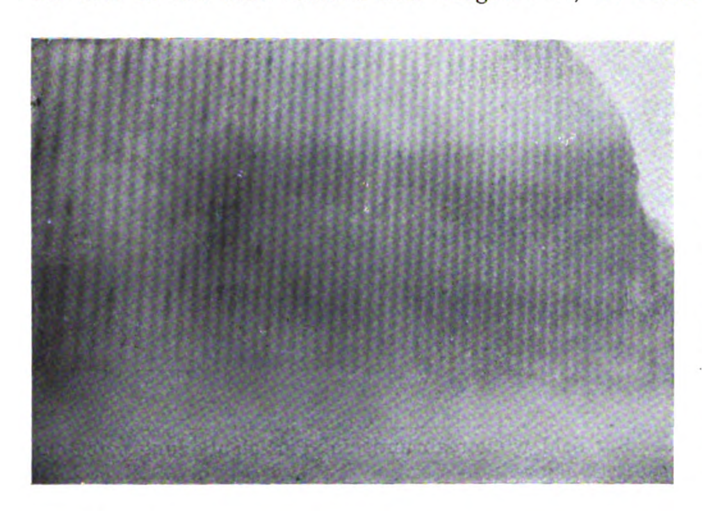


Bild 18. Wie vorhin Spannung an der Funkenstrecke. Es tritt kein Dauerfunke auf, nur Partialentladungen.

c) Spannungsverlauf an der Funkenstrecke.

Verfolgt man die Spannung an der Funkenstrecke, so kann man folgenden Verlauf erwarten. Zuerst wird der Kondensator C_F aufgeladen bis zum Punkte B (Bild 2b), wo die Zündspannung erreicht wird. Hier bricht die Spannung nach Einsetzen des Funken plötzlich zusammen und wird während der Dauer des Funkenüberganges gleich der Glimm- oder der Bogenspannung sein. Reißt der Funke ab,

so beginnt der Vorgang von neuem. Bild 15 gibt nun ein solches Spannungsdiagramm der Funkenstrecke wieder. Die Ablenkplatten wurden zu diesem Zwecke mit den Kugeln der Funkenstrecke verbunden. Links oben sehen wir noch ein Stück der Aufladekurve des Kondensators C_F. Ist die Zündspannung erreicht, dann setzt der Dauerfunke mit Lichtbogencharakteristik nicht sogleich ein, sondern es zeigen sich analog den früheren Aufnahmen zuerst Partialentladungen. Das Einsetzen des Lichtbogens aber geht plötzlich ohne jeden sichtbaren Übergang vor sich. Versucht man den plötzlichen Übergang thermisch zu erklären, so stößt man auf Schwierigkeiten. Denn, um die Temperatursteigerung hervorzurufen, ist immer eine gewisse Zeit nötig. Ob dies in der sehr kurzen Zeit möglich ist, ist mehr als fraglich. Nach Einsetzen des Dauerfunken bleibt die Bogenspannung konstant entsprechend der Kurve B_1-C_1 in Bild 2b. Ist der Funke erloschen, so beginnt die Kondensatoraufladung von neuem und über diese lagert sich die angestoßene Schwingung der Spule. Der gerade Strich im unteren Teile des Bildes 15 ist die Nullinie. Bild 16 zeigt einen entsprechenden Verlauf. Bei der zweiten Kondensatoraufladung, überlagert wieder von der Spulenschwingung, bleibt die Spannung eine Zeitlang konstant, ehe die neue Zündung wieder erfolgt. Auffällig hoch ist der Wert der Bogenspannung, die mitunter zwischen 200 bis 400 Volt liegt.



2,5 · 10⁻⁵ sec

Bild 19. Die Partialglimmentladungen zeitlich sehr stark auseinander gezogen.

Hat der Dauerfunke einmal gezündet, so ist nicht gesagt, daß die ganze Entladung nun konstant in Form einer Dauerentladung vor sich geht. Wie Bild 17 zeigt, geht die Partialentladung nach rund $3 \cdot 10^{-4}$ sec Dauer in eine Dauerzündung über. Diese bricht aber bald wieder ab. Es erfolgt wieder Partialentladung. Dann erst geht die vollständige Entladung in einen Dauerfunken vor sich. Bild 18 gibt eine Aufnahme wieder, die zeigt, daß es zu einem Funkenüberschlag nicht kommt, entsprechend Bild 10. Die ganze Entladung geht in Form von Partial-Glimmentladungen vor sich. Zieht man die Glimmentladung zeitlich sehr stark auseinander, so sieht man in Bild 19 in regelmäßigem Abstand eine außergewöhnlich hohe Anzahl Partialentladungen aufeinander folgen. Der zeitliche Zwischenraum zwischen den einzelnen Partialentladungen ist hier etwa $0{,}5 \cdot 10^{-5}$ sec.

IV. Schlußbemerkung.

In der vorliegenden Arbeit handelt es sich um Untersuchungen bei geringem Abstand der Elektroden der Kugelfunkenstrecke. Die Aufnahmen gelten nur für die beschriebenen Verhältnisse. Ohne weiteres kann man nicht unter anderen Bedingungen, z. B. höheren Spannungen, die gleichen Ergebnisse erwarten.

Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski möchte ich auch an dieser Stelle für seine bereitwillige Unterstützung und für seine vielfachen Anregungen meinen Dank aussprechen. Ebenso habe ich zu danken der Helmholtzgesellschaft und der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die die finanziellen Mittel zur Durchführung der Untersuchung zur Verfügung stellten.



Überspannungen in Starkstromanlagen und ihre Bekämpfung.

Von

E. Flegler, Aachen.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen[1].

Dem langjährigen Kampf gegen Überspannungen ist noch kein durchgreifender Erfolg beschieden gewesen. Der Schutzwert aller bis jetzt vorhandenen Überspannungschutzvorrichtungen ist umstritten. Bis vor kurzem war unsere Kenntnis sowohl von der Wirkungsweise dieser Apparate als auch von den Vorgängen, gegen die sie schützen sollen, sehr unvollkommen. Erst mit der Entwicklung des Kathodenoszillographen kam die Erforschung der Überspannungen in ein anderes Fahrwasser. Im Jahre 1925 brachten Rogowski und Flegler mit der ersten oszillographischen Aufnahme einer Wanderwelle [2] den Beweis, daß auch das Gebiet der Überspannungserscheinungen der genauen Erforschung zugänglich geworden war.

Die Überspannungsforschung, die im Aachener Elektrotechnischen Institut unter Leitung von Professor Dr.-Ing. W. Rogowski in Angriff genommen wurde, war darauf aus, durch systematische Erforschung der Vorgänge in möglichst vereinfachten Gebilden zunächst eine sichere Grundlage zu schaffen, von der aus dann schrittweise die verwickelteren Fragen in Angriff zu nehmen waren. So brachte die Arbeit Rogowski-Flegler-Tamm über Wanderwelle und Durchschlag [3] einen Überblick über die grundlegenden Schaltvorgänge auf Doppelfreileitung und Kabel, über die Einwirkung von angeschlossenen Widerständen, Kondensatoren und Spulen auf den Spannungsverlauf der Doppelleitung, über die Steilheit von Wellenstirnen und schließlich noch über die Vorgänge beim Durchschlag fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Der Durchschlag von Gasen wurde dann von R. Tamm in seiner Aachener Dissertation noch weiter verfolgt, während dem Verfasser die Untersuchung verschiedener Überspannung-Schutzvorrichtungen übertragen wurde [4].

Die Brauchbarkeit eines Schutzapparates hängt in erster Linie davon ab, ob er in der Lage ist, die Überspannungserscheinungen, zu deren Bekämpfung er verwendet werden soll, mit Sicherheit unschädlich zu machen. Das Maß seiner Eignung für diesen Zweck bestimmt seinen Schutzwert. Die Untersuchung von Überspannungschutzvorrichtungen sollte sich deshalb hauptsächlich mit der Feststellung des Schutzwertes befassen. Nun setzt aber die Ermittelung des Schutzwertes sowohl die Kenntnis der Arbeitsweise der Schutzanordnung als auch die Kenntnis der verschiedenen Überspannungserscheinungen und ihrer Einwirkung auf die gefährdeten Anlageteile voraus. Die Erforschung der Überspannungserscheinungen steckt jedoch noch in den ersten Anfangsgründen. Insbesondere wissen wir noch sehr wenig über die Vorgänge in Transformatorwicklungen. Eine einwand- und hypothesenfreie Schutzwertbestimmung ist deshalb vorläufig bei einer ganzen Reihe von Schutzvorrichtungen noch nicht durchführbar.

Dagegen läßt sich die Wirkungsweise der Schutzapparate mit dem Kathodenoszillographen sehr genau feststellen. Dort, wo sich der Ansprechvorgang der Schutzvorrichtungen aus mehreren Teilvorgängen zusammensetzt, ermöglicht die Analyse des mit dem Oszillographen aufgenommenen Spannungsverlaufes das Verhalten der

---

[1] Nach einem Vortrag, gehalten im Elektrotechnischen Verein Aachen am 25. Januar 1928.

[2] Rogowski und Flegler, Arch. f. Elektrot. XIV, 1925, S. 529. — Rogowski, Sonderheft München der Mitteilungen der Vereinigung der Elektrizitätswerke.

[3] Rogowski-Flegler-Tamm, Arch. f. Elektrot. XVIII, 1928, S. 479.

[4] R. Tamm, Dissertation Aachen, Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 235. — E. Flegler, Dissertation Aachen, Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 527.

Apparate gegenüber den verschiedensten Anforderungen des Betriebes mit Sicherheit vorherzubestimmen und gleichzeitig etwaige Entwicklungsmöglichkeiten zu beurteilen.

Allerdings wird oft der Einwand erhoben, daß es nicht berechtigt sei, aus der durch Laboratoriumsversuche festgestellten Wirkungsweise von Überspannungschutzvorrichtungen auf ihr Verhalten im praktischen Betrieb zu schließen. Da dort mit ganz anderen Energien gearbeitet werde, müsse sich notwendigerweise auch das Verhalten der Schutzapparate ändern. Zweifellos erfordern eine Reihe von Untersuchungen, z. B. über die Erwärmung und den Löschvorgang verschiedener Ableiterschutzvorrichtungen, bzw. die durch thermische oder mechanische Überbeanspruchungen sich auswirkenden Zerstörungen Energieverhältnisse, die den in der Praxis zu erwartenden mindestens entsprechen.

Der eigentliche und für die Bekämpfung der meisten Überspannungserscheinungen allein maßgebende Ansprechvorgang eines Schutzapparates ist jedoch nichtquasistationärer Natur (Wanderwellenvorgang). Die in dieser Zeit sich einstellenden Energieverhältnisse sind in der Hauptsache bestimmt durch die Höhe der Überspannungswelle, den Wellenwiderstand der Leitung und den Widerstand der Schutzanordnung.

Erst mit dem Abklingen des nichtquasistationären Einschaltvorganges stellen sich Verhältnisse ein, die von den Betriebsgrößen maßgebend beeinflußt werden. Bei diesem zweiten, quasistationären Arbeitsabschnitt der Schutzapparate handelt es sich jedoch um Vorgänge, die sich im allgemeinen etwa in der Größenordnung der Betriebsfrequenz abspielen. Demgemäß beschränkt sich auch die Schutzmöglichkeit der Apparate in diesem Abschnitt auf entsprechend langsame Vorgänge, wie Resonanzen durch Oberschwingungen der Betriebsfrequenz, Überspannungen durch aussetzende Erschlüsse und ähnliche Erscheinungen. Derartige Vorgänge sollen in der vorliegenden Arbeit erst an zweiter Stelle berücksichtigt werden.

Für die Feststellung des nichtquasistationären Ansprechvorganges sind Untersuchungen an Laboratoriumsanlagen nicht nur den praktischen Verhältnissen gleichwertig, sondern sie übertreffen sie noch bezüglich der Schärfe der Beanspruchung. Dauer und Höhe der Überspannung lassen sich ebenso wie die Steilheit der Sprungwellen und Rechteckschwingungen im Laboratorium auf Beträge treiben, die weit über das hinausgehen, was bis jetzt in Hochspannungsanlagen nachgewiesen werden konnte. Der mit dem Kathodenoszillograph festgestellte Ansprechvorgang von Überspannungschutzvorrichtungen darf deshalb ohne Einschränkung den Betrachtungen praktischer Verhältnisse zugrunde gelegt werden.

Auf Grund der so gewonnenen Kenntnis von der Wirkungsweise und der Verwendbarkeit der Schutzvorrichtungen läßt sich nun auch eine bedingte Schutzwertbestimmung durchführen, wenn man nämlich die Ursachen der verschiedenen Überspannungschäden als in ihrem ganzen Verlauf genau bekannt voraussetzt. Eine derartige Schutzwertbestimmung steht und fällt mit den gemachten Voraussetzungen. Sie kann sich jedoch sehr nützlich erweisen, nicht nur um zu einer gewissen Klärung der Schutzwertfrage beizutragen, sondern auch um durch Rückschluß aus den mit den Schutzvorrichtungen bei sinngemäßer Verwendung gemachten Betriebserfahrungen die Richtigkeit der Voraussetzungen zu prüfen und so auch in dieser Weise die Erforschung der Überspannungserscheinungen zu fördern. In diesem Sinne soll im folgenden der sich zur Zeit ergebende Stand der Überspannungsbekämpfung aufgezeichnet werden.

Spannungsüberhöhungen. Betrachten wir zunächst die Spannungsüberhöhungen, die sich hauptsächlich im Gefolge von atmosphärischen Störungen ausbilden können. Als Schutzmittel gegen diese Art Überspannungen finden im wesentlichen die sog. Ableiterschutzvorrichtungen Verwendung, deren Aufgabe es



ist, durch zeitweise Überbrückung der spannungführenden Teile eine Spannungsabsenkung herbeizuführen.

Kondensatoren und Spulen können eine Anlage nur in ganz bestimmten Ausnahmefällen vor Spannungsüberhöhungen schützen, wenn nämlich die Dauer der Spannungsüberhöhung nicht größer als die Zeitkonstante der Schutzanordnung ist. Dies gilt ganz besonders auch vom Glimmschutz mit seiner gegenüber den üblichen Schutzkondensatoren um Größenordnungen geringeren Kapazität.

Die zur Zeit vorhandenen Ableiterschutzvorrichtungen lassen sich in zwei Gruppen trennen: die Widerstandableiter, die neben der Funkenstrecke noch einen Dämpfungswiderstand aus Metall oder Halbleiterstoff (Silit, Ozelit) besitzen, und die Ventilableiter, bei denen die Dämpfungstrecke so ausgebildet ist, daß sie die Ableiterbahn selbsttätig nach Verschwinden der Überspannung unterbrechen und deshalb ohne merkliche Ohmsche Dämpfungswiderstände auskommen. Der Unterschied im Aufbau äußert sich auch in einer grundsätzlich verschiedenen Wirkungsweise.

Die Ventilableiter sind ausgesprochene Spannungsbegrenzer. Nach dem Ansprechen der Ventilstrecke bildet sich an ihr eine von der Strombelastung praktisch unabhängige Gegenspannung aus, die stets unterhalb der Ansprechspannung liegt. Diese wird damit zur genau bekannten und einstellbaren Grenzspannung.

In den Einzelheiten des Ansprechvorganges zeigen die verschiedenen Ventilableiter gewisse Unterschiede. Das vom Verfasser sehr eingehend untersuchte Blitzventil (Autovalve Arrester) der Westinghouse Electrical Company hat eine grundsätzlich sehr günstige Wirkungsweise. Hier ist die an der Ventilstrecke sich ausbildende Gegenspannung praktisch stets gleich der Ansprechspannung, so daß beim Ansprechen dieses Ableiters selbst bei der Begrenzung höchster Überspannungen niemals die bei dem Widerstandableiter unter entsprechenden Verhältnissen gefürchteten Spannungsprünge und Ausschwingvorgänge entstehen können. Lediglich beim Auftreffen sehr steiler Wellen zeigt sich eine anfängliche Spannungspitze, die aber durch Parallelschaltung von Kondensatoren vermieden werden kann. Eine derartige Schutzanordnung zeigt gegenüber den Widerstandableitern eine weitgehende Überlegenheit. Sie läßt nur flachstirnige, spannungsbegrenzte Wellen an sich vorbeiziehen. Störende Sekundärvorgänge entstehen bei ihrem Ansprechen nicht.

Trotz dieser Vorzüge stellt das Blitzventil heute noch keinen allgemein verwendbaren Überspannungschutz dar. Die Spannung, bei der die Ventilstrecke dieses Ableiters selbsttätig wieder unterbrochen wird, liegt vielfach erheblich unter der Ansprechspannung. Diese muß deshalb aus Sicherheitsgründen auf das Fünf- bis Siebenfache der Betriebspannung gesetzt werden. Damit kann aber das Blitzventil bei den meisten Anlagen mit der heute üblichen Isolierung keine Sicherheit mehr bieten. Immerhin lassen die Versuchsergebnisse am Blitzventil erkennen, daß die Ventilableiter auf dem Weg zu einem wirklich brauchbaren und zuverlässigen Schutz gegen Überspannungen ein gutes Stück weitergekommen sind.

Im Gegensatz zum Ventilableiter wirkt der Widerstandableiter stets nur als Spannungsteiler. Die an ihm nach seinem Ansprechen liegende Restspannung ist um so höher, je größer die Überspannung ist. Für die Möglichkeit der Spannungsabsenkung ist die Höhe des verwendeten Dämpfungswiderstandes von ausschlaggebender Bedeutung.

Wenn man die Zwecke dieses Dämpfungswiderstandes richtig beurteilen will, muß man notwendigerweise die geschichtliche Entwicklung des Widerstandableiters mit berücksichtigen. Die ersten Ableiter hatten in Anlehnung an den gewöhnlichen Blitzableiter praktisch keinen Widerstand in der Ableiterbahn. Das führte zu Schwierigkeiten in der Unterbrechung des nachfolgenden Betriebstromes. Außerdem glaubte man, verschiedene Überspannungschäden auf das Auftreten von Ausgleichschwingungen beim Ansprechen des widerstandlosen Ableiters schieben zu müssen. Also baute man Dämpfungswiderstände ein.



Der Forderung der leichten Betriebstromunterbrechung entspricht ein möglichst hoher Dämpfungswiderstand, der Forderung des schwingungslosen Ansprechens dagegen ein Widerstand in Höhe des Wellenwiderstandes der angeschlossenen Leitung. Nur dieser kann die gesamte auftreffende Wellenenergie sofort vernichten [1].

Zunächst beherrschte die Frage der Betriebstromunterbrechung vollkommen die Lage. Dämpfungswiderstände von mehreren Hunderttausend Ohm waren die Folge. Erst verhältnismäßig spät erkannte man, daß damit die Möglichkeit einer Spannungsabsenkung restlos ausgeschlossen war. Heutzutage nähert man sich für nicht zu hohe Betriebspannungen bereits wieder der Größe des durchschnittlichen Wellenwiderstandes und damit der Erfüllung der zweiten Forderung, des schwingungslosen Ansprechens, ohne dabei gegen die Forderung der sicheren Betriebstromunterbrechung zu verstoßen. Die Frage ist, ob damit die Entwicklung des Widerstandableiters als abgeschlossen betrachtet werden darf. Die Meinungen hierüber sind nicht einheitlich [2]. Zweifellos nehmen die reinen Energiebetrachtungen, nach denen das Optimum des Schutzwertes bei einem dem Wellenwiderstand gleichen Dämpfungswiderstand liegt [3], nur Bezug auf die Forderung des schwingungslosen Ansprechens. Die Frage der Spannungsabsenkung wird dabei praktisch ganz außer acht gelassen. Die — nicht nur vom geschichtlichen Standpunkt aus betrachtet — erste Aufgabe des Ableiters bleibt jedoch die Spannungsabsenkung.

Die Stärke der notwendigen Spannungsabsenkung wird bestimmt von dem Verhältnis der größtmöglichen Überspannung, die man in der Anlage erwarten kann, zu der für diese Anlage gerade noch zulässigen Spannung. Für Überspannungen, die auf Freileitungen infolge atmosphärischer Störungen auftreten können, ist es nicht möglich, eine obere Grenzspannung anzugeben. Dagegen ist die Grenzspannung für die Stationen meist sehr eindeutig bestimmt. Es entspricht wohl der allgemeinen Erfahrung, wenn man annimmt, daß praktisch alle Überspannungen in Schaltstationen, oder doch jedenfalls die gefährlichsten, erst über die angeschlossenen Leitungen in die Stationen eindringen. Damit wird aber die Durchschlag- bzw. Überschlagspannung der Freileitungsisolatoren zur Grenzspannung der eindringenden Welle. Die größte Spannungsüberhöhung in der Schaltstation ergibt sich daraus jeweils aus den durch die Leitungsführung bedingten Reflexionsverhältnissen.

Bei Endstationen mit nur einer angeschlossenen Leitung bzw. Leitungsgruppe [4] liegen hier die Verhältnisse besonders ungünstig. Es ist heute üblich, die Freileitung besser zu isolieren als die Station. Dem Verfasser sind Anlagen bekannt, in denen die Prüfspannung der Freileitungsisolatoren mehr als das Doppelte der Stationsisolation (Transformatoren) beträgt. Berücksichtigt man noch, daß die Prüfspannung für Leitungsisolatoren für Verhältnisse gilt, die die Überschlagspannung herabsetzen (schräger Regeneinfall), während Überspannungen durch atmosphärische Störungen durchaus bei vollkommen trockenen Isolatoren auftreten können, so wird es sicher nicht zu hoch gegriffen sein, wenn man mit einer Grenzspannung rechnet, die die zulässige Spannung der Station bis zum Dreifachen übertrifft. Selbst wenn sich eine Reihe abgehender Leitungen an der Spannungsabsenkung beteiligen, sind hier Ableiter mit den zur Zeit üblichen Dämpfungswiderständen nicht in der Lage,

[1] Dies gilt übrigens nur für den am Leitungsende eingebauten Ableiter. — Rüdenberg (Elektr. Schaltvorgänge, Berlin 1923, S. 376) führt die Notwendigkeit des Dämpfungswiderstandes auf die beim Ansprechen des Ableiters entstehenden Spannungssprünge zurück. Dies deckt sich aber praktisch mit dem oben Gesagten, da die den Spannungssprung bewirkende Entladewelle auch die Ursache für den Ausschwingvorgang ist.

[2] Siehe z. B. Aussprache zum Fachbericht König auf der Tagung Kiel des VDE (Sonderheft der 32. Jahresversammlung des VDE, S. 37—38).

[3] Piloty, ETZ 1927, S. 1755 und 1865.

[4] Als Leitungsgruppe soll hier die Zusammenfassung derjenigen Leitungen verstanden sein, auf denen beim Auftreten von Überspannungen Spannungswellen gleichzeitig und etwa gleicher Höhe auf die Station zulaufen können. Für den Wellenwiderstand Z gelten in diesem Falle die entsprechend der Parallelschaltung verringerten Werte.



die erforderliche Spannungsabsenkung zu bewirken. Die beiden in Zahlentafel 1 und 2 gebrachten Beispiele zeigen dies deutlich.

Zahlentafel 1.

öchstzulässiger Ableiterwiderstand (R) im Verhältnis zum Wellenwiderstand (Z) und in Abhängigkeit von der Zahl der von einer Schaltstation abgehenden Leitungen bezw. Leitungsgruppen, wenn die Höhe der eindringenden Spannungswelle das Dreifache der für die Schaltstation zulässigen Spannung erreichen kann.

Leitungszahl	1	2	3	4	5	6 und mehr
Widerstandsverhältnis R/Z für 1 Ableiter in der Station	0,2	0,25	0,33	0,5	1	Ableiter ganz entbehrlich
Widerstandsverhältnis R/Z für 1 Ableiter je abgehende Leitung	0,2	0,5	1	2	5	Ableiter ganz entbehrlich

Zahlentafel 2.

Wie Zahlentafel 1, jedoch soll die eindringende Spannungswelle im Höchstfalle nur das Doppelte der für die Schaltstation zulässigen Spannung erreichen können.

Leitungszahl	1	2	3	4 und mehr
Widerstandsverhältnis R/Z für 1 Ableiter in der Station	0,33	0,5	1	Ableiter ganz entbehrlich
Widerstandsverhältnis R/Z für 1 Ableiter je abgehende Leitung	0,33	1	3	Ableiter ganz entbehrlich

Aus den angeführten Beispielen können eine Reihe von Folgerungen gezogen werden:

1. Bei den heute üblichen Isolationsverhältnissen zwischen Freileitung und Station muß der Gesamtdämpfungswiderstand der Stationsableiter erheblich geringer sein als der Wellenwiderstand der Leitungen, wenn die Station mit Sicherheit vor Schäden durch Spannungsüberhöhungen bewahrt werden soll.

2. Wird in einer Station nur ein einziger Ableiterschutz verwendet, so ist der Bereich, in dem Ableiter mit den zur Zeit üblichen Dämpfungswiderständen $(R \geqq Z)$ sicheren Schutz bieten, so gering, daß derartige Ableiter fast ausnahmslos ganz weggelassen werden können.

3. Werden in einer Station mehrere Ableiter parallel geschaltet, z. B. für jede ankommende Leitung ein Ableiter benutzt, so erweitert sich natürlich der Verwendungsbereich der üblichen Ableiter. Praktisch stellt ja auch eine derartige Parallelschaltung nur eine Erniedrigung des Dämpfungswiderstandes unter den für einen Ableiter üblichen Wert dar. Die verschiedenen Ableiter sollten übrigens in diesem Falle auch tatsächlich unmittelbar nebeneinander stehen und nicht etwa auf die einzelnen Leitungen verteilt und gar vor den Schaltstationen eingebaut werden. Dadurch würde die Ansprechverzögerung der Gesamtanordnung in ganz unzweckmäßiger Weise vergrößert. Der Anschluß aller Ableiter an die Sammelschiene wäre also unbedingt vorzuziehen.

4. Je höher die Isolationsicherheit der Freileitung gegenüber der Station gewählt wird, desto stärker muß unter sonst gleichen Verhältnissen der Dämpfungswiderstand des Ableiters herabgesetzt werden, bzw. desto kleiner wird der Verwendungsbereich der üblichen Widerstandableiter.

Setzt man bei der Bemessung des zulässigen Ableiterwiderstandes die spannungsabsenkende Wirkung der abgehenden Leitungen mit in Rechnung, so setzt das voraus, daß die entsprechende Leitungszahl im Störungsfalle auch tatsächlich an die Sammelschiene angeschlossen ist. Man wird deshalb die eingesetzte Leitungszahl im allgemeinen nicht sehr hoch greifen können und einen entsprechend geringen Dämpfungswiderstand verwenden müssen.

Nun unterliegt es keinem Zweifel, daß durch die starke Erniedrigung des Ableiterwiderstandes unter den Wellenwiderstand beim Ansprechen des Ableiters steilstirnige Entladewellen und an Leitungsenden Ausschwingvorgänge hervorgerufen werden, die ihrerseits wieder eine Gefährdung von Transformatorwicklungen darstellen können. Trotzdem kann den Verfechtern des wellenwiderstandgleichen Dämpfungswiderstandes nicht recht gegeben werden. Fürchtet man den Spannungsprung bzw. die Ausgleichschwingung oder glaubt man, bei den geringen Ableiterwiderständen den nachfolgenden Betriebstrom nicht mehr bewältigen zu können und greift man deshalb zu höheren Ableiterwiderständen, so sollte man sich jedenfalls bewußt sein, daß ein derartiger Ableiter keinen sicheren Schutz mehr gegen Überspannungen infolge atmosphärischer Störungen und ähnlicher Erscheinungen bietet. Seine Schutzmöglichkeiten beschränken sich dann lediglich auf Spannungsüberhöhungen durch langsam verlaufende Vorgänge, z. B. durch aussetzende Erdschlüsse oder Resonanzerscheinungen in der Größenordnung der Betriebsfrequenz und ihrer Oberschwingungen.

Würde man in einer Anlage die Station besser isolieren als die Freileitungen, so könnten damit in sämtlichen Durchgangstationen (mit zwei und mehr ständig angeschlossenen Leitungen bzw. Leitungsgruppen) die Ableiterschutzvorrichtungen entbehrt werden. In Endstationen mit nur einer angeschlossenen Leitung sollte man jedoch stets einen Ableiterschutz verwenden, und zwar ganz abgesehen davon, daß in diesem Falle die Isolationserhöhung meistens sehr viel mehr Kosten verursachen würde als ein entsprechender Ableiterschutz. Der gewichtigere Grund ist folgender:

Wellen mit einer knapp unter der Grenzspannung der Freileitungsisolation liegenden Höhe werden in der Station am Leitungsende (Transformator) reflektiert und müssen, wenn die erhöhte Spannung auch von der Stationsisolation ertragen wird, an einem der ersten Freileitungsisolatoren zusammenbrechen. Bei dem im Verhältnis zum Wellenwiderstand der Leitung wohl stets kleinen Mastwiderstand entsteht durch dieses Ansprechen des Leitungsisolators ein Ausschwingvorgang (Rechteckschwingungen!) am Leitungsende, der den Transformator sicher viel stärker gefährdet als ein Ableiter mit geringen Dämpfungswiderständen. Man kann diesen Ausschwingvorgang vermeiden, wenn man in der Endstation einen Ableiterschutz einbaut, dessen Ansprechspannung unter der Grenzspannung der Freileitung liegt. Benutzt man hierfür einen Widerstandableiter, so darf dessen Dämpfungswiderstand aber auch in diesem Falle den Wert des Wellenwiderstandes der Leitung nicht überschreiten.

Ein Mittelding zwischen Widerstandableiter und Ventilableiter stellen die Ableiter mit spannungsabhängigem Dämpfungswiderstand dar. Von der Verwendung dieser Widerstände hat man sich vielfach eine durchgreifende Verbesserung des Widerstandableiters versprochen. Gabor hat ihnen auf Grund seiner Untersuchungen sogar ausgeprägten Ventilcharakter für hohe Spannungen zugesprochen. Dem ist aber leider nicht so. Für eine Ventilwirkung ist Voraussetzung, daß auch bei steigendem Ableiterstrom der Spannungsabfall am Widerstand unverändert bleibt. Eine entsprechende Stromspannungscharakteristik ist jedoch weder für Silit,



noch für Ozelit nachgewiesen. Aber selbst davon abgesehen, ist nach den Untersuchungen des Verfassers an einer Reihe von Widerstandstäben die durchschnittliche Spannungsabhängigkeit verhältnismäßig gering, die Streuung dabei sehr stark[1]. Dazu kommt, daß man bei diesen Widerständen aus Graphitgemischen wegen ihrer Temperaturabhängigkeit mit dem für Betriebspannung geltenden Widerstandwert kaum so weit heruntergehen kann wie bei Metallwiderständen. Auf Grund der genannten Umstände ist es deshalb unwahrscheinlich, daß zur Zeit der Ableiter mit spannungsabhängigem Widerstand da noch mit Erfolg verwendet werden kann, wo der Ableiter mit Metallwiderstand bereits versagt.

Stirnsteilheit. Die steile Stirn ist die zweite der üblicherweise angegebenen Gefahrenquellen. Es war eine lang umstrittene Frage, ob es überhaupt Wanderwellen mit merklich steiler Stirn gibt. Auch hier hat der Kathodenoszillograph Klarheit gebracht. Die Untersuchungen von Rogowski-Flegler-Tamm (a. a. O.) haben den Beweis erbracht, daß jedenfalls in gewissen Fällen mit dem Auftreten ganz erheblicher Steilheiten gerechnet werden muß. Eine andere Frage ist allerdings, ob die Steilheit wirklich die Gefahr besitzt, die man ihr zuschreibt. Hierüber ist noch nichts Zuverlässiges bekannt. Wir kennen nicht einmal mit Sicherheit die Art des Eindringens von Sprungwellen in Transformatoren. Der Verfasser konnte an einer einlagigen Spule zeigen[2], daß sich bereits an diesem einfachen Gebilde die Form des Eindringens wesentlich ändert, je nachdem es sich um eine reine Luftspule, um eine Spule mit freiem oder mit angeschlossenem Metallzylinder handelt. Bei der Spule mit angeschlossenem Metallzylinder ist die Windungsbeanspruchung am stärksten. Ähnliche Beanspruchungsformen wird man auch bei Transformatoren unterscheiden müssen.

Je steiler die Stirn der auf die Wicklung auftreffenden Welle ist, desto höher ist die Windungspannung. Gleichzeitig nimmt jedoch bei gleicher Wellenhöhe die Beanspruchungszeit ab. Unter Berücksichtigung der wohl stets auftretenden Durchschlagverzögerung der Windungsisolation ergibt sich deshalb noch nicht ohne weiteres eine mit steigender Stirnsteilheit wachsende Durchschlaggefahr. Eine sichere Entscheidung wird erst nach Aufnahme der jeweiligen Durchschlagverzögerungs-Kennlinie möglich sein. Es ist von früheren Untersuchungen her bekannt und durch die Untersuchungen mit dem Kathodenoszillographen bestätigt worden[3], daß bei Luftfunkenstrecken die Durchschlagverzögerung sehr stark mit steigender Überspannung sinkt. Nimmt man eine derartige Abhängigkeit auch für die Durchschlagverzögerung der Windungsisolation an, so würde das bedeuten, daß die Durchschlaggefahr für die Windungsisolation jeweils bei einer bestimmten, jedoch für verschiedene Spulen verschiedenen Steilheit — gleiche Wellenhöhe vorausgesetzt — einsetzt.

Die meisten Untersuchungen über die Gefährlichkeit steiler Wellenstirnen beziehen sich auf Vorgänge, die in Transformatorwicklungen durch einen einmaligen Spannungsprung (Sprungwelle) hervorgerufen werden. Rechnet man mit einer gewissen Verminderung der Durchschlaggefahr durch die Durchschlagverzögerung, so muß besonders den durch Rechteckschwingungen hervorgerufenen Windungsbeanspruchungen Beachtung geschenkt werden. Die im Aachener Institut mit dem Kathodenoszillographen aufgenommenen Rechteckschwingungen zeigen selbst nach Ablauf einer ganzen Reihe von Wellen noch eine erhebliche Steilheit. Die Windungsbeanspruchung wiederholt sich bei einer derartigen Rechteckschwingung mehrmals

[1] Da sämtliche untersuchten Widerstandstäbe von den Herstellerwerken für die Untersuchung ihrer Spannungsabhängigkeit und Verwendbarkeit bei Widerstandableitern zur Verfügung gestellt worden waren, darf wohl angenommen werden, daß die an ihnen festgestellte Spannungsabhängigkeit dem augenblicklichen fabrikationsmäßigen Durchschnitt entspricht.

[2] Fachberichte der 32. Jahresversammlung des VDE 1927, S. 116; ein ausführlicher Bericht erscheint demnächst im Arch. f. Elektrot.

[3] Vgl. R. Tamm, Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 235.

in einer verhältnismäßig kurzen Zeitspanne und kann da noch zu einem Durchschlag führen, wo dem einmaligen Spannungsprung die Zeit hierfür fehlt. Die Gefährlichkeit der Schwingung steigt dabei mit ihrer Frequenz. Aus diesem Grunde erscheinen auch die oben erwähnten Isolatorüberschläge in unmittelbarer Nähe von Transformatoren für diese besonders gefährlich.

Als Schutzmittel gegen steile Stirnen finden hauptsächlich Spule und Kondensator Verwendung. Eine Beurteilung des Schutzwertes derartiger Abflacherschutzvorrichtungen ist nicht möglich, solange nicht festgestellt ist, welche Steilheiten für die verschiedenen Wicklungen noch zulässig sind. Dies gilt besonders für die Beurteilung von Schutzvorrichtungen, wie Bendmannspule und Glimmschutz, deren wirksame Induktivitäten bzw. Kapazitäten um zwei bis drei Größenordnungen unterhalb derjenigen der üblichen Abflacherschutzvorrichtungen liegen.

Sowohl bei Spulen als auch bei Kondensatoren wird die Schutzwirkung durch Verwendung Ohmscher Widerstände beeinträchtigt. Bei Spulen wird man jedoch häufig die Überbrückungswiderstände zur Unterdrückung der bekannten Transformatoreingangschwingungen nicht entbehren wollen. Die vom Verfasser durchgeführten Untersuchungen haben hier gezeigt, daß es nicht zweckmäßig ist, Silit- oder Ozelitstäbe mit starker Spannungsabhängigkeit zu verwenden. Je nach dem gewählten Widerstandwert lassen sie entweder bei hoher Wellenspannung eine zu starke Teilwelle durch, oder aber sie unterdrücken bei geringer Wellenspannung die Eingangschwingung nur unvollständig.

Um die Schwierigkeiten des Überbrückungswiderstandes zu vermeiden, hat Vidmar[1] vor einiger Zeit in Verfolgung eines Vorschlages von Böhm eine Schutzspule mit Eisenkern angegeben. Die Vidmarspule hat zur Voraussetzung, daß das Eisen bereits in Zeiten magnetisch wirksam wird, die der Ausbildung von Wellenstirnen entspricht. Dahingehende Untersuchungen des Verfassers lassen dies aber sehr zweifelhaft erscheinen, selbst wenn die bei lamelliertem Eisen übliche Blechstärke noch erheblich vermindert würde.

Auch die von Vidmar erwähnte bifilare Spule bietet wenig Aussicht auf Erfolg. Untersuchungen an einer derartigen Spule haben gezeigt, daß sie selbst bei verhältnismäßig enger Wicklung die Stirn ankommender Wellen nicht merklich stärker umbildet als eine Doppelleitung.

Für Freileitungsanlagen gibt es übrigens ein einfaches Mittel, die durch den Überbrückungswiderstand einer Schutzspule durchtretende Teilwelle unschädlich zu machen. Es genügt, zwischen Spule und Transformator ein Kabelstück zwischenzuschalten. Die Höhe der Teilwelle wird dadurch auf einen Bruchteil ihres ursprünglichen Wertes herabgedrückt und am Transformator ein schroffer Spannungsanstieg vermieden.

Eine Sonderstellung unter den Abflacherschutzvorrichtungen nehmen die Bendmannspule und der Glimmschutz mit ihrer geringen Induktivität und Kapazität ein. Wenn auch, wie bereits erwähnt, über den Wert der durch sie erreichten Stirnabflachung das letzte Wort noch nicht gesprochen werden kann, so muß doch die von den Erfindern angenommene Schutzwirkung aus einem anderen Grunde in Frage gestellt werden. Bei beiden soll nämlich die durch die Glimmverluste bewirkte Energievernichtung eine für die Schutzwirkung ausschlaggebende Rolle spielen. Es läßt sich aber zeigen, daß die Energievernichtung, wenn sie überhaupt einen merklichen Einfluß auf den Ansprechvorgang ausüben kann, lediglich die abflachende Wirkung der Schutzanordnung abschwächt.

Wir können bei den in Rede stehenden Schutzapparaten drei Arbeitsabschnitte unterscheiden. Solange noch kein Glimmen stattfindet (erster Abschnitt), unterscheiden sie sich in ihrer Wirkungsweise nicht von den üblichen Spulen und Kondensatoren. Der zweite Abschnitt wird durch die beginnende Glimmwirkung, der dritte

[1] Vidmar, ETZ 1927, S. 801. — Böhm, Arch. f. Elektrot. V, 1917, S. 395.



durch den vollständigen Durchschlag der Glimmstrecke eingeleitet. Im letzten Abschnitt ist die Glimmstrecke kurzgeschlossen, also wirkungslos gemacht. Für die Spule bedeutet dieser Abschnitt eine Verkleinerung der wirksamen Induktivität, für den Glimmschutz eine Vergrößerung der wirksamen Kapazität gegenüber dem ersten Abschnitt.

Eine merkliche Energievernichtung kann nur während des zweiten Abschnittes eintreten, bei der die glimmende Luftstrecke noch einen gewissen Ohmschen Widerstand darstellt[1]. Diesen Widerstand können wir uns beim Glimmschutz bekanntlich als Serienwiderstand zur Kapazität der Glasglocke denken und bei der Bendmannspule in entsprechender Weise als Parallel- (Überbrückungs-) Widerstand zu den einzelnen Windungen. Das Maximum der Energievernichtung wird offensichtlich erreicht, wenn der wirksame Widerstand der Glimmstrecke gerade die Höhe des Wellenwiderstandes der Leitung erreicht. In diesem Falle ist aber die abflachende Wirkung praktisch schon aufgehoben[2]. Ist umgekehrt der Widerstand derart, daß die abflachende Wirkung nicht gestört wird, so findet in ihm wieder keine wesentliche Energievernichtung statt. Diese kann vielmehr bei den beiden Anordnungen stets nur auf Kosten der Abflachung erzielt werden.

Man findet häufig, besonders bei Betrachtungen über den Glimmschutz, die umgekehrte Auffassung, daß gerade die Energievernichtung die abflachende Wirkung fördere. Diese Annahme beruht aber auf einem Trugschluß. Die verstärkte Abflachung gilt nur für den Verlauf der reinen Kondensatorspannung. Für die Schutzwirkung kommt jedoch der Spannungsverlauf an der gesamten Schutzanordnung, also Kondensator und Widerstand in Frage, und hier muß sich beim Auftreffen einer Sprungwelle stets vor der Abflachung ein dem Widerstandsverhältnis entsprechender Spannungsprung ausbilden.

Resonanzerscheinungen. In den Leitsätzen des VDE für den Schutz gegen Überspannungen wird vielfach Bezug auf die Gefährdung von Anlagen durch Resonanzerscheinungen genommen[3]. Demgegenüber begegnet man jedoch häufig der Ansicht, daß nur Spannungsüberhöhung und Stirnsteilheit wesentliche Gefahrenquellen darstellen. Diese Ansicht scheint dadurch eine gewisse Rechtfertigung zu erhalten, daß die nachweisbar durch Resonanzen mit Oberschwingungen der Betriebsfrequenz entstehenden Überspannungschäden durch entsprechende Vorsichtsmaßregeln wohl ein für allemal vermieden werden können. Eine Feststellung, ob darüber hinaus in den heutigen Anlagen noch schädliche Resonanzerscheinungen auftreten, ist verhältnismäßig schwierig, weil sich die meisten durch Resonanz verursachten Schäden nicht wesentlich anders äußern wie die durch Spannungsüberhöhung oder durch Spannungsprünge bewirkten. Entsprechend genügen auch sehr oft die gegenüber diesen Überspannungserscheinungen verwendeten Schutzmittel. Dies gilt jedoch nicht für alle Fälle. Die Erörterung der Frage der Resonanzmöglichkeiten scheint deshalb nicht unzweckmäßig.

Vor mehreren Jahren hat bereits Rogowski[4] darauf hingewiesen, daß Transformatorenschäden sehr leicht durch innere Spannungsüberhöhungen infolge Resonanz der Eigenschwingung des Transformators mit der Einschaltschwingung der Zuleitung

---

[1] Kesselring (Arch. f. Elektrot. XVI, 1926, S. 152) nimmt an, daß für die Schutzwirkung nicht das Glimmen, sondern der beginnende Durchschlag der Luftstrecke von wesentlicher Bedeutung sei. Dies steht jedoch insofern nicht in Widerspruch mit der oben gemachten Annahme, als auch nach Kesselring die Schutzwirkung des Glimmschutzes in einem Arbeitsabschnitt liegt, in dem die Luftstrecke noch einen im Verhältnis zum Wellenwiderstand merklichen Ohmschen Widerstand darstellt.

[2] Vgl. z. B. E. Flegler, Arch. f. Elektrot. XIX, 1928, S. 552, Bild 35.

[3] Vgl. a. W. Petersen, Arch. f. Elektrot. I, 1913, S. 233. — O. Böhm, Arch. f. Elektrot. V, 1917, S. 382.

[4] W. Rogowski, Arch. f. Elektrot. VI, 1918, S. 377.

auftreten können. Für die einlagige Spule haben Rogowski-Flegler-Tamm (a. a. O.) bereits den experimentellen Nachweis für die von Rogowski angegebene Spannungsüberhöhung gebracht. In Frankreich, wo man sich übrigens in den letzten Jahren sehr lebhaft mit der Frage: Stirnsteilheit oder angeregte Schwingung befaßt hat, wurde von J. Fallou eine Reihe von Transformatoren auf Resonanzmöglichkeiten hin mit einem Dufourschen Oszillographen untersucht [1]. Die Untersuchungen Fallous bestätigen ebenfalls die Resonanzmöglichkeit für betriebsmäßige Transformatoren. Daß die von Fallou gefundenen Transformator-Eigenschwingungen verhältnismäßig geringe Frequenz haben (im Höchstfalle etwa 20000 Hertz), ist auf die Mitwirkung des Eisenkerns zurückzuführen [2]. Es ist jedoch nicht ausgeschlossen, daß sich bei Transformatoren noch wesentlich höhere Eigenschwingungen finden, für die entsprechend ihrer hohen Frequenz das Vorhandensein des Eisenkerns bedeutungslos ist [3]. Hier könnten gegebenenfalls noch weitere Resonanzmöglichkeiten bestehen. Doch stellt hier die Dämpfung infolge der Wirbelströme im Eisen sicher eine nicht unerhebliche Schutzwirkung dar.

Ob und inwieweit gegen diese Resonanzerscheinungen trotzdem noch ein besonderer Schutz erforderlich ist, kann zur Zeit nicht entschieden werden. Eine endgültige Klärung dieser Frage wird erst nach Abschluß einer systematischen Untersuchung von Transformatoren mit dem Kathodenoszillographen bis zu den höchsten im praktischen Betrieb möglichen Frequenzen zu erwarten sein.

Zusammenfassung. Zur Bekämpfung von Überspannungen in Starkstromanlagen sind im Laufe der Jahre eine Reihe von Schutzapparaten entwickelt worden. Auf Grund der mit dem Kathodenoszillographen festgestellten Wirkungsweise der Apparate läßt sich bereits eine bedingte Schutzwertbestimmung gegenüber den verschiedenen Überspannungserscheinungen durchführen.

Widerstandableiter können Spannungsüberhöhungen nur herabsetzen, wenn ihr Dämpfungswiderstand verhältnismäßig gering ist. Bei sehr kleinen Dämpfungswiderständen ist jedoch andererseits die Gefahr vorhanden, daß beim Ansprechen des Ableiters schädliche Sprungwellen und Ausschwingvorgänge entstehen. Besitzen die Widerstandableiter hohe Dämpfungswiderstände, so können sie lediglich gegen Überspannungen schützen, die durch langsam verlaufende Vorgänge, z. B. durch aussetzende Erdschlüsse oder Resonanzerscheinungen in der Größenordnung der Betriebsfrequenz und ihrer Oberschwingungen hervorgerufen werden. Es muß jedoch betont werden, daß es sich in den Fällen, in denen bei bereits eingebauten Ableitern gute Erfahrungen mit Erhöhung des Dämpfungswiderstandes gemacht werden, sehr oft um Störungen handelt, die selbst erst durch den Ableiter entstanden waren. Als Schutz gegenüber steilen Stirnen kommt der Widerstandableiter nur in so geringen Ausnahmefällen in Frage, daß in dieser Beziehung von einem Schutzwert nicht mehr gesprochen werden kann.

Die Ventilableiter bekämpfen, besonders in der dem Blitzventil entsprechenden Wirkungsweise mit Sicherheit auch noch verhältnismäßig starke Spannungsüberhöhungen, ohne die beim Widerstandableiter damit verbundenen Nachteile zu besitzen. Sie unterdrücken in gleicher Weise auch Überspannungen durch nieder- und hochfrequente Resonanzerscheinungen, wenn die Spannungsüberhöhungen sich in genügender Nähe der Einbaustelle des Schutzapparates ausbilden. Bezüglich der Bekämpfung steiler Stirnen gilt für die Ventilableiter das gleiche wie für die Wider-

[1] J. Fallou, Bulletin Soc. Franç. des Electr. 1926, S. 237 und 1245. — Rev. Gén. de l'Electr. XX, 1926, S. 773; XXI, 1927, S. 853.

[2] Vgl. auch die von Gabor (El. Wirtsch. 1926, S. 307) aufgenommene Nullpunktschwingung.

[3] Die Leistungsfähigkeit seines Oszillographen gestattete Fallou nicht die Untersuchung einmaliger Vorgänge derart hoher Frequenz.



standableiter. Vorläufig sind die Ventilableiter wegen ihrer zu hohen Ansprechspannung nur ganz ausnahmsweise als Schutz zu verwenden.

Spulen und Kondensatoren schützen vor Spannungsüberhöhungen nur, wenn die Dauer der Überspannung nicht größer ist als die Zeitkonstante der Schutzanordnung. Gegenüber Resonanzerscheinungen bestehen bei ihnen zwei Schutzmöglichkeiten. Einmal kann die ihnen eigene Induktivität bzw. Kapazität eine in einer Anlage bestehende Resonanzlage so weit verstimmen, daß sich gefährliche Spannungsüberhöhungen nicht ausbilden können. Allerdings können sie andererseits auch die Anlage erst in eine Resonanzlage hineinbringen. Das ist die bekannte Schattenseite dieser Schutzanordnungen. Wesentlich ungefährlicher ist in dieser Beziehung die zweite Anordnung, bei der der Spule bzw. dem Kondensator so viel Widerstand beigegeben wird, daß die durch die Energievernichtung im Widerstand bewirkte Dämpfung eine Ausbildung von Spannungsüberhöhungen verhindert. Die Nachteile dieser Anordnung liegen darin, daß der eingebaute Widerstand die Schutzmöglichkeiten gegenüber steilen Stirnen außerordentlich herabsetzt. Ein gleichzeitiger Schutz gegen Resonanzerscheinungen und steile Stirnen scheint deshalb mit diesen Schutzanordnungen nicht möglich. Welcher Schutz notwendiger ist, läßt sich zur Zeit nicht mit Sicherheit entscheiden. Im allgemeinen hält man, wie bereits erwähnt, die Stirnsteilheit für die größere Gefahrenquelle. Doch ist bis heute noch nicht nachgewiesen, ob und von welcher Steilheit ab Wellenstirnen für Spulen eine Gefahr bedeuten.

Wenn man bedenkt, daß die verschiedenen Überspannungen, die sich oft in ihren sichtbaren Wirkungen nur unmerklich unterscheiden, zu ihrer Unterdrückung doch ganz verschiedenartige und teilweise gegensätzliche Anforderungen an die Schutzapparate stellen, so werden daraus auch die widersprechenden Urteile über den Schutzwert der Apparate verständlich. Derselbe Schutzapparat, der in der einen Anlage die besten Dienste leistet, kann in einer anderen Anlage unter scheinbar gleichen Verhältnissen nicht nur vollkommen als Schutz versagen, sondern sogar selbst noch als Störenfried wirken.

Die genaue Kenntnis der Wirkungsweise der verschiedenen Schutzanordnungen wird es jedoch in derartigen Fällen ermöglichen, die bestehenden Unstimmigkeiten zu erklären. Sie kann weiter dazu beitragen, aus dem Verhalten, das die Apparate den verschiedenen Überspannungserscheinungen gegenüber zeigen, auf deren Wesen zu schließen und die Schutzanordnungen den tatsächlichen Verhältnissen besser anzupassen.



Drehstromleistungsmessung in Aronschaltung.

Zu dem Aufsatz des Herrn G. Hauffe: „Drehstromleistungsmessung in Aronschaltung mit Meßwandlern", Arch. f. Elektrot. 1927, XIX. Band, S. 10 möchte ich folgendes bemerken:

Herr Hauffe führt Seite 11 die Größen f_i und f_p ein bezieht sich dabei auf die „in den Normalien festgelegten Definitionen". Demgegenüber sei festgestellt, daß diese Größen nicht den Normalien (Meßwandlerregeln ETZ 1921, S. 209 und 836) entsprechen[1]. In diesen ist nämlich für den Stromwandler außer der Nennübersetzung ($\ddot{u}_S$) nur der „Stromfehler" — er sei mit f_i' bezeichnet — definiert und zwar als die prozentische Abweichung der sekundären Stromstärke von ihrem Sollwert, der sich aus der primären Stromstärke $\mathfrak{J}_1$ durch Division mit dem Nennwert des Übersetzungsverhältnisses ergibt; also ist danach der Stromfehler

$$f_i' = \left(\frac{\frac{\mathfrak{J}_1}{\ddot{u}H} - \frac{\mathfrak{J}_1}{\ddot{u}S}}{\frac{\mathfrak{J}_1}{\ddot{u}S}}\right) \cdot 100 = \left(\frac{\ddot{u}S - \ddot{u}H}{\ddot{u}H}\right) \cdot 100\,\%,$$

während die Größe f_i des Herrn Hauffe den Wert

$$f_i = \left(\frac{\ddot{u}S - \ddot{u}H}{\ddot{u}S}\right) \cdot 100$$

hat. Die Größe f_i des Herrn Hauffe ist also mit dem in den Meßwandlerregeln definierten Stromfehler nicht identisch, wenn sie sich auch bei kleinen Stromfehlern zahlenmäßig davon wenig unterscheidet. Es besteht der Zusammenhang:

$$f_i = \frac{f_i'}{1 + \frac{f_i'}{100}} \quad \text{oder} \quad f_i' = \frac{f_i}{1 - \frac{f_i}{100}}.$$

In der Gleichung

$$N_w = N_r \left(1 - \frac{f_N}{100}\right),$$

wo N_w den wahren Wert, N_r den gemessenen Wert bedeutet, ist f_N nicht, wie Herr Hauffe behauptet, der prozentuale Fehler in der Leistungsmessung; dieser — er sei mit f_N' bezeichnet — ist vielmehr

$$f_N' = \left(\frac{N_r - N_w}{N_w}\right) \cdot 100,$$

während sich aus der vorletzten Formel

$$f_N = \left(\frac{N_r - N_w}{N_r}\right) \cdot 100$$

ergibt. Herr Hauffe dividiert also die Differenz durch den angezeigten Wert statt durch den Sollwert, was bekanntlich nicht richtig ist (siehe auch § 13 der Regeln für Elektrizitätszähler ETZ 1926). Die Größe f_N des Herrn Hauffe hängt mit dem prozentualen Fehler f_N' durch die Gleichung

$$f_N' = \frac{f_N}{1 - \frac{f_N}{100}}$$

zusammen. Bei großen Fehlern in der Leistungsmessung ergibt daher die Formel für f_N des Herrn Hauffe Fehler, welche von dem wirklichen Fehler (f_N') stark abweichen. Es sei dafür ein Beispiel gerechnet:

[1] Es sei im folgenden nur von der Größe f_i des Stromwandlers gesprochen, von der Größe f_p des Spannungswandlers gilt natürlich dasselbe.

Es sei

$$f_p' = +1\%; \qquad f_i' = +4\%$$[1]

(Spannungs- bzw. Stromfehler nach den Meßwandlerregeln)

$$\delta_p = 0'; \quad \delta_i = +100'; \quad \varphi_2 = 76^0 20'; \quad \operatorname{tg}\varphi_2 = 4{,}219; \quad \varphi_1 = \varphi_2 + 100' = 78^0.$$

Dann ist der Fehler in der Leistungsmessung

a) nach der Formel

$$f_a' = \frac{100 + f_p' + f_i' + \frac{f_p' f_i'}{100}}{\cos(\delta_p - \delta_i) + \operatorname{tg}\varphi_2 \sin(\delta_p - \delta_i)} - 100\%,$$

welche keinerlei Vernachlässigung enthält,

$$f_a' = +19{,}8\%;$$

b) nach der üblichen Formel

$$f_b' = f_p' + f_i' - 0{,}0291\,(\delta_p - \delta_i)' \operatorname{tg}\varphi_1,$$

$$f_b' = +18{,}7\%,$$

c) nach der Formel des Herrn Hauffe

$$f_N = \frac{1}{1{,}01} + \frac{4}{1{,}04} + 0{,}0291 \cdot 4{,}219 \cdot 100 + \left(\frac{1}{1{,}01} + \frac{4}{1{,}04}\right) \cdot 0{,}000291 \cdot 4{,}219 \cdot (-100)$$

$$= +16{,}5\%,$$

woraus sich der prozentuale Fehler f_N' der Leistungsmessung nach obiger Formel zu

$$f_N' = \frac{f_N}{1 - \frac{f_N}{100}} = +19{,}7\%$$

ergibt.

Der Zweck der Untersuchung des Herrn Hauffe ist (laut Ziffer 1, S. 10) „für die Leistungsmessung des Drehstromes in Aronschaltung eine ähnliche Korrekturformel zu entwickeln wie für Einphasenstrom". Durch sehr umfangreiche Rechnungen kommt Herr Hauffe zu dem Ergebnis, daß man bei symmetrischen Drehstromanlagen bei gleichen Meßwandlern dieselbe Formel anzuwenden hat wie bei Einphasenstrom. Dies ist aber längst bekannt (siehe z. B. Möllinger: „Wirkungsweise der Motorzähler und Meßwandler", 2. Aufl., S. 198, Berlin: Springer 1925); natürlich muß man auch bei Drehstromanlagen das f_N des Herrn Hauffe nach der letzten Formel umrechnen, um den prozentualen Fehler zu erhalten.

H. Nützelberger, Nürnberg.

Entgegnung.

Die Beziehung zwischen dem gemessenen Wert G_m einer Größe, ihrem wahren Wert G_w und dem Fehler f in %

$$f = \frac{G_m - G_w}{G_w} 100\%$$

ist allgemein bekannt. Aus ihr folgt für den wahren Wert

$$G_w = \frac{G_m}{1 + \frac{f}{100}}.$$

---

[1] also $f_p = \frac{1}{1{,}01} = 0{,}99$; $\quad f_i = \frac{4}{1{,}04} = 3{,}85$.

Nimmt man von vornherein nur kleine Fehler an, so kann man schreiben

$$G_w \approx G_m \left(1 - \frac{f}{100}\right),$$

wobei es allerdings richtiger ist, das geschwungene Zeichen an Stelle des Gleichheitszeichens zu setzen. Selbstverständlich ist es unzulässig, aus der letzten Näherungsgleichung auf eine Definition des Fehlers zu schließen. Für das von Herrn Nützelberger angegebene Beispiel können diese Näherungsrechnungen natürlich nicht mehr benutzt werden, sondern es müssen die von diesem angegebenen Umrechnungsformeln angewendet werden. Das von Herrn Nützelberger angezogene Beispiel stellt meine Rechnungen insofern in ein recht ungünstiges Licht, als dort für den Spannungswandler zwar ein solcher der Klasse F, für den Stromwandler aber ein solcher der Klasse H angenommen wird, während man, wenn auf möglichste Genauigkeit Wert gelegt wird, Wandler der Klasse F, wenn nicht gar E benutzt wird. Für letztere erscheint die Anwendung obiger Näherungen als zulässig, wie aus dem nachfolgenden Beispiel hervorgeht:

$$f_p' = +0{,}5\%, \quad f_i' = +0{,}5\%; \qquad \delta_p = -20', \quad \delta_i = +40';$$
$$\varphi_2 = 76^0\,20'; \qquad \mathrm{tg}\,\varphi_2 = 4{,}113$$

(Nützelberger gibt hier fälschlich $\mathrm{tg}\,\varphi_2 = 4{,}219$ an).

Man erhält

nach der exakten Formel von Nützelberger

$$f_a' = +8{,}8\%,$$

nach der Formel von Möllinger

$$f_a' = +8{,}77\%,$$

nach meiner Formel

$$f_{ev} = +8{,}2\%.$$

Die drei Ergebnisse unterscheiden sich also nur um Bruchteile eines Prozentes.

G. Hauffe, Dresden.

Abgeschlossen am 6. Juli 1928.

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
H. Nützelberger, Erwiderung zum Aufsatz Hauffe „Drehstromleistungsmessung in Aronschaltung mit Meßwandler".
G. Hauffe, Erwiderung.
J. Dantscher, Untersuchungen an der Doppelgitterröhre in Raumladungsnetzschaltung.
W. Hubmann, Dielektrische Messungen in einem Cellonkondensator bei mittleren Frequenzen.
E. Sommerfeld, Über einen Kathodenoszillographen hober Spannungsempfindlichkeit.
W. Rogowski, E. Sommerfeld und **W. Wolman,** Empfindlicher Glühkathodenoszillograph für Innenaufnahmen in einem Vorvakuum.
F. Eisner, Über punktförmige Aufnahmen von Wechselstromkurven, insbesondere bei höherer Frequenz.
A. Nikuradse, Untersuchungen von Spitzenentladungen in Transformatorenölen.
W. Kieser, Über das dielektrische Verhalten einiger Flüssigkeiten bei tiefen Drucken.
F. Schierl, Zwei Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung in theoretischer Behandlung.
R. Rücklin, Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem.
A. Byk, Verlängerungsleitungen zur elektrischen Ergänzung von Pupinkabeln.
L. Dreyfus, Theorie der Ausgleichsvorgänge bei Kurzschlüssen des Einankerumformers.
A. Thomälen, Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl und Phasenregelung mittels Frequenzumformer"
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.
M. Liwschitz, Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.
C. Schenfer, Pendelerscheinungen an Einankerumformern.
E. Marx, Untersuchungen über den elektrischen Durchschlag und Überschlag im unhomogenen Felde.
F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen.
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen.
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde.
F. Wöhr, Die Durchschlagspannung zwischen scharfen Kanten unter Öl.
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags II. Das Minimum der (mittleren) Durchbruchfeldstärke bei Isolierstoffen.
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags III. Die Verzögerung des Durchschlags.
L. Fleischmann, Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche.
R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer.
J. Krutsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit.
A. Brüser, Die Stromgleichungen des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb.
J. Voorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren.
L. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.
N. W. Tomaschevski, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.
S. Franck, Anfangsspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluss im elektromagnetischen Feld.
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.



Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XX. Band | 11. August 1928 | 4. Heft

Inhaltsverzeichnis.

Preis RM 13.20

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten $^1/_{10}$ der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40%.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25% für das erste, einen Nachlaß von 40% für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke:
Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118 935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften:
Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14 385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

Archiv für Elektrotechnik

XX. Band. 4. Heft. 1928.

Untersuchungen an der Doppelgitterröhre in Raumladungsnetzschaltung.

Von

J. Dantscher.

Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.

Bezeichnungen.

e, E	Spannung	i	Strom
e_H, i_H	Heizung	e_r, i_r	Raumladungsnetz
$e_a, i_a,$	Anode	e_g, i_g	Steuergitter

R_{AK} innerer Widerstand zwischen Anode und Kathode
S Steilheit der Röhre
D_{AG} Durchgriff der Anode durch das Steuergitter
$D_{S'G}$ Durchgriff des Raumladungsnetzes durch das Steuergitter

$G = \frac{S}{D_{AG}}$ Güte der Röhre nach Barkhausen.

Ferner bedeutet in der Schottkyschen[1] Bezeichnung

b	Anodenpotential	μ	Anodeneinfluß
v	Gitterpotential	λ	Steuerschärfe
n'	Raumladungsnetzpotential	ν'	Raumladungsnetzeinfluß

p Effektivpotential in der Steuergitterebene

$\beta_b = \frac{1}{R_{AK}}$ Anodenempfindlichkeit, Anodenabhängigkeit

$\beta_v = S$ Gitterempfindlichkeit, Gitterabhängigkeit

$k = \frac{1}{D_{AG}} = \frac{\beta_v}{\beta_b} = \frac{\lambda}{\mu}$ Schutzwert

$\alpha = \sqrt{\beta_v \cdot k \cdot 10^6} = \sqrt{\frac{\beta_v^2}{\beta_b} \cdot 10^6}$ lineare Verstärkung

1. Ziel der Arbeit.

Bei der Doppelgitterröhre in der Raumladungsnetzschaltung (R.L.N.-Schaltung) wird gegenüber der Eingitterröhre die Verstärkerwirkung dadurch wesentlich erhöht, daß die Raumladung der aus der Glühkathode austretenden Elektronen vermindert wird, indem diese beim Steuervorgang nicht unmittelbar in der Nähe des Heizfadens, sondern im Raum zwischen R.L.N. und Steuergitter zur Umkehr gezwungen werden; es erfolgt hierbei, sofern die Gesamtemission den Sättigungswert beibehält, lediglich zwischen Anode und R.L.N. eine allmähliche Übernahme des Elektronenstromes von der einen Elektrode durch die andere, aber keine Drosselung der Emission. Durch diese Verminderung der R.L.-Wirkung, die praktisch eine Beseitigung bedeutet, kann die Steilheit beträchtlich erhöht werden; auch steigt diese nun ungefähr proportional mit dem Sättigungsstrom, während die Steilheit der Eingitterröhre, die durch das Langmuir-Schottkysche R.L.-Gesetz beherrscht wird, im großen und ganzen von der Emission

[1] W. Schottky, Archiv. f. Elektrot. 8, 1, 1919.



unabhängig ist. Da aber auch für die R.L.N.-Röhre die Barkhausensche Beziehung gilt

$$R_{AK} \cdot S \cdot D_{AG} = 1$$

(wobei R_{AK} der innere Widerstand Kathode—Anode, S die Steilheit und D_{AG} der Durchgriff der Anode durch das Steuergitter ist), so kann entweder D_{AG} oder R_{AK} kleiner als bei der Eingitterröhre gewählt werden; dies ist der große Vorteil gegenüber der Schutznetzröhre, wo infolge des verkleinerten Durchgriffes bei gleicher Steilheit der innere Widerstand größer als bei der Eingitterröhre wird.

Trotz dieses wesentlichen Vorteiles bietet die Röhre im Betrieb einige Schwierigkeiten. Der Hauptgrund hierfür ist die fallende Charakteristik des R.L.N.-Stromes, die einen labilen Zustand bedingen und zu Selbsterregung führen kann. Schon Schottky[1] suchte diese Gefahr durch Vertauschen der Funktion von Anode und R.L.N. sowie günstige Anordnung der Elektroden zu vermeiden. Jedoch ließen verschiedene Nachteile diese Röhre bisher nicht in Verwendung kommen.

Ein anderer Weg ist der, gerade diese Tatsache zur Schwingungserregung zu verwenden. So sind der Telefunkengesellschaft mit D.R.P. 406534[2] eine Reihe von Schaltungen geschützt. Auch in der Schaltung, die J. Scott-Taggart für sein Negatron[3] anwendet, ließe sich die R.L.N.-Röhre verwenden. Es würde hier dann aus zwei Gründen ein negativer Widerstand auftreten, der Strom würde überaus stark mit der Spannung abfallen. In neuester Zeit hat sich E. Alberti[4] mit der R.L.N.-Röhre im allgemeinen und der fallenden Charakteristik des R.L.N.-Stromes im besonderen befaßt.

Im nachfolgenden soll nun über eine Diplomarbeit berichtet werden, welche durch Unregelmäßigkeiten veranlaßt wurde, die bei der Aufnahme der normalen Steuergitterkennlinien $[i_a = f(e_g)]$ auftraten und die, wie sich gezeigt hat, durch diese fallende Charakteristik bedingt waren; sie hat zur Aufgabe, die Stromverteilung bei der normalen Doppelgitterröhre in R.L.N.-Schaltung zu untersuchen, die Veränderungen derselben bei Variierung der einzelnen Spannungen und die günstigsten Betriebsbedingungen zu ermitteln.

Zu den Untersuchungen standen 2 Doppelgitterröhren zur Verfügung:

1. Ein Richtverstärkerrohr „R“ von S. & H. mit Wolframfaden.
2. Ein Telefunkenrohr RE 217 mit Thoriumfaden. Dieser hat sich jedoch offenbar durch vorherigen Betrieb verändert, da er bei der gegebenen Heizstromstärke nur 7,5 mAmp. statt 20 mAmp. Emission lieferte.

2. Unregelmäßigkeiten bei der Aufnahme der Kennlinien.

Die Kurven wurden alle in der normalen Schaltung nach Bild 1 aufgenommen. Heiz- und Anodenbatterie waren die allgemeinen Institutsbatterien, die Gitterbatterie wurde durch tragbare Akkumulatoren gebildet. Die Potentiometer waren Ruhstrat-Schiebewiderstände.

Bei der Aufnahme der Aufladungskurven $[i_{a+g} = f(e_{a,g})]$, die in Eingitterschaltung, also bei Kurzschließen von Anode und Steuergitter erhalten werden, ergab sich z. B. eine Kurve nach Bild 2. Einige Gitterkennlinien $[i_a = f(e_g)]$ zeigt Bild 3 und R.L.N.-Kennlinien $[i_a = f(e_r)$ bzw. $i_r = f(e_r)]$ Bild 4. Es wurde hierbei schon auf sorgfältige Leitungsführung Bedacht genommen. Traf man absichtlich ungünstige Anordnungen, so erhielt man ganz verzerrte Kurven.

---

[1] D.R.P. 335774 vom 6. Oktober 1916; W. Schottky, Arch. f. Elektrot. **8**, 322, 1919.

[2] D.R.P. 406534 vom 5. Dezember 1920.

[3] J. Scott-Taggart, Engineering **112**, 584, 1921; Brit. Pat. 166260 vom 14. September 1919; D.R.P. 395758 vom 26. November 1920.

[4] E. Alberti, El. Nachr. Techn. **3**, 149, 1926; **3**, 328, 1926; Zeitschr. f. tech. Phys. **7**, 592, 1926.

Der Gasgehalt der Röhren kam für diese Abweichungen nicht in Frage, da das Vakuum nach der Methode I von H. Rukop und Isolde Hausser[1] bestimmt und ein Vakuumfaktor $V = \frac{i_g}{i_a}$ von etwa 10^{-6} gefunden wurde. Es stellte sich heraus,

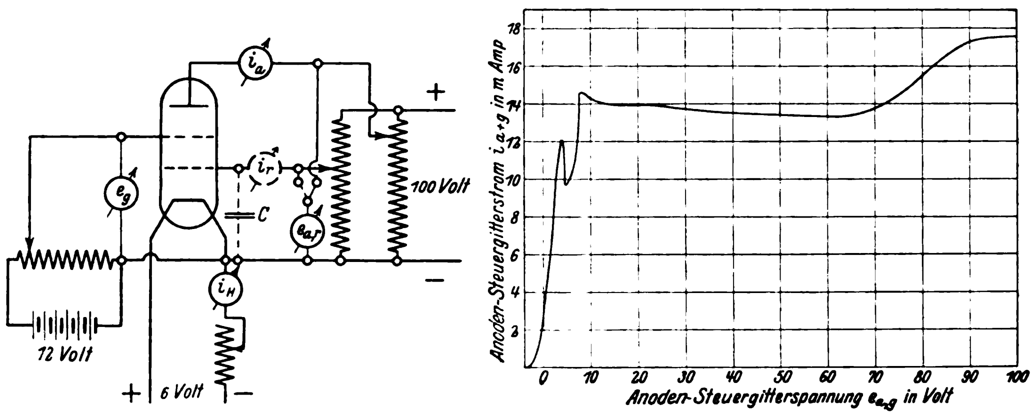


Bild 1. Schaltbild.

Bild 2. Durch Schwingungen entstellte Aufladungs- oder Übernahmekurven. Richtverstärkerrohr „R". $i_H = 2{,}1$ Amp., $e_r = 80$ Volt.

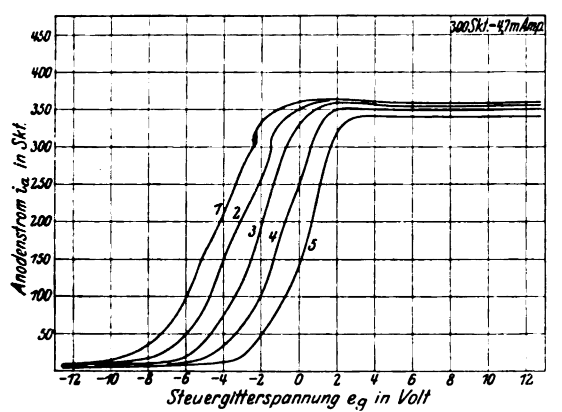


Bild 3. Durch Schwingungen entstellte Steuergitterkennlinien.
RE 217. $i_H = 0{,}20$ Amp., $e_r = 30$ Volt.
Kurve 1: $e_a = 60$ Volt.
2: $= 50$ „
3: $= 40$ „
4: $= 30$ „
5: $= 20$ „

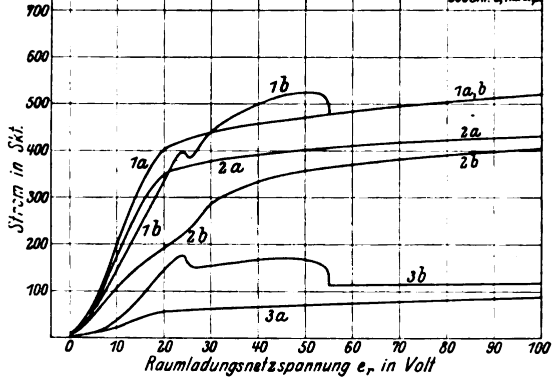


Bild 4. Durch Schwingungen entstellte Raumladungsnetzkennlinien.
RE 217. $i_H = 0{,}20$ Amp., $e_a = 60$ Volt.
Kurve a: $e_g = 0$ Volt,
b: $= -3$ Volt.
1: Emissionstrom,
2: Anodenstrom,
3: Raumladungsnetzstrom.

daß bei den Unregelmäßigkeiten wilde Schwingungen infolge Selbsterregung vorlagen. Das Steuergitterpotentiometer begünstigt die Selbsterregung, aber dessen Ersatz durch einen induktionslosen Widerstand verhindert nicht die Schwingungen. Die eigentliche Veranlassung hierzu ist das R.L.N.-Potentiometer. Da aus äußeren Gründen nicht geerdet werden und auch das Potentiometer nicht durch ein induktionsloses ersetzt werden konnte, so wurde es durch einen Kondensator hoher Kapazität ($4 \cdot 2\,\mu F$) für hochfrequente Schwingungen kurz geschlossen (siehe Bild 1). Die Kurven im folgenden sind alle mit den Ruhstrat-Schiebewiderständen als Spannungs-

[1] H. Simon, Telef. Ztg. 32—33, 56, 1923; Zeitschr. f. techn. Phys. 5, 221, 1924; siehe auch Rein-Wirtz, Radiotelegr. Praktikum 397, 1922; Zenneck-Rukop, Drahtl. Teleg. 542, 1925.

teiler und dem Kondensator parallel zum R.L.N.-Potentiometer aufgenommen, und diese Anordnung gab auch im allgemeinen zu keinen Störungen mehr Anlaß. Die Kurvenpunkte waren stabil, während sie sich, solange Schwingungen vorhanden waren, beim Berühren des R.L.N. oder der Anode mit der Hand änderten.

Als Ergebnis läßt sich somit zusammenfassend feststellen: Bei der Aufnahme der Gleichstromcharakteristiken neigt die R.L.N.-Röhre zu Unregelmäßigkeiten. Ursache dieser Abweichungen ist Selbsterregung, veranlaßt durch das R.L.N.-Potentiometer infolge des negativen Widerstandes der Strecke R.L.N.-Kathode. Vermeiden läßt sie sich bei der Aufnahme von Kennlinien durch Parallellegen eines Kondensators großer Kapazität. Ebenso ist beim Gitterkreis große Vorsicht geboten, da auch die Strecke Steuergitter-Kathode für einen Teil der Kennlinien eine fallende Charakteristik aufweist (verkehrter Gitterstrom); wenn dieser negative Widerstand auch nicht selbst zu Schwingungen anregt, so kann er sie doch erleichtern, zumal wenn Selbstinduktion in Form eines Spannungsteilers im Gitterkreis vorhanden ist.

3. Aufladungskurve.

(Eingitterschaltung).

Im folgenden sollen nun einige Kennlinien wiedergegeben und besprochen werden. Zunächst wurden in der Eingitterschaltung (Steuergitter und Anode kurzgeschlossen) Aufladungs- oder Übernahmekurven $[i_{a+g} = f(e_{a,g})]$ aufgenommen. Es

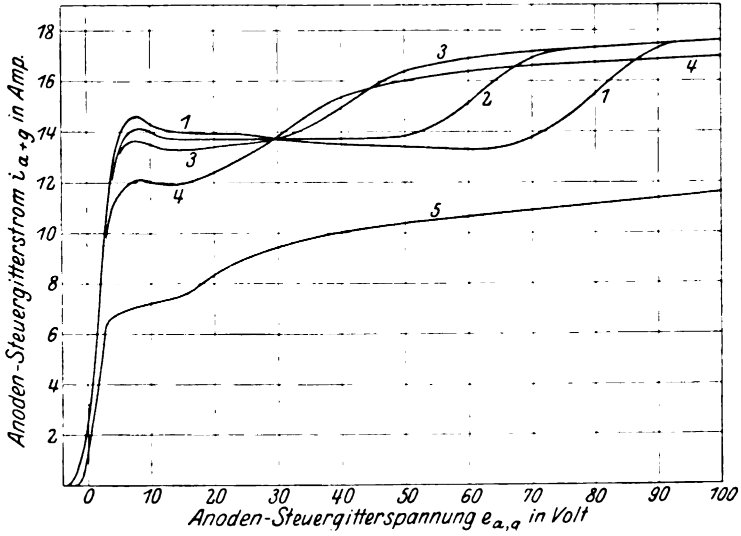


Bild 5. Aufladungs- oder Übernahmekurven. Richtverstärkerrohr „R". $i_H = 2{,}1$ Amp.

Kurve 1: $e_r = 80$ Volt.
2: $= 60$ „
3: $= 40$ „
4: $= 30$ „
5: $= 20$ „

tritt hier, wie Bild 5 ersehen läßt, starke Abhängigkeit von der R.L.N.-Spannung auf, auch wenn schon Sättigung erreicht ist. Diese Erscheinung wird durch Reflexion der Elektronen und Sekundärmission verursacht. Schottky erhält in seiner grundlegenden Arbeit über Doppelgitterröhren[1] deshalb zusammenfallende Kurven, weil er bei ganz geringer Sättigung arbeitet, um R.L.-Wirkungen zu vermeiden; er benötigt daher auch nur verhältnismäßig niedrige Spannungen, so daß die Sekundäremission gering ist.

[1] W. Schottky, Arch. f. Elektrot. 8, 299, 1919.

Wie die Kurven deutlich zeigen, überlagert sich zunächst der eigentlichen Sekundäremission die sogenannte „echte Reflexion"[1], die Tatsache, daß die Primärelektronen unmittelbar an der Gitteroberfläche reflektiert werden. Steigt die Anodenspannung weiterhin, so wird die Energie so groß, daß an der Anode und am R.L.N. Sekundäremission auftritt. Solange $e_a < e_r$ ist, tritt ein Sekundärelektronenstrom von der Anode zum R.L.N. über, der Anodenstrom sinkt unter den Wert des Primärelektronenstromes. Wird jedoch $e_a > e_r$, so steigert der zusätzliche Sekundärelektronenstrom vom R.L.N. zur Anode den Anodenstrom.

Bei der Übernahmekurve spielt also die Sekundäremission eine wesentliche Rolle, zumal wenn mit Anoden- und R.L.N.-Spannungen von mehr als etwa 50 Volt gearbeitet wird. In der normalen Zweigitterschaltung, wo Anode und Steuergitter getrennt sind und durch Spannungsänderung an letzterem der Steuervorgang geleitet wird, liegen jedoch die Dinge günstiger. Hier verhindert das starke Bremsfeld, das die Sekundärelektronen sowohl zwischen Anode und Steuergitter wie zwischen R.L.N. und Steuergitter durchlaufen müssen, infolge der geringen Geschwindigkeit derselben ($v = 5 \div 10$ Volt)[2] ihren Übertritt auf das R.-L.N. Es kann sich nur allenfalls die abschirmende Wirkung der durch die zurückgetriebenen Sekundärelektronen hervorgerufenen R.L. beim Steuervorgang geltend machen. Diese R.L-Wirkung der Sekundärelektronen, die bei geringem Anodenstrom hauptsächlich am R.L.N., bei hohem Anodenstrom an der Anode auftritt, führt lediglich eine Verwischung der charakteristischen Form der Gitterkennlinie herbei, und zwar am oberen und unteren Knie derselben. Die Wirkung der R.L. der Sekundärelektronen ist jedoch gegenüber der der Primärelektronen gering, denn die R.L. ist hier an die Anodenoberfläche verlegt, die von der Größenordnung 10^2 gegenüber der Glühfadenoberfläche ist; als Ladungen kommen nur die Sekundärelektronen in Frage, die etwa ein Zehntel der primären (maximal) sind, so daß die für die R.L.-Wirkung in Betracht kommende Elektronendichte gegenüber der Eingitterröhre auf etwa ein Tausendstel vermindert ist. Doch ist die R.L. der Sekundärelektronen sehr wohl imstande, den Kurvenverlauf meßbar zu beeinflussen, wie H. Lange[3] an Eingitterröhren gezeigt hat.

4. Steuergitterkennlinien.

Bild 6 und 7 zeigen die Anodenstrom-Steuergitterspannungs-Charakteristiken [$i_a = f(e_g)$]. Auffallend gegenüber den Kennlinien von Eingitterröhren ist die Tatsache, daß der Anstieg nur in einem kleinen Bereich geradlinig ist, namentlich im unteren Teil sind die Kurven stark gekrümmt. Hierzu mögen auch R.L.-Wirkungen der am R.L.N. ausgetriebenen und im Bremsfeld zwischen diesem und dem Steuergitter zur Umkehr gezwungenen Sekundärelektronen beitragen, da dieselben den Übertritt der Elekronen zur Anode verzögern, so daß der untere Teil nach rechts verschoben wird und der Anstieg steiler erfolgt. Für Anodenströme nahe dem Sättigungswert kann vor der Anode eine R.L.-Wirkung der Sekundärelektronen auftreten, die eine Verflachung der Kennlinie am oberen Knie herbeiführt.

Bei der R.L.N.-Röhre ist daher keine vollkommen proportionale Steuerung zu erreichen, sofern man sich nicht auf einen kleinen Bereich der Kennlinie beschränkt.

Nimmt man Kurvenscharen der Gitterkennlinien durch Variation der Anoden- und R.L.N.-Spannung auf, so läßt sich die Abhängigkeit der charakteristischen Daten von diesen Parametern feststellen. Als Beispiel sei das „R"-Rohr gewählt, dessen charakteristische Größen in der beigegebenen Tabelle zusammengestellt sind.

[1] H. Lange, Jahrb. f. drahtl. Telegr. und Teleph. **26**, 38, 1925. — Fr. Tank, Jahrb. f. drahtl. Telegr. und Teleph. **20**, 82, 1922.

[2] H. Barkhausen, Elektronen-Röhren, **1**, 35, 1924. — Baltruschat und Starke, Phys. Zeitschr. **23**, 403, 1922.

[3] H. Lange, Jahrb. f. drahtl. Telegr. und Teleph. **26**, 38, 1925.

$$S = \beta_v = \frac{\partial i_a}{\partial e_g} \cdot 10^3 \text{ (mAmp./Volt).}$$

e_r	40 Volt			60 Volt		
e_a	50	70	90	50	70	90
i_a = 3 mAmp.	2,0	2,0	2,0	1,9	1,85	1,7
6	3,3	3,05	2,9	2,9	2,7	2,7
9	4,0	3,75	3,45	3,05	2,9	2,75
12	3,15	2,9	2,65	2,3	2,2	2,1

$$R_{AK} = \frac{1}{\beta_b} = \frac{\partial e_a}{\partial i_a} (\Omega).$$

e_r	40 Volt			60 Volt		
e_a	50	70	90	50	70	90
i_a = 3 mAmp.	10 500	11 500	12 500	8 700	10 500	15 100
6	7 000	8 300	9 450	5 900	8 000	10 500
9	6 250	7 450	8 200	5 900	7 700	9 100
12	7 900	9 800	11 800	8 300	10 000	14 300

$$k = \frac{1}{D_{AG}} = \frac{\beta_v}{\beta_b} = \frac{\partial e_a}{\partial e_g}$$

e_r	40 Volt			60 Volt		
e_a	50	70	90	50	70	90
i_a = 3 mAmp.	22,0	22,8	24,4	16	21	25,3
6	22,2	24,4	25,4	16,6	20	29
9	23,5	26,4	26,4	17,4	22	27
12	25,5	28,5	30,6	18	23,5	29,5

$$S \cdot R_{AK} \cdot D_{AG} = \frac{\beta_v}{\beta_b \cdot k}.$$

e_r	40 Volt			60 Volt		
e_a	50	70	90	50	70	90
i_a = 3 mAmp.	0,96	1,01	1,025	1,03	0,93	1,02
6	1,04	1,035	1,08	1,02	1,08	0,98
9	1,06	1 06	1,07	1,03	1,01	0,93
12	0,98	1 00	1,02	0,94	1,07	1,02

$$\alpha = \sqrt{\beta_v \cdot k \cdot 10^6}. \quad [(\text{Volt} \cdot \text{Amp.})^{1/2}/\text{Volt}].$$

e_r	40 Volt			60 Volt		
e_a	50	70	90	50	70	90
i_a = 3 mAmp.	210	213,5	221	174,5	197	207
6	272,5	279,5	270	220	232,5	280
9	307	312	302	230	252,5	272,5
12	281	287,5	276,5	202,5	227,5	249

Zu den Werten der Zahlenreihe ist zu bemerken, daß auch der Schutzwert k aus den Kurven entnommen ist und nicht als Verhältnis $\frac{\beta_v}{\beta_b}$ bestimmt wurde. Deshalb ermöglicht das Produkt $S \cdot R_{AK} \cdot D_{AG}$, das zur Kontrolle berechnet wurde, eine Beurteilung der Genauigkeit der Werte.



Aus der Zahlenreihe ergibt sich zunächst als wichtigste Tatsache, daß die Steilheit mit zunehmender Anoden- und R.L.N.-Spannung, also mit zunehmender Verschiebung nach links (Bild 7) ins negative Vorspannungsgebiet abnimmt. Eine

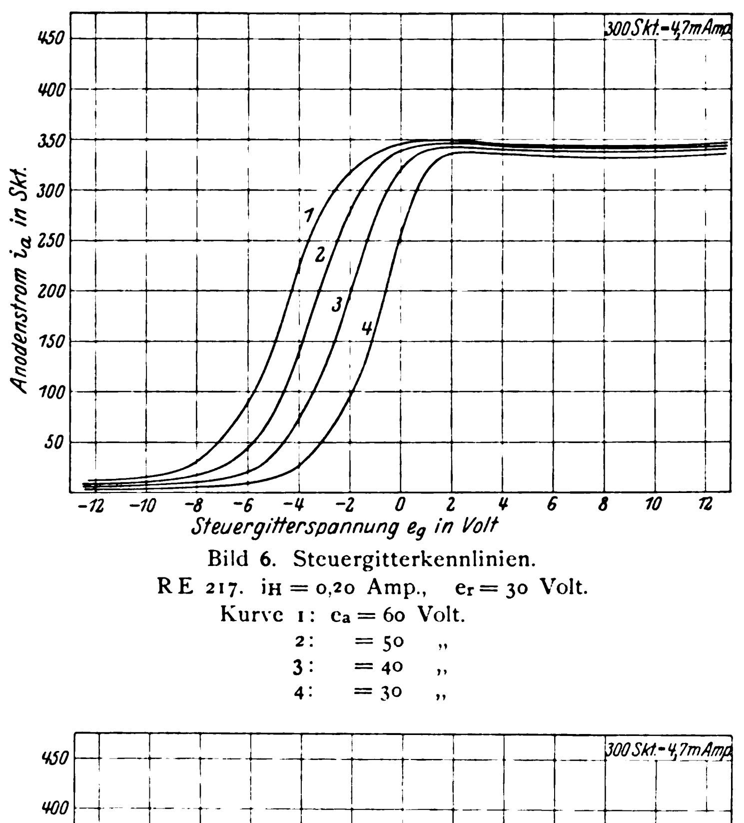


Bild 6. Steuergitterkennlinien.
RE 217. $i_H = 0{,}20$ Amp., $e_r = 30$ Volt.
Kurve 1: $e_a = 60$ Volt.
2: $= 50$ „
3: $= 40$ „
4: $= 30$ „

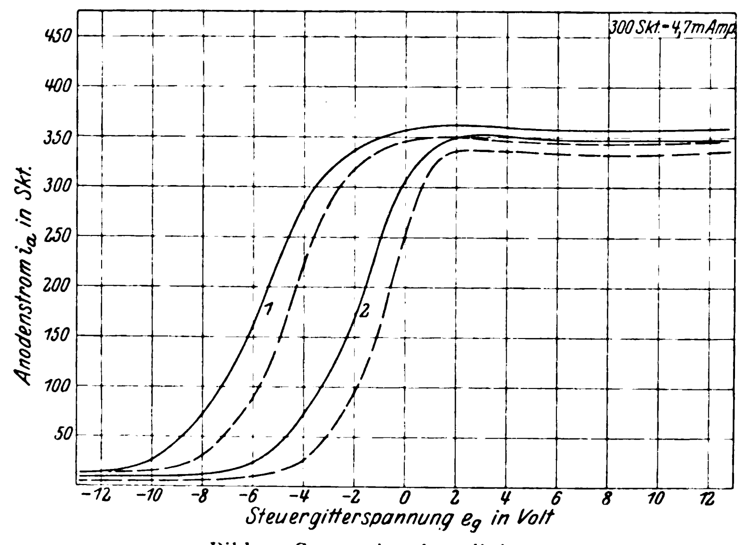


Bild 7. Steuergitterkennlinien.
RE 217. $i_H = 0{,}20$ Amp.
——— $e_r = 40$ Volt. Kurven 1: $e_a = 60$ Volt.
------ $e_r = 30$ „ 2: $= 30$ „

Erhöhung der R.L.N.-Spannung verflacht die Kurven in stärkerem Maße als eine solche der Anodenspannung. Man wird daher die Kennlinien, mit denen man arbeiten will, nicht weiter ins negative Steuergitterspannungsgebiet verlegen als notwendig ist, was sich allerdings schon aus rein praktischen Gründen ergibt.



Ferner läßt sich feststellen, daß der innere Widerstand zwischen Anode und Kathode nicht nur bei derselben Gitterkennlinie, also bei konstantem e_a und e_r mit abnehmender Steilheit wächst, sondern auch durch Verschieben der Kennlinie ins negative Vorspannungsgebiet, also sowohl durch Erhöhung der R.L.N.- wie der Anodenspannung. Das ist auch verständlich, wenn man bedenkt, daß der innere Widerstand zwischen Anode und Kathode der reziproke Wert der Schottkyschen Anodenempfindlichkeit β_b[1] ist; diese nimmt aber mit zunehmender R.L.N.- und Anodenspannung ab, da sich in beiden Fällen der Anodenstrom immer mehr einem konstanten Endwert nähert.

Der Schutzwert k ist das Verhältnis der Gitterabhängigkeit des Anodenstromes β_v zur Anodenabhängigkeit β_b und gleich dem Verhältnis von Steuerschärfe λ zu Anodeneinfluß μ, also auch gleich dem reziproken Wert des Durchgriffes der Anode D_{AG}. Er müßte somit konstant sein, da ja der Durchgriff als Verhältnis zweier Kapazitätswerte mit den geometrischen Verhältnissen ein für allemal gegeben ist. Infolge der sich mit der Potentialverteilung ändernden R. L. sowohl zwischen R.L.N. und Steuergitter als auch vor der Anode (Sekundärelektronen) ist jedoch auch der Durchgriff Änderungen unterworfen. So nimmt mit zunehmendem Anodenstrom auch der Schutzwert zu, was in ursächlichem Zusammenhang steht mit dem Abnehmen der Steilheit, je weiter die Kurve im negativen Steuergitterspannungsgebiet verläuft. Die R.L. zwischen Steuergitter und Anode wächst mit dem Anodenstrom, so daß der Durchgriff abnimmt. Ebenso wächst der Schutzwert, wenn man die Anodenspannung bei konstant gehaltenem Anodenstrom erhöht, also die Charakteristik hierdurch ins negative Vorspannungsgebiet verschiebt.

Die Zahlenreihe der Verstärkung gibt die lineare Röhrenverstärkung nach Schottky[1] wieder; sie ist gleich der Wurzel aus der in μAmp/Volt gemessenen Gitterempfindlichkeit multipliziert mit dem Schutzwert und entspricht der Verstärkung der Röhre in normaler Verstärkerschaltung. Der Dimension nach stellt sie die Wurzel aus der Barkhausenschen „Güte der Röhre“[2] dar. Für die Verstärkung gilt im großen und ganzen das für die Steilheit Gesagte. Eine Erhöhung der Anodenspannung hat nur bis zu einem gewissen Grad einen Sinn, zumal dann auch der innere Widerstand R_{AK} zunimmt. Man wird also R.L.N.- und Anodenspannung nicht höher wählen, als es für Sättigung, Arbeitspunkt und verlustlose Steuerung nötig ist.

5. Anoden- und Raumladungsnetzkennlinien.

Über den Verlauf des Anodenstromes in Abhängigkeit von der Anoden- und R.L.N.-Spannung [$i_a = f(e_a)$ und $i_a = f(e_r)$] ist nichts Besonderes zu bemerken (Bild 8 und 9).

Der R.L.N.-Strom nimmt bei konstanter R.L.N.-Spannung mit Erhöhung der Anodenspannung ab [Bild 8; $i_r = f(e_a)$] und hält sich für hohe Anodenspannungen auf einem von e_a und e_r nahezu unabhängigen Wert, sobald die R.L.N.-Spannung hoch genug ist, um die der Heizung entsprechende volle Emission zu erzielen. In Abhängigkeit von der R.L.N.-Spannung [Bild 9; $i_r = f(e_r)$] weist der Strom ein Maximum auf und nimmt danach für geringere Anodenspannungen wieder ab. Die Erhöhung der R.L.N.-Spannung hebt, sobald die Emission ihre Sättigung erreicht hat, das Effektivpotential in der Steuergitterebene und führt damit, zufolge dessen Steuerwirkung, eine Übernahme des Elektronenstromes durch die Anode herbei — die Gesamtemission bleibt ja konstant —. Dieser Vorgang ist vollkommen identisch mit der Verschiebung der Steuergittercharakteristik ins negative Vorspannungsgebiet

[1] W. Schottky, Arch. f. Elektrot. **8**, 1, 1919.
[2] H. Barkhausen, Elektronen-Röhre, **1**, 73, 1924.



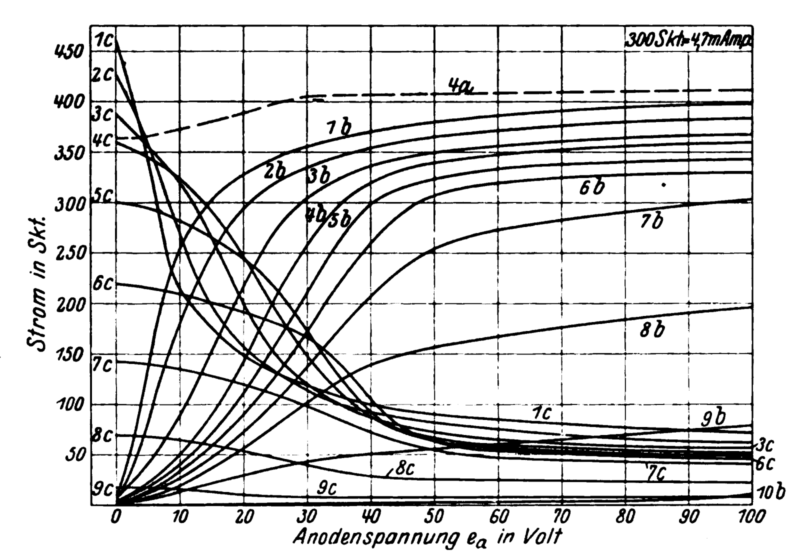


Bild 8. Anodenkennlinien.
RE 217. i_H = 0,20 Amp., e_g = 0 Volt.

Kurven 1: e_r = 90 Volt.	Kurven 5: e_r = 25 Volt.	Kurven 8: e_r = 10 Volt.
2: = 60 „	6: = 20 „	9: = 5 „
3: = 40 „	7: = 15 „	10: = 0 „
4: = 30 „		

Kurven a: Emissionstrom – – –,
b: Anodenstrom ———,
c: Raumladungsnetzstrom ———.

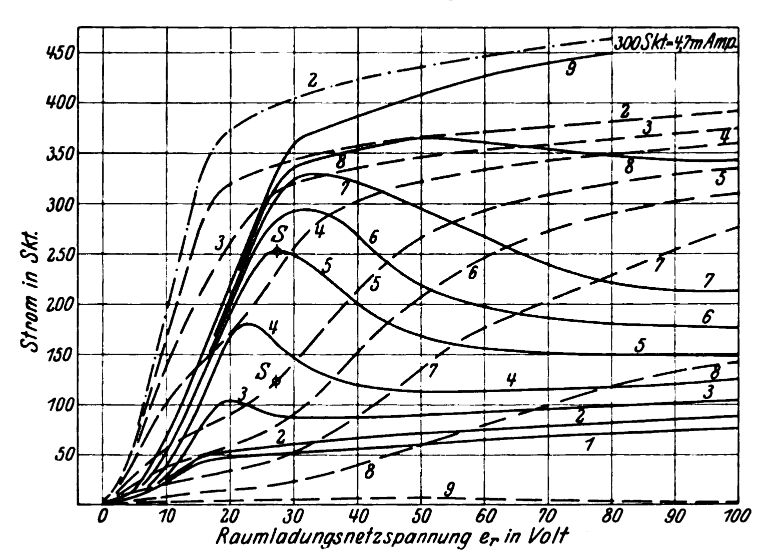


Bild 9. Raumladungsnetzkennlinien.
RE 217. i_H = 0,20 Amp., e_g = 0 Volt.

Kurven 1: e_a = 90 Volt.	Kurven 4: e_a = 30 Volt.	Kurven 7: e_a = 10 Volt.
2: = 60 „	5: = 20 „	8: = 5 „
3: = 40 „	6: = 15 „	9: = 0 „

–·–·–·– Emissionsstrom, – – – – Anodenstrom, ——— Raumladungsnetzstrom.

(Linksverschiebung) bei Erhöhung der R.L.N.-Spannung (Bild 7). Meistens ist der normale Anodenspannungswert schon so hoch, daß der Anodenstromanstieg bereits bei negativer Steuergitterspannung erfolgt (Bild 7); eine Erhöhung der R.L.N.-

Spannung vermag somit kein Steigen des Anodenstromes und Sinken des R.L.N.-Stromes hervorzurufen, so daß letzterer kein Maximum mehr aufweist.

Eine Verminderung der Anoden- oder R.L.N.-Spannung ruft also die gleiche Wirkung hervor wie eine Erhöhung der negativen Vorspannung des Steuergitters. Deshalb muß man, wenigstens in gewissen Grenzen, die gleichen Kurven erhalten, wenn man anstatt für die Kurvenschar in Bild 9 die Anodenspannung als Parameter bei konstanter Steuergitterspannung zu ändern, die Anodenspannung konstant hält und die Steuergitterspannung als Parameter erscheinen läßt; diese Kurvenschar zeigt das Bild 10. Ein Vergleich mit der im Bild 9 ergibt die fast vollkommene Identität beider Kurvenscharen in weiten Grenzen, wodurch die Zulässigkeit des Ansatzes eines Effektivpotentials in der Steuergitterebene nach Schottkyscher Bezeichnung[1, 2]

$$p = \lambda v + \mu b + \nu' n'$$

gewährleistet ist. Hierbei ist p das Effektivpotential, λ die Steuerschärfe, μ der Anodeneinfluß, ν' der Einfluß des R.L.N., n' dessen Potential, b das Anoden- und v das Steuergitterpotential.

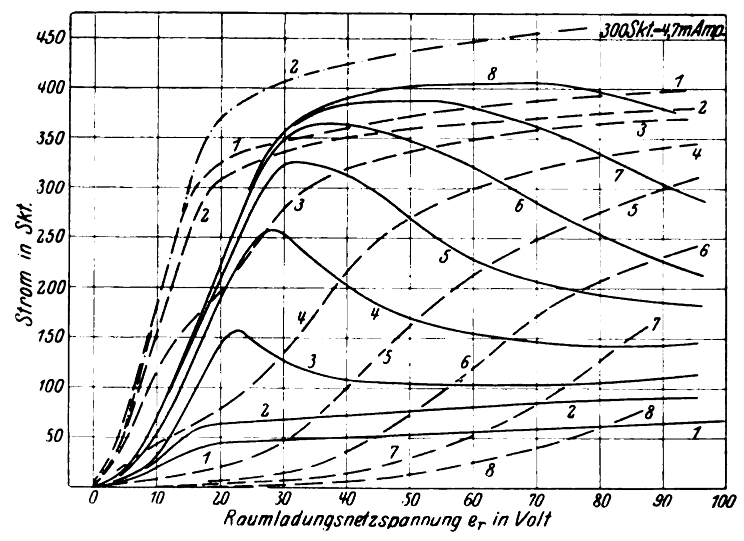


Bild 10. Raumladungsnetzkennlinien.
RE 217. $i_H = 0{,}20$ Amp, $e_a = 50$ Volt.

Kurven 1: $e_g = +2{,}95$ Volt. Kurven 4: $e_g = -3{,}9$ Volt. Kurven 7: $e_g = -9{,}9$ Volt.
2: $= 0$ „ 5: $= -5{,}9$ „ 8: $= -11{,}85$ „
3: $= -1{,}95$ „ 6: $= -7{,}85$ „

–·–· Emissionsstrom, – – – Anodenstrom, ——— Raumladungsnetzstrom.

So läßt sich auch der Anstieg des Anodenstromes mit der R.L.N.-Spannung erklären (Bild 9). Nachdem mit dem Maximum des R.L.N.-Stromes die Emission die Sättigung erreicht hat und hiermit auf Grund der Potentialverteilung in gewissem Sinn ein stationärer Zustand eingetreten ist, erfolgt durch weitere Erhöhung der R.L.N.-Spannung lediglich eine Übernahme des Stromes durch die Anode vom R.L.N., also eine Linksverschiebung der Steuergitterkennlinie; dementsprechend erfolgt ein steilerer Anstieg (vom Punkte S in Bild 9), der die lineare Transformation der Gittercharakteristik gemäß dem Durchgriff des R.L.N. durch das Steuergitter $\frac{\nu'}{\lambda} = D_{S \cdot G}$[2] darstellt, und dann der Übergang zu einem Sättigungswert.

[1] W. Schottky, Arch. f. Elektrot. 8, 1, 1919.
[2] W. Schottky, Arch. f. Elektrot. 8, 299, 1919.

Der Durchgriff $D_{S \cdot G}$ des R.L.N. ist also positiv und, wie der der Anode, nicht konstant, sein Wert läßt sich der Kurvenschar des Bildes 10 als

$$D_{S \cdot G} = \left(\frac{\partial e_g}{\partial e_r}\right)_{i_a = const}$$

für eine mittlere R.L N.-Spannung und jeden Wert des Anodenstromes von O bis zur Sättigung leicht entnehmen. Ebenso ermittelt sich die Steilheit auf einfache Weise aus derselben Kurvenschar nach der Formel

$$S = \beta_v = \left(\frac{\partial i_a}{\partial e_g}\right)_{e_a,\ e_r\ const}$$

für jeden beliebigen Stromwert bzw. Gitterspannung. Auch die erforderliche R.L.N.-Spannung für dauernden Sättigungswert der gesamten Emission ergibt das Bild 9 und 10. Die Kurven des Bildes 10 zeigen aber fernerhin, daß für diese erforderliche R.L.N.-Spannung bereits bei der gesamten Aussteuerung des Anodenstromes der R.L.N.-Strom eine fallende Charakteristik aufweist, daß also die Strecke R.L.N.-Kathode einen negativen Widerstand darstellt. Das bedeutet aber, wie wir sahen, stärkste Neigung zum Selbsterregen.

Die Stromkurvenscharen in Abhängigkeit von der R.L.N.-Spannung [$i = f(e_r)$] mit der Parameterdarstellung der Anoden- und Steuergitterspannung ermöglichen also eine vollkommene Übersicht über das Verhalten der Röhre. Aus der ersten Schar läßt sich die für die gegebenen Betriebsbedingungen günstigste R.L.N.- und Anodenspannung bestimmen und hierfür mittels der anderen Kurvenschar die Gitterabhängigkeit ermitteln. Man kann ihr den Bereich, in dem die Strecke R.L.N.-Kathode einen negativen Widerstand darstellt, entnehmen, ebenso den Durchgriff des R.L.N. und die Steilheit oder Gitterempfindlichkeit. Ergänzt man diese beiden Diagramme noch durch eine Schar der Steuergitterkennlinien [$i = f(e_g)$] mit dem Parameter der Anodenspannung, etwa nach Bild 7, so kann man aus ihr noch den fehlenden Durchgriff der Anode und den inneren Widerstand der Röhre zwischen Anode und Kathode bestimmen, so daß man nun sämtliche Daten der Röhre besitzt und an Hand dieser 3 Kurvenscharen die ganze Arbeitsweise bei den gegebenen Betriebsbedingungen vollkommen übersieht.

Die inneren Vorgänge der beobachteten Erscheinungen lassen sich folgendermaßen vorstellen. Bei Erhöhung der R.L.N.-Spannung erhöht sich die Feldstärke am Heizfaden, es können also immer mehr Elektronen austreten, bis die Emission den Sättigungswert erreicht hat; der Anstieg erfolgt, wie Bild 9 und 10 zeigt, zunächst nach dem $E^{3/2}$-Gesetz, dann aber ganz linear. Gleichzeitig erhöht sich die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen gemäß dem Energiesatz

$$q \cdot \mathfrak{E} \cdot l = q \cdot E = \frac{1}{2} m v^2$$

(q = Ladung eines Elektrons, $\mathfrak{E}$ = Feldstärke, l = durchflogene Wegstrecke, E = Potentialdifferenz der durchflogenen Wegstrecke, m = Masse und v = Geschwindigkeit des Elektrons), also proportional der Quadratwurzel aus der Potentialdifferenz. Die abstoßende Kraft, die die Elektronen aufeinander ausüben, wächst mit der Elektronendichte, der Zahl der Elektronen in der Raumeinheit; diese wird nun im folgenden als Maß der abstoßenden Kraft und damit der R.L.-Wirkung benützt. Die Elektronendichte ist proportional dem Strom, der hier mit der R.L.N.-Spannung mindestens linear anwächst; andererseits stellt aber die Zunahme der Geschwindigkeit bei gleicher Stromdichte eine Verminderung der Elektronendichte dar, da der gegenseitige Abstand der einzelnen Elektronen voneinander proportional der Geschwindigkeit wächst. Durch das Zusammenwirken beider Umstände ergibt sich sonach mit wachsender R.L.N.-Spannung ein Zunehmen der Dichte anfangs proportional E, dann $E^{1/2}$, da sie einerseits wegen der steigenden Elektronenemission mit $E^{3/2}$ bzw. E

zunimmt, andererseits proportional der Geschwindigkeit, also mit $\sqrt{E}$ abnimmt. Eine Erhöhung der Elektronendichte und damit der abstoßenden Kräfte hat aber beim Durchfliegen des R.L.N. zur Folge, daß ein größerer Teil von ihnen auf die Gitterstege gedrängt wird. Daher nimmt der R.L.N.-Strom mit der Spannung stärker als linear, der Anodenstrom immer weniger zu. Sobald jedoch die Sättigungsemission erreicht ist, entfällt die erste Wirkung einer Spannungssteigerung; die Anzahl der Elektronen nimmt nicht mehr zu. Es macht sich nur noch der Umstand geltend, daß sich die Elektronendichte vermindert, da die Geschwindigkeit weiterhin mit $\sqrt{E}$ zunimmt. Es wird von den immer rascher durch das Gitter fliegenden Elektronen ein stetig kleiner werdender Teil von den Stegen eingefangen. Die Elektronen können, je höher ihre Geschwindigkeit ist, desto näher an den Gitterstäben vorbeifliegen ohne abgelenkt zu werden: der R.L.N.-Strom nimmt ab. Der positive Durchgriff hat somit seinen Grund in dem Abnehmen der abfangenden Wirkung des R.L.N., das durch Feldveränderungen hervorgerufen wird.

Für die abstoßende Kraft, die die Elektronen aufeinander ausüben, gilt

$$P \sim \frac{1}{r^2},$$

wobei r der mittlere Abstand der Elektronen voneinander ist; dieser ist aber

$$r \sim \sqrt[3]{\frac{1}{\varrho}},$$

wenn ϱ die Elektronendichte bedeutet; im Sättigungsgebiet kann gesetzt werden

$$\varrho \sim \frac{1}{v} \sim \sqrt{\frac{1}{E}},$$

somit

$$P \sim \varrho^{2/3} \text{ oder}$$
$$P \sim E^{-1/3};$$
$$\frac{\partial P}{\partial E} = -k \cdot E^{-4/3}.$$

Die abstoßende Kraft nimmt somit immer weniger ab gemäß der Hyperbel $x^{-4/3}$, die sich asymptotisch der Abszissenachse nähert. Diese Bestimmung ist natürlich nur eine ganz rohe Annäherung, da der Einfluß der im Bremsfeld zwischen R.L.N. und Steuergitter umkehrenden Elektronen nicht berücksichtigt ist. Der Durchgriff des R.L.N. wird immer kleiner, tatsächlich geht er dann in O über und nimmt mit weiterer Steigerung schwach negative Werte an; denn die abfangende Wirkung des R.L.N. kann durch Feldveränderungen nicht unter einen gewissen Wert sinken, der letzten Endes durch die geometrischen Abmessungen des Netzes gegeben ist.

6. Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wurde die Arbeitsweise der normalen R.L.N.-Röhre im Sättigungsgebiet an Hand statischer Kennlinien untersucht. Es wurde eine Reihe von Strom-Spannungskurven aufgenommen. Auf Grund der Ergebnisse der Diskussion dieser Charakteristiken läßt sich zusammenfassend folgendes über die normale R.L.N.-Röhre feststellen:

1. Bei der Eingitterschaltung tritt für normale Emission und Sättigung „echte Reflexion" und Sekundäremission auf; die Aufladungskurven sind damit von der R.L.N.-Spannung abhängig.

2. Die Höhe der Anoden- und R.L.N.-Spannung ist lediglich danach zu bemessen, wie es Sättigung, Arbeitspunkt und verlustlose Steuerung erfordern, denn eine Erhöhung der Spannung darüber hinaus bringt keine Verbesserung der Verstärkung.



3. Während in der Eingitterschaltung Sekundärelektronen unmittelbar die Stromverteilung beeinflussen, wird in der normalen Zweigitterschaltung der Übertritt von Sekundärelektronen aus dem R.L.N. zur Anode und umgekehrt durch das starke Bremsfeld, das sie jeweils gegen das Steuergitter zu durchlaufen haben, verhindert; die R.L. dieser vor dem R.L.N. und der Anode abgebremsten Sekundärelektronen führt lediglich eine Verwischung der Gitterkennlinie herbei.

4. Eine Folge des nicht geradlinigen Anstieges der Gitterkennlinie ist bei voller Aussteuerung eine nicht ganz verzerrungsfreie Verstärkung.

5. Die Strom-Spannungscharakteristik des R.L.N. $[i_r = f(e_r)]$ weist ein Maximum auf, nach dem der Strom mit zunehmender Spannung wieder sinkt: fallende Charakteristik, negativer Widerstand. Das bedeutet, daß der Durchgriff des R.L.N. durch das Steuergitter positiv ist; der physikalische Grund dieser Erscheinung ist im Abnehmen der abfangenden Wirkung des R.L.N. infolge der geringer werdenden R.L. des durchs Netz fliegenden Elektronenstromes zu suchen. Es wird gezeigt, daß diese Deutung qualitativ den beobachteten Verlauf der Kurve ergibt.

6. Die Folge dieses negativen Widerstandes des R.L.N. ist eine äußerst starke Neigung der Röhre zur Selbsterregung, die noch unterstützt werden kann durch die fallende Charakteristik des verkehrten Steuergitterstromes. Sofern man im Sättigungsgebiet arbeitet, ist es bei der Aussteuerung der Röhre auch nicht möglich, das Gebiet, in dem die Strecke R.L.N.-Kathode einen negativen Widerstand darstellt, zu vermeiden.

7. Die Stromkurvenscharen i_a und i_r über e_r mit den Parametern e_a und e_g ermöglichen unter Heranziehung einer Gitterkennlinienschar $[i = f(e_g)]$ die vollkommene Übersicht über das Verhalten der Röhre. Es ist ihnen der Bereich, in dem der R.L.N.-Strom eine fallende Charakteristik hat, sowie sämtliche charakteristischen Größen der Röhre zu entnehmen.

8. Die charakteristischen Daten sind nicht konstant. Vor allem hängen bei der R.L.N.-Röhre auch die Durchgriffswerte in stärkerem Maße von den gewählten Betriebsbedingungen ab als bei der gewöhnlichen Eingitterröhre. Bei Veränderung der Stromverteilung ändern sich die Raumladungen, die ihrerseits dann eine Änderung des Durchgriffswertes verursachen.

Diese Untersuchung wurde im Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München ausgeführt. Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Professor Dr.-Ing. W. O. Schumann mit dieser Veröffentlichung für die Anregung zu dieser Arbeit und die Förderung derselben meinen herzlichsten Dank auszusprechen. Außerdem danke ich auch bestens der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, die die für die Untersuchung verwendeten Instrumente zur Verfügung gestellt hat.



Zwei Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung in theoretischer Behandlung.

Von

F. Schierl.

Mitteilung aus dem Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.

Einleitung.

Die hier behandelte Art von Verstärkern zeichnet sich dadurch aus, daß bei ihr eine Verstärkercharakteristik existiert, die wie die Charakteristik einer einzelnen Röhre experimentell aufgenommen werden kann. Der Grund hierfür ist der, daß neben den Röhren und Batterien nur reine Ohmsche Widerstände als Schaltelemente vorkommen. Auch die Rückkopplung ist durch einen Ohmschen Widerstand hergestellt und wird deshalb Gleichstromrückkopplung oder Ohmsche Rückkopplung genannt. Zwei Schaltungen dieser Art sind vorhanden. Die eine ist eine Zweiröhrenschaltung, die unter dem Namen Kallirotron von Turner[1] bekannt ist. Wie mit einer Doppelgitterröhre unter Benützung des Raumladegitterstroms eine solche Schaltung erhalten wird, hat Robert Jäger und Helmut Scheffers[2] gezeigt. Durch das Experiment ist festgestellt, daß bei diesen beiden Verstärkern durch Vergrößern des Rückkopplungswiderstandes die Steilheit der Verstärkercharakteristik zunimmt, daß sie unendlich werden kann und daß dann Labilitäten, Sprünge bei der Aufnahme der Charakteristik auftreten.

Stellung der Aufgabe.

In der vorliegenden Arbeit sollen die zwei obenerwähnten Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung theoretisch behandelt werden, um das Zustandekommen der unendlichen Steilheit und der Sprünge zu erklären und die Bedingungen dafür angeben zu können.

Übersicht.

I. Im ersten Teil der Arbeit wird der Zweiröhrenverstärker mit Ohmscher Rückkopplung (Kallirotron) behandelt, und zwar:
   1. analytisch, indem die Kennlinie einer Verstärkerröhre als affin transformierte arctg-Linie dargestellt wird,
   2. graphisch, wobei die experimentell aufgenommenen Kennlinien der beiden Röhren zugrunde gelegt werden.

   Die Theorie wird durchgeführt ohne Berücksichtigung der Gitterströme der beiden Röhren und dann der Einfluß der Gitterströme untersucht.

II. Im zweiten Teil wird die Gleichstromrückkopplung mit einer Doppelgitterröhre in Raumladenetzschaltung behandelt.

III. Es wird die Messung kleiner Wechselströme mit diesen Verstärkern behandelt und untersucht, welchen Einfluß eine Induktivität im Anodenkreis hat.

I. Teil.

Der Zweiröhrenverstärker mit Ohmscher Rückkopplung.

In Bild 1 ist das Schaltbild dieses Verstärkers gezeichnet. Die Richtungen, in denen die Anodenströme I_{a_1} und I_{a_2} die Widerstände R_{a_1} und R_{a_2} durchfließen, sind aus dem Bild ersichtlich. Eine gemeinsame Anodenbatterie für die zwei Röhren

[1] Jahrb. f. drahtl. Telegr. 17, 52.

[2] Wissenschaftl. Veröffentlichungen aus dem Siemenskonzern Bd. 4.

zu verwenden, ist nicht möglich, weil dadurch der Stromverlauf ein anderer wird. Jedoch können die beiden Röhren gemeinsam geheizt werden und die Gittervorspannung der zweiten Röhre Eg_{2v} kann an der Anodenbatterie E_{a_1} abgesteckt werden (gestrichelt gezeichnet in Bild 1).

Der Rückkopplungswiderstand ist der Widerstand R_{a_2} und die Rückkopplungsspannung Eg_{1r} ist die Spannung an diesem Widerstand, wenn er von Strom durchflossen wird.

Die Gitterspannung der ersten Röhre Eg_1 setzt sich aus zwei Spannungen zusammen, aus der Gittervorspannung Eg_{1v} und der Rückkopplungsspannung Eg_{1r}.

$$Eg_1 = Eg_{1v} + Eg_{1r}. \tag{1}$$

Die Gittervorspannung Eg_{1v} ist eine Gleichspannung, die durch ein Potentiometer in weiten Grenzen reguliert werden kann. Die Rückkopplungsspannung Eg_{1r} ist für das Gitter der ersten Röhre infolge der Stromrichtung in R_{a_2} negativ.



$$Eg_{1r} = -I_{a_2} R_{a_2}. \tag{2}$$

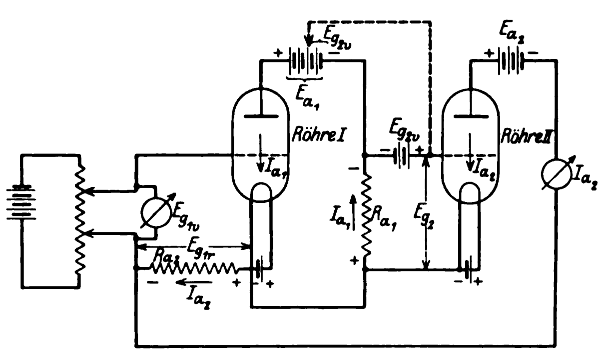


Bild 1. Schaltbild des Verstärkers.

Das Gitterpotential der zweiten Röhre besteht auch aus zwei Spannungen, aus der konstanten positiven Vorspannung Eg_{2v} und der Spannung am Widerstand R_{a_1}, die ebenfalls negativ einzusetzen ist.

$$Eg_2 = Eg_{2v} - I_{a_1} R_{a_1}. \tag{3}$$

Um zu sehen, daß die Rückkopplung im richtigen Sinne wirkt, soll nun gezeigt werden, daß die Rückkopplungsspannung Eg_{1r} in Phase ist mit der vorhandenen Spannung Eg_{1v}. Nehmen wir an Eg_{1v} steige, so steigt dadurch auch Eg_1 nach Gleichung (1). Mit Eg_1 steigt der Anodenstrom I_{a_1}, dadurch sinkt das Gitterpotential der zweiten Röhre nach Gleichung (3). Infolgedessen sinkt der Anodenstrom I_{a_2}, und die Rückkopplungsspannung Eg_{1r} steigt nach Gleichung (2), sie ist also in Phase mit Eg_{1v}. Diese Rückkopplungsschaltung ist deshalb nur mit einer geraden Anzahl von Röhren möglich, da nur ein Widerstand im Anodenkreis der zweiten, vierten, sechsten Röhre eine Spannung liefert, die in Phase ist mit der vorhandenen Spannung. Im folgenden wird die Schaltung mit zwei Röhren, wie sie in Bild 1 gezeichnet ist, theoretisch behandelt. Unter der Charakteristik dieses Verstärkers verstehen wir die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$. Weiter oben ist bereits gezeigt, daß I_{a_2} abnimmt, wenn Eg_{1v} wächst. Es ist also I_{a_2} und Eg_{1v} in Gegenphase und die Steilheit der Verstärkercharakteristik negativ. Sie wird bei Vergrößerung des Rückkopplungswiderstandes unendlich und dann positiv, wie wir sehen werden.

1. Analytische Lösung.

Gleichung der Kennlinie.

Als analytische Darstellung der Kennlinie oder statischen Charakteristik einer Verstärkerröhre wählen wir eine arctg-Linie, weil sie die Kennlinie in ihrem ganzen

Verlauf am besten kennzeichnet. Durch affine Transformation einer einfachen arctg-Funktion erhalten wir eine Kurve, die mit der Kennlinie die Steilheit S und den Sättigungsstrom I_s gemein hat. Die Gleichung dieser Kurve lautet:

$$I_a = \frac{I_s}{2} + \frac{I_s}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_s} S\, Eg. \,*$$

Die arctg-Linie, die durch diese Gleichung dargestellt wird, liegt symmetrisch zur Ordinatenachse und schneidet diese bei $I_a = \frac{I_s}{2}$. Sie gilt also für die Anodenspannung $E_a = E_a'$, wenn E_a' jene Anodenspannung ist, bei der die Kennlinie einer gegebenen Röhre symmetrisch zur Ordinatenachse liegt. Für eine beliebige Anodenspannung lautet die Gleichung der Kennlinie:

$$I_a = \frac{I_s}{2} + \frac{I_s}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_s} S \left[Eg + D\,(E_a - E_a')\right]. \tag{4}$$

Gleichung (4) geht in die vorhergehende Gleichung über, wenn $E_a = E_a'$ ist.

Den Unterschied zwischen der wahren Kennlinie und ihrer analytischen Darstellung zeigt Bild 2. Die arctg-Linie deckt sich mit der Kennlinie im Wendepunkt

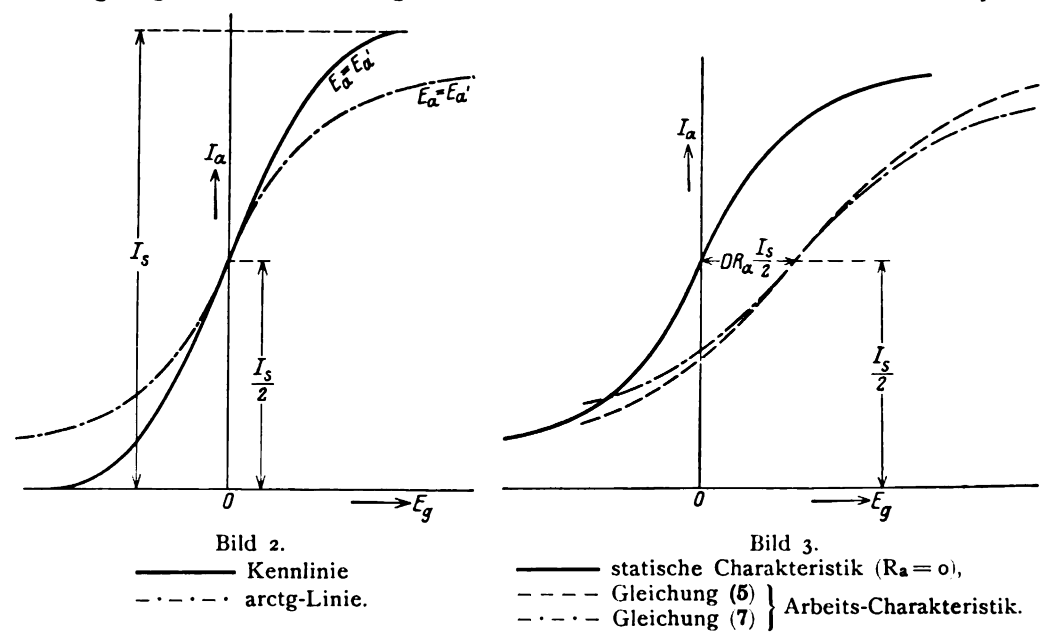


Bild 2.
——— Kennlinie
-·-·-· arctg-Linie.

Bild 3.
——— statische Charakteristik ($R_a = 0$),
- - - - Gleichung (5) } Arbeits-Charakteristik.
-·-·- Gleichung (7) }

bei $I_a = \frac{I_s}{2}$, wo sie die gleiche Steilheit wie die Kennlinie hat, entfernt sich dann immer mehr von der Kennlinie und erreicht den Sättigungswert und den Nullwert des Anodenstromes erst im Unendlichen.

Gleichung der Arbeitscharakteristik.

Wenn im Anodenkreis einer Verstärkerröhre ein Widerstand R_a liegt, so nennt man die I_a-Eg-Kurve Arbeitscharakteristik, weil die Röhre auf den Widerstand R_a arbeitet. Die wirksame Anodenspannung wird um den Spannungsabfall an R_a kleiner. Dadurch rücken die Punkte der Kennlinie mit wachsendem Anodenstrom immer weiter ins Gebiet kleinerer Anodenspannungen. Es entsteht so die Arbeitscharakteristik aus der statischen durch Scherung.

Die Gleichung der durch Scherung entstandenen Arbeitscharakteristik lautet:

$$I_a = \frac{I_s}{2} + \frac{I_s}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_s} S[Eg + D(E_a - E_a' - R_a I_a)]. \tag{5}$$

* G. Joos, Theorie des Röhrengenerators. Ann. der Physik 1922, Bd. 69.

Diese Gleichung kann nicht nach I_a aufgelöst werden und ist deshalb für die weiteren Berechnungen nicht geeignet. Wir ersetzen Gleichung (5) durch eine arctg-Kurve, die die gleiche Steilheit im Wendepunkt hat und deren Wendepunkt um die gleiche Strecke gegenüber dem der statischen Charakteristik verschoben ist. Zu diesem Zweck lösen wir Gleichung (5) nach Eg auf:

$$\left(I_a - \frac{I_s}{2}\right)\frac{\pi}{I_s} = \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_s} S[Eg + D(E_a - E_a' - R_a I_a)],$$

$$\frac{\pi}{I_s} S[Eg + D(E_a - E_a' - R_a I_a)] = \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_s}\left(I_a - \frac{I_s}{2}\right),$$

$$Eg = \frac{I_s}{\pi}\frac{1}{S} \operatorname{tg}\frac{\pi}{I_s}\left(I_a - \frac{I_s}{2}\right) - D(E_a - E_a') + D R_a I_a. \tag{5a}$$

Um die Steilheit im Wendepunkt zu bekommen, differenzieren wir Gleichung (5a) nach I_a und setzen dann für $I_a = \frac{I_s}{2}$. Wir erhalten dann:

$$\frac{d\,Eg}{d\,I_a} = \frac{I_s}{\pi}\frac{1}{S}\frac{\pi}{I_s}\frac{1}{\cos^2 \frac{\pi}{I_s}\left(I_a - \frac{I_s}{2}\right)} + D R_a,$$

$$\left(\frac{d\,Eg}{d\,I_a}\right)_{I_a = \frac{I_s}{2}} = \frac{1}{S} + D R_a.$$

Für $\frac{1}{S}$ können wir nach der inneren Röhrengleichung $D \cdot R_i$ schreiben, dann wird:

$$\left(\frac{d\,Eg}{d\,I_a}\right)_{I_a = \frac{I_s}{2}} = D R_i + D R_a = D(R_i + R_a).$$

Die Steilheit im Wendepunkt ist dann der reziproke Wert, also:

$$\left(\frac{d\,I_a}{d\,Eg}\right)_{WP} = \frac{1}{D(R_i + R_a)} = S_R. \tag{6}$$

Die Verschiebung des Wendepunkts erhalten wir, wenn wie in Gleichung (5a) für $I_a = \frac{I_s}{2}$ setzen.

Es ist dann:

$$Eg = -D(E_a - E_a') + D R_a \frac{I_s}{2}.$$

Der Wendepunkt der Arbeitscharakteristik ist also gegenüber dem der statischen Charakteristik um die Strecke $DR_a \frac{I_s}{2}$ ins Gebiet positiver Gitterspannung verschoben.

Wenn wir jetzt nur diese beiden Tatsachen berücksichtigen, erstens, daß die Steilheit der Arbeitscharakteristik S_R ist, und zweitens, daß ihr Wendepunkt um $DR_a \frac{I_s}{2}$ nach rechts verschoben ist, so können wir die Gleichung der Arbeitscharakteristik auch wie folgt schreiben:

$$I_a = \frac{I_s}{2} + \frac{I_s}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_s} S_R \left[Eg + D\left(E_a - E_a' - \frac{R_a I_s}{2}\right)\right]. \tag{7}$$

Gleichung (7) ist nach I_a aufgelöst. Dadurch, daß wir anstatt der Gleichung (5) diese als die Gleichung der Arbeitscharakteristik nehmen, führen wir statt der Scherung eine Drehung und Parallelverschiebung der statischen Charakteristik aus. In Bild 3 ist das Bild der Gleichungen (5) und (7) gezeichnet.

Man sieht in Bild 3, daß der Unterschied der beiden Arbeitscharakteristiken besonders in der Nähe des Wendepunkts ganz gering ist und daß im Wendepunkt selbst die beiden Kurven sich decken.

Gang der Rechnung.

Nach diesen vorbereitenden Rechnungen wollen wir nun die Gleichung der Verstärkercharakteristik, die Funktion $I_{a_s} = f(Eg_{1v})$ entwickeln. Da es für die Rechnung

einfacher ist, vertauschen wir die beiden Veränderlichen und berechnen die Funktion $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$.

Wir gehen aus von Gleichung (1)

$$Eg_1 = Eg_{1v} + Eg_{1r}$$

und erhalten:

$$Eg_{1v} = Eg_1 - Eg_{1r}. \tag{8}$$

Wir drücken Eg_1 und Eg_{1v} durch I_{a_1} aus und erhalten dadurch die Funktion $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$. Dann stellen wir die Gleichung zwischen I_{a_1} und I_{a_2} auf und erhalten durch Einsetzen in die Funktion zwischen Eg_{1v} und I_{a_1} die Gleichung der Verstärkercharakteristik $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$.

Berechnung.

1. $Eg_1 = f(I_{a_1})$.

Der Zusammenhang zwischen Eg_1 und I_{a_1} ist durch die Gleichung der Arbeitscharakteristik gegeben.

Gleichung (7) nach Eg aufgelöst und für die Röhre 1 geschrieben, lautet:

$$Eg_1 = \frac{I_{s_1}}{\pi} \frac{1}{S_{R_1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_{s_1}} \left(I_{a_1} - \frac{I_{s_1}}{2}\right) - D_1 \left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a_1} I_{s_1}}{2}\right).$$

2. $Eg_{1r} = f(I_{a_1})$.

$$Eg_{1r} = - I_{a_2} R_{a_2} \quad \text{Gleichung (2).}$$

$$I_{a_2} = \frac{I_{s_2}}{2} + \frac{I_{s_2}}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_{s_2}} S_{R_2} \left[Eg_2 + D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2}\right)\right] \quad \text{Gleichung (7) für Röhre 2,}$$

$$Eg_2 = - I_{a_1} R_{a_1} + Eg_{2v} \quad \text{Gleichung (3).}$$

$$I_{a_2} = \frac{I_{s_2}}{2} - \frac{I_{s_2}}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_{s_2}} S_{R_2} R_{a_1} \left[I_{a_1} - \frac{D_2}{R_{a_1}} \left(\frac{Eg_{2v}}{D_2} + E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2}\right)\right],$$

$$Eg_{1r} = - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2} + R_{a_2} \frac{I_{s_2}}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_{s_2}} S_{R_2} R_{a_1} \left[I_{a_1} - \frac{D_2}{R_{a_1}} \left(\frac{Eg_{2v}}{D_2} + E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2}\right)\right].$$

3. $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$.

Durch Einsetzen von 1. und 2. in Gleichung (8) erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} Eg_{1v} = \frac{I_{s_1}}{\pi} \frac{1}{S_{R_1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_{s_1}} \left(I_{a_1} - \frac{I_{s_1}}{2}\right) - D_1 \left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a_1} I_{s_1}}{2}\right) + \\ + \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2} - R_{a_2} \frac{I_{s_2}}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{I_{s_2}} S_{R_2} R_{a_1} \left[I_{a_1} - \frac{D_1}{R_{a_1}} \left(\frac{Eg_{2v}}{D_2} + E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2}\right)\right] \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Man erhält nach Gleichung (9) die Kurve $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$ als die Differenz der Ordinaten einer tg- und einer arctg-Linie.

In Bild 4 ist die Konstruktion der Kurve $Eg_{1v} = f(I_{a_1})$ nach Gleichung (9) für zwei Widerstände R_{a_2} durchgeführt. Da diese Darstellung ungewohnt ist, sind in Bild 5 die Koordinatenachsen vertauscht und die Funktionen $I_{a_1} = f(Eg_1)$, $I_{a_1} = f(Eg_{1r})$ und $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ aufgetragen. Aus diesem Bild sieht man, daß die Steilheit der Kurve $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ im Wendepunkt mit wachsendem Rückkopplungswiderstand R_{a_2} unendlich und negativ werden kann.

Ferner sieht man aus Bild 5, daß es am günstigsten ist, wenn die Wendepunkte der Funktionen $I_{a_1} = f(Eg_1)$ und $I_{a_1} = f(Eg_{1r})$ gleich hoch über der Abszissenachse liegen, wenn also:

$$\frac{I_{s_1}}{2} = \frac{D_2}{R_{a_1}} \left(\frac{Eg_{2v}}{D_2} + E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a_2} I_{s_2}}{2}\right) \tag{10}$$

ist; denn dann wird bei der Subtraktion der beiden Kurven die Steilheit der Kurve $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ im Wendepunkt am größten. Durch richtige Wahl der Gittervorspannung Eg_{2v} haben wir es in der Hand, Gleichung (10) zu erfüllen. In Bild 4 und 5 ist dieser Fall gezeichnet.

Die günstigste Gittervorspannung der zweiten Röhre Eg_{2v} wird aus Gleichung (10)

$$Eg_{2v} = \frac{R_{a1} I_{s1}}{2} - D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} \right). \tag{11}$$

Wir wollen jetzt berechnen, wann die Wendetangente der Kurve $I_{a_1} = f\, Eg_{1v})$ senkrecht steht, d. h. wann die Steilheit im Wendepunkt unendlich wird.

Zu diesem Zweck setzen wir den Wert von Eg_{2v}, den wir in Gleichung (11) berechnet haben, in Gleichung (9) ein, differenzieren Gleichung (9) nach I_{a_1} und setzen dann $I_{a_1} = \frac{I_{s1}}{2}$.

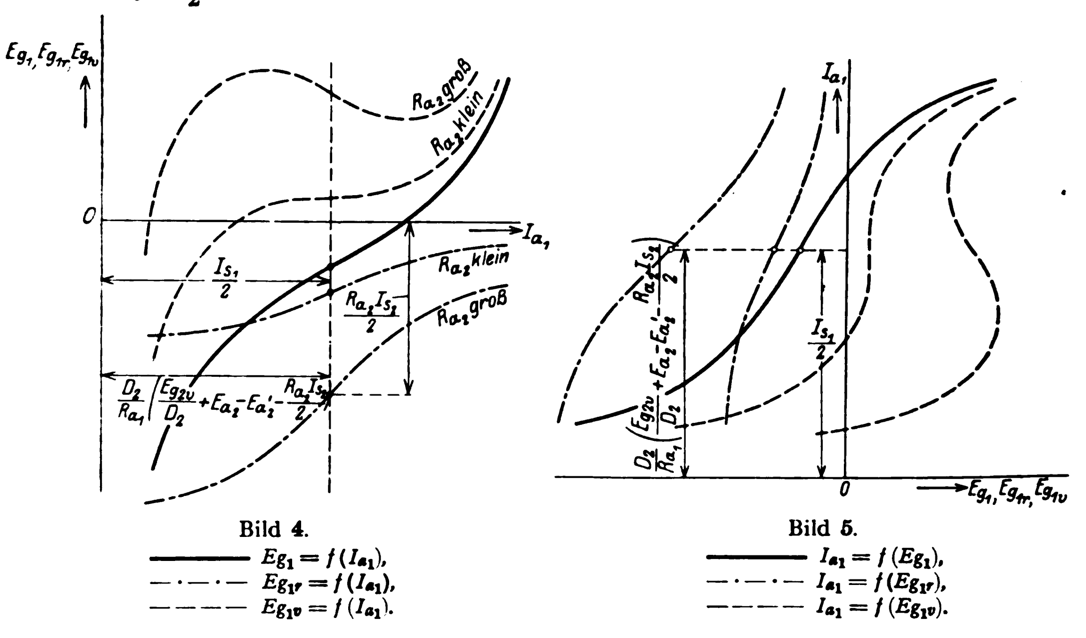


Bild 4.
———— $Eg_1 = f(I_{a1})$,
— · — · — $Eg_{1r} = f(I_{a1})$,
— — — — $Eg_{1v} = f(I_{a1})$.

Bild 5.
———— $I_{a1} = f(Eg_1)$,
— · — · — $I_{a1} = f(Eg_{1r})$,
— — — — $I_{a1} = f(Eg_{1v})$.

Es wird:

$$\left(\frac{d\, Eg_{1v}}{d\, I_{a1}}\right)_{I_{a_1} = \frac{I_{s_1}}{2}} = \frac{1}{S_{R1}} - R_{a_2} S_{R_2} R_{a_1}.$$

Die Steilheit im Wendepunkt ist dann der reziproke Wert:

$$\left(\frac{d\, I_{a1}}{d\, Eg_{1v}}\right)_{WP} = \frac{1}{\frac{1}{S_{R1}} - R_{a2} S_{R2} R_{a1}} = \frac{S_{R1}}{1 - R_{a2} S_{R2} R_{a1} S_{R1}}. \tag{12}$$

Die Steilheit wird unendlich, wenn der Nenner des Bruches Null wird, wenn also:

$$R_{a_2} S_{R_2} R_{a_1} S_{R_1} = 1. \tag{13}$$

Wir werden sehen, daß für die Verstärkercharakteristik $I_{a_2} = f\,(Eg_{1v})$ die gleiche Bedingung für unendliche Steilheit im Wendepunkt gilt.

4. $I_{a_1} = f\,(I_{a_2})$.

Die Gitterspannung Eg_2 kann man durch I_{a_1} und durch I_{a_2} ausdrücken und dann die rechten Seiten der beiden Gleichungen einander gleichsetzen.

$$Eg_2 = \frac{I_{s2}}{\pi} \frac{1}{S_{R2}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_{s2}} \left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2} \right) - D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} \right) \quad \text{Gleichung (7) für Röhre 2}$$

$$Eg_2 = - I_{a_1} R_{a_1} + Eg_{2v}, \quad \text{Gleichung (3)}$$

$$- I_{a_1} R_{a_1} + Eg_{2v} = \frac{I_{s2}}{\pi} \frac{1}{S_{R2}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_{s2}} \left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2} \right) - D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} \right),$$

$$I_{a_1} = - \frac{I_{s2}}{\pi} \frac{1}{S_{R2} R_{a1}} \operatorname{tg} \frac{\pi}{I_{s2}} \left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2} \right) + D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} \right) + \frac{Eg_{2v}}{R_{a1}}.$$

Setzt man für Eg_{2v} den Wert von Gleichung (11) ein, so wird:

$$I_{a_1} = -\frac{I_{s2}}{\pi}\frac{1}{SR_2 R_{a1}} \operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right) + \frac{I_{s1}}{2}. \tag{14}$$

5. $Eg_{1v} = f(I_{a_2})$ Verstärkercharakteristik.

Wir setzen nun in Gleichung (9) für I_{a_1} den Wert von Gleichung (14), nachdem wir auch in Gleichung (9) Eg_{2v} durch seinen günstigsten Wert ersetzt haben.

$$Eg_{1v} = \frac{I_{s1}}{\pi}\frac{1}{SR_1}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s1}}\left[-\frac{I_{s2}}{\pi}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right) + \frac{I_{s1}}{2} - \frac{I_{s1}}{2}\right] - D_1\left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}\right) +$$

$$+ \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} - R_{a_2}\frac{I_{s2}}{\pi}\operatorname{arctg}\frac{\pi}{I_{s2}} S_{R_2} R_{a_1}\left[-\frac{I_{s2}}{\pi}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right) + \frac{I_{s1}}{2} - \frac{I_{s1}}{2}\right]$$

$$Eg_{1v} = -\frac{I_{s1}}{\pi}\frac{1}{SR_1}\operatorname{tg}\left[\frac{I_{s2}}{I_{s1}}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right)\right] + I_{a_2} R_{a_2} - D_1\left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}\right). \tag{15}$$

Gleichung (15) stellt die Gleichung der Verstärkercharakteristik dar. Wir können aber noch auf einem anderen, vielleicht übersichtlicheren Wege zu dieser Gleichung gelangen, indem wir von der Gleichung ausgehen:

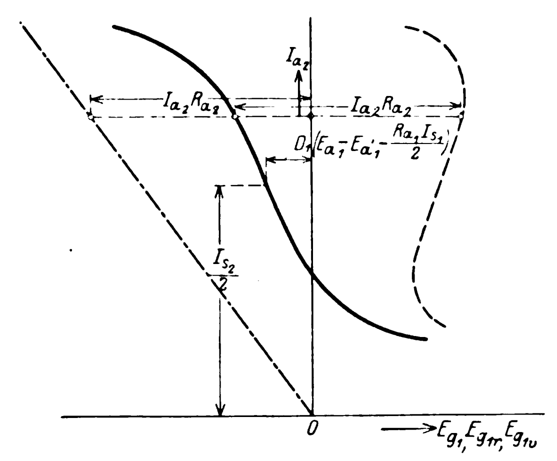


Bild 6. ——— $I_{a_2} = f(Eg_1)$, —·—·— $I_{a_2} = f(Eg_{1r})$, – – – – $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$.

$$Eg_{1v} = Eg_1 - Eg_{1r} \qquad \text{Gleichung (8)}$$

und Eg_1 und Eg_{1r} durch I_{a_2} ausdrücken.

$$Eg_1 = f(I_{a_2}),$$

$$Eg_1 = \frac{I_{s1}}{\pi}\frac{1}{SR_1}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s1}}\left(I_{a_1} - \frac{I_{s1}}{2}\right) - D_1\left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}\right), \qquad \text{Gleichung (7) für Röhre 1}$$

$$I_{a_1} = -\frac{I_{s2}}{\pi}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right) + \frac{I_{s1}}{2}, \qquad \text{Gleichung (14)}$$

$$Eg_1 = -\frac{I_{s1}}{\pi}\frac{1}{SR_1}\operatorname{tg}\left[\frac{I_{s2}}{I_{s1}}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right)\right] - D_1\left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}\right), \tag{16}$$

$$Eg_{1r} = f(I_{a_2}),$$

$$Eg_{1r} = -I_{a_2} R_{a_2}, \qquad \text{Gleichung (2)}$$

$$Eg_{1v} = -\frac{I_{s1}}{\pi}\frac{1}{SR_1}\operatorname{tg}\left[\frac{I_{s2}}{I_{s1}}\frac{1}{SR_2 R_{a1}}\operatorname{tg}\frac{\pi}{I_{s2}}\left(I_{a_2} - \frac{I_{s2}}{2}\right)\right] - D_1\left(E_{a_1} - E_{a_1}' - \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}\right) - (-I_{a_2} R_{a_2})$$

identisch mit Gleichung (15).

Wir sehen aus Gleichung 15, daß sich die Verstärkercharakteristik aus einer negativen tg-Linie und einer Geraden zusammensetzt. Aus der zweiten Ableitung der Gleichung (15) erkennen wir, daß die tg-Linie die Funktion $Eg_1 = f(I_{a_2})$ darstellt, während die Gerade die Rückkopplungsspannung als Funktion von I_{a_2} angibt. In Bild 6 ist die Verstärkercharakteristik aus diesen beiden Funktionen konstruiert.



Die Koordinatenachsen sind in diesem Bild bereits vertauscht, um die Kurven in der üblichen Darstellung zu erhalten. Der Rückkopplungswiderstand ist so groß gewählt, daß die Steilheit der Verstärkercharakteristik im Wendepunkt das Vorzeichen bereits geändert hat, also positiv geworden ist. Bei einem anderen Widerstand R_{a_2} ändert sich nicht nur die Rückkopplungsgerade, sondern auch die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$, weil in ihrer Gleichung S_{R_2} vorkommt und S_{R_2} von R_{a_2} abhängt. Am Schluß dieses Abschnitts wird gezeigt, wie durch eine kleine Abänderung der Schaltung die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$ konstant bleibt für alle Rückkopplungswiderstände zwischen Null und einem Höchstwert.

Wir berechnen nun die Steilheit der Wendetangente der Verstärkercharakteristik, um die Bedingung für den Grenzfall der unendlichen Steilheit zu finden. Aus Bild 6 erkennt man, daß dieser Fall dann eintritt, wenn die Rückkopplungsgerade gleiche Steilheit wie die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$ im Wendepunkt hat.

Durch Differentiation der Gleichung (15) nach I_{a_2} erhalten wir, wenn wir für $I_{a_2} = \frac{I_{s_2}}{2}$ setzen:

$$\left(\frac{d\,Eg_{1v}}{d\,I_{a_2}}\right)_{I_{a_2}=\frac{I_{s_2}}{2}} = -\frac{1}{S_{R_1} S_{R_2} R_{a_1}} + R_{a_2} = -\frac{1 - R_{a_2} S_{R_2} S_{R_1} R_{a_1}}{S_{R_1} S_{R_2} R_{a_1}}$$

und die Steilheit im Wendepunkt wird:

$$\left(\frac{d\,I_{a_2}}{d\,Eg_{1v}}\right)_{WP} = -\frac{S_{R_1} S_{R_2} R_{a_1}}{1 - R_{a_2} S_{R_2} S_{R_1} R_{a_1}}. \tag{17}$$

Diese Steilheit ist bei $R_{a_2} = 0$ oder bei kleinem R_{a_2} negativ, kann aber mit wachsendem R_{a_2} unendlich und dann positiv werden, wenn der Nenner des Bruches negativ wird.

Die Steilheit wird unendlich, wenn der Nenner des Bruches verschwindet. Die Bedingung für senkrechte Wendetangente ist also auch hier:

$$R_{a_1} S_{R_1} R_{a_2} S_{R_2} = 1 \qquad \text{identisch mit Gl. (13).}$$

Diese Bedingung kann erfüllt werden durch richtige Wahl von R_{a_1} und R_{a_2}. Wir wollen R_{a_1} als gegeben oder gewählt betrachten und eine Bedingungsgleichung für R_{a_2} aufstellen. Der Widerstand R_{a_2}, der Gleichung (13) erfüllt, bei dem also die Steilheit der Verstärkercharakteristik im Wendepunkt unendlich wird, sei als Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ bezeichnet, da er an der Grenze zwischen negativer und positiver Steilheit liegt.

Berechnung des Grenzwiderstandes.

Der Grenzwiderstand ist erreicht, wenn die Gleichung erfüllt ist:

$$R_{a_1} S_{R_1} R_{a_2} S_{R_2} = 1 \qquad \text{Gleichung (13)}$$

wobei

$$S_{R_1} = \frac{1}{D_1 (R_{i_1} + R_{a_1})}$$

und

$$S_{R_2} = \frac{1}{D_2 (R_{i_2} + R_{a_2})} \qquad \text{Gleichung (6)}$$

Daraus ergibt sich:

$$R_{a_2} = R_{a_{2g}} = \frac{D_2 D_1 (R_{i_1} + R_{a_1})}{R_{a_1} - D_2 D_1 (R_{i_1} + R_{a_1})} \cdot R_{i_2}$$

oder

$$\frac{R_{a_{2g}}}{R_{i_2}} = \frac{D_1 D_2 \left(1 + \frac{R_{a_1}}{R_{i_1}}\right)}{\frac{R_{a_1}}{R_{i_1}} - D_1 D_2 \left(1 + \frac{R_{a_1}}{R_{i_1}}\right)} \tag{18}$$

Wir können nun das Verhältnis $\frac{R_{a_{2g}}}{R_{i_2}}$ für verschiedene Werte von $D_1 \cdot D_2$ und $\frac{R_{a_1}}{R_{i_1}}$ ausrechnen und abhängig von $\frac{R_{a_1}}{R_{i_1}}$ auftragen. Dadurch erhält man die Kurven von Diagramm I. Sind zwei Röhren gegeben, mit denen diese Rückkopplungsschaltung ausgeführt werden soll, so multipliziert man ihre Durchgriffe, wählt ein R_{a_1} und erhält aus dem Diagramm I sofort den Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$.

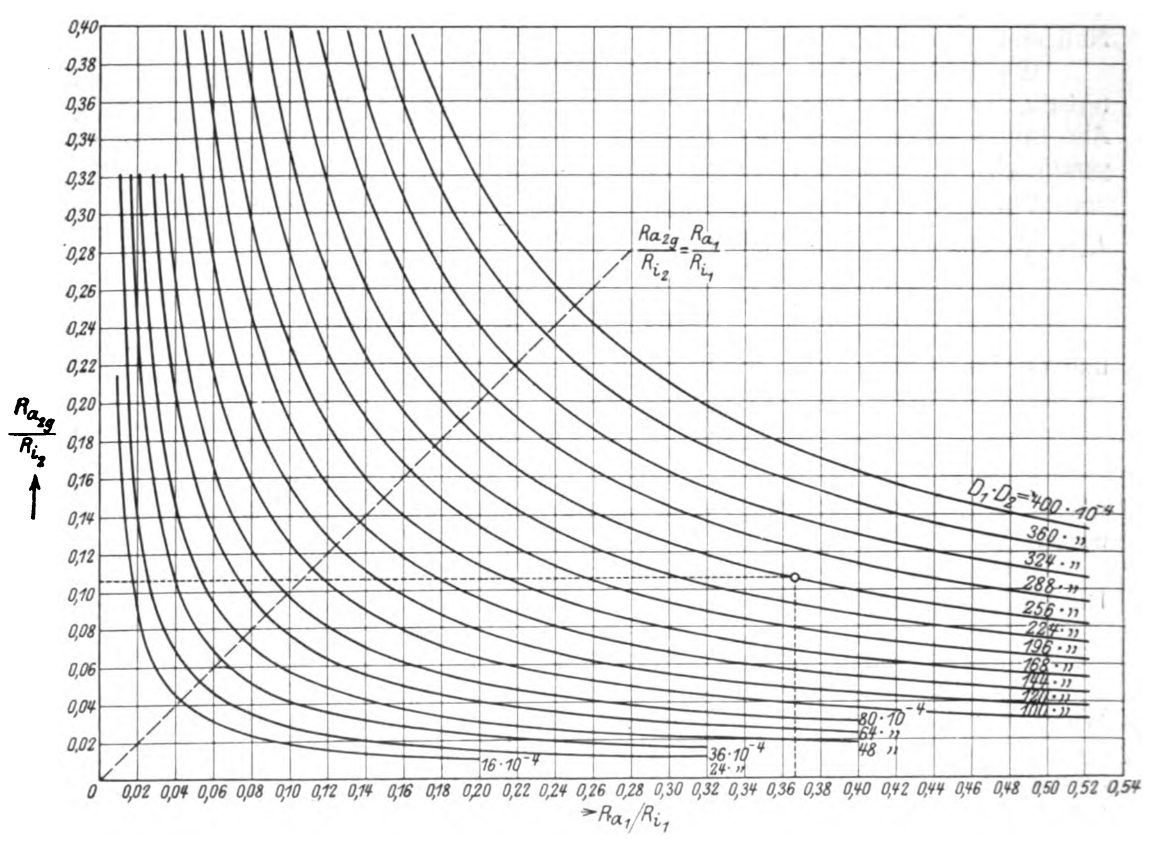


Diagramm I. $R_{a_2g}/R_{i_2} = f\,(R_{a_1}/R_{i_1})$. Parameter: $D_1 \cdot D_2$.

Beispiel:

Gegeben seien zwei gleiche Röhren

$$D_1 = D_2 = 16\,\%$$

$$R_{i1} = R_{i2} = 16400 \text{ Ohm}.$$

Gewählt sei $R_{a_1} = 6000$ Ohm

$$\frac{R_{a_1}}{R_{i_1}} = 0{,}366$$

$$D_1 \cdot D_2 = 256 \cdot 10^{-4}.$$

Aus dem Diagramm I erhalten wir als Grenzwiderstand

$$\frac{R_{a_{2g}}}{R_{i_2}} = 0{,}107$$

$$R_{a_{2g}} = 1750 \text{ Ohm}.$$

Bei diesem Widerstand wird die Steilheit der Verstärkercharakteristik im Wendepunkt unendlich. Dabei ist vorausgesetzt, daß die günstigste Gittervorspannung der zweiten Röhre eingestellt ist nach Gleichung (11).

Wahl von R_{a_1}.

Wie die Kurven in Diagramm I zeigen, kann der Widerstand R_{a_1} beliebig gewählt werden. Wählt man R_{a_1} groß, so wird der Grenzwiderstand klein und umgekehrt. Zweckmäßig ist es aber, R_{a_1} weder extrem groß, noch extrem klein zu machen. Nimmt man R_{a_1} sehr klein, so bekommt die zweite Röhre nicht mehr genug Gitterspannung, um ganz ausgesteuert zu werden. Man kann als $R_{a_{1\,min}}$ jenen Widerstand R_{a_1} bezeichnen, bei dem die Steilheit der Kurven $I_{a_2} = f(Eg_1)$ [Gleichung (16)] im Wendepunkt absolut (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens) gleich ist der Steilheit der Arbeitscharakteristik der Röhre 2 im Wendepunkt; denn dann verstärkt die erste Röhre gar nicht mehr, sondern überträgt nur noch. Nimmt man R_{a_1} kleiner als den so definierten Wert, so kann man zwar auch unendliche Steilheit der Verstärkercharakteristik erreichen, aber es ist unzweckmäßig, da dann die erste Röhre eine kleinere Gitterspannungsschwankung an die zweite überträgt, als sie selbst bekommt.

Die Steilheiten der beiden obengenannten Kurven im Wendepunkt sind:

$$\left(\frac{d I_{a_2}}{dEg_1}\right)_{WP} = -S_{R_1} R_{a_1} S_{R_2} \text{ aus Gleichung (16).}$$

$$\left(\frac{d I_{a_2}}{d Eg_2}\right)_{WP} = S_{R_2} \text{ aus Gleichung (7).}$$

Durch Gleichsetzen dieser Steilheiten ohne Berücksichtigung des Vorzeichens erhalten wir:

$$S_{R_1} R_{a_1} S_{R_2} = S_{R_2}$$

$$S_{R_1} R_{a_1} = 1$$

$$R_{a1} = R_{a_{1\,min}} = \frac{D_1}{1 - D_1} \cdot R_{i_1}. \tag{19}$$

Der Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ wird bei $R_{a_1} = R_{a_{1\,min}}$

$$R_{a_{2g}} = \frac{D_2 R_{i2}}{R_{a1} S_{R1} - D_2} = \frac{D_2}{1 - D_2} R_{i_2}.$$

Bei zwei gleichen Röhren, wenn $D_1 = D_2$ und $R_{i_1} = R_{i_2}$ ist, wird der Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ so groß als der Widerstand $R_{a_{1\,min}}$.

Für das vorher angeführte Beispiel wird

$$R_{a_{1min}} = \frac{D_1}{1 - D_1} R_{i_1} = \frac{0,16}{1 - 0,16} \cdot 16400 = 3100 \text{ Ohm}.$$

Wenn wir diesen Wert von R_{a_1} wählen, wird der Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ auch **3100** Ohm, da wir zwei gleiche Röhren haben.

Schlußbemerkung.

Wir haben schon früher erwähnt, daß die Konstruktion der Verstärkercharakteristik aus der Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$ und der Rückkopplungsgeraden sehr erschwert wird dadurch, daß auch die Funktion $I_{a_2} = f(Eg_1)$ für jeden Rückkopplungswiderstand R_{a_2} sich ändert. Auch die Gittervorspannung der zweiten Röhre Eg_{2v} hängt nach Gleichung (11) von R_{a_1} und R_{a_2} ab, ist also für jeden Widerstand R_{a_2} neu einzustellen. Wir können zwar die Gittervorspannung der zweiten Röhre ganz weglassen, wenn wir dafür die Anodenspannung E_{a_2} entsprechend erhöhen. Setzen wir in Gleichung (11) $Eg_{2v} = O$, so erhalten wir:

$$D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2}\right) = \frac{R_{a1} I_{s1}}{2}$$

$$E_{a_2} = E_{a_2}' + \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} + \frac{R_{a1} I_{s1}}{2 D_2}. \tag{20}$$

Diese Anodenspannung ist aber auch abhängig von R_{a_1} und R_{a_2}.

Die Schwierigkeit wird beseitigt, wenn wir die Schaltung unseres Verstärkers so umändern, daß im Anodenkreis der zweiten Röhre immer der gleiche Widerstand

R_{a_2} liegt und sich nur der Rückkopplungswiderstand R_K ändert, wie es in Bild 7 gezeichnet ist; denn dann gilt für alle Rückkopplungswiderstände zwischen Null und R_{a_2} nur eine Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$ und nur eine Gittervorspannung Eg_{2v}, weil die Arbeitscharakteristik der Röhre 2 unverändert bleibt.

Den Widerstand R_{a_2} macht man in diesem Fall zweckmäßig etwas größer als den Grenzwiderstand, den man aus Diagramm I entnimmt. Die Gittervorspannung Eg_{2v} ist nach Gleichung (11) für den gewählten Widerstand R_{a_2} zu berechnen.

Wir wollen nun noch untersuchen, welche Röhrentype für diesen Verstärker am günstigsten ist. Man sieht aus Diagramm I, daß Röhren mit kleinem Durchgriff kleine Widerstände R_{a_1} und R_{a_2} benötigen, also günstig sind. Ob es besser ist, zwei gleiche oder zwei verschiedene Röhren zu nehmen, kommt auf den einzelnen Fall an. Günstig ist, wenn die zweite Röhre hohe Emission hat, da dann die Verstärkercharakteristik ein großes geradliniges Stück hat, das verzerrungsfrei verstärkt.

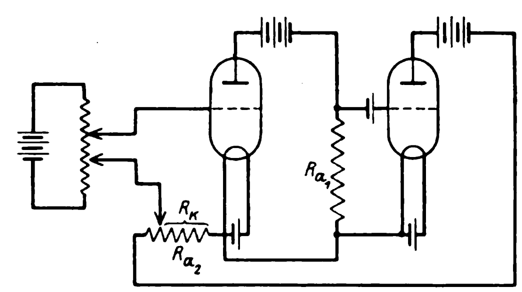


Bild 7. Abgeänderte Schaltung.

2. Graphische Lösung.

Bei der graphischen Lösung legen wir die experimentell aufgenommenen Kennlinien der beiden Röhren zugrunde. Um den Gang der Konstruktion klar und eindeutig darstellen zu können, wollen wir die graphische Lösung an einem Beispiel durchführen. Das Beispiel ist entnommen einer experimentellen Arbeit über diesen Verstärker [1], wodurch es möglich ist, die konstruierten und experimentell aufgenommenen Kurven miteinander zu vergleichen.

Beispiel.

Gegeben seien zwei Verstärkerröhren mit ihren Daten und Kennlinienbildern in der Gleichstromrückkopplungsschaltung (Bild 1). Es soll die Verstärkercharakteristik $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ für verschiedene Rückkopplungswiderstände R_{a_2} graphisch bestimmt werden.

Der Versuch wurde ausgeführt mit zwei gleichen Röhren

Type: RE 85.

$D_1 = D_2 = 16\%$.

$R_{i_1} = R_{i_2} = 16\,400$ Ohm.

$I_{s_1} = I_{s_2} = 6{,}2$ mA.

$R_{a_1} = 6000$ Ohm.

Den Grenzwiderstand entnehmen wir aus Diagramm I.

Für

$$\frac{R_{a_1}}{R_{i_1}} = 0{,}366$$

und

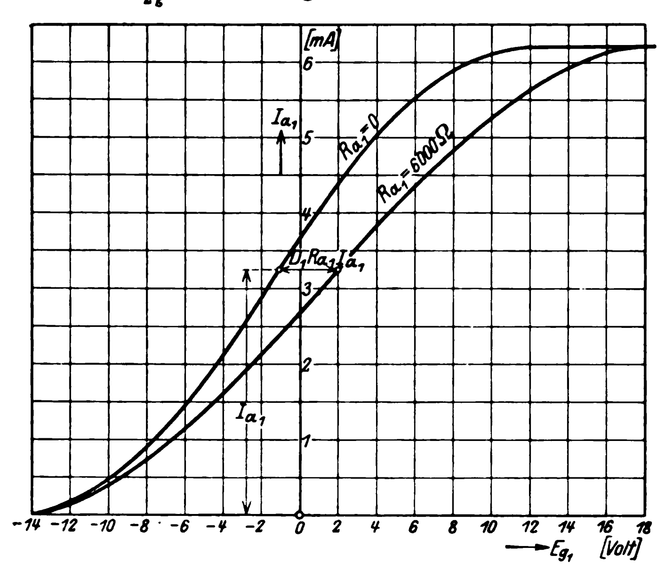
$$D_1 \cdot D_2 = 256 \cdot 10^{-4}$$

erhalten wir:

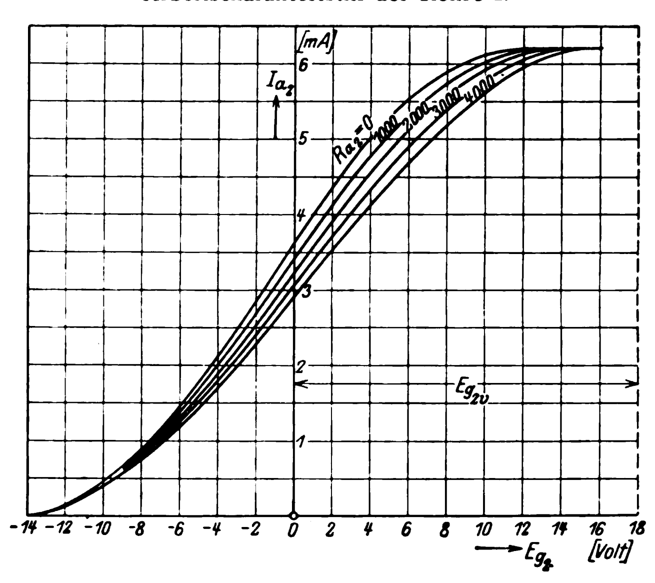
[1] Ausgeführt im Elektrophysikalischen Institut der Technischen Hochschule München von Fräulein H. Emde.

$$\frac{R_{a_2 g}}{R_{i_2}} = 0{,}107\,,$$
$$R_{a_{2g}} = 1750 \text{ Ohm}.$$

Um den Einfluß des Rückkopplungswiderstandes R_{a_2} auf die Verstärkercharakteristik zu sehen, nehmen wir vier Werte von R_{a_2} an, und zwar einen kleiner als $R_{a_{2g}}$, einen in der Nähe von $R_{a_{2g}}$ und zwei größer als der Grenzwiderstand.



Arbeitscharakteristik der Röhre 1.



Arbeitscharakteristiken der Röhre 2.
Diagramm II.

Wir wählen:

$$R_{a_2} = \quad 1000 \quad 2000 \quad 3000 \quad 4000 \text{ Ohm}.$$

Aus den Kennlinien der beiden Röhren, die für die Anodenspannungen $E_{a_1} = E_{a_2} = 80$ Volt gegeben sind, konstruieren wir die Arbeitscharakteristiken der Röhre 1 und 2 für die Widerstände R_{a_1} und R_{a_2}. Die Konstruktion ist in Diagramm II durchgeführt und für einen Punkt eingezeichnet.



Bestimmung von Eg_{2v}.

Die Gittervorspannung Eg_{2v} können wir nach Gleichung (11) bestimmen:

$$Eg_{2v} = \frac{R_{a1} I_{s1}}{2} - D_2 \left(E_{a_2} - E_{a_2}' - \frac{R_{a2} I_{s2}}{2} \right). \qquad \text{Gleichung (11)}$$

E_{a_2}' finden wir, indem wir die Kennlinie der zweiten Röhre für $E_{a_2} = 80$ Volt parallel zu sich so verschieben, daß sie die Ordinatenachse bei $I_{a_2} = \frac{I_{s2}}{2} = 3{,}1$ mA schneidet. Der wagrechte Abstand der beiden Kurven ist dann $D_2 \cdot \Delta E_{a_2}$. Er ergibt sich aus der Konstruktion zu 1,6 Volt.

Daraus wird

$$\Delta E_{a_2} = \frac{1{,}6}{D_2} = 10 \text{ Volt}$$

und

$$E_{a_2}' = E_{a_2} - \Delta E_{a_2} = 80 - 10 = 70 \text{ Volt}.$$

Wenn wir nun Eg_{2v} nach Gleichung (11) für die vier Widerstände R_{a_2} berechnen, so erhalten wir:

R_{a_2}	1000	2000	3000	4000 Ohm.
Eg_{2v}	+17,5	+18,0	+18,5	+18,9 Volt.

Da die Unterschiede so gering sind, wählen wir für alle vier Widerstände R_a nur eine Gittervorspannung Eg_{2v}, und zwar:

$$Eg_{2v} = 18{,}0 \text{ Volt}$$

entsprechend $R_{a_2} = 2000$ Ohm.

Wenn Gleichung (11) zur Berechnung von Eg_{2v} nicht bekannt ist, kann die Gittervorspannung der zweiten Röhre auch aus den Arbeitscharakteristiken bestimmt werden. Man legt dann wie in der analytischen Berechnung die Wendepunkte, so hier die Mitten der geradlinigen Teile in gleiche Höhe, indem man die Gittervorspannung wie folgt bestimmt:

$$Eg_{2v} = I_{a_1}' \cdot R_{a_1} + Eg_2',$$

wobei I_{a_1}' der Wert von I_{a_1} ist, der zur Mitte des geradlinigen Teils der Arbeitscharakteristik der Röhre 1 gehört, und Eg_2' der Wert von Eg_2, der zur Mitte des geradlinigen Teils der Arbeitscharakteristik der Röhre 2 gehört.

Wenn wir für unser Beispiel die Gittervorspannung Eg_{2v} auf diese Weise bestimmen, so erhalten wir aus den Arbeitscharakteristiken von Diagramm II bei $R_{a_2} = 2000$ Ohm:

$$Eg_{2v} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot 6000 + 0 = 18 \text{ Volt}.$$

Konstruktion der Verstärkercharakteristik.

Die Konstruktion der Verstärkercharakteristik $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ ist für die vier Widerstände R_{a_2} in Diagramm III durchgeführt.

Ausgehend von der Arbeitscharakteristik der Röhre 1 $I_{a_1} = f(Eg_1)_{R_{a_1} = 6000}$ konstruiert man die Kurven:

$-I_{a_1} R_{a_1} = f(Eg_1)$, die spiegelbildlich zur Arbeitscharakteristik liegt,
$Eg_2 = f(Eg_1)$, indem man Eg_{2v} addiert,
$I_{a_2} = f(Eg_1)$ mit Hilfe der Arbeitscharakteristiken der Röhre 2.
$I_{a_2} = f(Eg_{1r})$ Rückkopplungsgerade.
$I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ nach der Gleichung $Eg_{1v} = Eg_1 - Eg_{1r}$.

Der Vollständigkeit halber wollen wir auch die Funktion $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ konstruieren, die gleichzeitig mit der Verstärkercharakteristik das Vorzeichen ihrer Steilheit ändern muß.

Konstruktion der Funktion $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$.



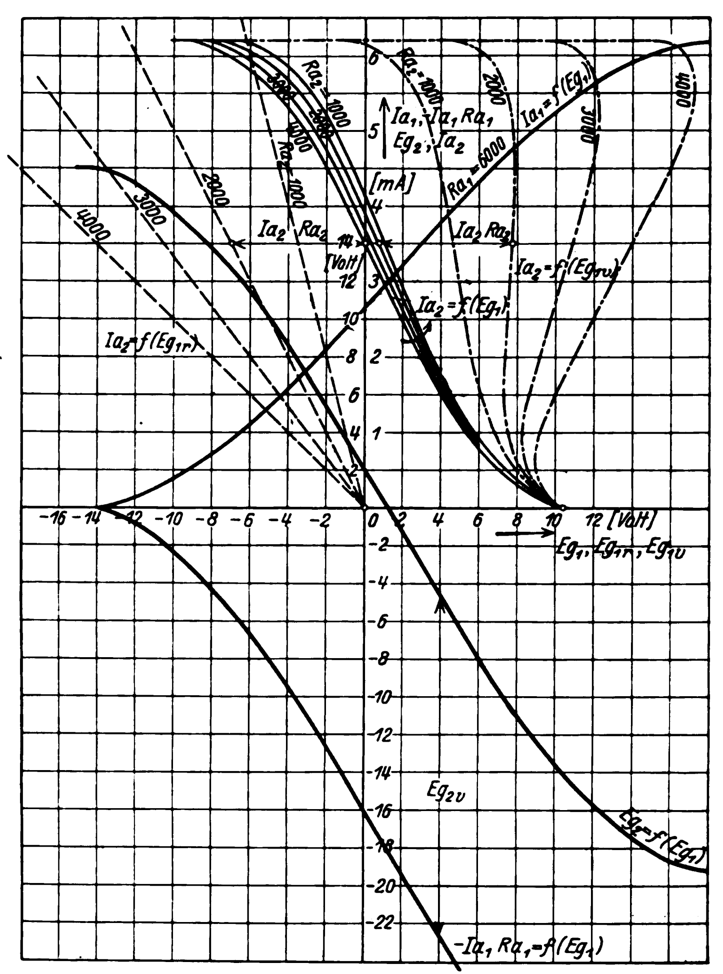


Diagramm III. Konstruktion der Verstärkercharakteristik.

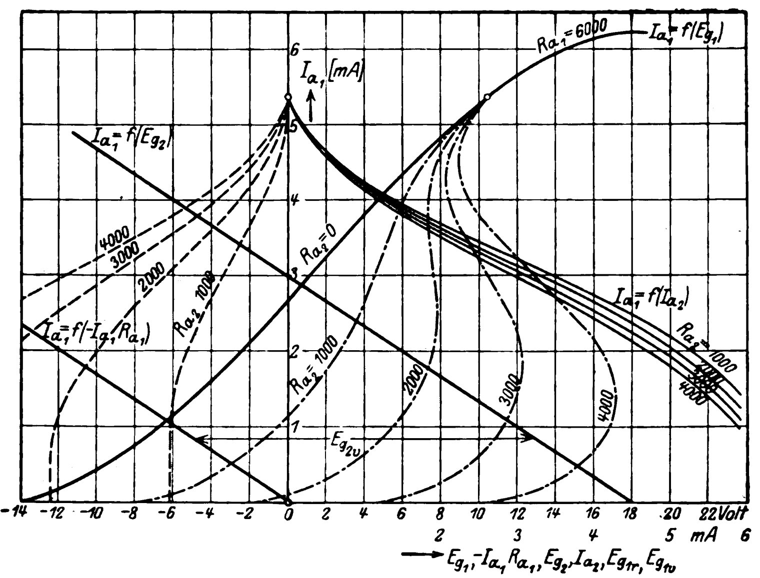


Diagramm IV. Konstruktion der Funktion $I_{a_1} = f(Eg_1 v)$.

Der Gang der Konstruktion ist folgender:
Man beginnt mit der Funktion
$I_{a_1} = f(-I_{a_1} R_{a_1})$, es ist eine Gerade durch den Nullpunkt.
Dann zeichnet man:
$I_{a_1} = f(Eg_2)$, indem man Eg_{2v} addiert,
$I_{a_1} = f(I_{a_2})$ mit Hilfe der Arbeitscharakteristiken der Röhre 2,
$I_{a_1} = f(Eg_{1r})$, wobei $Eg_{1r} = -I_{a_2} \cdot R_{a_2}$ ist,
$I_{a_1} = f(Eg_1)_{R_{a_1}=6000}$ Arbeitscharakteristik der Röhre 1,
$I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ mit Hilfe der Gleichung: $Eg_{1v} = Eg_1 - Eg_{1r}$.

Diskussion der Ergebnisse.

Aus den Kurven von Diagramm III und IV sieht man, wie die Steilheit der Verstärkercharakteristik und der Funktion $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$ von der Größe des Rückkopplungswiderstandes abhängt. Wenn R_{a_2} gleich dem Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ ist (dieser Fall ist nicht gezeichnet, aber $R_{a_2} = 2000$ Ohm kommt ihm sehr nahe), dann

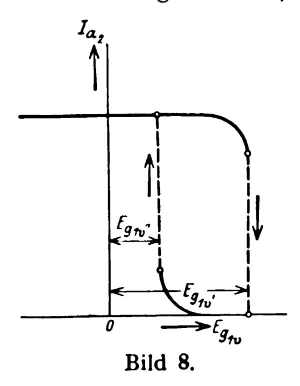


Bild 8.

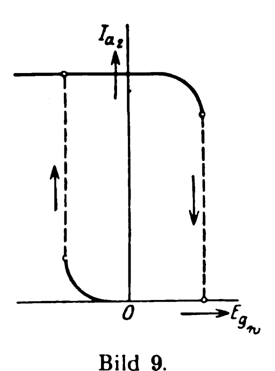


Bild 9.

ist die Steilheit der beiden Funktionen unendlich, d. h. die beiden Kurven stehen senkrecht. Bei einem bestimmten Wert von Eg_{1v} sind dann unendlich viele Werte von I_{a_2} und I_{a_1} möglich. Es stellt sich in diesem Falle kein stabiler Wert ein, wie der Versuch zeigt, sondern die Anodenströme schwanken. Ist R_{a_2} größer als der Grenzwiderstand, so überschlagen sich die Funktionen $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ und $I_{a_1} = f(Eg_{1v})$, wie man an den Kurven für $R_{a_2} = 3000$ und 4000 Ohm sieht. Die überschlagenen Teile der beiden Funktionen sind aber nicht stabil, da bei der Funktion $I_{a_1} = f(Eg_{1r})$ in diesem Bereich einer Zunahme des Anodenstroms eine Abnahme der Gitterspannung entspricht, was nicht möglich ist, da Anodenstrom und Gitterspannung einer Röhre phasengleich sind. Wenn I_{a_1} aber labil wird, wird infolge der Kopplung der Röhren gleichzeitig I_{a_2} labil. Punkte der überschlagenen Teile können also nicht eingestellt werden, sondern es treten an den Berührungsstellen der senkrechten Tangenten an die Kurven Sprünge der Anodenströme I_{a_1} und I_{a_2} auf. Die Sprungstellen aufwärts und abwärts rücken immer weiter auseinander, je größer R_{a_2} wird. Sie fallen zusammen für den Grenzwiderstand, doch findet dort kein Sprung mehr statt. Eine Verstärkercharakteristik für $R_{a_2} > R_{a_{2g}}$, wie sie experimentell erhalten wird, ist in Bild 8 gezeichnet.

Wenn man bei negativen Werten von Eg_{1v} beginnt, hat I_{a_2} den hohen Wert, springt dann bei $Eg_{1v} = Eg_{1v}'$ auf Null und bleibt unten, auch wenn man jetzt mit der Spannung Eg_{1v} wieder zurückgeht. Erst bei $Eg_{1v} = Eg_{1v}''$ springt I_{a_2} wieder auf den hohen Wert. Es wird also bei richtiger Regulierung von Eg_{1v} eine Schleife beschrieben, die um so breiter ist, je größer der Rückkopplungswiderstand R_{a_2} ist. Ein Fall, der bei großer Anodenspannung E_{a_1} und kleiner Gittervorspannung Eg_{2v} eintritt, ist in Bild 9 gezeichnet.

Er unterscheidet sich von dem in Bild 8 dadurch, daß die Sprungstellen aufwärts und abwärts zu beiden Seiten der Ordinatenachse liegen, der Sprung aufwärts also im Gebiet negativer Gitterspannung Eg_{1v} liegt. Wenn I_{a_2} auf Null heruntergesprungen ist, springt es nicht mehr zurück, wenn man mit Eg_{1v} bloß bis Null geht. Erst wenn man Eg_{1v} negativ macht, springt I_{a_2} wieder auf den hohen Wert.

Ohne Regulierung von Eg_{1v} kann die Schleife, wie sie in Bild 8 und 9 gezeichnet ist, nicht durchlaufen werden, d. h. der Verstärker kann keine Kippschwingungen ausführen. E. Friedländer[1] hat gezeigt, wie aus dem hier behandelten Verstärker durch Einbau eines Kondensators als Energiespeicher eine schwingfähige Spaltung erhalten wird. Ferner sei noch erwähnt, daß bei der experimentellen Aufnahme der überschlagenen Verstärkercharakteristiken zu beachten ist, daß die Regulierung von Eg_{1v} ohne Unterbrechung des Gitterkreises der Röhre 1 geschieht, da sonst das Gitterpotential der Röhre 1 nicht mehr eindeutig ist und die Sprünge an einer anderen Stelle erfolgen können.

Der Vergleich der konstruierten Verstärkercharakteristiken mit den experimentell aufgenommenen wurde für zwei Röhrentypen, jedesmal für mehrere Widerstände R_{a_1} und da wieder für einige Rückkopplungswiderstände R_{a_2} durchgeführt. Dabei wurden die Verstärkercharakteristiken nicht aus den Kennlinien der beiden Röhren wie in Diagramm III, sondern gleich aus den Kurven $I_{a_2} = f\,(Eg_1)$ konstruiert, die mit den gewählten Rückkopplungswiderständen im Anodenkreis der zweiten Röhre experimentell aufgenommen wurden. Dadurch wurden viele Zeichenungenauigkeiten vermieden und der Gitterstrom der zweiten Röhre berücksichtigt, wie später gezeigt werden wird. Der Vergleich der so konstruierten und der experimentell aufgenommenen Verstärkercharakteristiken zeigte gute Übereinstimmung sowohl des Verlaufs der Kurven als auch der Sprungstellen von I_{a_2}.

Einfluß der Gitterströme der beiden Röhren auf die Verstärkercharakteristik.

Die analytische und die graphische Lösung wurde durchgeführt ohne Berücksichtigung der Gitterströme der beiden Röhren. Man sieht daraus bereits, daß die

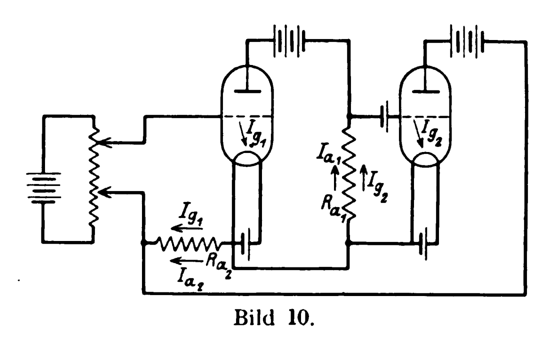


Bild 10.

Gitterströme nicht die Ursache der Labilitätserscheinungen des Verstärkers sind, sie können sich also nur den Vorgängen überlagern und die Form der Kurven beeinflussen. Um das zu zeigen, soll im folgenden die Verstärkercharakteristik unter der Berücksichtigung der Gitterströme Ig_1 und Ig_2 konstruiert werden. In Bild 10 ist das Schaltbild des Verstärkers nochmals gezeichnet und die Gitterströme Ig_1 und Ig_2 eingetragen.

Der Gitterstrom der ersten Röhre Ig_1 fließt im gleichen Sinne wie I_{a_2} durch den Rückkopplungswiderstand R_{a_2}. Der Gesamtstrom durch R_{a_2} ist daher $I_{a_2} + Ig_1$.

Die Rückkopplungsspannung wird deshalb:

$$Eg_2 = -(I_{a_2} + Ig_1)\,R_{a_2}. \tag{21}$$

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. XVII, S. 1 u. 136.

Die Gitterspannung der zweiten Röhre wird infolge des Gitterstroms Ig_2:

$$Eg_{1r} = -(I_{a_1} + Ig_2) R_{a_1} + Eg_{2v}, \tag{22}$$

wobei der Zusammenhang zwischen Ig_2 und Eg_2 auch noch durch die Gitterstromkennlinie der zweiten Röhre bestimmt ist. Wir bringen deshalb Gleichung (22), die eine Schar von Geraden darstellt, mit dem Parameter I_{a_1}, zum Schnitt mit der Gitterstromkennlinie $Ig_2 = f(Eg_2)$. In den Schnittpunkten haben wir dann zusammengehörige Werte von I_{a_1} und Eg_2.

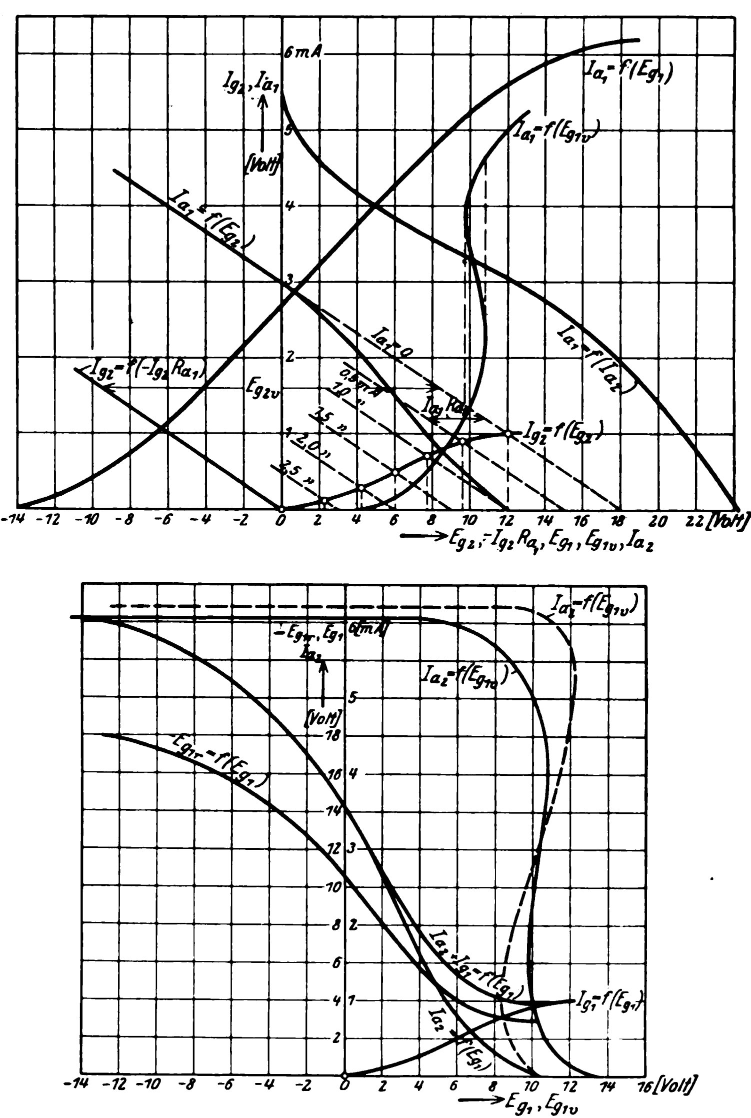


Diagramm V. Konstruktion der Verstärkercharakteristik unter Berücksichtigung der Gitterströme.

Die Konstruktion der Verstärkercharakteristik unter Berücksichtigung der beiden Gitterströme ist in Diagramm V durchgeführt für das Beispiel, das in der graphischen Lösung behandelt wurde. Die Gitterstromkennlinien der beiden Röhren sind experimentell gegeben. Es soll die Verstärkercharakteristik für $R_{a_1} = 3000$ Ohm konstruiert werden.

Wir beginnen mit der Kurve $I_{a_1} = f(Eg_2)$, deren Konstruktion schon angegeben wurde. Aus ihr können wir für jeden Wert von I_{a_1} die Gitterspannung Eg_2 entnehmen



und aus der Arbeitscharakteristik der Röhre 2 (für $R_{a_2} = 3000$ Ohm) für jeden Wert von Eg_2 den Anodenstrom I_{a_2}. Wir erhalten dadurch die Kurve $I_{a_1} = f(I_{a_2})$. Der Zusammenhang zwischen I_{a_1} und Eg_1 ist durch die Arbeitscharakteristik der Röhre 1 gegeben. Wenn wir daraus zu jedem Wert von Eg_1 den Anodenstrom I_{a_1} entnehmen und dann aus der Kurve $I_{a_1} = f(I_{a_2})$ für jeden Wert von I_{a_1} den zugehörigen Wert von I_{a_2}, so bekommen wir die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$. Indem wir zu dieser Kurve die Kurve $Ig_1 = f(Eg_1)$, die in Diagramm V gegeben ist, addieren, erhalten wir die Funktion $I_{a_2} + Ig_1 = f(Eg_1)$ und daraus die Rückkopplungsspannung Eg_{1r} als Funktion von Eg_1. Die Verstärkercharakteristik $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ wird dann aus den Kurven $I_{a_2} = f(Eg_1)$ und $Eg_{1r} = f(Eg_1)$ mit Hilfe der Gleichung:

$$Eg_{1v} = Eg_1 - Eg_{1r} \tag{8}$$

konstruiert.

Um den Einfluß der Gitterströme auf die Form der Verstärkercharakteristik zu sehen, ist in Diagramm V auch die Verstärkercharakteristik für $R_{a_2} = 3000$ Ohm ohne Gitterstrom eingezeichnet, wie sie in Diagramm III konstruiert wurde (gestrichelte Kurve). Der Vergleich der beiden Kurven ergibt, daß die Verstärkercharakteristik mit Gitterströmen nicht mehr den Sättigungsstrom erreicht, daß besonders die obere Biegung sehr langgezogen ist und daß ihre Steilheit geringer ist, da die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_{1v})$ ohne Gitterstrom bei $R_{a_2} = 3000$ Ohm schon eine kleinere positive Steilheit hat. Die Wirkung der Gitterströme ist also ungünstig, besonders der Gitterstrom der zweiten Röhre Ig_2, der die Verzerrung der oberen Biegung und den kleineren maximalen Anodenstrom bewirkt. Man kann den Gitterstrom Ig_2 ganz ausschalten, wenn man $Eg_{2v} = 0$ macht und dafür E_{a_2} erhöht, wie schon erwähnt wurde. Dann kann das Gitter der zweiten Röhre überhaupt nicht mehr positiv werden und deshalb kein Gitterstrom fließen. Wenn man auch nicht so weit geht, so wird man doch, besonders wenn R_{a_1} groß ist, Eg_{2v} möglichst klein machen und lieber dafür E_{a_2} erhöhen. Auch den Einfluß des Gitterstroms der ersten Röhre kann man ganz eliminieren, wenn man durch Erhöhung der Anodenspannung E_{a_1} die Arbeitscharakteristik der Röhre 1 und damit auch die Kurve $I_{a_2} = f(Eg_1)$ so weit nach links verschiebt, daß I_{a_2} schon Null ist bei $Eg_1 = 0$.

II. Teil.

Gleichstromrückkopplungsschaltung mit einer Raumladegitterröhre.

Die Raumladegitterröhre.

Das Experiment ergibt, daß bei einer Doppelgitterröhre in Raumladenetzschaltung die Steilheit der Anodenkennlinie von der Anodenspannung E_a unabhängig ist, d. h. daß eine Änderung von E_a nur eine Parallelverschiebung der Anodenkennlinie bewirkt. Weiter zeigt aber der Versuch, daß die Steilheit der Anodenkennlinie von der Raumladenetzspannung E_R abhängt, daß sie mit abnehmender Raumladenetzspannung zuerst wächst, daß sie ein Maximum erreicht und dann wieder fällt (Bild 11). In Bild 11 sind Kennlinien, die bei konstanter Anodenspannung und verschiedenen Raumladenetzspannungen aufgenommen wurden, dargestellt. Eine Gleichung, die diese Verhältnisse bei der Raumladegitterröhre exakt darstellt, ist nicht bekannt. Wir wollen nun noch den Fall untersuchen, der bei der Gleichstromrückkopplungsschaltung in Betracht kommt, daß im Raumladegitterkreis ein Widerstand R_R liegt. Durch den Spannungsabfall an diesem Widerstand wird die wirksame Raumladenetzspannung kleiner und deshalb sind die Anodenkennlinien mit verschiedenen Widerständen im Raumladegitterkreis ganz ähnlich denen von Bild 11. Die Steilheit der Anodenkennlinie bei Widerständen im Raumladegitterkreis durchläuft also abhängig von R_R ein Maximum. Das Maximum von S_{R_R} ist dann erreicht, wenn die Raumladenetzspannung gerade noch ausreicht, Sättigung des Emissionsstromes



herbeizuführen. In Diagramm VI ist für eine Raumladegitterröhre die Funktion $S_{R_R} = f(R_R)$ für verschiedene Raumladenetzspannungen nach Versuchswerten aufgetragen.

Wir haben bis jetzt nur die Anodenkennlinie betrachtet. Da wir für die Gleichstromrückkopplung den Raumladestrom benützen, müssen wir auch die Kennlinie des Raumladegitters kennen. Der Emissionsstrom der Raumladegitterröhre ist die Summe aus Anodenstrom und Raumladegitterstrom, wenn wir den Steuergitterstrom vernachlässigen.

$$I_e = I_a + I_R. \tag{23}$$

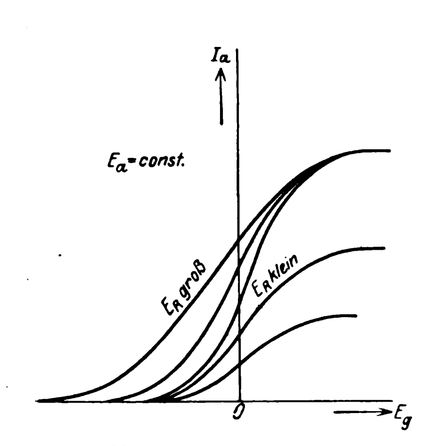


Bild 11. Anodenkammlinien der Raumladegitterröhre.

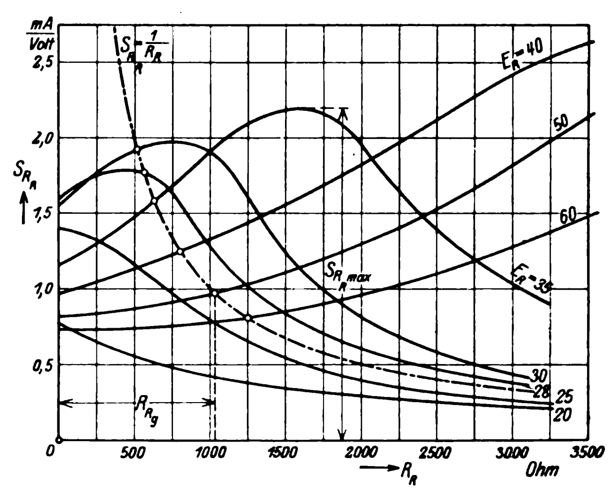


Diagramm VI. Steilheit der Anodenlinie in Abhängigkeit vom Widerstand im Raumladegitterkreis.

Aus Gleichung (23) erhalten wir:

$$I_R = I_e - I_a. \tag{24}$$

Wenn also der Emissionsstrom und die Anodenkennlinie gegeben sind, kann die Kennlinie des Raumladenetzes daraus konstruiert werden.

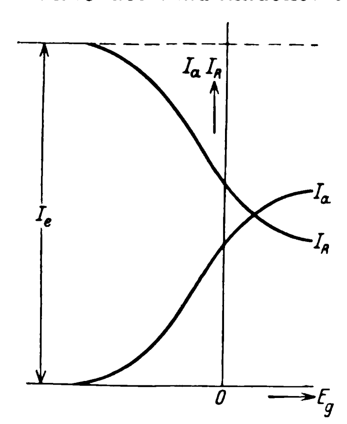


Bild 12. Anoden und Raumladegitterkennlinie.

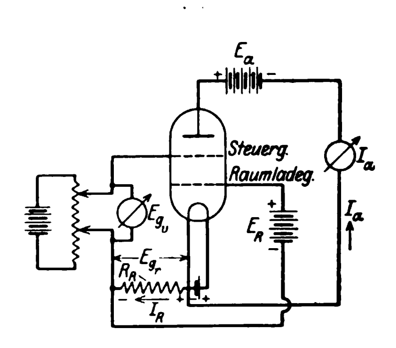


Bild 13. Schaltbild des Verstärkers.

In Bild 12 sind die beiden Kennlinien einer Raumladegitterröhre dargestellt. Man sieht, daß Anodenstrom und Raumladegitterstrom in Gegenphase sind und daß die Steilheit der beiden Kurven negativ gleich ist.

Wir wollen nun nach diesen Ausführungen die Gleichstromrückkopplungsschaltung mit einer Raumladegitterröhre behandeln. Das Schaltbild dieses Verstärkers ist in Bild 13 gezeichnet.

Der Rückkopplungswiderstand ist R_R, er liegt im Raumladegitterkreis. Wir benützen also den Raumladegitterstrom zur Erzeugung der Rückkopplungsspannung Eg_r.

Die Gleichung für Eg_r lautet:

$$Eg_r = -I_R \cdot R_R,$$

$$I_R = I_e - I_a, \qquad \text{Gleichung (24)}$$

$$Eg_r = I_a \cdot R_R - I_e \cdot R_R. \qquad (25)$$

Die Steuergitterspannung Eg ist:

$$Eg = Eg_v + Eg_r. \qquad (26)$$

Daß die Rückkopplung auch bei diesem Verstärker im richtigen Sinne wirkt, kann leicht gezeigt werden. Wenn I_a wächst, fällt I_R (Bild 12) und dadurch steigt Eg, was einem Wachsen von I_a entspricht. Der Raumladegitterstrom vertritt in dieser Schaltung den Anodenstrom der zweiten Röhre des im ersten Teil behandelten Verstärkers. Als Verstärkercharakteristik werde die Kurve $I_a = f(Eg_v)$ bezeichnet. Wir wollen nun ihre Steilheit $\frac{\Delta I_a}{\Delta Eg_v}$ berechnen.

Berechnung der Steilheit der Verstärkercharakteristik.

Da wir die Gleichung der Anodenkennlinie nicht kennen, setzen wir:

$$\Delta I_a = S_{R_R} \cdot \Delta Eg, \qquad (27)$$

wobei wir nur den mittleren geradlinigen Teil der Kennlinie betrachten.

Aus Gleichung (27) wird:

$$1.\quad \Delta Eg = \frac{\Delta I_a}{S_{R_R}}.$$

Eine zweite Gleichung für ΔEg erhalten wir aus Gleichung (26).

$$\Delta Eg = \Delta Eg_v + \Delta Eg_r$$

$$\Delta Eg_r = \Delta I_a \cdot R_R \qquad \text{aus Gleichung (25)}$$

$$2.\quad \Delta Eg = \Delta Eg_v + \Delta I_a \cdot R_R.$$

Durch Gleichsetzen von 1. und 2. erhält man:

$$\frac{\Delta I_a}{S_{R_R}} = \Delta Eg_v + \Delta I_a \cdot R_R$$

$$\Delta I_a \left(\frac{1}{S_{R_R}} - R_R\right) = \Delta Eg_v$$

$$\frac{\Delta I_a}{\Delta Eg_v} = \frac{1}{\frac{1}{S_{R_R}} - R_R}. \qquad (28)$$

Diese Steilheit wird unendlich, wenn der Nenner Null wird, wenn also:

$$R_R = \frac{1}{S_{R_R}} \qquad (29)$$

ist[1].

Ermittlung des Grenzwiderstandes.

S_{R_R} ist die Steilheit der Anodenkennlinie, wenn im Raumladegitterkreis der Widerstand R_R liegt. Wie wir gesehen haben, kann S_{R_R} nicht berechnet werden, sondern ist als Funktion von R_R in Diagramm VI gegeben. Wir bringen deshalb die Kurven von Diagramm VI zum Schnitt mit der Hyperbel, die Gleichung (29) darstellt. In den Schnittpunkten ist die Bedingung erfüllt $R_R = \frac{1}{S_{R_R}}$, die wir als Grenzbedingung für unendliche Steilheit gefunden haben. In Diagramm VI ist die Hyperbel $S_{R_R} = \frac{1}{R_R}$ eingezeichnet. Die Abszissen der Schnittpunkte ergeben die

[1] Auch von Jäger und Scheffers angegeben in Wissenschaftl. Veröffentl. aus dem Siemenskonzern Bd. 4.

Grenzwiderstände für die einzelnen Raumladenetzspannungen. Für kleine Werte von E_R existiert kein Schnittpunkt und deshalb auch kein Grenzwiderstand. Diese Spannungen des Raumladegitters sind zu klein, um bei Widerstand im Raumladegitterkreis Sättigung des Emissionsstromes herbeizuführen. Diese Kurven haben deshalb auch kein Maximum. Die Kurven für höhere Werte von E_R liefern eindeutige Schnittpunkte mit der Hyperbel. Alle Punkte, die oberhalb der Hyperbel liegen, entsprechen einem Vorzeichenwechsel der Steilheit der Verstärkercharakteristik und haben Sprünge des Anodenstroms und des Raumladegitterstroms zur Folge.

Beispiel.

Die Konstruktion der Verstärkercharakteristik wollen wir an einem Beispiel durchführen. Auch dieses Beispiel ist der schon erwähnten praktischen Arbeit entnommen, bei der eine Doppelgitterröhre, Type SSIII, verwendet wurde.

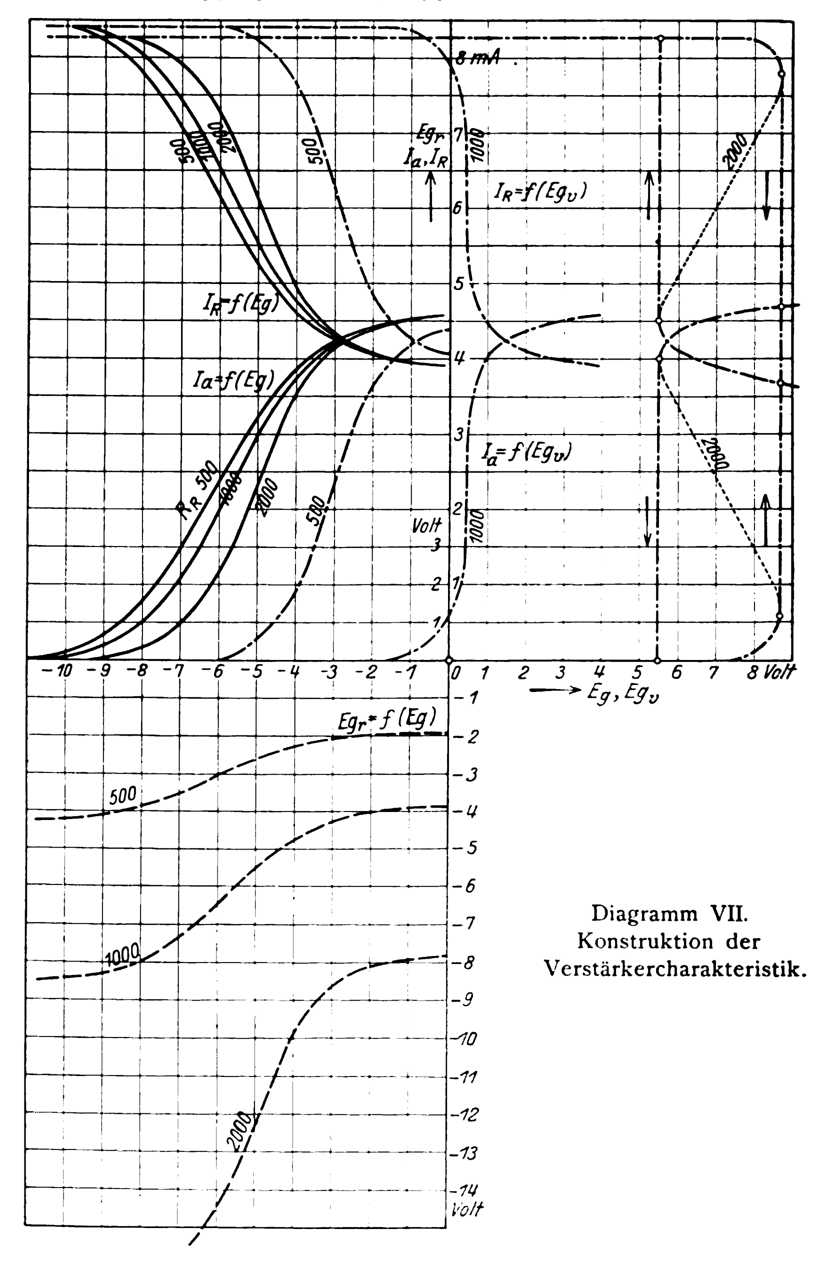


Diagramm VII.
Konstruktion der Verstärkercharakteristik.

Anodenspannung $E_a = 60$ Volt,
Raumladenetzspannung $E_R = 50$ Volt.

Ferner ist gegeben die Kurve $S_{R_R} = f(R_R)$ für $E_R = 50$ Volt (in Diagramm VI) und die Anoden- und Raumladegitterkennlinien für die Widerstände R_R, für die die Verstärkercharakteristik konstruiert werden soll (in Diagramm VII).

Die Widerstände R_R sind:

$$R_R = 500, \quad 1000, \quad 2000 \text{ Ohm}.$$

Wir können die Steilheit der Verstärkercharakteristik bei diesen Widerständen nach Gleichung (28) berechnen. Aus Diagramm VI entnehmen wir die Steilheiten S_{R_R}.

R_R	500	1000	2000	Ω
S_{R_R}	0,87	1,0	1,3	$\frac{mA}{V}$
$\frac{\Delta I_a}{\Delta E g_v}$	1,54	∞	$-0,81$	$\frac{mA}{V}$

Man sieht aus dieser Tabelle, daß $R_R = 1000$ Ohm der Grenzwiderstand ist, was sich auch in Diagramm VI im Schnittpunkt mit der Hyperbel $S_{R_R} = \frac{1}{R_R}$ ergibt.

Die Konstruktion der Verstärkercharakteristiken $I_a = f(Eg_v)$ ist in Diagramm VII durchgeführt. Ausgehend von den Raumladegitterkennlinien $I_R = f(Eg)$ konstruiert man die Kurven $-I_R \cdot R_R = f(Eg)$ und daraus und den Anodenkennlinien $I_a = f(Eg)$ die Verstärkercharakteristiken mit Hilfe der Gleichung $Eg_v = Eg - Eg_r$ [aus Gleichung (26)]. Der Vollständigkeit halber sind in Diagramm VII auch die Kurven $I_R = f(Eg_v)$ aufgetragen. Die Verstärkercharakteristiken für die verschiedenen Widerstände haben großen Abstand voneinander, da die Kennlinien des Raumladegitters nicht auf $I_R = 0$ gehen. Für $R_R = 1000$ Ohm stehen die Kurven $I_a = f(Eg_v)$ und $I_R = f(Eg_v)$ senkrecht, da $R_R = 1000$ Ohm der Grenzwiderstand ist.

Die überschlagenen Teile der beiden ebengenannten Kurven sind auch bei diesem Verstärker labil, und es treten an den Übergangsstellen Sprünge des Anoden- und Raumladegitterstroms auf. Der Vergleich der konstruierten mit den experimentell aufgenommenen Verstärkercharakteristiken ergab gute Übereinstimmung.

Einfluß des Steuergitterstroms.

Bei dem angeführten Beispiel ist ein Steuergitterstrom Ig nicht geflossen, weil die Steuergitterspannung Eg überhaupt nicht positiv geworden ist. Wenn aber das Steuergitter auch positiv wird, so kann der Steuergitterstrom in der Konstruktion leicht berücksichtigt werden.

Die Rückkopplungsspannung wird bei Steuergitterstrom:

$Eg_r = -(I_R + Ig) R_R.$

$I_R = f(Eg)$ ist gegeben durch die Raumladegitterkennlinie,
$Ig = f(Eg)$ ist gegeben durch die Steuergitterkennlinie.

Aus diesen beiden Kurven konstruiert man die Funktion:

$$I_R + Ig = f(Eg)$$

und daraus

$$-(I_R + Ig) R_R = Eg_r = f(Eg).$$

Von da an ist die Konstruktion der Verstärkercharakteristik die gleiche wie ohne Steuergitterstrom.



Schlußbemerkung.

Wir haben gesehen, daß für jeden Widerstand R_R, für den die Verstärkercharakteristik konstruiert werden soll, die Anodenkennlinie experimentell gegeben sein muß, da die Steilheit S_{R_R} nicht berechnet werden kann. Deshalb ist es besonders bei diesem Verstärker zweckmäßig, die Schaltung so abzuändern, daß der Widerstand im Raumladegitterkreis konstant bleibt und nur der Rückkopplungswiderstand R_K sich ändert. Diese Schaltung ist in Bild 14 gezeichnet.

Wenn die Anodenkennlinie für den Widerstand R_R gegeben ist, können die Verstärkercharakteristiken für alle Rückkopplungswiderstände R_K zwischen $R_K = 0$ und $R_K = R_R$ konstruiert werden.

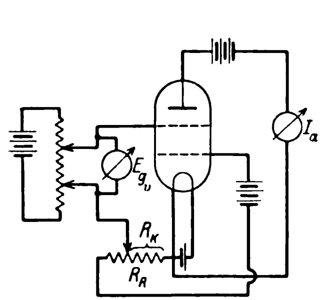


Bild 14. Abgeänderte Schaltung.

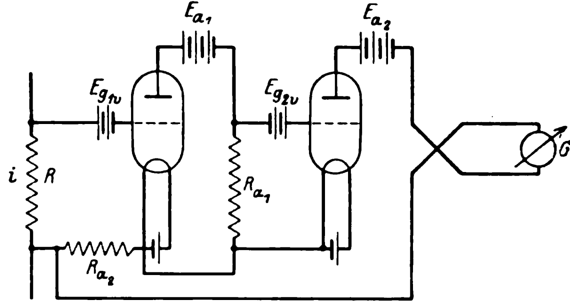


Bild 15. Messung kleiner Wechselströme.

III. Teil.

Praktische Anwendung.

Messung kleiner Wechselströme.

Bei der Zweiröhrenschaltung läßt man den zu messenden Wechselstrom i durch einen hochohmigen Widerstand R fließen, der im Gitterkreis der ersten Röhre liegt, wodurch die Wechselspannung $i \cdot R$ an das Gitter der Röhre 1 gelegt wird (Bild 15).

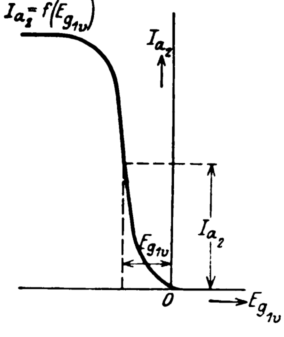


Bild 16.

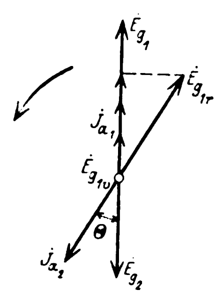


Bild 17. Vektordiagramm für die Zweiröhrenschaltung.

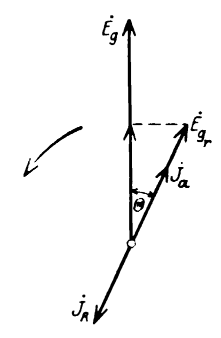


Bild 18. Vektordiagramm für die Schaltung mit der Doppelgitterröhre.

Mit Hilfe des Rückkopplungswiderstandes R_{a_2} stellt man eine möglichst steile Verstärkercharakteristik ein, indem man nahe an den Grenzwiderstand $R_{a_{2g}}$ geht, und durch die Gittervorspannung Eg_{1v} den günstigsten Arbeitspunkt auf dieser Kurve (Bild 16).

Damit kein Gitterstrom Ig_1 fließt, ist die Anodenspannung E_{a_1} so hoch zu wählen, daß Eg_{1v} negativ wird wie in Bild 16. Im Anodenkreis der zweiten Röhre fließt der verstärkte Wechselstrom durch ein Thermokreuz und der Thermostrom (Gleichstrom) wird durch ein Galvanometer gemessen. Die Eichung des Verstärkers erfolgt so, daß man zu bekannten Wechselströmen i, die man aus Widerstand und Spannung rechnet, die Ausschläge des Galvanometers in Skalenteilen aufträgt. Die Eichkurve über den

geradlinigen Teil der Verstärkercharakteristik ist infolge des Thermokreuzes eine quadratische Kurve. Die Frequenz des Wechselstromes spielt dann eine Rolle, wenn durch die Stromverdrängung die Widerstandswerte zunehmen. In diesem Falle ist die Verstärkung größer als die mit Gleichspannung aufgenommene Verstärkercharakteristik angibt. Man eicht deshalb am besten mit der Frequenz, mit der man dann messen will.

In gleicher Weise kann die Schaltung mit der Raumladegitterröhre zur Messung kleiner Wechselströme benützt werden, indem man den vom Wechselstrom durchflossenen Widerstand in den Steuergitterkreis legt. Hier ist darauf zu achten, daß kein Steuergitterstrom fließt, durch Wahl einer hohen Anodenspannung.

Einfluß einer Induktivität im Anodenkreis.

1. Zweiröhrenschaltung.

Wir wollen den Fall untersuchen, daß im Anodenkreis der zweiten Röhre eine Induktivität L_a liegt. Um den Einfluß von L_a auf die Verstärkung zu sehen, konstruieren wir das Vektordiagramm (Bild 17).

Wir gehen aus vom Vektor $\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$.

$\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$ ist in Phase mit $\dot{E}g_1$, wenn wir die Kapazität der Röhre vernachlässigen.

$\dot{E}g_2 = -\dot{\mathfrak{J}}_{a_1} \cdot R_{a_1}$ ist in Gegenphase mit $\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$.

$\dot{\mathfrak{J}}_{a_2}$ bleibt infolge der Induktivität L_{a_2} um den Winkel Θ hinter $\dot{E}g_2$ zurück. Die Rückkopplungsspannung $\dot{E}g_{1r} = -\dot{\mathfrak{J}}_{a_2} R_{a_2}$ ist deshalb nicht mehr in Phase mit $\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$. Da aber $\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$ und $\dot{E}g_1$ phasengleich sind, trägt nur der Teil von Eg_{1r} zur Verstärkung bei, der in Phase ist mit $\dot{\mathfrak{J}}_{a_1}$, nämlich $Eg_{1r} \cdot \cos\Theta$.

Wir erhalten also für Eg_1 die Gleichung:

$$Eg_1 = Eg_{1v} + Eg_{1r} \cdot \cos\Theta,$$

wobei der Winkel Θ gegeben ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{\omega L_{a_2}}{R_{i_2} + R_{a_2}}.$$

Die Phasenverschiebung ist um so größer, je höher die Frequenz und je größer die Induktivität L_{a_2} ist.

Durch die Phasenverschiebung wird die wirksame Rückkopplungsspannung kleiner, wodurch die Steilheit der Verstärkercharakteristik sinkt. Durch Vergrößerung des Rückkopplungswiderstandes kann die schädliche Wirkung der Phasenverschiebung aufgehoben werden.

2. Schaltung mit der Doppelgitterröhre.

Die Induktivität im Anodenkreis bewirkt, daß der Anodenstrom hinter der Steuergitterspannung zurückbleibt. Der Vektor $\mathfrak{J}_a$ schließt also mit dem Vektor $\dot{E}g$ einen Winkel ein.

Das Vektordiagramm ist in Bild 18 konstruiert. In Gegenphase mit $\dot{\mathfrak{J}}_a$ ist der Vektor des Raumladestroms $\dot{\mathfrak{J}}_R$. Da $\dot{E}g_r = -\dot{\mathfrak{J}}_R \cdot R_R$ ist, ist der Vektor der Rückkopplungsspannung in Phase mit $\dot{\mathfrak{J}}_a$. Für die Verstärkung kommt aber nur der Teil von $\dot{E}g_r$ in Betracht, der um den Winkel Θ voreilt, also in Phase ist mit $\dot{E}g$, da $\dot{E}g$ und $\dot{\mathfrak{J}}_a$ wegen der Induktivität im Anodenkreis nicht phasengleich sind. Wir erhalten für Eg die Gleichung:

$$Eg = Eg_v + Eg_r \cdot \cos\Theta,$$

wobei Θ gegeben ist durch die Gleichung

$$\operatorname{tg}\Theta = \frac{\omega L_a}{R_i}.$$

Auch bei diesem Verstärker bewirkt die Induktivität L_a eine Verminderung der Verstärkung.



Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit sind zwei Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung theoretisch behandelt.

I. Im ersten Teil wird eine Schaltung aus zwei Röhren, die unter dem Namen Kallirotron von Turner bekannt ist, analytisch und graphisch gelöst, wobei die Gitterströme der beiden Röhren vernachlässigt werden.

Es wird die Grenzbedingung für unendliche Steilheit der Verstärkungscharakteristik angegeben und daraus der Grenzwiderstand berechnet.

Aus einem Diagramm kann für zwei beliebige Röhren sofort der Grenzwiderstand abhängig vom Widerstand R_{a_1} entnommen werden.

Die Gleichung für die günstigste Gittervorspannung der zweiten Röhre wird aus der analytischen und graphischen Lösung entwickelt.

Die graphische Lösung wird an einem Beispiel durchgeführt.

In der Diskussion wird das Zustandekommen der unendlichen Steilheit und der Sprünge der Anodenströme gezeigt.

Die theoretischen Kurven werden mit experimentell aufgenommenen verglichen.

Der Einfluß der beiden Gitterströme wird graphisch ermittelt.

II. Im zweiten Teil der Arbeit wird ein Verstärker mit Ohmscher Rückkopplung behandelt, der von Jäger und Scheffers angegeben wurde. Es ist eine Gleichstromrückkopplungsschaltung mit einer Raumladenetzröhre.

Eine analytische Berechnung dieses Verstärkers ist nicht möglich, da eine Gleichung, die das Verhalten der Raumladegitterröhre unter den verschiedenen Bedingungen exakt darstellt, nicht bekannt ist.

Die Grenzbedingung für senkrechte Verstärkercharakteristik wird aus der Steilheit der Anodenkennlinie abgeleitet und auf graphischem Wege der Grenzwiderstand bestimmt. Die Konstruktion der Verstärkercharakteristik wird an einem Beispiel durchgeführt und gezeigt, wie der Steuergitterstrom berücksichtigt wird.

Die Schaltung des Verstärkers wird abgeändert, und dadurch die Konstruktion der Verstärkercharakteristik vereinfacht.

III. Im dritten Teil wird die praktische Anwendung der beiden Verstärker zur Messung kleiner Wechselströme behandelt. Es wird untersucht, welchen Einfluß auf die Verstärkung eine Induktivität im Anodenkreis hat.

Herrn Professor Dr. W. O. Schumann, auf dessen Anregung ich diese Arbeit unternahm, möchte ich für seine stete Unterstützung meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Ferner möchte ich nicht versäumen, Herrn Dr. L. Casper für das Wohlwollen, das er meiner Arbeit entgegenbrachte, bestens zu danken.

München, Juli 1927.

Literatur.

(Bücher.)

J. Zenneck und Rukop, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. Verlag Enke, Stuttgart.

H. Barkhausen, Elektronenröhren I und II. Verlag Hirzl, Leipzig.

H. G. Möller, Die Elektronenröhren. Sammlung Vieweg, 2. Aufl.

M. v. Ardenne, Der Bau von Widerstandsverstärkern. Verlag Schmitt, Berlin.

(Zeitschriften.)

G. Joos, Theorie des Röhrengenerators. Jahrb. d. drahtl. Telegr. Bd. 20, S. 416, 1922. Ann. d. Phys. Bd. 69, S. 505, 1922.

Turner, Kallirotron. Jahrb. d. drahtl. Telegr. Bd. 17, S. 52, 1921.

R. Jäger und Scheffers, Ein hochempfindliches Röhrengalvanometer mit Gleichstromrückkopplung. Wissenschaftl. Veröffentlichung aus dem Siemenskonzern Bd. 4.

E. Friedländer, Über Kippschwingungen besonders bei Elektronenröhren. Arch. f. Elektrot. Bd. XVII, S. 1 u. 136.



Dielektrische Messungen an einem Cellonkondensator bei mittleren Frequenzen und Niederspannung.

Von

Werner Hubmann, München.

(Mitteilung aus dem elektro-physikalischen Institut der Techn. Hochschule in München.)

1. Einleitung.

In der vorliegenden Arbeit sollte das dielektrische Verhalten von Cellon bei mittleren Frequenzen und Niederspannung näher untersucht werden; vor allem war die Abhängigkeit des Verlustwinkels sowie der Kapazität eines Cellonkondensators von der Frequenz in einem gewissen Gebiet eindeutig festzustellen. Als Probe diente ein durchsichtiger Cellonstreifen von 0,2 mm Dicke und filmartigem Aussehen. Beiderseits bildeten je ein gleichmäßiger, dünner Kupferniederschlag von 110 cm^2 die Belegungen.

2. Meßanordnung.

Es wurde eine Brückenschaltung ähnlich der Wienschen Anordnung verwendet (s. Schaltschema). Die üblichen Vorsichtsmaßregeln (Leitungsführung, Hilfszweig u. ä.) waren durchwegs angewandt. Die Konstruktion des als verlustfrei angesehenen Vergleichskondensators erfolgte in Anlehnung an die Giebesche Ausführung. Seine Brauchbarkeit wurde durch Vergleich mit einem Normalluftkondensator und durch Isolationsmessungen nachgeprüft. Durch Verwendung eines Vibrationsgalvanometers (mit mechanischer Abstimmung) erübrigte sich die Anordnung von Siebkreisen zur Unterdrückung von Oberschwingungen. Da die Spannung (im Mittel 100 Volt) unmittelbar von einem kleinen, vom Netz gespeisten Aggregat abgenommen wurde, wurde die Schaltung — im Gegensatz zu der gebräuchlichen Form — so getroffen, daß sich eine angenähert symmetrische Spannungsverteilung gegen Erde ergab.

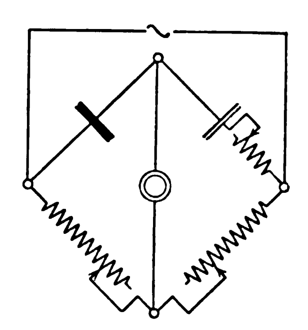


Bild 1. Brückenschema.

Andernfalls ließ sich — wohl wegen der Kapazität und Ableitung der Maschinen zur Erde — eine befriedigende Einstellung kaum erzielen. Aus äußeren Gründen mußte von der Anwendung einer Substitutionsmethode abgesehen werden. Um bei der Verlustwinkelmessung den Fehler infolge des Phasenwinkels der Verhältniswiderstände (Stöpselrheostate mit Chaperon-Wicklung) möglichst klein zu machen, diente folgendes Verfahren: Die Kapazität des Vergleichs- und Versuchskondensators wurden nahezu gleich groß gemacht. Die Widerstandswerte wurden in beiden Zweigen möglichst aus gleichen Einheiten zusammengesetzt; der mittlere Fehler in der Bestimmung von δ betrug dann etwa 0,3%; stieg dagegen bei beliebiger Wahl der Widerstandseinheiten auf etwa 2%.

3. Messungen.

Die ersten Versuchsreihen wurden ohne Maßnahmen zum Schutz des Kondensators gegen äußere Einflüsse durchgeführt. Bei näherer Betrachtung zeigte sich eine große Empfindlichkeit gegen Veränderungen in seiner Umgebung. Zeitlich getrennte Messungen streuen so stark, daß eine Gesetzmäßigkeit nicht mehr zu erkennen ist. Da diese Vorversuche gerade in die Übergangszeit (Oktober) fielen, waren Schwankungen in Luftdruck, Lufttemperatur und Feuchtigkeit in erhöhtem Maße gegeben; selbst das Öffnen eines Fensters machte sich sogleich in der Brücken-

einstellung bemerkbar. Einflüsse solcher Art sind vor allem bei den Kapazitätsmessungen zu verfolgen. Wegen der geringeren Meßgenauigkeit ist bei der Bestimmung des Verlustwinkels die Zuverlässigkeit des Wertes — konstante äußere Versuchsbedingungen — nicht unmittelbar zu erkennen. Bei den weiteren Versuchen befand sich deshalb der Kondensator in einem einfachen Thermostaten.

Die Einwirkung von Temperaturänderungen erscheint ziemlich verwickelt. Rein äußerlich betrachtet, findet hier eine Art thermischer Nachwirkung statt (Bild 2). Nach Erwärmung auf eine gewisse Temperatur sind die dadurch bewirkten Veränderungen selbst nach geraumer Zeit noch nicht zum Abschluß gekommen. Die zeitliche Abhängigkeit sowohl des Verlustwinkels als auch des Kapazitätswertes hat etwa den Charakter einer abnehmenden Exponentialfunktion. Die Temperaturdifferenz gegen-

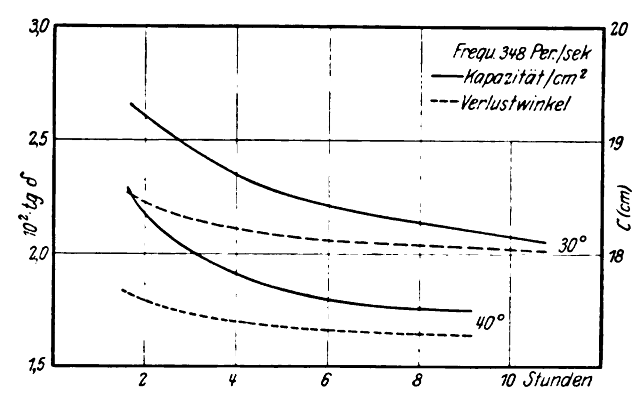


Bild 2. Zeitlicher Gang des Verlustwinkels und Kapazitätswertes nach einer Temperatursteigerung.

über der Ausgangstemperatur kommt vor allem in der Steilheit der Kurven zum Ausdruck. Es ist jedoch anzunehmen, daß sich nach etwa 12—15 Stunden ein Beharrungszustand ausgebildet hat. Die Versuche erstrecken sich über den Temperaturbereich von 25—40° C. Die Umkehrung dieser Vorgänge — d. h. der zeitliche Gang im Gefolge einer Abkühlung des Dielektrikums — scheint noch langsamer vor sich zu gehen: nach einer Abkühlung von 40° auf 25° war der Ausgleich selbst nach zwei Tagen noch nicht vollendet. Eine Aufnahme von Temperaturkurven ist somit nur mittelbar möglich; auch Frequenzkurven können, soweit sie vor Eintritt des Beharrungszustandes aufgenommen sind, infolge des zeitlichen Ganges gefälscht werden. Eine nähere Betrachtung ergibt, daß bei unveränderter Temperatur und Frequenz eine eindeutige Zuordnung zwischen Kapazitätswert und Verlustwinkel besteht. Damit scheidet die Annahme aus, daß bei Erwärmung durch eine allmähliche Trocknung der unbelegten Oberfläche der Oberflächenstrom und mit ihm der Verlustwinkel verringert wird. Die Ablesungen wurden stets erst eine halbe Stunde nach Herstellung der gewünschten Lufttemperatur begonnen. Wegen der geringen Dicke und großen Oberfläche des Blattes ist es also wahrscheinlich, daß sich das Temperaturgleichgewicht mit der Umgebung bereits eingestellt hat und eine wesentliche, weitere Erwärmung des Dielektrikums nicht mehr stattfindet. Eine überschlägige Rechnung zeigt ferner, daß eine zusätzliche Erwärmung während der Messung infolge der umgesetzten Verlustleistung nicht in Betracht kommt. Wie weit der Feuchtigkeitsgehalt an den geschilderten Nachwirkungen beteiligt ist, läßt sich noch nicht überblicken, immerhin ist es möglich, daß Trocknungsvorgänge hierbei eine Rolle spielen. Die Luftfeuchtigkeit betrug im Mittel 45—50% rel. bei einer Zimmertemperatur von ungefähr 20°.

Die folgenden Versuchsreihen wurden unter Beachtung der aus dem Vorhergehenden sich ergebenden Maßnahmen durchgeführt. Der Thermostat wurde 15 bis



20 Stunden vor Beginn der Messungen auf die gewünschte Temperatur gebracht. Auf Grund der Zeitkurven ist daher anzunehmen, daß sich der Beharrungzustand bereits eingestellt hat. In dem betrachteten Frequenzbereich — 250—550 Per/sec — nimmt der Verlustwinkel mit steigender Frequenz angenähert nach einer linearen Funktion zu (Bild 3a, 3b). Bei einer Verdoppelung der Frequenz erhöht sich der Wert etwa um 13%; die Phasenabweichung des Kondensators bewegt sich zwischen 68 und 78 min (bei 25° C). Demgegenüber sind die aus dem Gleichstromwiderstand berechneten Verluste zu vernachlässigen. Die Kapazität bzw. die scheinbare DK erfährt

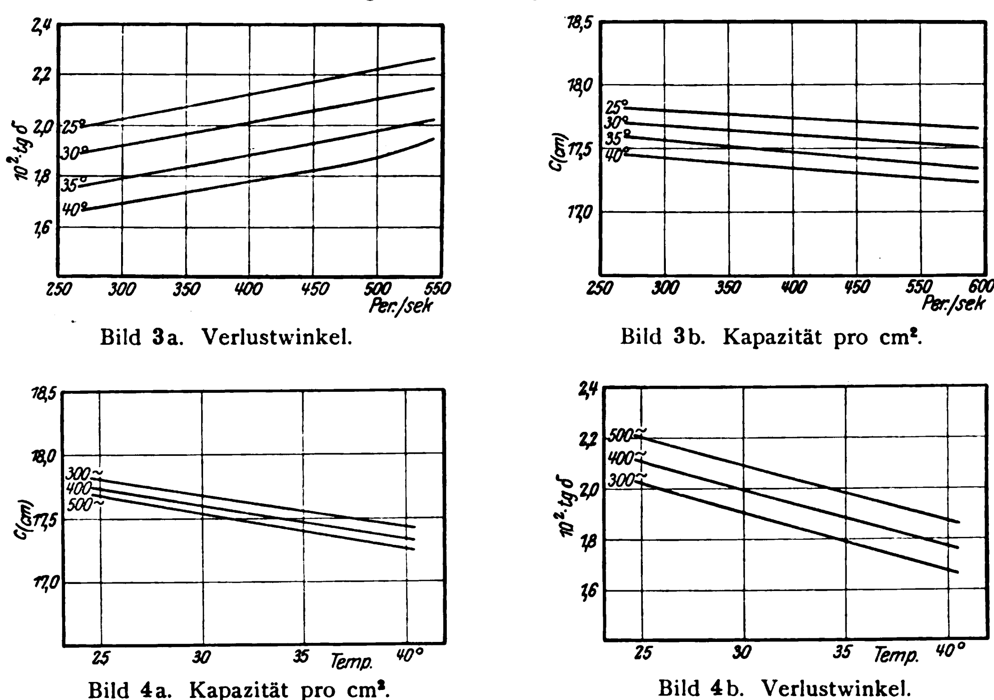


Bild 3a. Verlustwinkel.

Bild 3b. Kapazität pro cm².

Bild 4a. Kapazität pro cm².

Bild 4b. Verlustwinkel.

mit steigender Frequenz eine Verringerung. Prozentual betragen diese Änderungen rund $^1/_{10}$ der zugehörigen Verlustwinkeländerungen. Bezogen auf die Flächeneinheit ergibt sich eine Kapazität von rund 17,7 cm.

Mit zunehmender Temperatur nehmen beide Größen ab. Innerhalb des untersuchten Bereiches erhält man für konstante Frequenzen nahezu parallele Gerade (Bild 4a, 4b). Bei einer Temperaturerhöhung um 1° C verringert sich der Verlustwinkel um 0,000225 $\approx$ 45 sec, die Kapazität (pro cm²) um 0,0225 cm. Angenähert ändert sich auch hier der Verlustwinkel in 7—9 fachem Maße gegenüber der Kapazität.

Bezüglich der über die Natur der dielektrischen Verluste zur Zeit bestehenden Theorien läßt sich wegen des beschränkten Bereiches lediglich aussagen, daß die Ergebnisse der Messungen denselben nicht widersprechen.

Zusammenfassung.

Die an einem Cellonkondensator durchgeführten, dielektrischen Messungen zeigen, daß auch Einflußgrößen vorhanden sind, die nicht unmittelbar zu erkennen und messend zu verfolgen sind. Die Auswirkung von Temperaturänderungen wird näher untersucht. Schließlich wird noch die Abhängigkeit des Verlustwinkels und der Kapazität von der Frequenz festgestellt.

Für Überlassung von Meßgeräten bin ich der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft zu größtem Dank verpflichtet.

Über das dielektrische Verhalten einiger Flüssigkeiten bei tiefen Drucken.

Von

Walter Kieser.

Mitteilung aus dem elektro-physikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München.

Übersicht.

1. Vorarbeiten und Vorversuche.

Versuchsanordnung.

Bis heute sind die Vorgänge beim Durchschlag von dielektrischen Flüssigkeiten noch recht wenig bekannt; und doch ist gerade die Erkenntnis auf diesem Gebiet für die Höchstspannungstechnik von ganz besonderer Wichtigkeit. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, einen Einblick in die Natur des Durchschlags zu erhalten. Es

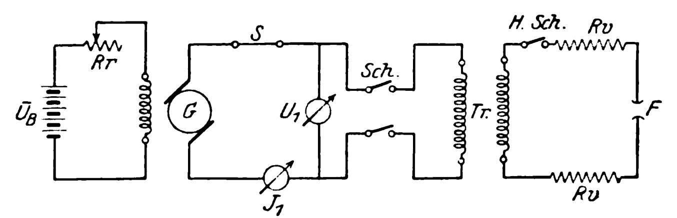


Bild 1. Schaltungsschema.

wurde dabei von dem Gedanken ausgegangen, daß sich vielleicht manche Erscheinungen deutlicher zeigen, oder auch neue auftreten, wenn man die Flüssigkeit bei tiefem Druck untersucht. Von besonderem Interesse war die Frage, ob sich bei Flüssigkeiten bei tiefem Druck dieselben Erscheinungen zeigen wie bei Gasen im gleichen Druckbereich.

Die Versuche wurden mit folgender Anordnung ausgeführt (Bild 1):

Eine Wechselstrommaschine G speiste einen Transformator Tr, an dessen Hochspannungsseite die Funkenstrecke F angeschlossen war. Zur Erzeugung der 50 periodigen Wechselspannung diente ein AEG-Drehstromgenerator G, der einphasig belastet war; seine Leistung betrug 7,5 kVA, seine normale Spannung 110 Volt. Die Spannung wurde reguliert durch Änderung der Erregung. Da sich die Netzspannung als zu unruhig erwies, wurde die Erregerwicklung aus der Batterie gespeist; die Erregerspannung betrug $U_B = 30$ oder 60 Volt. Die Regulierung geschah mit einem feinstufigen Schiebewiderstand Rr.

Als Transformator Tr wurde ein Meßwandler der AEG benutzt mit einer Leistung von 300 VA und einem Übersetzungsverhältnis von 110/25000 Volt. Das genaue Übersetzungsverhältnis wurde durch Kurzschlußversuch zu 227 bestimmt. Auf

der Niederspannungsseite waren Instrumente zur Strom- und Spannungsmessung eingeschaltet. Zur Kontrolle des Stromes diente das Instrument

0—10 Ampere, Siemens u. Halske, Dreheiseninstrument.

Zur Ablesung der Niederspannung dienten die Spannungsmesser:

0—250 Volt, Siemens u. Halske, Dreheiseninstrument,
0—130 Volt, Dr. Paul Meyer, Dreheiseninstrument,
0— 80 Volt, Siemens u. Halske, Dreheiseninstrument,
Präzisionsvoltmeter 0/15/30/60 Volt, Siemens u. Halske, Dynamometer.

Die Dreheiseninstrumente wurden zu Beginn und einige Male während der Messungen mit Präzisionsinstrumenten nachgeeicht.

Um die Funkenstrecke nach dem Durchschlag von der Hochspannung abzuschalten, wurde niederspannungsseitig der Schalter *Sch* geöffnet. Da bei den Versuchen dauernd die eine Hand am Schalter lag, konnte sehr rasch abgeschaltet werden, so daß nie irgendwelches Verbrennen des Öles infolge zu langer Dauer des Strom-

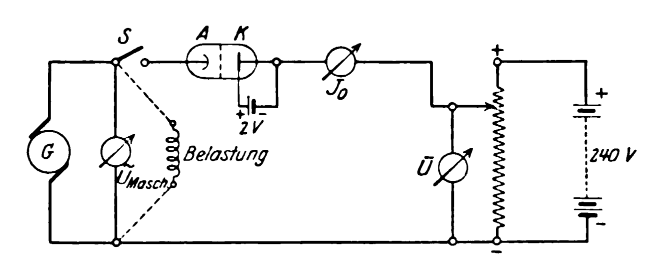


Bild 2. Scheitelfaktorbestimmung.

durchganges festgestellt werden konnte. Nur bei den Versuchen mit Gleichspannung war es nötig, die Funkenstrecke hochspannungsseitig abzuschalten, wozu in den Hochspannungskreis ein isoliert aufgestellter Schalter H. Sch. eingebaut war.

Aber nicht nur die Dauer der Entladung, sondern auch ihre Stärke ist von großem Einfluß auf das Verbrennen der Flüssigkeit. Zur Herabsetzung der Funkenintensität wurde zu beiden Seiten der Funkenstrecke ein Wasserwiderstand Rv von je 250000 Ω angeordnet. Zur Sicherung des Transformators wurde niederspannungsseitig noch eine Sicherung S eingeschaltet. Es wäre nun denkbar, daß bei diesem hohen Widerstand ein Spannungsabfall auftritt, hauptsächlich bei Sprühen der Zuleitungen. Um dies zu verhindern, wurden als Verbindung von Transformator und Funkenstrecke kurze, dicke Drähte genommen. Es konnte auch nie ein Sprühen festgestellt werden.

Alle Spannungen wurden auf Scheitelwerte umgerechnet. Die niederspannungsseitig abgelesene Spannung $U_{1\,eff}$ ergibt, mit dem Übersetzungsverhältnis des Transformators multipliziert, die sekundäre Spannung $U_{2\,eff}$. Multipliziert man diese mit dem Scheitelfaktor, so erhält man den Scheitelwert der sekundären Spannung U_{2m}. Zu diesem Zweck ist also der Scheitelfaktor abhängig von der Maschinenspannung zu messen. Die Benutzung des Scheitelfaktors zur Bestimmung von U_{2m} aus $U_{2\,eff}$ hat allerdings zur Voraussetzung, daß die Kurvenform auf der Hochspannungsseite genau dieselbe ist wie auf der Niederspannungsseite. Man nahm dies auch bisher allgemein an, jedoch zeigt eine Untersuchung von Rengier[1], der den Scheitelfaktor hoch- und niederspannungsseitig mißt, daß die Werte desselben auf der Hochspannungsseite durchweg um 1% höher liegen als auf der Niederspannungsseite. Trägt man den Scheitelfaktor von Hoch- und Niederspannungsseite als Funktion der Maschinen-

[1] H. Rengier, Die Durchbruchfeldstärke der Luft bei ebenen Elektroden mit richtiger und falscher Randausbildung. Arch. f. Elektrot. Bd. 16, 1926.

spannung auf, so haben beide Kurven denselben Verlauf. Man muß sich also bewußt sein, daß durch die Umrechnung von U_{2eff} auf U_{2m} möglicherweise ein kleiner Fehler hereinkommt.

Der Scheitelfaktor wurde mit einer Kompensationsmethode mit Hilfe einer Glühkathodenröhre gemessen, wie Bild 2 zeigt. Die eine Klemme der Maschine wurde an die Anode einer Telefunkenverstärkerröhre gelegt. An der Kathode lag der positive Pol einer Batterie; ihr negativer Pol war mit der andern Klemme der Maschine verbunden. Wird nun die Gleichspannung so lange verändert, bis das Nullinstrument J_0 keinen Ausschlag mehr zeigt, dann ist die Gleichspannung $\overline{U}$ gleich dem Scheitelwert der Wechselspannung $\tilde{U}_{masch}$. Diese Methode hat den Nachteil, daß bei Überkompensation, d. h. wenn $\overline{U} > \tilde{U}_{max}$ ist, kein Strom fließt, weil er durch die Röhre ja nur in einer Richtung fließen kann. Es handelt sich hier also um keine eigentliche Nullmethode; deshalb ist es ziemlich schwierig, den Punkt genau zu bestimmen, wo der Strom eben verschwindet. Bei dieser Messung ist der Emissionsstrom zu berück-

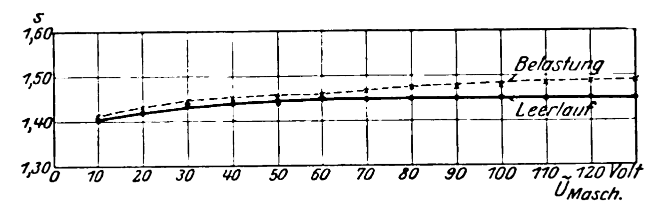


Bild 3. Scheitelfaktor s des Generators.

sichtigen, der fließt, wenn an der Anode noch keine Spannung liegt. Er bringt insofern einen Fehler herein, als man tatsächlich nicht den Scheitelwert der Wechselspannung, sondern einen etwas größeren Spannungswert kompensiert. Diese Erhöhung der Spannung läßt sich jedoch leicht messen und berücksichtigen.

Unter Berücksichtigung dieser Gesichtspunkte wurde der Scheitelfaktor, als das Verhältnis von Scheitelwert zu Effektivwert, bei verschiedenen Maschinenspannungen nach der oben gezeichneten Schaltung gemessen. Das Gitter der Röhre wurde dabei nicht angeschlossen. Das Ergebnis der Messung zeigt Bild 3. Der Scheitelfaktor s dieser einphasig belasteten Maschine ist im Leerlauf bei höheren Spannungen ganz konstant; bei Belastung durch den Transformator mit Apparatur ist er etwas größer. Die Spannungskurvenform weicht also nicht erheblich von der Sinusform ab, denn der höchste vorkommende Wert des Scheitelfaktors ist 1,485.

Da der Einfluß der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung auf die Durchschlagfestigkeit noch nicht restlos geklärt ist, sò wurde, um keine unbekannten Einflüsse in die Messungen hereinzubekommen, stets mit derselben Geschwindigkeit reguliert, und zwar mit 1500 Volt_{max} je Sekunde durch Änderung der Erregung.

Prüfgefäß und Vakuumapparatur.

Das Vakuumgefäß war an eine doppelstufige Ölkapselpumpe von Siemens-Schuckert angeschlossen. Während der ganzen Messungen wurde jedoch nur die eine Stufe benützt, die ein Vakuum von 10^{-2} mm Hg ergab. Durch einen Dreiweghahn konnte das Vakuumgefäß entweder mit der Pumpe oder mit Luft verbunden werden; letztere strömte durch ein Chlorkalziumrohr ein. Der Druck in der Apparatur wurde durch zwei einfache Heberbarometer gemessen; das eine war dauernd in Betrieb, das andere war meistens durch einen Hahn abgesperrt und diente nur dazu, von Zeit zu Zeit das durch die Dämpfe der Flüssigkeiten verunreinigte erste Barometer nachzukontrollieren. Die beiden Barometer waren bis zu einem Druck von 2 mm Hg gut zu gebrauchen.

Für Drucke unter 2 mm Hg wurde ein Redenmanometer [1] verwendet. Dies ist ein abgekürztes Mac Leodsches Vakuummeter. Das Steigrohr erhält Spiralform und gestattet, je nach der Windungszahl der Spirale, beliebige Kompressionen. Der Vorteil des Instrumentes ist sein geringeres Gewicht und geringerer Raumbedarf; außerdem sind keine Schlauch- oder Bleirohrverbindungen nötig. Es zeigt Drucke bis 10^{-5} mm Hg an.

Nach den bei einem ersten Vakuumgefäß gemachten Erfahrungen mußte dasselbe folgende Bedingungen erfüllen:

1. Vollständige Zugänglichkeit aller inneren Teile.
2. Leichte Auswechselbarkeit der Elektroden.
3. Festsitzen beider Elektroden.
4. Kleines Volumen.

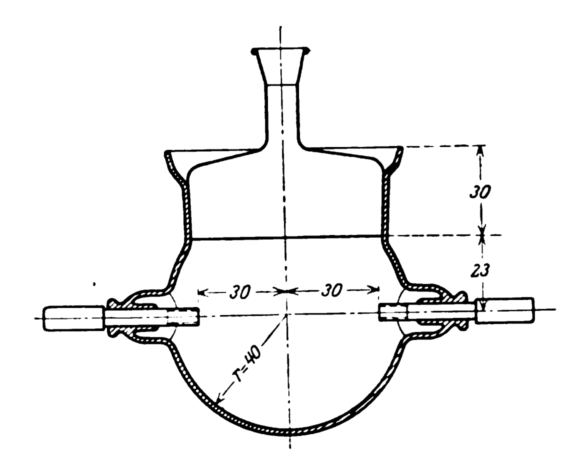


Bild 4. Vakuumgefäß.

Das nach diesen Gesichtspunkten entworfene Vakuumgefäß zeigt Bild 4. Es war aus Jenaer Sonderglas, hergestellt vom Glaswerk Schott u. Gen., Jena. Die beiden Elektrodenzuführungen waren in das Gefäß eingeschmolzen. Zum Einsetzen der Elektroden, zum Einfüllen der Flüssigkeit und zum Anschluß der Vakuumleitung diente der obere Schliff, der ziemlich ungewöhnliche Dimensionen besaß. Der große Schliff erhielt oben noch einen kleinen, damit das Gefäß leichter von der Glasapparatur abgehoben werden konnte. Dieses Gefäß hat über ein halbes Jahr seinen Zweck vollständig erfüllt, bis es eines Tages ohne ersichtlichen Grund zusammenbrach. Die Bruchstelle lag da, wo der Konus für den Schliff in die Kugelgestalt übergeht. Diese Erscheinung ist wohl so zu erklären, daß durch das fortwährende Schließen und Öffnen des Schliffes in dem Glas Ermüdungserscheinungen entstehen, die schließlich zu einem Bruch führen. Das nächste Gefäß von denselben Dimensionen hielt zwei Tage, ein Zeichen dafür, wie unberechenbar die in dem Glas sich abspielenden Vorgänge sind. Der für die Versuche in Betracht kommende Inhalt betrug 0,2 l. Für einige Versuche war dieses Gefäß zu klein. Es wurde daher noch ein größeres von derselben Form mit einem Inhalt von 0,7 l angefertigt.

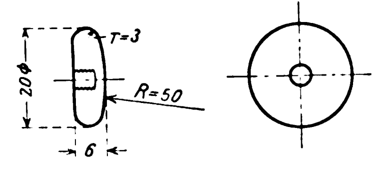


Bild 5. Elektroden.

[1] U. v. Reden, Über eine neue Quecksilberluftpumpe und ein neues Vakuummeter. Phys. Zeitschr. Bd. 10, 1909.

Als Elektroden wurden kreisförmige schwach gewölbte Platten aus Kupfer verwendet (Bild 5), wie sie auch Sorge[1] bei seinen Messungen benützt hat. Die Abmessungen wurden absichtlich wie bei Sorge gewählt, um mit den Messungen dieser Arbeit auch quantitative Vergleiche anstellen zu können. Die Befestigung der Elektroden im Gefäß geschah durch Vermittlung von zwei Zwischenstücken; die eine Elektrode wurde eingeschraubt, und darauf die andere von oben her eingesteckt; mit der eingeschraubten wurde die Entfernung beider Elektroden verändert; der Elektrodenabstand wurde mit Lehren gemessen.

Reinigung und Trocknung der Flüssigkeiten.

Die ersten Durchschlagversuche wurden mit einem ziemlich zähflüssigen Öl gemacht, das zur Nachfüllung der Ölkapselpumpe diente. Der Grund, warum gerade dieses seinem Aussehen nach nicht besonders vertrauenswürdige Öl zuerst untersucht wurde, lag darin, daß es einen ziemlich niedrigen Dampfdruck hatte. Er betrug bei 20° C nur $p_d = 0{,}2$ mm Hg. Es war also möglich, ohne Kühlung bis zu einem relativ kleinen Druck zu gelangen. Das Öl wurde im Gastrockenofen auf 90° C erwärmt und dann unter dauerndem Umrühren eine Stunde lang bei dieser Temperatur getrocknet. Mit diesem Öl wurden daraufhin Durchschlagversuche bei Drucken zwischen 0,2 und 720 mm Hg gemacht. Die dabei sich ergebenden Werte der Durchschlagspannung waren jedoch kaum reproduzierbar. Es trat durchschnittlich eine Streuung von 30—60% auf, berechnet aus 6 Durchschlägen. Obwohl sich dieselbe durch starke Trocknung einigermaßen herabsetzen ließ, so war dieses Öl doch zu exakten Messungen nicht zu gebrauchen.

Die nun folgenden Versuche wurden mit drei Mineralölen und zwei Kohlenwasserstoffen ausgeführt. Da diese beiden Gruppen zwar nicht in den Ergebnissen, wohl aber in der Durchführung der Versuche starke Unterschiede zeigten, sollen sie getrennt behandelt werden. Zur Verwendung gelangten drei Mineralöle, die von der Deutschen Vakuum-Öl-Aktiengesellschaft freundlichst zur Verfügung gestellt worden waren. Ihre Daten sind:

Tabelle 1.

Bezeichnung	Marke	Spez. Gew. bei 20° C	Flammpunkt ° C	Zündpunkt ° C	Stockpunkt ° C	Viskosität bei 20° C Grad Engler
Öl I	Raff. Putzöl	0,870	73	84	— 15	1,63
Öl II	Raff. Spindelöl	0,901	147	170	— 15	3,25
Öl III	Raff. leichtes Maschinenöl	0,911	178	203	— 15	7,60

Öl I wurde im Trockenofen auf 80° C erwärmt und unter dauerndem Umrühren eine Stunde lang getrocknet. Dieses getrocknete Öl wurde dann durch Glasfilter, hergestellt vom Glaswerk Schott u. Gen., Jena, filtriert. Mit diesem Öl wurden dann bei einem Druck von 5 mm Hg mehrere Durchschläge gemacht; mit jedem Durchschlag stieg die Durchschlagspannung. Diese Erscheinung, die schon von Kock[2] im Jahr 1915, dann von Friese[3], Schröter[4], Zimmermann[5] festgestellt

[1] J. Sorge, Über die elektrische Festigkeit einiger flüssiger Dielektrika. Arch. f. Elektrot. Bd. 13, 1924.

[2] F. C. Kock, Die elektrische Durchschlagfestigkeit von flüssigen, halbfesten und festen Isolierstoffen in Abhängigkeit vom Druck. ETZ 1915, S. 85.

[3] R. M. Friese, Über die Durchschlagfestigkeit von Isolierölen. Wiss. Veröffentl. aus dem Siemens-Konzern, Bd. 1, H. 2, 1921.

[4] F. Schröter, Reinigung und Durchschlagfestigkeit von Transformatorenöl. Arch. f. Elektrot. Bd. 12, 1923.

[5] W. Zimmermann, Über Durchschlagfestigkeits-Messungen an Isolierölen. Arch. f. Elektrot. Bd. 15, 1925.

wurde, läßt sich dadurch erklären, daß durch die beim Durchschlag entstehende Wärme das Öl getrocknet wird und infolgedessen eine größere Festigkeit erlangt. Es lag nun der Gedanke nahe, diese Erscheinung in Verbindung mit dem Vakuum zu einer möglichst weitgehenden Trocknung des Öles zu benützen. Die Richtigkeit dieses Gedankens stellte sich durch folgenden Versuch heraus: Eine noch völlig unbenützte und ungetrocknete Ölprobe wurde unter ein Vakuum von 5 mm Hg gebracht, was dem Dampfdruck des Öles entsprach. Während die Pumpe dauernd weiterlief, wurden alle 30 sec Durchschläge gemacht; die Durchschlagspannung stieg dabei, bis sie nach einiger Zeit, der „Trocknungszeit", einen Endwert erreichte, der nicht mehr zu erhöhen war.

Diese Art der Trocknung, im folgenden Vakuumtrocknungsmethode benannt, geht also so vor sich: Die Flüssigkeit wird in dem Versuchsgefäß unter tiefen Druck gesetzt, so daß sie lebhaft siedet; während der ganzen Trocknung saugt die Pumpe

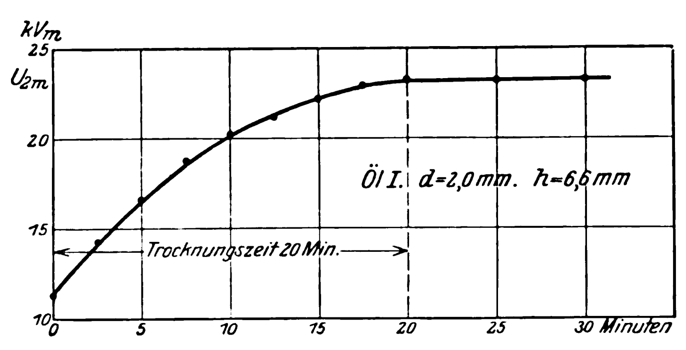


Bild 6. Elektrische Vakuumtrocknung.

die entstehenden Flüssigkeitsdämpfe ab. Gleichzeitig werden durch Anlegen von Spannung Durchschläge erzeugt. An der zunehmenden Durchschlagspannung läßt sich das Maß der Trocknung feststellen. Steigt die Durchschlagspannung nicht mehr, so ist die Trocknung vollständig.

Über die Trocknungszeit gibt Bild 6 Auskunft. Hier ist zu sehen, wie die Durchschlagspannung mit zunehmender Zahl der Durchschläge, oder was dasselbe ist, mit zunehmender Zeit ansteigt. Die Trocknungszeit ist abhängig von der Höhe h des Flüssigkeitsspiegels über den Elektroden (gerechnet von der Oberkante der Elektroden aus). Beträgt diese Höhe etwa 6—7 mm, so dauert die Trocknung 20 Minuten; bei einer Höhe von 9—10 mm beträgt die Trocknungszeit 35 Minuten. Die Untersuchung wurde bei einem Elektrodenabstand $d = 2{,}0$ mm ausgeführt.

Erklären lassen sich die hier gefundenen Erscheinungen auf folgende Weise: Daß das Öl nach der Trocknung bei 120° C, auch wenn sie längere Zeit dauert, noch nicht völlig trocken ist, weiß man schon seit längerer Zeit. So konnte Reiner[1] mit seinem Verfahren der Wasserverdrängungsmethode mit Trockenluft an einem Öl, das längere Zeit bei 120° C gekocht war, quantitativ noch Spuren von Wasser feststellen. Wird nun an dieses noch nicht ganz trockene Öl ein elektrisches Feld angelegt, so schießen die Wassertröpfchen wegen ihrer höheren Dielektrizitätskonstante von allen Seiten ins Feld herein. Diesen Vorgang hat Schröter an Wasserkügelchen von 5 μ Durchmesser mikroskopisch beobachtet. Aus der Tatsache, daß bei der Vakuumtrocknungsmethode stets das ganze Gefäß getrocknet wurde, nicht nur die nähere Umgebung der Funkenstrecke, kann geschlossen werden, daß das elektrische Feld diese Wasserkugeln bis zur Gefäßwand beeinflußt. Befindet sich nun das Wasser im starken Feld zwischen den Elektroden, und setzt ein Durchschlag ein, so bringt die dabei entstehende Wärme, verbunden mit dem hohen Vakuum,

[1] St. Reiner, Eine neue Wasserbestimmungsmethode in Mineralölen. ETZ 1925, S. 1447.

das Wasser zur Verdampfung. Damit ist auch erklärt, warum die Pumpe dauernd laufen muß: Der sich bildende Wasserdampf muß natürlich sofort entfernt werden, wenn er nicht weiterhin seinen schädlichen Einfluß ausüben soll. Daß dieser Vorgang bei größerer Höhe des Flüssigkeitsspiegels länger dauert, ist auch ersichtlich; denn in diesem Fall braucht das verdampfte Wasser länger, bis es aus dem Öl herauskommt und von der Pumpe abgesogen werden kann.

Diese Trockenmethode gelang bei den drei untersuchten Ölen in gleicher Weise; auch bei dem anfangs erwähnten Pumpenöl wurden mit dieser Trocknung brauchbare Werte erzielt. Diese extreme Trocknung hält jedoch nur etwa 3 Stunden lang an, danach wird die Durchschlagspannung wieder etwas geringer. Der große Vorteil dieser Methode besteht darin, daß man die Trocknung direkt vor dem Versuch und in dem Versuchsgefäß selbst ausführen kann. Man hat also nach der Trocknung keinerlei Vorsichtsmaßregeln zu beachten, um den Eintritt neuer Feuchtigkeit zu verhindern, sondern kann sofort mit dem Versuch beginnen. Erst diese Vakuumtrocknungsmethode hat es ermöglicht, die Versuche mit der erwünschten Genauigkeit und Eindeutigkeit durchzuführen.

Daß diese Art der Trocknung von Ölen vielleicht auch für die Praxis von Bedeutung ist, zeigte ein anderer Versuch. Für eine Firma wurde ein Öl auf Durchschlagfestigkeit untersucht. Ohne jegliche reinigende oder trocknende Vorbereitung besaß das Öl eine Durchschlagfestigkeit von 298 kVm/cm bei 10% mittlerer Streuung. (Durchschlagfestigkeit berechnet als Durchschlagspannung dividiert durch Elektrodenabstand bei einem Abstand $d = 1{,}0$ mm.) Nachdem das Öl durch Glasfilter filtriert und mit der Vakuummethode getrocknet worden war, betrug seine Durchschlagfestigkeit 432 kVm/cm bei 1,1% mittlerer Streuung. Ob sich allerdings diese Trocknung bei großen Ölmengen mit demselben Erfolg ausführen läßt, kann auf Grund der in dem kleinen Prüfgefäß ausgeführten Versuche nicht gesagt werden.

Um den Einfluß mehrmaliger Durchschläge auf die Durchschlagfestigkeit des vollständig getrockneten Öles zu untersuchen, wurden zwei Versuchsreihen gemacht. Die eine mit neuem, bisher unbenütztem Öl, die andere mit einem Öl, das schon 500 Durchschläge überstanden hatte. Beide wurden vor dem Versuch mit der Vakuummethode getrocknet. Die sich ergebenden Werte zeigt Tab. 2. Die Streuung σ ist aus 5 Durchschlägen berechnet.

Tabelle 2.

p mm Hg	U_{2m} neues Öl kVm	σ %	U_{2m} altes Öl kVm	σ %
5	28,4	0,6	28,4	0,5
10	28,4	0,5	28,4	0,2
20	28,4	0,3	28,4	0,3
30	28,4	0,2	28,4	0,3
40	28,4	0,5	28,4	0,5
50	28,7	0,9	28,8	0,5

Das Öl verhält sich also den Durchschlägen gegenüber völlig indifferent. In welch hohem Maß dies der Fall ist, zeigt der Umstand, daß mit diesem Öl 6 Monate lang Durchschlagversuche gemacht wurden, und daß sich nach dieser Zeit genau dieselben Durchschlagspannungen ergaben wie zu Beginn der Messungen, sofern der Versuch unter den gleichen Bedingungen ausgeführt wurde. Die Messungen konnten also jederzeit mit derselben Genauigkeit wiederholt werden. Nur die Farbe

des Öles wurde allmählich dunkler, was auch Engelhardt[1] bei seinen Versuchen feststellte.

Die Elektroden wurden bei den Versuchen mit Öl nur sehr wenig angegriffen, ihre Beschaffenheit hatte auf die Durchschlagspannung gar keinen Einfluß. Es muß jedoch hier ausdrücklich bemerkt werden, daß die hier aufgestellten Behauptungen nur für den Durchschlag im Vakuum gelten. Daß bei den Messungen bei Luftdruck die Beschaffenheit der Elektroden eine ganz erhebliche Rolle spielt, wurde von Engelhardt und andern festgestellt.

Endlich wurde noch untersucht, ob gröbere Teilchen in dem völlig getrockneten Öl einen Einfluß auf die Durchschlagspannung haben. Zu diesem Zweck wurde ein Teil des Öles bei Luftdruck öfters durchgeschlagen, wodurch starke Rußabscheidungen auftraten. Diese Probe, im Vakuum getrocknet und untersucht, ergab genau die gleichen Werte wie das reine, filtrierte Öl. Diese Beobachtung stimmt mit der von fast allen andern überein. Die Fasern und andern kleinen Fremdkörper sind also nur dann von schädlichem Einfluß, wenn sie feucht sind; dieser Fall tritt leicht ein, da sie die Feuchtigkeit gierig aufsaugen; deshalb machte man früher die Fasern für den Durchschlag verantwortlich.

Die Messung bei den Hauptversuchen verlief folgendermaßen: Das Gefäß wurde mit Benzin gereinigt, die Elektroden mit einem Lederlappen abgerieben. Dann wurde das Öl durch ein Schottsches Glasfilter filtriert und eingefüllt. Nach der Vakuumtrocknung begann der eigentliche Versuch. Jeder Durchschlagwert ist das Mittel aus 5 Durchschlagversuchen. Da die Streuung meist sehr klein war, wurde auch der erste Durchschlagwert zur Mittelwertbildung herangezogen.

Außer den mineralischen Ölen wurden, wie schon erwähnt, auch Kohlenwasserstoffe zu den Versuchen benützt. In Verwendung kamen

Hexan, normal aus Petroleum, von Kahlbaum und
Xylol, technisch, von E. Merck.

Die Daten der beiden Flüssigkeiten sind:

Tabelle 3.

	Spez. Gew. bei 20° C	Siedepunkt °C	Schmelzpunkt °C
Xylol	0,863	144,0	— 27,1
Hexan	0,659	68,8	— 94,3

Die beiden Flüssigkeiten wurden nach dem von Sorge angegebenen Verfahren 3 Wochen lang mit eingepreßtem metallischen Natrium getrocknet. Eine Probe von Hexan wurde auch mit Phosphorpentoxyd getrocknet; dieses Verfahren hat den Nachteil, daß das Hexan sich in dauernder Bewegung befinden muß, da sich sonst das Phosphorpentoxyd am Boden festsetzt. Mit beiden Trockenmethoden erreicht man dieselben Werte der Durchschlagspannung.

Nach der Trocknung wurden die Flüssigkeiten durch Glasfilter filtriert, um die kleinen, durch das eingepreßte Natrium verursachten Verunreinigungen auszuscheiden. Vor dem Einfüllen in das Prüfgefäß mußte dieses gut gereinigt und getrocknet werden; zur Trocknung wurde das Vakuumgefäß im Vakuumofen eine Stunde lang auf 60° C erhitzt bei einem Druck von 30 mm Hg. Eine höhere Temperatur wurde in Rücksicht auf das Glasgefäß nicht eingestellt. Auch die Trocknung der Elektroden war von großem Einfluß auf die Durchschlagspannung. Sie wurden vor dem Versuch über der Bunsenflamme getrocknet.

[1] V. Engelhardt, Zur Messung der dielektrischen Festigkeit von Isolierölen. Arch. f. Elektrot. Bd. 13, 1924.

Bei diesen Versuchen ergab sich dadurch eine Schwierigkeit, daß das bei tieferen Drucken verdampfende Xylol oder Hexan das Schliffett auffraß, so daß das Vakuumgefäß oft nur mit größter Anstrengung geöffnet werden konnte. Als widerstandsfähig erwies sich ein ziemlich zähes Ramsayfett, das von E. Leybold, Köln, geliefert wird.

Nach den guten Erfahrungen, die bei Ölen mit der Vakuumtrocknungsmethode gemacht wurden, mußte dieses Verfahren bei den Kohlenwasserstoffen auch probiert werden. Zunächst wurden die Versuche mit Xylol gemacht, das bereits mit Natrium getrocknet war; es zeigte sich, daß mit der Vakuumtrocknung noch höhere Durchschlagspannungen erreicht wurden. Außerdem erwies sich die vorherige Trocknung von Gefäß und Elektroden, die bei der alleinigen Anwendung der chemischen Trocknung unbedingt nötig gewesen war, als nicht mehr erforderlich.

Nach den hier gefundenen Ergebnissen lag es nahe, die Vakuumtrocknung auch ohne vorherige chemische Trocknung zu versuchen. Auf diese Weise wurden dieselben hohen Durchschlagspannungen erreicht, nur war die Streuung etwas größer. Bei Anwendung der elektrischen Vakuumtrocknung ist also die vorherige chemische Trocknung der Kohlenwasserstoffe nicht unbedingt notwendig. Die Trocknungszeit beträgt 6—7 Minuten, ist also bedeutend kürzer als bei den Ölen.

Im Gegensatz zu den bei den Ölen gefundenen Ergebnissen ist der Einfluß mehrmaliger Durchschläge auf die Durchschlagspannung bei den Kohlenwasserstoffen groß. Schon Almy [1] stellte fest, daß mit einer Xylolfüllung eigentlich nur ein Durchschlag gemacht werden kann, was von Sorge im wesentlichen bestätigt wurde. Beim Durchschlag in Xylol scheidet sich an den Elektroden und auch im Xylol selbst so viel Ruß ab, daß eigentlich schon der zweite Durchschlag nicht mehr ganz einwandfrei ist. Daß die elektrische Vakuumtrocknung trotz dieser starken Rußabscheidung gelang, rührt davon her, daß die Intensität des Funkens bei den tiefen Drucken, bei denen die Trocknung stattfindet, so klein ist, daß keine merkliche Verrußung eintritt.

Bei Hexan liegen die Verhältnisse nicht so ungünstig. Hier können ungefähr 50 Durchschläge gemacht werden, ohne daß die Festigkeit der Flüssigkeit merklich darunter leidet. Dies gilt wenigstens für Elektrodenabstände bis 0,7 mm. Bei größeren Abständen bis 1,0 mm lassen sich noch 30 Durchschläge machen. Aber auch bei Hexan sind die Elektroden nach den Versuchen ziemlich angegriffen. Deshalb müssen sie vor jeder neuen Füllung gut gereinigt werden. Dies geschah auf folgende Weise: Zunächst wurden mit Benzin die Rußteilchen weggewaschen, dann wurden die Elektroden poliert. Auf der Achse eines schnellaufenden kleinen Motors saßen kreisrunde Stoffscheiben, sog. „Schwabbelscheiben"; mit diesen wurden die Elektroden unter Benützung von Polierrot wieder blank gemacht.

Der ganze Durchschlagsvorgang vollzog sich also bei den Kohlenwasserstoffen folgendermaßen: das Gefäß wurde mit Benzin gereinigt, die Elektroden poliert und eingesetzt. Eine Trocknung von Gefäß und Elektroden war nicht nötig, da die elektrische Vakuumtrocknung angewandt wurde. Dann wurde das 3 Wochen mit Natrium getrocknete Xylol oder Hexan eingefüllt. Auf die chemische Trocknung wurde bei den Hauptversuchen im Interesse einer möglichst kleinen Streuung nicht verzichtet. Direkt vor dem eigentlichen Versuch fand dann im Gefäß selbst die Vakuumtrocknung statt. Bei Xylol mußte für jede Druckstufe eine neue Füllung benützt werden; bei jeder Druckstufe und Füllung wurden 6 Durchschläge gemacht und der Mittelwert daraus genommen. Bei Hexan wurde eine Füllung für 3 Druckstufen verwendet. Da nicht genügend Hexan zur Verfügung stand, wurde das benützte durch Destillation und neue Trocknung wieder brauchbar gemacht. Das destillierte Hexan hatte eine etwas geringere Festigkeit als das neue.

[1] J. E. Almy, Über die Funkenpotentiale in festen und tropfbarflüssigen Dielektricis. Ann. d. Phys. Bd. 1, 1900.



Da aus früheren Arbeiten hervorging, daß sich die Durchschlagspannung mit der Temperatur ändert, wurde genau darauf geachtet, daß die Flüssigkeiten bei den Versuchen immer eine Temperatur von 20° C hatten. Da die meisten Versuche im Winter gemacht wurden, ließ sich dies mit Hilfe der Heizung sehr gut durchführen.

2. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck. Einfluß der Höhe des Flüssigkeitsspiegels über den Elektroden.

In diesem Abschnitt, dem Hauptteil der vorliegenden Arbeit, handelt es sich einmal darum, festzustellen, ob die Abnahme der Durchschlagspannung mit dem Druck auch bei tiefen Drucken eine lineare ist, oder ob hier wie bei Gasen ein Minimum auftritt. Bis zu einem Druck von 350 mm Hg ist die lineare Abnahme bereits

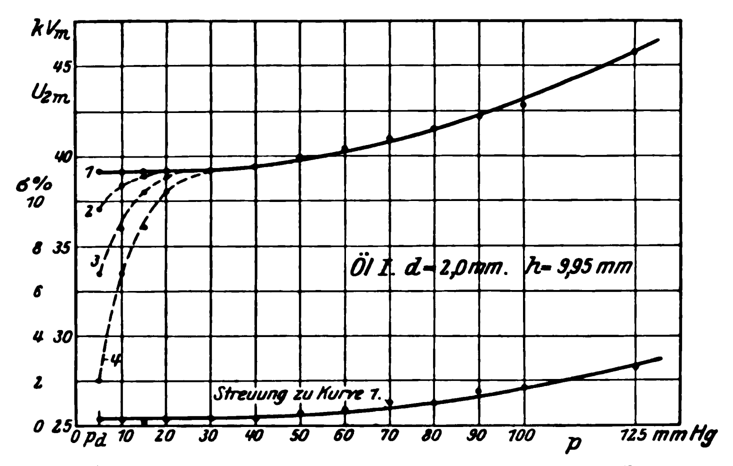


Bild 7. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck.

von früheren Arbeiten festgestellt worden. Es handelt sich hier also hauptsächlich um das Druckgebiet unterhalb 350 mm Hg. Die zweite Frage, die in diesem Abschnitt geklärt werden soll, betrifft die Lage der Elektroden relativ zum Flüssigkeitsspiegel, also die Höhe der Flüssigkeitsoberfläche über den Elektroden; es soll untersucht werden, ob diese Höhe irgendeinen Einfluß auf die Durchschlagspannung hat.

Die Versuche wurden zunächst mit Öl I ausgeführt. Nach der Vakuumtrocknung wurde mit den Durchschlägen bei den tiefsten Drucken, d. h. beim Dampfdruck des Öles begonnen; danach wurden die höheren Drucke eingestellt. Zwischen jeder Druckstufe wurde Luft eingelassen bis zum normalen Luftdruck und dann evakuiert, bis der neue Druck erreicht war. Der Zweck dieser Maßnahme bestand darin, zu verhindern, daß mit fortschreitender Zahl der Durchschläge nicht mehr Luft, sondern irgendein bei der Verbrennung des Öles entstehendes Gas über dem Öl liegt.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Druck zeigt Bild 7. Die Messung konnte bei allen Ölen nur zwischen dem Dampfdruck und ungefähr 150 mm Hg ausgeführt werden, da die Durchschlagspannung oberhalb dieses Druckes so hoch war, daß sie mit der vorhandenen Apparatur nicht erreicht werden konnte. Wie die Kurve zeigt, fällt die Durchschlagspannung bis zu einem Druck von 30 mm Hg. Ist das Öl nun restlos trocken, so wie es mit der elektrischen Vakuumtrockenmethode erreicht wird, so bleibt die Durchschlagspannung völlig konstant bis zum Dampfdruck p_d des Öles (Kurve 1). Auch wenn das Öl infolge Siedens bei 5 mm Hg in lebhafte Bewegung gerät, bleibt die Durchschlagspannung genau dieselbe wie bei einem Druck von 30 mm Hg, bei dem von Verdampfung noch gar nichts zu merken ist. Ist das Öl jedoch noch nicht ganz trocken, sondern enthält noch Spuren von Feuchtigkeit, so fällt die Durchschlagspannung von 30 mm Hg an sehr stark ab (Kurve 4). Diese

letzten Spuren von Feuchtigkeit haben also nur bei Drucken in der Nähe des Dampfdruckes einen allerdings ziemlich schädlichen Einfluß. Aber schon von einem Druck von 30 mm Hg ab bleibt diese letzte Feuchtigkeit wirkungslos.

Es war nun von Interesse festzustellen, wie die Kurve verlauft, wenn verschieden lang getrocknet wird. Wurde die elektrische Vakuumtrocknung nur 5 Minuten angewandt, so ergab sich Kurve 4; bei 10 Minuten Trocknungszeit ergab sich Kurve 3, bei 20 Minuten Kurve 2 und bei 30 Minuten Kurve 1. Es ist deutlich zu sehen, wie die letzten Spuren der Feuchtigkeit mit längerer Trocknungszeit verschwinden und wie sich die Kurve immer mehr der horizontalen Geraden nähert.

Sehr wesentlich ist auch das Verhalten der Streuung. Sie nimmt in dem Druckbereich, in dem die Durchschlagspannung konstant ist, ganz ungewöhnlich kleine Werte an. Eine Streuung von 0,3% bei Ölen dürfte eine große Seltenheit sein. Mit zunehmendem Druck steigt jedoch die Streuung ziemlich stark. Obwohl sich also an dem Feuchtigkeitsgrad des Öles gar nichts ändert, auch Verunreinigungen nicht

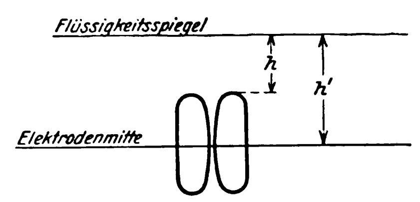


Bild 8. Höhe des Flüssigkeitsspiegels über den Elektroden.

hineingelangen können, ändert sich die Streuung, nur abhängig vom Druck. Auf Grund dieser Tatsache, die bei den 3 untersuchten Mineralölen gleichermaßen festgestellt wurde, muß man eigentlich zu der Ansicht der Amerikaner Hayden und Eddy [1] gelangen, daß die Streuung in der Struktur der Flüssigkeit begründet ist und als eine nicht ganz zu beseitigende Eigenschaft zu gelten hat.

Schon nach den ersten Versuchen zeigte sich, daß die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über den Elektroden einen großen Einfluß auf die Durchschlagspannung ausübt. Im folgenden wird die Höhe des Flüssigkeitsspiegels über der Elektrodenoberkante mit h bezeichnet, die Höhe über der Elektrodenmitte mit h' (Bild 8). Diese Höhe h wurde folgendermaßen gemessen: Vor jeder Einstellung wurde das Gefäß mit Hilfe einer Wasserwage so gestellt, daß die Ebene, die durch den oberen Rand gebildet wird, genau wagrecht dalag. Dann wurde mit einer feinen Nadel, die senkrecht stand, die Entfernung von dieser Ebene bis zum Flüssigkeitsspiegel gemessen. Die Berührung der Nadelspitze mit der Flüssigkeit konnte sehr genau festgestellt werden. Die Länge der verschieblichen Nadel wurde dann mit einer Schublehre gemessen; dabei konnten $^1/_{10}$ mm abgelesen und $^1/_{100}$ mm geschätzt werden. Die Entfernung von der Randebene bis zur Oberkante der Elektroden wurde auf dieselbe Weise gemessen. Die Differenz der beiden Entfernungen war die gesuchte Höhe h. Die Bestimmung der Höhe h' war nicht erforderlich, da für die ganzen Versuche nur die Höhe h in Betracht kam, worüber später berichtet werden wird.

Die Ergebnisse dieser Messungen zeigt Bild 9. Bei 4 verschiedenen Höhen h wurde die Durchschlagspannung vom Dampfdruck (5 mm Hg) bis zu einem Druck von 150 mm Hg gemessen. Zuerst wurde die größte Höhe eingestellt, und dabei das Öl mit der elektrischen Vakuumtrockenmethode getrocknet; die kleineren Höhen wurden durch Abschöpfen eingestellt; weil dabei kein neues, ungetrocknetes Öl in das Gefäß gelangen konnte, war die Trocknung bei den kleineren Höhen nicht mehr nötig. Es ist wahrscheinlich, daß die Kurven ungefähr von einem Druck von 150 mm

[1] Hayden und Eddy, 500 Messungen der elektrischen Festigkeit des Öles, 3000 Messungen der elektrischen Festigkeit des Öles. Journal of the American Institute of Electric Engineers. 1922.

Hg an aufwärts linear verlaufen; auch die Versuche mit Xylol und Hexan, die im ganzen Druckbereich durchgeführt werden konnten, bestätigen dies.

Mit zunehmendem Druck wird der Einfluß der Flüssigkeitshöhe h auf die Durchschlagspannung kleiner. Um zu sehen, wie sich die Durchschlagspannung mit der Höhe h ändert, wurden aus den Kurven von Bild 9 die Werte für die Kurven von

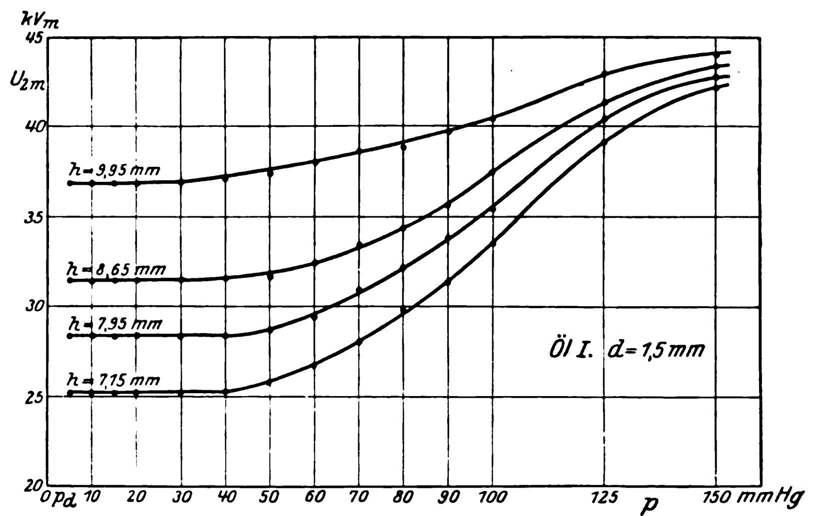


Bild 9. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck bei verschiedenen Flüssigkeitshöhen.

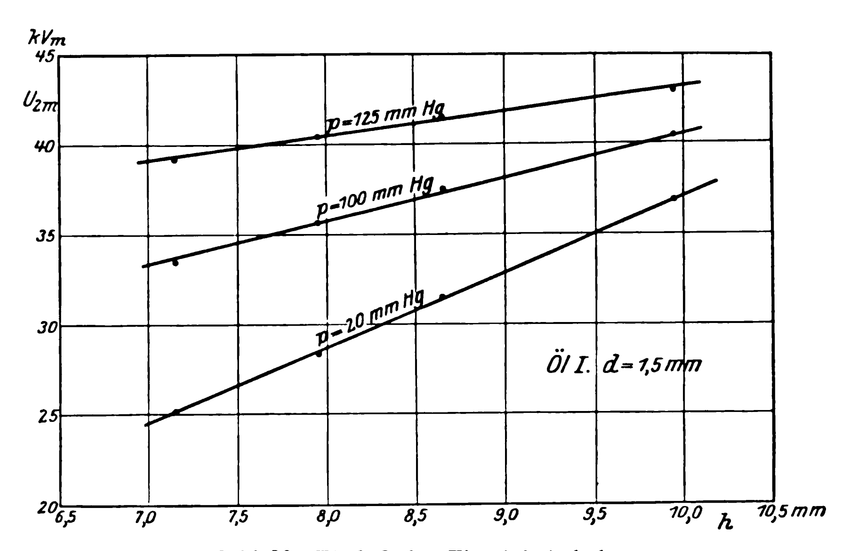


Bild 10. Einfluß der Flüssigkeitshöhe.

Bild 10 entnommen; diese zeigen die Durchschlagspannung abhängig von der Flüssigkeitshöhe h bei verschiedenen Drucken. Dabei stellen sich nun zwei bemerkenswerte Tatsachen heraus: Einmal ist die Zunahme der Durchschlagspannung mit wachsender Höhe h eine lineare, wenigstens in dem gemessenen Höhenbereich; dann hat eine kleine Vergrößerung der Höhe h schon eine relativ starke Erhöhung der Durchschlagspannung zur Folge. Bezeichnet man das Anwachsen der Durchschlagspannung bei einer Zunahme der Flüssigkeitshöhe h um 1 mm mit $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ gemessen in kVm/mm, so ergeben sich die folgenden Werte:

Bei einem Druck von 20 mm Hg ist $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h} = 4{,}41$ kVm/mm

100 „ „ $= 2{,}87$ „

125 „ „ $= 2{,}00$ „

Bei höherem Druck ist, wie schon erwähnt, $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ bedeutend kleiner.

Diese Versuche wurden bei einem Elektrodenabstand von $d = 1{,}5$ mm gemacht. Es drängte sich nun die Frage auf, ob bei anderen Elektrodenabständen der Einfluß der Höhe h, also der Wert $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ dieselbe Größe hat oder ob sich hier Änderungen ergeben. Auch war nicht sicher, ob die Durchschlagspannung bei jedem Elektrodenabstand eine lineare Funktion der Höhe h ist. Um diese Frage zu klären, wurden die Versuche bei den Elektrodenabständen 0,7 mm, 1,0 mm und 2,0 mm durchgeführt. Der Abstand $d = 0{,}5$ mm ergab keine brauchbaren Werte. Öle lassen sich bei diesem kleinen Abstand nicht mehr einwandfrei prüfen, was auch schon Sorge festgestellt hat.

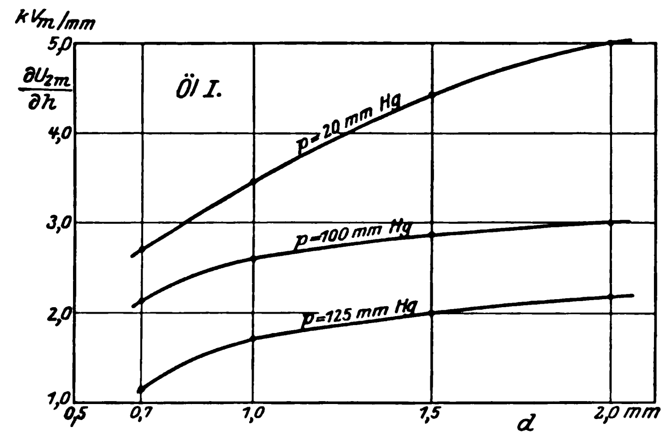


Bild 11. Abhängigkelt der Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ vom Elektrodenabstand.

Auch bei den andern Elektrodenabständen ist die Zunahme der Durchschlagspannung mit der Höhe h eine lineare. Überhaupt ist der Charakter der Kurven bei allen untersuchten Abständen derselbe. Nur der Einfluß von h, also $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ wird mit wachsendem Elektrodenabstand größer. Während bei dem Abstand $d = 0{,}7$ mm die Zunahme $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ 2,70 kVm/mm betrug bei einem Druck von 20 mm Hg, ist dieser Wert bei $d = 1{,}0$ mm und demselben Druck bereits auf 3,46 kVm/mm angewachsen. Bei $d = 1{,}5$ mm beträgt er 4,41 kVm/mm, immer beim gleichen Druck, und bei $d = 2{,}0$ mm endlich 5,00 kVm/mm.

Die Verhältnisse lassen sich deutlich übersehen, wenn man den Wert $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ abhängig vom Elektrodenabstand aufträgt, wie dies Bild 11 zeigt. Der Einfluß der Höhe h wird mit wachsendem Elektrodenabstand größer. Gleichzeitig sieht man deutlich, daß dieser Einfluß mit wachsendem Druck kleiner wird. Zwei Umstände verkleinern also $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$, einmal ein größerer Druck, dann ein kleinerer Elektrodenabstand. Aus der Form der Kurven — konkav gegen die Abszissenachse — kann geschlossen werden, daß von einem bestimmten Elektrodenabstand ab der Einfluß der Höhe h verschwindet.

Es ist nun die Frage, welche Höhe für dieses starke Anwachsen der Durchschlagspannung eigentlich in Betracht kommt. Wie schon oben erwähnt, ist es die Höhe h

vom Flüssigkeitsspiegel bis zur Oberkante der Elektroden. Das wurde durch folgenden Versuch festgestellt: Nimmt man Elektroden von verschiedenem Durchmesser, so hat der Wert h', das ist die Höhe vom Flüssigkeitsspiegel bis zur Elektrodenmitte, unabhängig vom Elektrodendurchmesser stets denselben Wert, während die Höhe h vom Durchmesser abhängt, vorausgesetzt, daß im Gefäß immer dieselbe Ölmenge sich befindet. Bekommt man also bei den **3** verschiedenen Elektroden bei gleicher Höhe h' dieselbe Durchschlagspannung, so kommt diese Höhe in Betracht; ergibt dagegen die gleiche Höhe h dieselbe Durchschlagspannung, so kommt diese Höhe in Betracht. Die drei Elektrodenpaare hatten die Durchmesser **15** mm, **20** mm und **30** mm. Wurde bei diesen jedesmal dieselbe Höhe h, z. B. $h = 7{,}5$ mm eingestellt, so ergab sich jedesmal dieselbe Durchschlagspannung. Für die hier geschilderten Erscheinungen kommt also die Höhe h vom Flüssigkeitsspiegel bis zur Elektrodenoberkante in Betracht.

In dem bis jetzt gemessenen Bereich ändert sich die Durchschlagspannung linear mit der Höhe des Flüssigkeitsspiegels über den Elektroden. Es fragt sich nun, ob diese Änderung bei sehr kleinen oder sehr großen Höhen auch eine lineare ist. Bei großen Höhen ist jedenfalls zu vermuten, daß die Zunahme der Durchschlagspannung nicht mehr linear erfolgt, sondern daß von einer bestimmten Höhe ab die Durchschlagspannung bei einer weiteren Vergrößerung der Flüssigkeitshöhe nicht mehr steigt. Die Versuche zur Klärung dieser Frage wurden in dem großen Vakuumgefäß ausgeführt. Der Höhenbereich ging von $h = 3{,}8$ mm bis $h = 11{,}2$ mm. Die untere Grenze war bedingt durch Erscheinungen beim Durchschlag, die eine exakte Messung nicht mehr zuließen und von denen später noch zu reden sein wird; die obere Grenze ergab die Maschinenspannung, die bei $h = 11{,}2$ mm bis zu $50^0/_0$ überschritten wurde. In diesem ganzen Höhenbereich ist die Durchschlagspannung eine lineare Funktion der Flüssigkeitshöhe. Daß diese lineare Abhängigkeit bei noch größeren Höhen aufhört, zeigen die Versuche mit den Kohlenwasserstoffen.

Bei Höhen, die kleiner als **4** mm sind, tritt der Durchschlag nicht mehr zwischen den Elektroden in der Flüssigkeit auf, sondern es erfolgt ein Überschlag durch die Luft. Die Entladung geht von der Oberkante der einen Elektrode zum Ölspiegel, dann über den Ölspiegel und durch das Öl zur Oberkante der andern Elektrode. Man kann daher die Entladungen bei diesen kleinen Flüssigkeitshöhen nicht mehr zu genauen Messungen benutzen.

Bei Höhen, die größer als **4** mm sind, erfolgt der Durchschlag stets in der Mitte der Elektroden; die Entladung geht aber dann, ähnlich wie beim Hörnerblitzableiter, sofort nach oben, wohl infolge von Wärmeströmungen. Im Gegensatz zu dem Verhalten der Kohlenwasserstoffe ist bei den Ölen der Durchschlag auch bei tiefen Drucken noch relativ stark.

Bei Drucken über **100** mm Hg muß bei diesem Öl nach jedem Durchschlag der Druck neu eingestellt werden, da sonst eine starke Streuung auftritt. Zu diesem Zweck wird bis auf einen Druck von **5** mm Hg evakuiert und dann durch Einlassen von Luft der alte Druck wiederhergestellt. Es sei hier nochmals ausdrücklich betont, daß die völlige Unabhängigkeit der Durchschlagspannung von der Anzahl der Durchschläge nur bei tiefen Drucken in der Nähe des Dampfdruckes auftritt. Bei einem Druck von **100** mm Hg ergaben sich z. B. die Durchschlagspannungen

36,8 kVm
34,0 „
31,8 „

Diese Werte waren hintereinander gemessen. Dann wurde evakuiert und derselbe Druck durch Lufteinlassen wieder hergestellt. Es ergab sich jetzt

36,8 kVm
34,0 „
33,4 „

Nach erneutem Absaugen ergab sich wieder 36,8 kVm.

Jetzt wurden noch drei Durchschläge gemacht und dazwischen jedesmal evakuiert und der Druck neu eingestellt. Die Durchschlagspannungen waren jetzt

36,8 kVm
36,8 „
38,0 „

Das Sinken der Durchschlagspannung nach mehrmaligen Durchschlägen wird sonst mit der Bildung von Rußpartikelchen erklärt. Diese Erklärung dürfte jedoch in diesem Fall nicht richtig sein; denn das Absaugen von Luft, das die Durchschlagspannung wieder auf ihren alten Wert bringt, hat ja auf die entstandenen Rußpartikel keinen Einfluß. Es muß sich vielmehr um Gase handeln, die bei der Verbrennung des Öles infolge des Funkendurchgangs entstehen und die einen schädlichen Einfluß auf die elektrische Festigkeit des Öles ausüben.

Dieses Ergebnis, daß Gase einen Einfluß auf die Durchschlagspannung ausüben, scheint im Widerspruch mit den Ergebnissen eines späteren Abschnittes zu stehen; dort wird kein Einfluß der über der Flüssigkeit ruhenden Gase gefunden. Nun handelt es sich aber hier offenbar um chemische Reaktionen, was daraus zu schließen ist, daß die Verhältnisse bei den beiden anderen Ölen nicht so liegen wie bei Öl I. Die diesbezüglichen Erscheinungen seien schon hier mitgeteilt. Bei Öl II sind die Verbrennungsgase viel schädlicher als bei Öl I. Bei einem Druck von 125 mm Hg ergaben sich folgende Durchschlagspannungen:

38,8 kVm
27,4 „
Evakuiert und Druck neu eingestellt.
39,4 kVm
22,2 „
Evakuiert und Druck neu eingestellt.
38,8 kVm.
Evakuiert und Druck neu eingestellt.
38,8 kVm.

Bei Öl III zeigte sich gar kein Einfluß der Verbrennungsgase. Bei einem Druck von 125 mm Hg ergaben sich folgende Durchschlagspannungen:

38,8 kVm
38,0 „
38,8 „
40,1 „
38,8 „

Die einzelnen Durchschläge wurden direkt hintereinander gemacht, ohne dazwischen zu evakuieren. Das verschiedene Verhalten der Öle in dieser Beziehung wird wohl von verschiedenartiger Zusammensetzung herrühren.

Um zu sehen, ob das Volumen des Öles auf die Durchschlagspannung einen Einfluß hat, wurden in dem kleinen und großen Vakuumgefäß Versuche bei der gleichen Höhe h ausgeführt. In beiden Gefäßen ergaben sich dieselben Durchschlagspannungen. Das Volumen des Öles hat also keinen Einfluß.

Abgesehen von dem oben geschilderten Verhalten ergaben die beiden Öle II und III qualitativ dieselben Erscheinungen wie Öl I. Auch die quantitativen Unterschiede sind nur gering. Bei Öl II war es nicht möglich, bei Elektrodenabständen von 0,7 mm und 1,0 mm einwandfreie Werte zu bekommen; es trat eine zu große Streuung auf; erst bei einem Abstand von 1,5 mm ergaben sich brauchbare Werte. Der Einfluß der Flüssigkeitshöhe h ist bei den einzelnen Ölen nicht sehr verschieden, wie folgende Zahlen zeigen:



		$\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$
p = 20 mm Hg	Öl I	5,00 kVm/mm
d = 2,0 mm	Öl II	6,00 ,,
	Öl III	5,75 ,,

Nach der Untersuchung dieser drei Öle wurden die Messungen mit den beiden Kohlenwasserstoffen Xylol und Hexan ausgeführt. Neben dem Nachteil der umständlichen Behandlung boten sie den großen Vorteil, daß bei einem Elektrodenabstand von 0,5 mm noch einwandfreie Werte zu erhalten waren, so daß der ganze Druckbereich von 5 bis 720 mm Hg gemessen werden konnte, weil die Durchschlagspannung infolge des kleinen Elektrodenabstandes nicht zu hoch wurde. Zunächst wurden die Versuche mit Xylol gemacht.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck zeigt Bild 12. Die Durchschlagspannung nimmt mit sinkendem Druck linear ab bis zu einem Druck

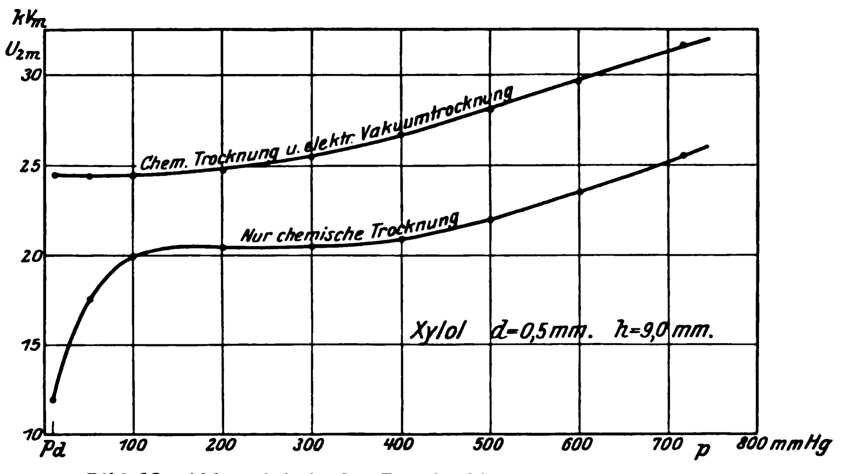


Bild 12. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck.

von ungefähr 350 mm Hg. Dann fällt sie langsamer und ist bei tiefem Druck, genau so wie bei den Ölen, vom Druck völlig unabhängig. Sorge hat bis zu dem Druck von 350 mm Hg auch die lineare Abnahme festgestellt. Das eben Gesagte bezieht sich auf Xylol, das chemisch mit Natrium und mit der elektrischen Vakuummethode getrocknet ist. Wird nur mit Natrium getrocknet, so ergeben sich kleinere Durchschlagspannungen; außerdem fällt die Durchschlagspannung bei tiefem Druck in der Nähe der Verdampfung stark ab. Also auch bei Xylol haben die letzten Feuchtigkeitsspuren in der Nähe der Verdampfung den schädlichsten Einfluß auf die Durchschlagspannung; bei den Ölen zeigte sich ja dieselbe Erscheinung. Der bei Luftdruck gefundene Wert der Durchschlagspannung bei dem nur mit Natrium getrockneten Xylol stimmt genau mit dem von Sorge gefundenen überein. Es ist also wohl möglich, elektrische Durchschlagversuche auch quantitativ miteinander zu vergleichen, sofern es sich um definierte Stoffe handelt und die vorbereitende Behandlung dieselbe war.

Die Streuung ist bei Xylol im ganzen Druckbereich dieselbe; sie beträgt im Durchschnitt 2,5—3%. Eine Abhängigkeit der Streuung vom Druck wie bei den Ölen ist hier nicht vorhanden. Da die Zusammensetzung der Öle vermutlich komplizierterer Natur ist als die der Kohlenwasserstoffe, so hängt diese Druckabhängigkeit der Streuung wahrscheinlich mit dem inneren Aufbau der Öle zusammen. In dem Bereich konstanter Durchschlagspannung ist die Streuung bei Xylol größer als bei den Ölen. Während sie dort 0,3—0,6% beträgt, liegen ihre Werte hier zwischen 2 und 3%. Die Entladungen sind im Gegensatz zu den Ölen bei tiefem Druck sehr schwach, der Durchschlag erfolgt immer in der Mitte, was an der Verschmutzung der

Elektroden zu sehen ist. Faßt man nur das lineare Stück der Kurve ins Auge, so beträgt die Zunahme der Durchschlagspannung je Atmosphäre bei Xylol 11,8 kVm/atm. Sorge hatte eine Zunahme von 15,95 kVm/atm gefunden.

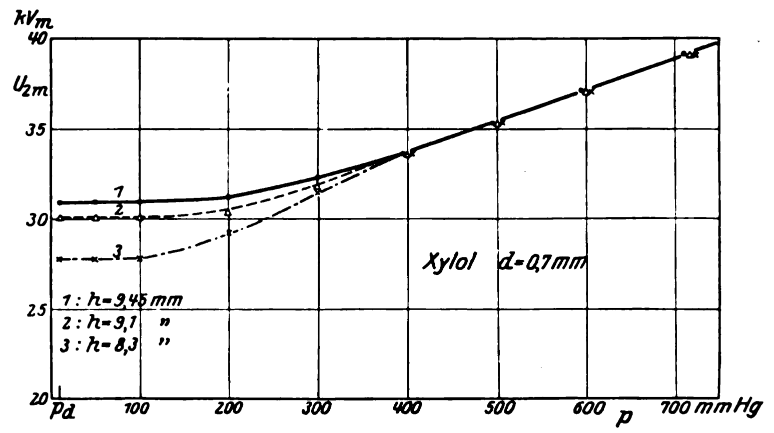


Bild 13. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck bei verschiedenen Flüssigkeitshöhen.

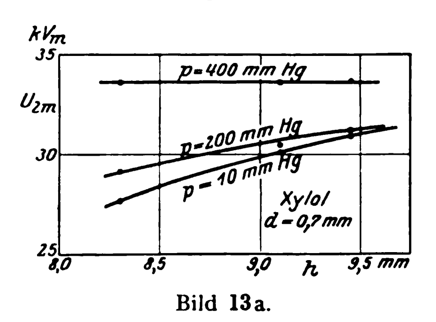


Bild 13a.

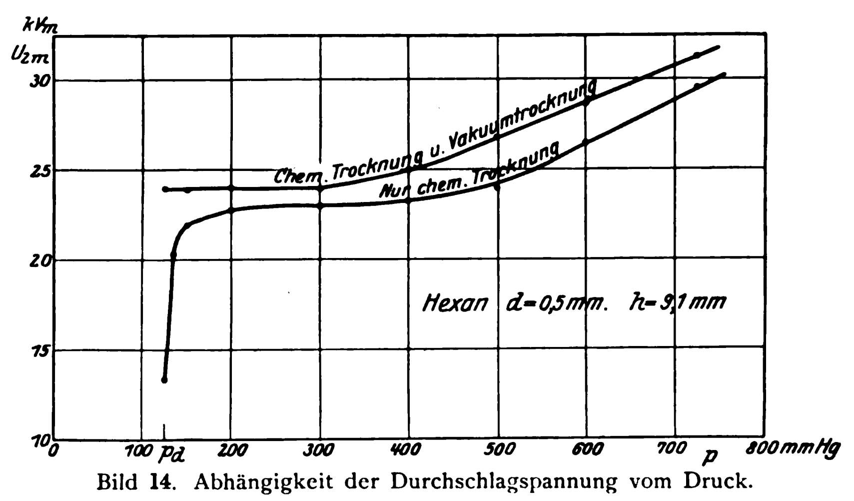


Bild 14. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck.

Von großer Bedeutung für die Erklärung der ganzen Zusammenhänge ist die Frage, ob sich bei den Kohlenwasserstoffen auch ein Einfluß der Höhe h bemerkbar macht, oder ob diese Erscheinung nur bei den mineralischen Ölen auftritt. Bei einem Elektrodenabstand $d = 0,5$ mm zeigte sich kein Einfluß. Die Höhe $h = 8,3$ mm und $h = 12,0$ mm ergab dieselbe Durchschlagspannung. Nun war von der Öluntersuchung her bekannt, daß der Einfluß der Höhe h bei größeren Elektrodenabständen größer wird. Die Untersuchung mußte deshalb bei größeren Abständen fortgesetzt

werden. Beim Abstand $d = 0,7$ mm war der Einfluß deutlich zu bemerken, wie Bild 13 zeigt. Bis zu einem Druck von ungefähr 350 mm Hg, also bis zu der Stelle, wo der lineare Anstieg der Durchschlagspannung beginnt, ist der Einfluß von h vorhanden. Im Bereich der linearen Zunahme der Durchschlagspannung spielt die Flüssigkeitshöhe keine Rolle. Trägt man die Durchschlagspannung abhängig von der Flüssigkeitshöhe h auf, so ergibt sich keine lineare Zunahme, Bild 13a. Die Untersuchung wurde dann mit dem Elektrodenabstand $d = 1,0$ mm wiederholt. Hier zeigte sich der Einfluß der Flüssigkeitshöhe noch stärker. Von einer bestimmten Höhe ab, nämlich $h = 10$ mm, hört dieser Einfluß auf; die Durchschlagspannung steigt nicht mehr, auch wenn die Höhe noch weiter vergrößert wird.

Bei Hexan zeigen sich im wesentlichen dieselben Erscheinungen wie bei Xylol. Der Dampfdruck liegt ziemlich hoch, bei 125 mm Hg. Auch hier sinkt die Durchschlagspannung zunächst linear bis etwa 350 mm Hg; der Bereich der konstanten Durchschlagspannung liegt zwischen 125 mm Hg und 300 mm Hg, wie Bild 14 zeigt. Wird nicht die elektrische Vakuumtrocknung angewendet, sondern nur die chemische mit Natrium, so liegen die Werte der Durchschlagspannung niedriger und fallen in der Nähe des Siedepunktes stark ab. Die Streuung beträgt im Mittel 1,6⁰/₀. Auch bei Hexan sind die Entladungen bei tiefen Drucken sehr schwach. Betrachtet man nur das geradlinige Stück der Kurve, so beträgt die Zunahme der Durchschlagspannung je Atmosphäre 14,8 kVm/atm; bei Sorge betrug sie 11,8 kVm/atm. Bei Hexan trat der Einfluß der Höhe h erst bei einem Elektrodenabstand $d = 1,0$ mm in Erscheinung, und auch da noch recht schwach. Bei den Abständen $d = 0,5$ mm und $d = 0,7$ mm war nichts zu bemerken. Der Einfluß der Flüssigkeitshöhe ist wie bei Xylol bis zu einem Druck von ungefähr 400 mm Hg vorhanden.

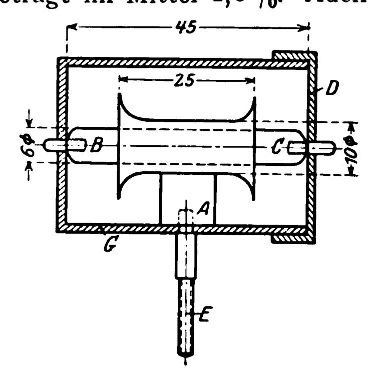


Bild 15. Zylinderfunkenstrecke.

Bei diesen Messungen mußte auf die Verminderung der Flüssigkeitshöhe infolge der starken Verdampfung des Hexans geachtet werden. Bei der Vakuumtrocknung verdampfte nämlich immer etwas Hexan, so daß die zu Beginn des Versuchs eingestellte Höhe bei der eigentlichen Messung nicht mehr vorhanden war. Deshalb wurde die Höhe immer nach dem Versuch gemessen.

An drei Ölen und zwei Kohlenwasserstoffen wurden also im wesentlichen die gleichen Erscheinungen festgestellt. Was nun den Einfluß der Flüssigkeitshöhe h auf die Durchschlagspannung betrifft, so drängt sich sofort die Frage auf, ob diese Erscheinung in unmittelbarem Zusammenhang damit steht, daß die Durchschlagspannung bei den tiefen Drucken konstant ist. Dieser Gedanke ist naheliegend, denn diese beiden Erscheinungen treten im gleichen Druckgebiet auf. Besonders bei Xylol und Hexan hört der Einfluß der Flüssigkeitshöhe dort auf, wo die Durchschlagspannung zu steigen beginnt. Um diese Frage zu untersuchen, wurden die Versuche mit einer anderen Elektrodenanordnung ausgeführt. Im vorliegenden Fall wurde eine Zylinderfunkenstrecke verwendet, die Bild 15 zeigt. Der Hohlzylinder wurde bei A mit der Haltevorrichtung G verbunden, die aus Hartgummi hergestellt war. Dann wurde der innere Zylinder auf die kleine Schraube B aufgeschraubt. In das andere Ende desselben wurde die Schraube C eingesetzt und die Haltevorrichtung durch den Deckel D verschlossen. Durch größere Löcher war dafür gesorgt, daß das Öl zu der Funkenstrecke guten Zutritt hatte. Mit dem Gewinde E konnte die ganze Vorrichtung mit Hilfe eines Zwischenstückes in dem großen Vakuumgefäß untergebracht werden. Die Zylinderfunkenstrecke war beweglich, konnte also senkrecht und parallel zum Flüssigkeitsspiegel gestellt werden. Der Innenzylinder hatte einen Durchmesser von 6,0 mm, was einen Elektrodenabstand von 2,0 mm ergibt.

In der senkrechten wie in der wagrechten Lage der Zylinderfunkenstrecke zeigt die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck dieselbe Form wie bei der Anordnung der Plattenelektroden. Jedoch zeigt sich hier eine eigenartige Erscheinung. Bei senkrechter Lage ist die Streuung ungefähr so wie bei den Plattenelektroden; dreht man dann die Zylinderfunkenstrecke in die wagrechte Lage, so ergibt der erste Durchschlag noch denselben Wert wie in der senkrechten Lage, alle folgenden Durchschläge erfolgen aber bei bedeutend kleineren Spannungen; aber auch bei diesen kleineren Spannungen ist die Streuung sehr klein. So ergaben sich z. B. bei einem Druck von 20 mm Hg folgende Werte:

Letzter Durchschlag in senkrechter Lage . .	41,2 kVm
Erster Durchschlag in wagrechter Lage . .	41,4 ,,
Zweiter ,, ,, ,, ,, . .	7,6 ,,
Dritter ,, ,, ,, ,, . .	7,6 ,,
Vierter ,, ,, ,, ,, . .	7,6 ,,

Diese Erscheinung deutet darauf hin, daß in dem Zylinder in der wagrechten Lage irgendeine Veränderung auftritt; sie kann darin bestehen, daß das Öl beim Durchschlag verdampft und daß bei den folgenden Durchschlägen nicht mehr reines Öl, sondern Öldampf zwischen den Zylindern ist, der in der wagrechten Lage sich nicht entfernen kann. Dafür spricht auch die geringe Streuung bei den niederen Spannungen. Was nun den Einfluß der Flüssigkeitshöhe bei dieser Elektrodenanordnung betrifft, so ist bei den ersten hohen Durchschlagwerten in der wagrechten Lage ein Einfluß festzustellen, die folgenden niede Drenurchschlagwerte zeigen, aber unabhängig von der Flüssigkeitshöhe stets dieselbe Größe. Häufig traten aber auch schon beim ersten Durchschlag in der wagrechten Lage die niederen Durchschlagwerte auf; infolgedessen war es nicht möglich, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Flüssigkeitshöhe genau quantitativ festzustellen, so wie dies bei der Plattenanordnung geschehen konnte.

Die Ursachen für den großen Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung bei der Plattenanordnung können elektrostatischer oder kinetischer Natur sein. Die Erscheinung, daß der Einfluß der Flüssigkeitshöhe mit abnehmendem Elektrodenabstand kleiner wird, legt den Gedanken an eine Feldverzerrung nahe. Je näher die Elektroden beieinander sind, desto weniger kann sich eine Feldverzerrung bemerkbar machen. Um diese Frage näher zu untersuchen, wurde das Feld an der Oberfläche absichtlich dadurch geändert, daß eine kreisrunde Scheibe aus Kupferblech mit einem Durchmesser von 70 mm auf den Flüssigkeitsspiegel gebracht wurde; sie war zunächst isoliert aufgehängt. Ihre Entfernung von der Oberkante der Elektroden war 4,0 mm. Der Elektrodenabstand betrug 2,0 mm. Die Scheibe hatte auf die Durchschlagspannung keinen Einfluß, mit und ohne dieselbe ergab sich bei einem Druck von 20 mm Hg die gleiche Durchschlagspannung. Die Entladung erfolgte von der Oberkante der einen Elektrode unter der Kupferscheibe vorbei zur Oberkante der anderen Elektrode. Dann wurde die Scheibe mit dem einen Pol verbunden. Nun erfolgte der Durchschlag nicht mehr von Elektrode zu Elektrode, sondern von der nicht mit der Scheibe verbundenen Elektrode zur Scheibe. Die Entladung bevorzugte also den zweimal längeren Weg. Bei all diesen Versuchen wurde darauf geachtet, daß die Platte dicht auf dem Öl auflag, daß also zwischen Platte und Öl keine Luft mehr war. Dann wurde die ganze Anordnung in Luft ausprobiert, um zu sehen, ob hier auch der Durchschlag von der nicht verbundenen Elektrode zur Platte geht. Dies war nicht der Fall. Man konnte die mit der einen Elektrode verbundene Platte bis auf einen halben Millimeter an die Oberkante der Elektroden heranbringen, ohne daß sich die Art und Größe des Durchschlags veränderte; er erfolgte stets in der Mitte der Elektroden. Es kann sich also bei den geschilderten Vorgängen nicht um Feldverzerrungen im gewöhnlichen Sinn der Elektrostatik handeln.



Eine andere Möglichkeit ist die, daß durch ein Glimmen auf der Oberfläche Raumladungen entstehen. Es wurde zwar nie ein Glimmen beobachtet, aber es könnte ja sehr lichtschwach sein. Gegen diese Annahme sprechen verschiedene Tatsachen. Einmal müßte der Einfluß der Flüssigkeitshöhe bei Gleichspannung viel stärker sein als bei Wechselspannung; dies ist jedoch nicht der Fall, wie sich später zeigen wird. Dann müßte auch die Geschwindigkeit der Spannungssteigerung einen Einfluß haben. Dies ist in einem großen Bereich nicht der Fall, wie schon Sorge gefunden hat. Bei einer Geschwindigkeit der Spannungssteigerung von 1500 Vm/sec und von 25 000 Vm/sec ergab sich dieselbe Durchschlagspannung.

Dann wurde untersucht, ob sich Raumladungen auf der Oberfläche experimentell feststellen lassen. Zu diesem Zweck wurde auf die Kupferscheibe ein kleines Elektrometer aufgebaut, bestehend aus einem dicken Draht und einem Stanniolstreifen. Infolge Influenzwirkung zeigt das Elektrometer beim Anlegen von Spannung an die Elektroden einen Ausschlag. Bleibt der Ausschlag nach dem Abschalten erhalten, so sind auf der Flüssigkeitsoberfläche wahre Ladungen vorhanden. Vor jedem Versuch wurde probiert, ob der Ausschlag nicht aus mechanischen Gründen erhalten bleibt (Kleben). Es konnten keine Ladungen festgestellt werden. Nach dem Abschalten der Spannung ging der Ausschlag des Elektrometers jedesmal sofort zurück. Der Versuch wurde mit Wechselspannung und mit Gleichspannung ausgeführt. Die Gleichspannung wurde durch Gleichrichten der Wechselspannung mit einer Ventilröhre erhalten. Nun zeigt ja das primitive Elektrometer sehr schwache Ladungen sicher nicht an; wenn aber Ladungen auf der Oberfläche der Flüssigkeit für den großen Einfluß der Flüssigkeitshöhe verantwortlich zu machen sind, dann müßten sie doch immerhin so groß sein, daß sie von dem Elektrometer angezeigt werden. Man wird also auf Grund dieses Versuches sagen dürfen, daß Raumladungen auf dem Ölspiegel nicht in Frage kommen.

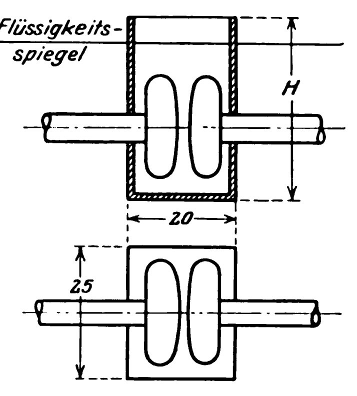


Bild 16. Verhinderung von Strömungen.

Es kann sich aber bei den ganzen Erscheinungen auch um gar keine elektrostatischen Vorgänge handeln, sondern um kinetische. Es ist denkbar, daß der Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung mit Strömungsvorgängen zusammenhängt. Aber auch gegen diese Ansicht sprechen verschiedene Tatsachen. Es ist sicher, daß die Strömungen beim Sieden der Flüssigkeit, also beim Dampfdruck am stärksten sind; demnach müssen die von den Strömungen verursachten Erscheinungen beim Dampfdruck am größten sein. Das sind sie nun tatsächlich auch, aber sie behalten diesen größten Wert noch lange bei, auch bei höheren Drucken, wenn die Flüssigkeit äußerlich schon ganz ruhig geworden ist.

Es wurde dann versucht, eine experimentelle Bestätigung dieser Anschauung zu finden; die Strömungen sollten verhindert werden, um zu prüfen, ob dann der Einfluß der Flüssigkeitshöhe noch vorhanden ist. Zu diesem Zweck wurden aus Cellon kleine rechteckige Schachteln hergestellt, mit denen die Elektroden umhüllt werden konnten, wie Bild 16 zeigt. Die Strecke H betrug bei Flüssigkeitshöhen h von 5—7 mm 33 mm, bei $h = 7—10$ mm 36 mm, so daß die Schachtel immer etwa 4 mm über den Flüssigkeitsspiegel hinausragte. So wurden senkrechte und wagrechte Strömungen unterbunden. Trotzdem blieb der Einfluß der Flüssigkeitshöhe genau derselbe. Damit ist jedoch noch nicht einwandfrei erwiesen, daß überhaupt keine Strömungen stattfinden; vielmehr können diese so gering sein, daß sie mit den erwähnten Mitteln nicht verhindert werden können.

Schließlich soll noch ein kurzes Wort über die Veränderungen an der Oberfläche beim Anlegen einer Spannung gesagt werden. Befinden sich auf dem Ölspiegel Blasen, so wandern diese beim Anlegen einer Spannung von der Mitte weg zum Rand. Diese Bewegung ist auf elektrostatische Kräfte zurückzuführen; die Blasen haben die Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 1$, während das Öl $\varepsilon = 2,2$ hat; infolgedessen werden die Blasen aus dem Feld herausgetrieben. Bei kleinen Höhen ($h = 4-5$ mm) erleidet die Oberfläche beim Anlegen einer Spannung eine kleine Veränderung, sie wölbt sich etwas nach oben und stellt sich in der Richtung der Feldlinien ein. Bei großen Höhen (h = 15 mm) zeigt sich keine Veränderung, die Oberfläche bewegt sich beim Einschalten von hohen Spannungen nicht im geringsten.

3. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenabstand.

Bei den Durchschlagversuchen zeigte sich des öfteren die auffallende Erscheinung, daß sich bei ganz verschiedenen Elektrodenabständen die gleichen Durchschlagspannungen ergaben. Daraufhin wurden die Verhältnisse eingehend untersucht. Sowohl bei Ölen wie auch bei den Kohlenwasserstoffen wurde gefunden,

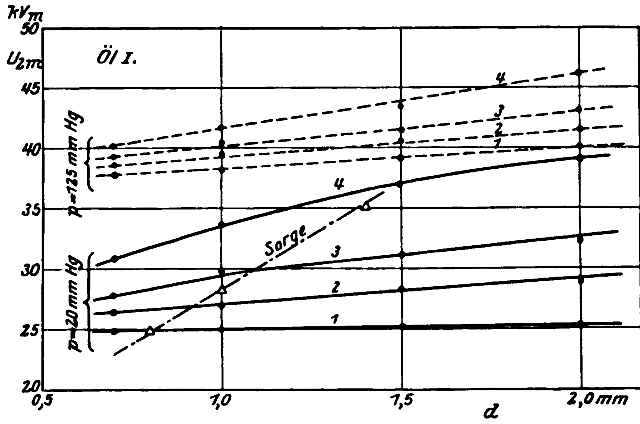


Bild 17. Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenabstand bei verschiedenen Flüssigkeitshöhen. Öl I.
1 : $h = 7,15$ mm **2** : $h = 7,95$ mm **3** : $h = 8,65$ mm **4** : $h = 9,95$ mm.

daß die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenabstand eine lineare ist, wenigstens in dem gemessenen Bereich zwischen d = 0,5 mm und $d = 2,0$ mm. Aber die Größe dieser Abhängigkeit wird stark von der Flüssigkeitshöhe h beeinflußt. Bezeichnet man als Maß dieser Abhängigkeit die Zunahme der Durchschlagspannung pro Millimeter Elektrodenabstand mit $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$, gemessen in kVm/mm, so zeigt sich bei Öl I, Bild 17, daß bei einem Druck von 20 mm Hg und einer kleinen Höhe $h = 7,15$ mm diese Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ fast zu Null wird, d. h. die Durchschlagspannung eigentlich ganz unabhängig vom Elektrodenabstand ist. Bei einer größeren Höhe $h = 9,95$ mm beträgt $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ bereits 4,8 kVm/mm. Mit zunehmender Flüssigkeitshöhe wächst also der Einfluß des Elektrodenabstandes. Betrachtet man nun die von Sorge gefundene Kurve für diese Abhängigkeit, die allerdings bei normalem Luftdruck aufgenommen wurde und die auch in Bild 17 eingezeichnet ist, so fällt hier sofort in die Augen, daß der Einfluß des Elektrodenabstandes viel größer ist; $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ beträgt bei Sorge 17,0 kVm/mm. Es wäre nun möglich, daß der Einfluß des Elektrodenabstandes mit steigendem Druck zunimmt, denn die Versuche von Sorge waren ja bei Normaldruck ausgeführt. Die Versuche bei einem Druck von 125 mm Hg zeigen aber, daß auch

dies den großen Unterschied nicht zu erklären vermag. Denn die Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ ist nur wenig größer als bei 20 mm Hg. Daß die Durchschlagspannungen bei der vorliegenden Untersuchung höher sind als bei Sorge, rührt von der elektrischen Vakuumtrocknung her.

Das Verhalten der beiden Kohlenwasserstoffe gibt nun die Erklärung zu den oben geschilderten Erscheinungen. Bei Xylol und einem Druck von 10 mm Hg zeigt sich auch wieder dasselbe Bild wie bei Öl, Bild 18. Bei realtiv kleinen Höhen ist der Einfluß des Elektrodenabstandes auf die Durchschlagspannung, gemessen durch die Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$, kleiner als bei größeren Höhen. So beträgt $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ bei $h = 8{,}3$ mm 17,0 kVm/mm, während diese Größe bei $h = 9{,}45$ mm den Wert 31,8 kVm/mm annimmt. Diese Höhe $h = 9{,}45$ mm liegt schon in dem Gebiet, wo die Durchschlag-

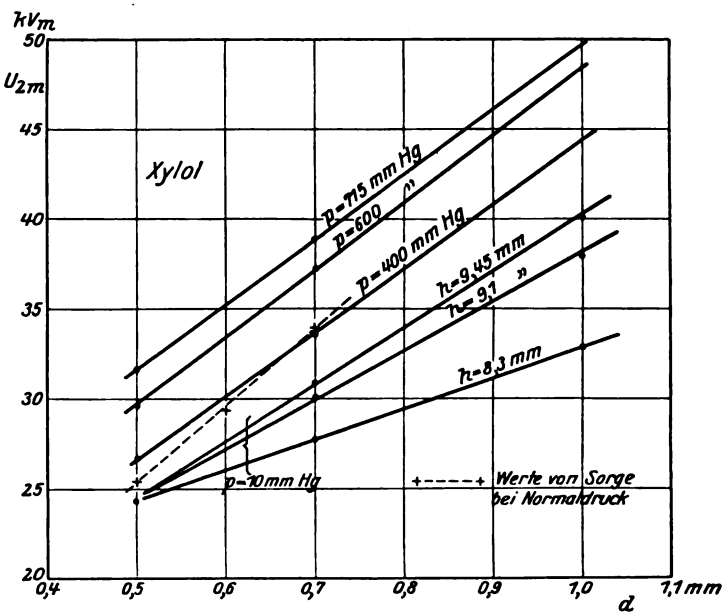


Bild 18. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Elektrodenabstand bei verschiedenen Flüssigkeitshöhen und Drucken.

spannung unabhängig von der Flüssigkeitshöhe ist. Den Wert, den die Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ bei dieser Höhe hat, behält sie nun bei allen Drucken bis zum Luftdruck bei, sie stimmt mit dem von Sorge gefundenen Wert überein. Daß die von Sorge bei Luftdruck gemessenen Werte tiefer liegen, rührt von der verschiedenen Art der Trocknung her, was schon früher erwähnt wurde. Das Ergebnis dieser Untersuchung läßt sich also so formulieren: Der Einfluß des Elektrodenabstandes auf die Durchschlagspannung bei tiefen Drucken ist stark von der Flüssigkeitshöhe abhängig; bei kleinen Flüssigkeitshöhen ist er gering, mit wachsender Höhe nimmt er zu; ist diejenige Höhe erreicht, von der ab kein Höheneinfluß auf die Durchschlagspannung mehr vorhanden ist, dann hat auch der Einfluß des Elektrodenabstandes seinen Endwert erreicht, den er nun bei allen Drucken bis zum normalen Luftdruck beibehält.

Jetzt läßt sich auch das bei Öl gefundene Verhalten klären. Bei der Höhe $h = 9{,}95$ mm ist man nämlich noch weit von dem Punkt entfernt, wo der Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung aufhört, deshalb hat auch die Größe $\frac{\partial U_{2m}}{\partial d}$ noch lange nicht den Wert erreicht, den sie bei Normaldruck besitzt und der sich aus der von Sorge gefundenen Kurve entnehmen läßt. Auch die bei Hexan gefundenen Werte bestätigen das Gesagte voll und ganz.

Die Erklärung dieser Erscheinungen schließt sich den im vorigen Abschnitt gegebenen an, da es sich ja hier sicher um dieselbe Ursache handelt. Entweder liegt also eine Feldverzerrung vor, die bei kleiner Flüssigkeitshöhe ihren größten Wert besitzt und mit wachsender Höhe allmählich abnimmt, oder es sind Strömungsvorgänge vorhanden. Keine dieser beiden Erklärungen ist jedoch ganz befriedigend.

4. Einfluß des Elektrodenmaterials.

Da die Streuung bei den Versuchen mit Öl und bei tiefen Drucken außerordentlich gering war, so schien es möglich zu sein, Unterschiede, die durch verschiedenes Elektrodenmaterial hervorgerufen werden, sehr genau festzustellen. Bei Sorge liegen die Werte von Messing und Zink am weitesten auseinander. Deshalb wurden außer Kupfer noch diese beiden Metalle untersucht. Bei allen drei Ölen konnte in dem gemessenen Druckbereich (5 mm Hg bis 125 mm Hg) nicht der geringste Einfluß des Elektrodenmaterials festgestellt werden. Die Streuung bei diesen Versuchen war sehr gering.

Um auch bei höheren Drucken prüfen zu können, ob ein Einfluß des Elektrodenmaterials vorhanden ist, wurden die Messungen mit Xylol fortgesetzt. Da zeigte sich nun, daß sich mit steigendem Druck allmählich ein solcher Einfluß bemerkbar macht. Auch bei Xylol zeigt sich die Durchschlagspannung in dem Gebiet, wo sie vom Druck unabhängig ist, auch vom Elektrodenmaterial unabhängig. Erst bei dem Druck, wo die Durchschlagspannung zu steigen beginnt, also etwa bei 250 mm Hg, macht sich auch das Elektrodenmaterial bemerkbar. Die Reihenfolge der verschiedenen Materialien, nach steigender Durchschlagspannung geordnet, ist allerdings eine andere als bei Sorge; während sich dort die Folge: Messing-Kupfer-Zink ergab, wurde hier Kupfer-Messing-Zink gefunden. In beiden Fällen liegt also Zink am höchsten. Die unterschiedliche Stellung der beiden anderen Materialien kann so erklärt werden, daß sich Messing für solche Untersuchungen weniger eignet, da es sehr fraglich ist, ob bei den verschiedenen Arbeiten jedesmal Messing von derselben Herkunft verwendet wird; es scheint vielmehr besser zu sein, nur reine Metalle zu verwenden. Überhaupt sind diese Versuche mit einiger Vorsicht auszuwerten. Wenn auch bei einer großen Anzahl von Messungen die Mittelwerte immer dieselbe Reihenfolge ergaben, so kam es doch bei den Einzelwerten ab und zu vor, daß sie nicht in dem ihnen zukommenden Bereich lagen, daß z. B. die mit Kupferelektroden gefundene Durchschlagspannung in dem Gebiet der mit Zink gefundenen lag und umgekehrt. Mit Bestimmtheit kann gesagt werden, daß bei tiefem Druck kein Einfluß des Elektrodenmaterials vorhanden ist und daß er bei Normaldruck nur geringe Unterschiede der Durchschlagspannung zur Folge hat. Bei Normaldruck, also da, wo die Unterschiede am größten waren, ergaben sich bei einem Elektrodenabstand von 0,5 mm folgende Durchschlagspannungen:

	Kupfer	Messing	Zink	
Durchschlagspannung .	31,6 kVm	32,25 kVm	33,4 kVm	Xylol
Streuung	2,8%	3,8%	3,5%	

Der Unterschied zwischen der mit Kupferelektroden und der mit Zinkelektroden gefundenen Durchschlagspannung beträgt 5,7%, er liegt also noch außerhalb der durch die Streuung bedingten Schwankungen.

Bei Hexan war es nicht möglich, mit Messingelektroden reproduzierbare Werte zu erhalten. Während sich bei höheren Drucken zwischen Kupfer- und Zinkelektroden deutliche Unterschiede zeigten, lagen die Werte von Messing wild durcheinander, bald in dem Gebiet der Zinkwerte, bald in dem der Kupferwerte. Bei Normaldruck ergaben sich bei einem Elektrodenabstand von 1,0 mm folgende Werte:

	Kupfer	Zink	
Durchschlagspannung .	45,5 kVm	46,9 kVm	Hexan
Streuung	3,5%	2,5%.	

Der Unterschied zwischen Kupfer- und Zinkwert beträgt also nur 3,1%, er liegt also innerhalb der durch die Streuung bedingten Schwankungen.

Für die hier gefundenen Erscheinungen läßt sich folgende Erklärung geben: Bei normalem Luftdruck befindet sich in der Flüssigkeit ein gewisser Prozentsatz von Ionen, ein anderer Teil rührt von den Elektroden her. Wird der auf der Flüssigkeit lastende Druck kleiner, so treten die in der Flüssigkeit befindlichen Ionen stärker in Tätigkeit, während die Zahl der von den Elektroden herrührenden Ionen wohl vom Druck unabhängig ist. Für den Beobachter äußert sich dies darin, daß die sich durch verschiedene Elektrodenmaterialien ergebenden Unterschiede kleiner werden. Bei tiefem Druck ist die Zahl der Ionen in der Flüssigkeit so groß, daß dagegen die von den Elektroden herrührenden Ionen nicht mehr bemerkt werden können. Der Einfluß des Elektrodenmaterials verschwindet also wahrscheinlich nicht bei tiefen Drucken, wie es zunächst scheinen könnte, sondern er ist nur gegenüber dem überragenden Einfluß der sich in der Flüssigkeit selbst abspielenden Vorgänge nicht mehr feststellbar.

Sind diese Überlegungen richtig, dann muß sich der Einfluß des Elektrodenmaterials bei hohem Druck sehr gut feststellen lassen, denn dann sind die nicht von den Elektroden herrührenden Ionen, die bei tiefem Druck eine beherrschende Rolle spielen, in ihrer Wirksamkeit stark gehemmt.

5. Einfluß der über der Flüssigkeit ruhenden Gase.

In diesem Abschnitt handelt es sich darum festzustellen, ob die Ionen in der Flüssigkeit von der darin eingeschlossenen Luft oder von sonstigen eingeschlossenen Gasen herrühren. Die Versuche wurden mit Stickstoff, Kohlensäure und Wasserdampf ausgeführt. Sauerstoff wurde nicht verwendet, da es bekannt ist, daß dieses Gas die Öle chemisch verändert. Eine chemische Veränderung des Öles infolge des darauf ruhenden Gases würde aber zu ganz falschen Ergebnissen führen.

Das betreffende Gas wurde von der Bombe direkt dem Vakuumgefäß zugeführt; die ganze Apparatur bis zum Verschluß der Bombe wurde bis zu einem Druck von 0,5 mm Hg evakuiert; wurde dann das Gas eingelassen, so befand sich über der Flüssigkeit nur dieses Gas, aber keine Luft mehr. Das Gas wurde meist bis zu einem Druck von 650 mm bis 700 mm Hg eingelassen. Niedrigere Drucke wurden durch Evakuieren eingestellt, höhere durch Einlassen des Gases. Während der ganzen Versuche konnte also keine Luft in die Vakuumapparatur eindringen.

Bei Stickstoff zeigte sich kein Einfluß, weder bei großen noch bei kleinen Flüssigkeitshöhen; der Stickstoff blieb beim einen Versuch 10 Minuten lang, beim anderen zwei Stunden lang unter einem Druck von 690 mm Hg über der Flüssigkeit, ehe die Durchschlagversuche gemacht wurden. In beiden Fällen zeigte sich kein Einfluß, die Durchschlagspannungen waren genau dieselben wie bei den Versuchen mit Luft. Nun kann dies ja davon herrühren, daß Stickstoff ein sehr indifferentes Gas ist; deshalb wurden die Versuche mit Kohlensäure wiederholt. Da zeigte sich nun sofort, daß die Kohlensäure sehr stark von dem Öl absorbiert wird. Wird sie bis zu einem Druck von 675 mm Hg eingelassen, so sinkt der Druck innerhalb 15 Minuten auf 650 mm Hg. Die Kohlensäure blieb $4^1/_2$ Stunden auf dem Öl, während dieser Zeit sank der Druck bis auf 533 mm Hg. Das Öl hatte also eine große Menge Kohlensäure verschluckt. Der nach diesen $4^1/_2$ Stunden ausgeführte Versuch ergab genau dieselben Durchschlagspannungen wie die Versuche mit Luft.

Anschließend an diese Versuche wurde das Öl mit Wasserdampf in Berührung gebracht. Zu diesem Zweck wurde die Vakuumapparatur mit einem Wassergefäß verbunden und auf 5 mm Hg evakuiert. Vorher wurde die Durchschlagspannung des getrockneten Öles festgestellt. Nach drei Stunden zeigte das Öl, über dem sich der Wasserdampf befand, noch dieselbe Durchschlagspannung. Nach 10 Stunden war sie bei den tiefen Drucken in der Nähe des Dampfdruckes sehr stark gesunken,



bei einem Druck von 40 mm Hg ergab sich aber wieder dieselbe Durchschlagspannung wie vor dem Versuch. Damit ist wieder erwiesen, daß die Feuchtigkeit in der Nähe des Dampfdruckes den schädlichsten Einfluß auf die Durchschlagspannung hat. Gleichzeitig sieht man, daß das Öl ohne weiteres 1—2 Stunden mit der Luft in Berührung sein kann, ohne im geringsten etwas von seiner elektrischen Festigkeit zu verlieren.

6. Einfluß der Temperatur.

Die Versuche mit verschiedenen Temperaturen verfolgten einen dreifachen Zweck. Einmal sollte festgestellt werden, ob das Verhalten der Durchschlagspannung bei tiefen Drucken sich mit der Temperatur ändert, ob also bei tiefen Temperaturen die Durchschlagspannung im Gebiet des Dampfdruckes auch vom Druck unabhängig ist oder ob hier ein Minimum auftritt. Zweitens war zu untersuchen, ob der Einfluß der Flüssigkeitshöhe h auf die Durchschlagspannung bei anderen Temperaturen derselbe ist wie bei 20° C. Während sich die erste Feststellung mehr auf tiefere Temperaturen bezog, kamen beim zweiten Versuch auch höhere Temperaturen in Betracht. Drittens sollte festgestellt werden, ob die Durchschlagspannung mit sinkender Temperatur auch dauernd kleiner wird, oder ob in der Nähe des Stockpunktes ein Minimum auftritt und die Durchschlagspannung dann mit sinkender Temperatur wieder steigt. Diese letzte Messung war wichtig im Hinblick auf die in der Literatur gemachten Hinweise auf dieses Minimum. So sprechen z. B. Dräger[1] und Friese von einem Minimum unterhalb einer Temperatur von 0° C.

Die Versuche wurden ausgeführt bei Temperaturen von + 3° C, — 7° C und — 15° C; außerdem wurde noch ein Versuch bei + 45° C gemacht. Bei den Kälteversuchen befand sich das Vakuumgefäß in einer Kältemischung, die in einem größeren Behälter untergebracht war. Als Kältemischung wurde bei den Messungen mit + 3° C schmelzender Schnee verwendet, bei — 7° C Schnee mit wenig Salz, bei — 15° C Schnee mit viel Salz. Die Spannungszuführungen wurden bis zum Glasgefäß unter Öl geführt, da in der Kältemischung ein einfach isolierter Draht nicht genügte. An das Versuchsgefäß wurden mit Pizein zwei Glasrohre angekittet, die mit Paraffinöl gefüllt wurden und in denen die Zuleitungsdrähte liefen. Nachdem das Versuchsgefäß in die Kältemischung gestellt war, wurde so lange gewartet, bis die Temperatur des Öles diejenige der Kältemischung angenommen hatte. Die Temperatur des Öles wurde nach jeder Druckstufe an der Funkenstrecke mit einem Thermometer gemessen; sie blieb sehr konstant. Der Elektrodenabstand wurde erst eingestellt, nachdem die Versuchstemperatur erreicht war.

Bei den Versuchen mit + 45° C wurde das Vakuumgefäß in einem Behälter mit Paraffinöl gebracht. Die Zuführung der Spannung durch das Öl konnte mit blanken Drähten erfolgen. Die Erwärmung erfolgte durch Gasheizung; das Paraffinöl wurde durch Rühren in dauernder Bewegung erhalten. Die Entfernung der Elektroden wurde im warmen Zustand eingestellt. Die Grenzen der Temperatur waren bei diesen Versuchen nach unten durch die Rücksicht auf die Sicherheit des Vakuumgefäßes, nach oben durch den Schmelzpunkt der Schliffette gegeben.

Die Versuche wurden mit Öl I ausgeführt, dessen Stockpunkt nach Angaben des Lieferanten in der Gegend von — 15° C liegt. Man kommt bei diesem Öl bei einer Temperatur von — 15° C bis zu einem Druck von 0,5 mm Hg. Bei tieferen Temperaturen unterhalb 0° C dauerte die elektrische Vakuumtrocknung des Öles erheblich länger als bei der normalen Temperatur. Die Entladungen bei den tiefen Temperaturen sind außerordentlich schwach, so daß es oft schwierig ist, die genaue Durchschlagspannung festzustellen.

---

[1] K. Dräger, Über die Leitfähigkeit von Transformatorenöl. Arch. f. Elektrot. Bd. 13, 1924.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck zeigt bei allen Temperaturen dieselbe Form. Sie ist von dem betreffenden Dampfdruck bis zu einem bestimmten Druck völlig konstant und beginnt dann langsam mit wachsendem Druck zu steigen. Dieser Punkt, bei dem die Durchschlagspannung zu steigen beginnt, — bei Öl I ungefähr bei 30—40 mm Hg —, ist von der Temperatur unabhängig. Auch bei den tiefen Temperaturen ist die Streuung im Gebiet der konstanten Durchschlagspannung sehr klein und wächst erst mit steigendem Druck.

Um die anfangs aufgeworfene zweite Frage nach dem Einfluß der Flüssigkeitshöhe zu klären, wurden bei jeder Temperatur Versuche mit verschiedenen Höhen gemacht.

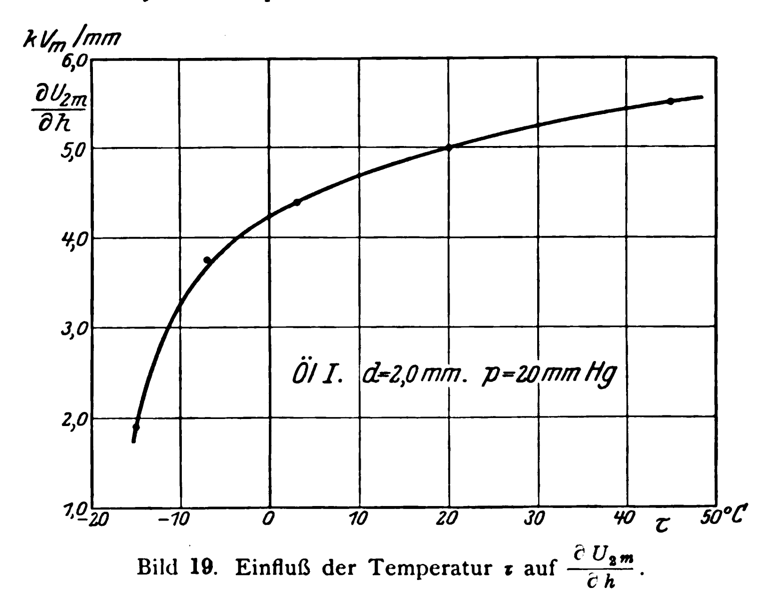


Bild 19. Einfluß der Temperatur τ auf $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$.

Dabei zeigte sich, daß dieser Einfluß bei den tieferen Temperaturen viel geringer wird. Aber auch bei den tiefsten Temperaturen ist die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Flüssigkeitshöhe eine lineare. Ein Maß für diese Abhängigkeit ist die Zunahme der Durchschlagspannung pro Millimeter Flüssigkeitshöhe $\frac{\partial U_{2m}}{d h}$. Der Verlauf dieser Größe, abhängig von der Temperatur, zeigt, wie sehr diese Erscheinung von der Temperatur beeinflußt wird, Bild 19. Gerade in der Nähe des Stockpunktes verschwindet der Einfluß der Flüssigkeitshöhe fast ganz.

Betrachtet man schließlich, um auch die dritte Frage zu beantworten, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, so sieht man, Bild 20, daß die Durchschlagspannung mit sinkender Temperatur sehr stark abfällt. Von einem Minimum in der Stockpunktzone, auch von einer Andeutung an ein solches, ist nichts zu bemerken. Nun ist allerdings diese Untersuchung nur bei einem Druck bis zu 100 mm Hg durchgeführt worden, aber es ist kaum anzunehmen, daß sich der prinzipielle Verlauf der Kurve bei Luftdruck ändert. Zudem stimmt der obere Teil der bei 100 mm Hg gefundenen Kurve (zwischen 5° C und 45° C) sehr gut mit den von Dräger und Spath[1] gefundenen überein. Ein abschließendes Urteil über das Vorhandensein eines Minimums kann allerdings erst abgegeben werden, wenn Messungen an völlig erstarrtem Öl vorliegen. Im vorliegenden Fall war eine solche Messung aus Rücksicht auf das Vakuumgefäß leider nicht möglich[2].

[1] W. Spath, Über die Durchschlagseigenschaften von Transformatorenöl. Arch. f. Elektrot. Bd. 12, 1923.

[2] In der Zwischenzeit wurde eine Arbeit von Y. Toriyama, Untersuchungen an Transformatorenöl, Arch. f. Elektrot. Bd. 19, 1927, veröffentlicht, in der das Minimum bei sehr tiefen Temperaturen festgestellt wurde. Die Messungen gingen bis zu einer Temperatur von — 60° C.

Will man eine Erklärung für die hier geschilderten Erscheinungen finden, so ist es von Vorteil, wenn man die beiden Kurven $\frac{\partial U_{2m}}{\partial h}$ abhängig von der Temperatur und Durchschlagspannung abhängig von der Temperatur, Bild 19 und 20, miteinander vergleicht. Beide zeigen nämlich genau denselben Verlauf. Es ist also naheliegend, die für die eine Erscheinung gefundene Erklärung auch auf die andere anzuwenden. Nun wird ja gewöhnlich und wohl mit Recht für die Abnahme der Durchschlagspannung mit sinkender Temperatur die zunehmende Zähigkeit des Öles verantwortlich gemacht. Auf Grund der Ähnlichkeit der beiden Kurven kann man nun auch die

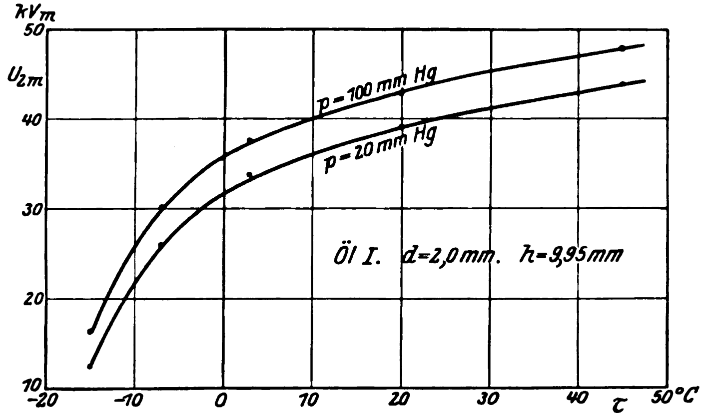


Bild 20. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur.

Veränderung des Höheneinflusses mit der Temperatur mit der Änderung des Zähigkeitsgrades in Zusammenhang bringen. Je größer die Zähigkeit der Flüssigkeit ist, je tiefer also die Temperatur liegt, desto weniger macht sich der Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung bemerkbar. Während sich dieser Zusammenhang bei den früheren Verşuchen zwischen den einzelnen Flüssigkeiten nicht zeigte, tritt er hier mit aller Deutlichkeit auf. Gerade diese Temperaturversuche legen wieder den Gedanken nahe, daß es sich bei dem Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung um einen kinetischen Vorgang handelt.

7. Versuche mit Gleichspannung. Polaritätserscheinungen.

Der Zweck dieser Untersuchung ist, festzustellen, ob die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck bei Verwendung von Gleichspannung dieselbe ist wie bei Wechselspannung. Erzeugt wurde die Gleichspannung mit einer Influenzmaschine. Die Spannung wurde mit einem Hochspannungsvoltmeter von 0 bis 20 kV von Hartmann und Braun gemessen. Die Versuche wurden mit Öl I ausgeführt. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Druck ist dieselbe wie bei den Versuchen mit Wechselspannung. Auch hier ist die Durchschlagspannung bei tiefen Drucken völlig unabhängig vom Druck; der Einfluß der Flüssigkeitshöhe ist derselbe wie bei Wechselspannung. Vergleicht man die Durchschlagspannungen bei Verwendung von Wechselspannung und von Gleichspannung, so sieht man, Bild 21, daß die Gleichspannungswerte tiefer liegen. Die Amerikaner Hayden und Eddy bezeichnen das Verhältnis der Durchschlagspannung bei Gleichspannung zu der bei Wechselspannung als elektrisches Festigkeitsverhältnis; es sei hier mit dem Buchstaben f bezeichnet; damit ist also $f = \frac{\bar{U}_d}{\tilde{U}_d}$. Dieses Verhältnis f beträgt bei einem Druck von 5 mm Hg und einer Flüssigkeitshöhe $h = 6{,}2$ mm 0,884. Nun hat aber Dräger bei seinen Messungen bei Normaldruck einen Wert $f = 0{,}658$ gefunden.

Berechnet man den Wert f bei höheren Drucken, so sieht man, daß er kleiner wird. Bei einem Druck von 100 mm Hg beträgt f nur noch 0,673, und dieser Wert stimmt schon ziemlich mit dem von Dräger gefundenen überein. Die Erscheinung, daß die Durchschlagspannung abhängig vom Druck bei Verwendung von Gleichspannung langsamer steigt als bei Wechselspannung, wurde schon von Kock festgestellt.

Da Spath und Sorge bei Öl Polaritätserscheinungen festgestellt hatten, wurde die Untersuchung auch auf diesen Punkt ausgedehnt. Die beiden erwähnten Beobachter fanden eine höhere Durchschlagspannung, wenn die kleinere Elektrode Kathode war. Zunächst wurden folgende zwei Anordnungen untersucht:

1. Kleine gegen große Elektrode von gleichem Material.
2. Zinkelektrode gegen Kupferelektrode gleicher Größe.

Bei 1. hatte die kleine Elektrode einen Durchmesser von 15 mm, die große von 30 mm. Diese Untersuchung wurde bei einem Elektrodenabstand von 2,0 mm und von 0,7 mm ausgeführt. Bei 2. hatten die Elektroden einen Durchmesser von 20 mm. Bei diesen beiden Anordnungen sind bei tiefem Druck keine nachweisbaren Polaritätserscheinungen vorhanden. Dann wurde noch untersucht, ob sich bei der Zylinderfunkenstrecke Polaritätserscheinungen bemerkbar machen. An die Stelle des Innenzylinders wurde bei dieser Messung ein Draht von 1 mm Durchmesser gebracht. Bei dieser Anordnung zeigten sich auch bei tiefem Druck schwache Polaritätserscheinungen, und zwar in demselben Sinn, wie er von Spath und Sorge gefunden wurde: höhere Durchschlagspannung, wenn die kleine Elektrode Kathode ist. Bei einem Druck von 20 mm Hg ergaben sich folgende Werte:

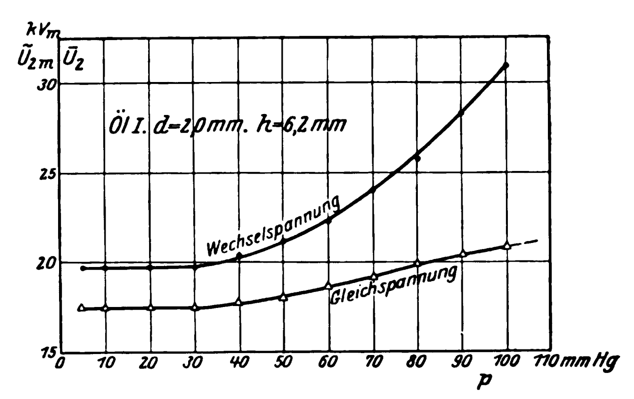


Bild 21. Vergleich der Versuche mit Gleich- und Wechselspannung.

	Drahtelektrode positiv	Drahtelektrode negativ
Durchschlagspannung . . .	16,0 kV	17,0 kV
Streuung	2,0%	3,1%.

Der durch die verschiedene Polarität bedingte Unterschied der Durchschlagspannungen beträgt allerdings nur 6,25%, ist also gegenüber den von Sorge und Spath gefundenen Werten gering. Dies läßt sich sowohl durch die verschiedenartige Versuchsanordnung als auch durch die Verschiedenheit der Drucke erklären, bei denen gearbeitet wurde.

Zusammenfassung.

Will man die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung kurz zusammenstellen, so wäre etwa folgendes zu sagen:

Es wurde eine Trockenmethode ausgearbeitet, die es gestattet, die Flüssigkeit direkt vor dem Versuch in dem Prüfgefäß in weitgehendem Maße zu trocknen. Die Flüssigkeit wird in dem Versuchsgefäß unter tiefen Druck gesetzt, so daß sie lebhaft siedet; während der ganzen Trocknung saugt die Pumpe die entstehenden Flüssigkeitsdämpfe weg. Gleichzeitig werden durch Anlegen von Spannung Durchschläge erzeugt. An der zunehmenden Durchschlagspannung läßt sich das Maß der Trocknung erkennen. Steigt die Durchschlagspannung nicht mehr, dann ist die Trocknung vollendet. Diese Trocknung dauert je nach Art der Flüssigkeit und je nach der Flüssigkeitshöhe 7—40 Minuten; sie ist noch intensiver als die chemische Trocknung durch Einpressen von metallischem Natrium in die Flüssigkeit.

Die Durchschlagspannung nimmt mit fallendem Druck zunächst linear ab, sinkt dann weniger rasch und bleibt von einem bestimmten Druck ab, der von der Temperatur unabhängig ist, bis zum Dampfdruck völlig konstant. Die Streuung ist in dem Gebiet der konstanten Durchschlagspannung sehr gering (0,3—0,5%) und wird erst größer, wenn die Durchschlagspannung zu steigen beginnt; sie nimmt dann mit wachsendem Druck zu. Letzte Spuren von Feuchtigkeit sind nur in dem Gebiet des Dampfdruckes schädlich, und zwar ziemlich stark; bei höheren Drucken ist ihr Einfluß nicht mehr zu bemerken. Bei drei Ölen und zwei Kohlenwasserstoffen wurden im wesentlichen dieselben Erscheinungen beobachtet.

In dem Druckgebiet, wo die Durchschlagspannung vom Druck unabhängig ist, macht sich ein starker Einfluß der Flüssigkeitshöhe über den Elektroden geltend. In einem bestimmten Höhenbereich, der bei den Ölen größer ist als bei den Kohlenwasserstoffen, nimmt die Durchschlagspannung linear mit der Flüssigkeitshöhe zu. Von einer bestimmten Höhe ab verschwindet dieser Einfluß. In Betracht kommt die Höhe von dem Flüssigkeitsspiegel bis zur Elektrodenoberkante. Dieser Einfluß wird kleiner mit wachsendem Druck und mit abnehmendem Elektrodenabstand.

Bei kleinen Flüssigkeitshöhen besteht fast keine Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenabstand. Bei zunehmender Höhe wächst diese Abhängigkeit. Ist diejenige Höhe erreicht, von der ab kein Höheneinfluß mehr auf die Durchschlagspannung besteht, dann hat die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vom Elektrodenabstand denjenigen Grad erreicht, den sie bei normalem Luftdruck auch besitzt.

Das Elektrodenmaterial hat bei tiefen Drucken keinen Einfluß auf die Durchschlagspannung, bzw. ist von einem solchen Einfluß nichts wahrzunehmen. Mit wachsendem Druck macht sich allmählich ein Einfluß bemerkbar, jedoch sind die Unterschiede so gering, daß sie oft innerhalb der durch die Streuung bedingten Schwankungen liegen. Zur Verwendung kamen Kupfer-, Messing- und Zinkelektroden.

Die über der Flüssigkeit ruhenden Gase Stickstoff und Kohlensäure haben auf die Durchschlagspannung keinen Einfluß; Wasserdampf setzt die Durchschlagspannung in der Gegend des Dampfdruckes nach einigen Stunden herab. Eine dreistündige Berührung des Wasserdampfes mit der Flüssigkeitsoberfläche hat noch keinen meßbaren Einfluß auf die Durchschlagspannung.

Die Durchschlagspannung nimmt mit sinkender Temperatur ab. Von dem in der Literatur des öfteren erwähnten Minimum in der Stockpunktzone konnte nichts festgestellt werden. Die Druckabhängigkeit der Durchschlagspannung hat auch bei tiefen Temperaturen dieselbe Form wie bei 20° C. Der Einfluß der Flüssigkeitshöhe auf die Durchschlagspannung verschwindet bei den Temperaturen in der Stockpunktzone fast völlig. Der Temperaturbereich ging von — 15° C bis + 45° C.

Auch bei Verwendung von Gleichspannung ist die Durchschlagspannung in der Nähe des Dampfdruckes völlig unabhängig vom Druck. Der Anstieg derselben mit wachsendem Druck erfolgt langsamer als bei Verwendung von Wechselspannung. Der Einfluß der Flüssigkeitshöhe ist etwa von derselben Größenordnung wie bei den Wechselspannungsversuchen. Polaritätserscheinungen sind in schwachem Ausmaß vorhanden bei Verwendung einer Zylinderfunkenstrecke mit einem äußeren Zylinder von 10 mm Durchmesser und einem inneren Zylinder von 1 mm Durchmesser.

Die vorliegende Arbeit wurde im elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München ausgeführt. Herrn Professor Dr.-Ing. W. O. Schumann, auf dessen Veranlassung die Arbeit ausgeführt wurde, möchte ich an dieser Stelle für seine reiche Unterstützung meinen verbindlichsten Dank aussprechen.

Ebenso möchte ich der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaft meinen ergebensten Dank aussprechen für die Gewährung der zur Durchführung der Arbeit notwendigen Mittel.



Untersuchungen über Spitzenentladungen in Transformatorenölen.

Von

Alexander Nikuradse.

(Elektrophysikalisches Laboratorium der Technischen Hochschule München.)

Inhalt.



Einleitung.

Die bisherigen Arbeiten haben das Verhalten von Transformatorenölen als Dielektrika und die Entladungserscheinungen im Öl studiert, indem Durchschläge vorgenommen wurden. In der vorliegenden Arbeit werden dieselben Probleme behandelt durch die Beobachtung, wie sich die Stromspannungsverhältnisse von niederen Spannungen bis zur Entladung, insbesondere kurz vor der Entladung ausbilden[1]. Die Entladungen selbst wurden gewöhnlich vermieden, um den Zustand des Öles nicht zu verändern. Doch wurden auch Stromspannungskurven einschließlich des Durchschlages aufgenommen.

Es sollte untersucht werden, welchen Einfluß das Elektrodenmaterial, die Beschaffenheit der Elektrodenoberflächen und die Polarität auf die Stromspannungskurven und die Entladungserscheinungen haben.

Da die Entladung in Gasen bei der Elektrodenanordnung Spitze gegen Platte nicht sofort eintritt, sondern sich allmählich ausbildet, so wurde diese Elektrodenanordnung bei vorliegenden Untersuchungen zugrunde gelegt. Es wurden Versuche auch mit anderen Elektrodenanordnungen durchgeführt.

A. Gleichstrommessungen.

I. Versuchsanordnung.

Die Gleichstrommessungen wurden mit der im Bild 1 dargestellten Schaltung vorgenommen. Die Pole der Influenzmaschine JM sind mit den Elektroden P und S verbunden, zu denen parallel ein Hochspannungsvoltmeter HV und eine Saugfunkenstrecke SF liegt. Die Zuleitung zu der Elektrode S ist durch Bernstein BS unterbrochen. Von den Anschlußklemmen K_1 und K_2 führt eine Zuleitung entweder zu einem Galvanometer oder zu einer Verstärkerapparatur, die in der oberen Skizze nicht angegeben ist.

[1] Im Herbst 1925 hat Herr Prof. Dr. W. O. Schumann im Physikal. Kolloquium München einen Vortrag gehalten, in dem er u. a. über die Durchschlagsphänomene in flüssigen Dielektrika gesprochen hat und darauf hinwies, daß die Erforschung der Ausbildung der Stromspannungsverhältnisse zur Klärung des Durchschlagsmechanismus beitragen könnte. (Die vorliegende Arbeit war z. Z. im Gange.)

Im Frühjahr 1927 wurde der Inhalt dieser Arbeit von Herrn Prof. Dr. W. O. Schumann bei der Tagung der Höchstspannungsgesellschaft in Nürnberg (4. bis 5. IV. 1927) vorgetragen. Die kurze Zusammenfassung dieses Vortrages ist im V.-Bericht Nr. 40, 30. VI. 1927 erschienen: „Messungen an Ölen und isolierenden Flüssigkeiten sonstiger Art".



Als Stromquelle diente eine Hochleistungsinfluenzmaschine nach Alfred Wersen, die aus einer festen Scheibe und zwei rotierenden bestand und eine maximal zulässige Tourenzahl von 2000 pro Minute hatte. Sie wurde von einem Gleichstromnebenschlußmotor (Leistung 0,5 PS; 110 V; 5,1 A.) angetrieben.

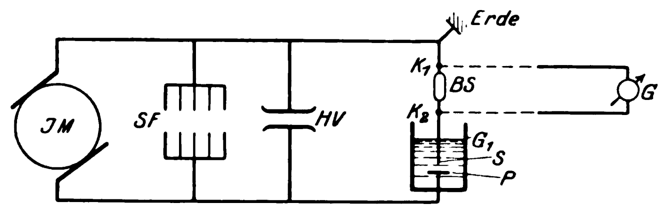


Bild 1. Versuchsanordnung.

JM Hochleistungsinfluenzmaschine,
SF Saugfunkenstrecke zur Spannungsbegrenzung,
HV Hochspannungsvoltmeter,
K_1 K_2 Anschlußklemmen des Galvanometers,
BS Bernstein,
G Galvanometer,
G_1 Ölgefäß,
S Spitzenelektrode,
P Plattenelektrode.

Da bei vorliegenden Untersuchungen die Polaritätserscheinungen eine wichtige Rolle spielten, so mußte man sich bei Beginn der Versuche überzeugen, ob sich die Polarität der Hochspannungsinfluenzmaschine seit der letzten Benützung nicht geändert hat.

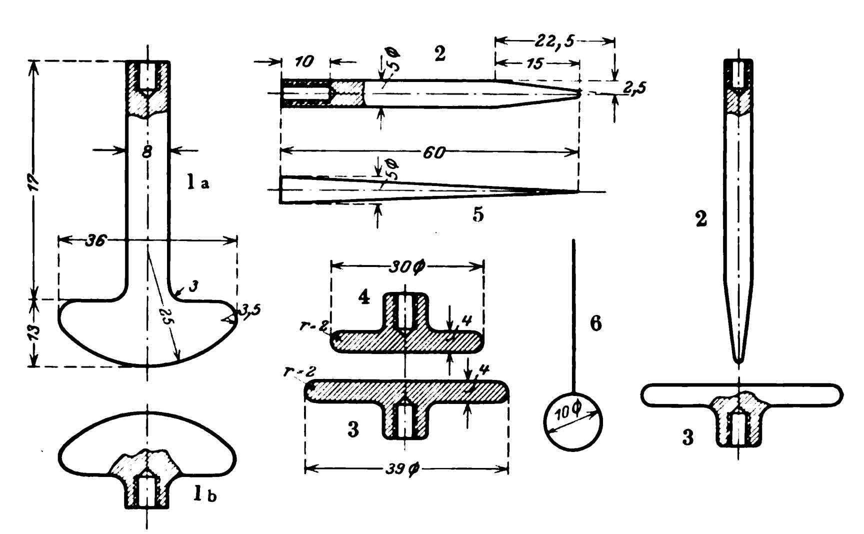


Bild 2. Elektroden.

1a. Obere, 1b. Untere } Kugelkalotten aus Stahl,
2. Abgerundete Spitzenelektrode { aus *Ag, Au, Al, Zn, Cu, Ni, Fe, Pb,* Messing, Stahl, Bogenlampenkohle,
3. Große Plattenelektrode aus *Cu*,
4. Kleine Plattenelektrode aus *Cu, Zn, Fe, Al,* Stahl, Messing,
5. Scharfe Spitzenelektrode aus *Cu, Fe,* Stahl, Messing,
6. Kugelelektrode aus Stahl.

Die Spannungsänderung geschah durch Regulierung der Tourenzahl des Antriebsmotors oder durch Verstellen des Querkonduktors der Influenzmaschine.

Die Spannungsregulierung nach den oben erwähnten Methoden genügte den Ansprüchen bei den vorliegenden Messungen nicht, vor allem war es nicht möglich, kleine Spannungen einzustellen. Dazu wurde die Saugfunkenstrecke zur Spannungs-

begrenzung gebaut. Auf einer Bank standen 2 Isolatoren (Höhe 40 cm, Durchmesser 10 cm), die je eine 25 cm lange Messingstange trugen. An jeder Messingstange befanden sich 5 Messingspitzen (Länge 8 cm). Durch eine auf der Bank angebrachte Führung war es möglich, die Entfernung der Spitzen zu variieren. Die gegeneinander gerichteten Spitzen verursachten Energieverluste der Influenzmaschine. Mit kleiner werdender Entfernung werden diese Verluste größer und damit wird die Spannung der Influenzmaschine kleiner.

Als Zuleitungen wurden blanke Messingröhren von 10 mm Durchmesser verwendet, deren Enden so geformt waren, daß keine Sprüherscheinungen auftreten konnten. Sie wurden möglichst kurz gehalten und weit voneinander geführt.

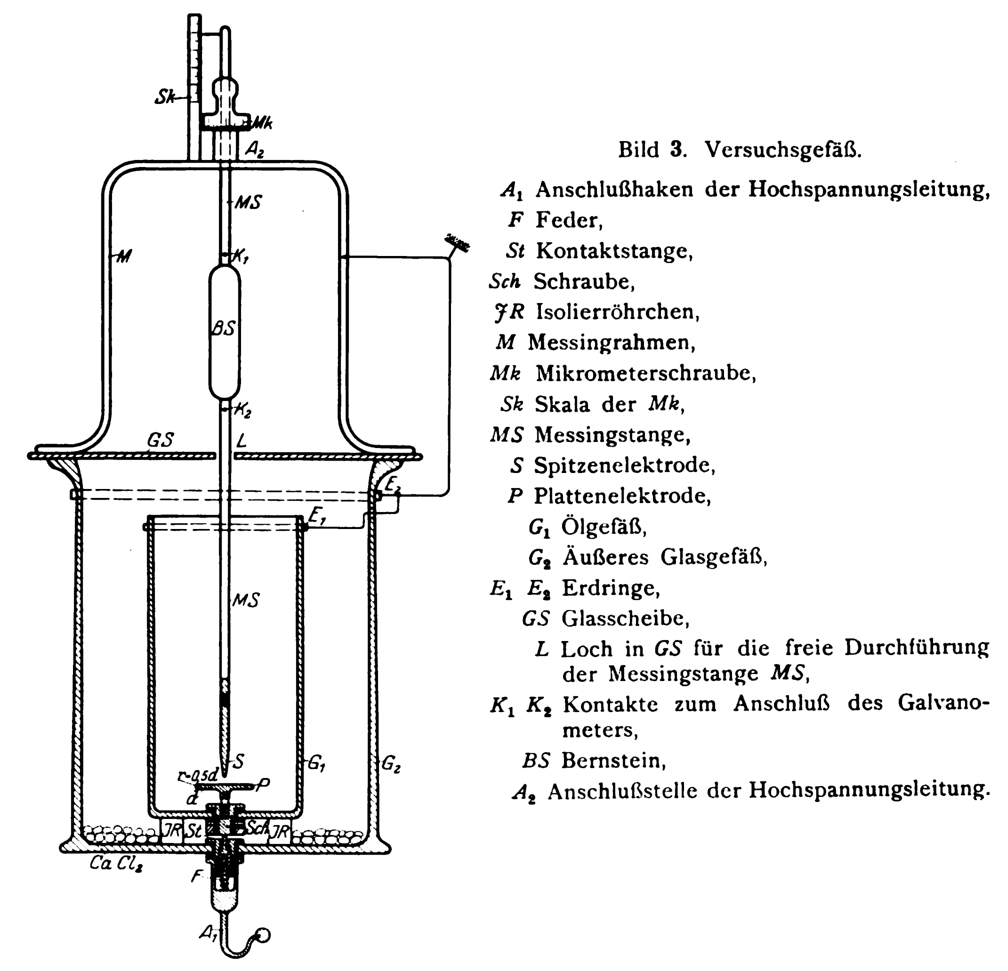


Bild 3. Versuchsgefäß.

A_1 Anschlußhaken der Hochspannungsleitung,
F Feder,
St Kontaktstange,
Sch Schraube,
JR Isolierröhrchen,
M Messingrahmen,
Mk Mikrometerschraube,
Sk Skala der Mk,
MS Messingstange,
S Spitzenelektrode,
P Plattenelektrode,
G_1 Ölgefäß,
G_2 Äußeres Glasgefäß,
E_1 E_2 Erdringe,
GS Glasscheibe,
L Loch in GS für die freie Durchführung der Messingstange MS,
K_1 K_2 Kontakte zum Anschluß des Galvanometers,
BS Bernstein,
A_2 Anschlußstelle der Hochspannungsleitung.

Elektroden. Die bei der vorliegenden Arbeit benützte Elektrodenanordnung war:

1. Scharfe Spitze gegen Platte.
2. Abgerundete Spitze gegen Platte.
3. Kugel gegen Platte.
4. Ungleich große Platten gegeneinander.
5. Zwei Kugelkalotten gegeneinander.

Die abgerundeten Spitzen wurden aus verschiedenen Materialien hergestellt und zwar aus Gold, Silber, Aluminium, Kupfer, Zink, Nickel, Eisen, Stahl, Messing und Bogenlampenkohle. Die Kugel- und Kugelkalottenelektroden waren aus Stahl. Auch die Plattenelektroden waren aus verschiedenen Materialien hergestellt. Die Maße der Elektroden sind aus den Skizzen (Bild 2) ersichtlich.

Versuchsgefäß. Auf zwei großen Porzellanisolatoren stand ein Holzständer, der zwei Hartgummiquerbalken trug.

Auf den Querbalken stand ein Glasgefäß G_2 [Bild 3 (Innendurchmesser 19 cm, Höhe 25,5 cm)], in dem sich das eigentliche Ölgefäß G_1 aus Glas (Innendurchmesser 9,5 cm, Höhe 20 cm) befand. In der Nähe der oberen Ränder beider Gefäße waren die Erdringe E_1 und E_2 angebracht, die mit der Erde verbunden waren. Bild 3 zeigt, wie der Kontakt zwischen der Plattenelektrode P und dem Anschlußhaken A_1 hergestellt wird. Die Feder F drückt die Stange St nach oben. Wird das Ölgefäß G_1 in das Gefäß G_2 hineingestellt, wie die Zeichnung angibt, so drückt die Scheibe Sch auf die herausragende Stange St, die infolge des Druckes sinkt. Dadurch wird ein guter Kontakt erreicht. Das Gefäß G_1 ruht dabei hauptsächlich auf drei Isolierröhrchen IR. Die Dichtungsringe im Innern des Ölgefäßes bestehen aus Blei und dürfen nicht etwa aus Leder genommen werden, das das Öl verunreinigen würde. Der Anschlußhaken A_1 gestattet die Verbindung mit der Hochspannungszuleitung.

Auf den Flansch des Gefäßes G_2 wird eine Glasscheibe GS (Durchmesser 25 cm) aufgesetzt, die in der Mitte ein 12 mm großes Loch L hat. Der auf der Glasscheibe GS angebrachte Messingrahmen M trägt in der Mitte eine Messingstange MS, auf die die obere Elektrode S aufgeschraubt werden kann. Die Messingstange MS wird oberhalb der Glasscheibe GS durch ein Bernsteinzwischenstück BS (Durchmesser 2,2 cm, Länge 9 cm) unterbrochen. An den Kontakten K_1 und K_2 wird die Stromverstärkerapparatur oder das Galvanometer angeschlossen. Die Mikrometerschraube MK gestattet die Einstellung der Elektrodenentfernung mit einer Genauigkeit von 0,01 mm. SK bedeutet die Skala neben der Mikrometerschraube. Durch das Verstellen der Mikrometerschraube MK wird die Messingstange MS nur gehoben und nicht gedreht; dadurch ist es möglich, die Elektrodenentfernung bei angeschlossenem Galvanometer einzustellen. Für die Einstellung des Nullpunktes wurde jeweils an A_1 und K_2 eine Spannung angelegt und die Mikrometerschraube so lange gedreht, bis das im Stromkreis befindliche Amperemeter einen Ausschlag gab. In diesem Augenblick war also die Elektrodenentfernung $\delta = 0$. Alle leitenden Bestandteile oberhalb der Glasscheibe GS, die beiden Erdringe E_1 und E_2 und die obere Elektrode, die meistens Spitze war, sind miteinander verbunden und immer geerdet. Die Hochspannungsleitungen wurden jeweils an A_1 und A_2 gelegt.

Auf dem Boden des Glasgefäßes G_2 befindet sich Chlorkalzium $CaCl_2$ als Trocknungsmittel der Luft.

II. Spannungsmessung.

Die Spannungsmessung wurde direkt an der Funkenstrecke vorgenommen. Zu diesem Zweck diente ein zuverlässiges elektrostatisches Hochspannungsvoltmeter, das in einem späteren Aufsatz genauer beschrieben werden soll.

III. Strommessung.

1. Eliminierung der Fehlerströme. Die bereits angegebene Konstruktion des Versuchsgefäßes ist hauptsächlich mit Rücksicht auf die Eliminierung der Fehlerströme getroffen worden. Die Vorversuche haben gezeigt, daß die Kriechströme entlang der Glaswand ziemlich groß waren und die Meßergebnisse fälschten. Da es sich bei diesen Versuchen um exakte Messungen handelte, mußte dafür gesorgt werden, daß diese Gleitströme nicht mitgemessen werden konnten. Der Strom, der von der Stromquelle ankommt, geht nicht nur durch das Dielektrikum, sondern verzweigt sich vor den Gefäßen G_1 und G_2 in die Gleitströme einerseits und den Strom durch das Dielektrikum andererseits. Alle die dabei entstandenen Kriechströme fließen den Glaswänden entlang und werden durch die Erdringe E_1 und E_2 abgefangen. Die Messingstange MS geht frei durch das Loch L. Also wird durch das Galvanometer nur der durch das Dielektrikum fließende Strom angezeigt.



2. Galvanometer. Die Strommessungen sind vorwiegend mit einem von der Firma Siemens und Halske gelieferten Galvanometer mit der Empfindlichkeit von etwa $6{,}10^{-9}$ Amp. vorgenommen worden. Der innere Widerstand des Instrumentes betrug 500 Ohm. Um das Schleichen des Ausschlages zu vermeiden, wurde ein Widerstand von 9500 Ohm eingeschaltet. Die Schwankungen waren nahezu aperiodisch gedämpft. Die Eichung geschah mit Hilfe einer bekannten Spannung und eines Rheostaten.

3. Verstärkerapparatur. Für die Messungen sehr kleiner Ströme, die durch das Galvanometer nicht oder nur sehr schwer meßbar waren, wurde eine Stromverstärkerapparatur aufgebaut. Die dazu verwendete Verstärkerröhre war von Siemens u. Halske, A.-G. Im Gitterstromkreis wurde ein Loewe-Widerstand R_g eingebaut (Bild 4)[1]. Als Heizspannung E_h wurden 6 Volt angelegt, der Heizstrom $\mathfrak{J}_h$ betrug 0,52 Amp. Der Spannungsabfall in dem Widerstand R wurde als Gittervorspannung benutzt. Die Anodenspannung E_a wurde 100 Volt gewählt. Der Anodenwiderstand

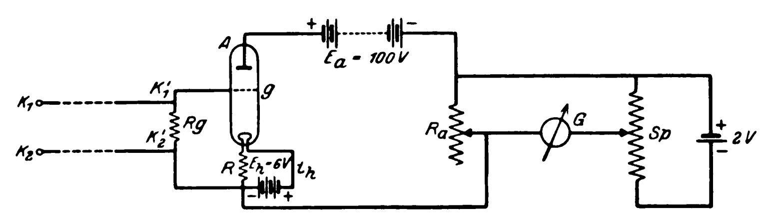


Bild 4. Stromverstärkerapparatur.

K_1 K_2 Anschlußklemmen des Versuchsgefäßes,
K_1' K_2' Klemmen von R_g,
R_g Widerstand im Gitterstromkreis,
R Widerstand zur Erzeugung der Gittervorspannung,
A Anode,
g Gitter,
E_a Anodenspannung,
R_a Anodenwiderstand,
E_h Heizspannung,
G Galvanometer,
Sp Spannungsteiler.

R_a war variabel. Das Galvanometer g mit einer Empfindlichkeit von 10^{-6} Amp. wurde in einen Kompensationsstromkreis eingebaut, der sich im Anodenstromkreis befand. Die Kompensationsspannung wurde an einem Spannungsteiler Sp, an dem 2 Volt lagen, abgenommen.

K_1' und K_2' werden mit den Klemmen K_1 und K_2 des Versuchsgefäßes verbunden.

4. Eichung der Verstärkerapparatur. Ist die Verstärkerapparatur mit dem Versuchsgefäße verbunden und fließt durch das Dielektrikum, also auch durch R_g ein Strom, so wird ein Ausschlag im Galvanometer G erzeugt. Ist der Strom Null, so muß das Instrument G auch auf Null stehen. Das kann dadurch erreicht werden, daß das Galvanometer in einen Kompensationsstromkreis gelegt wird. Durch den Anodenstromkreis fließt bei bestimmter Gitterspannung ein bestimmter Anodenstrom I_a, der an dem Anodenwiderstand R_a einen Spannungsabfall in bestimmter Richtung erzeugt. Diesem Spannungsabfall wirkt eine ebenso große Spannung von dem Spannungsteiler Sp entgegen, so daß kein Strom durch den Kompensationsstromkreis fließen kann.

Bei konstantem Anodenwiderstand R_a wurde eine Charakteristik der Röhre aufgenommen und an Hand dieser Charakteristik durch Wahl des Widerstandes R an ihm eine solche Gittervorspannung erzeugt, bei der die Röhre am steilsten Teil ihrer Charakteristik arbeitete. Wird jetzt an R_g ein Spannungsabfall erzeugt, so wird durch Vergrößerung oder Verkleinerung der Gitterspannung eine Stromänderung

[1] Auf die Isolation der Röhre wurde streng geachtet. Der Isolationswiderstand der Röhre war bedeutend größer als R_g. Von Zeit zu Zeit wurden R_g und der Isolationswiderstand kontrolliert.

im Anodenstromkreis und damit auch ein Ausschlag im Galvanometer G hervorgerufen. So kann man eine Kurve aufnehmen, die die Abhängigkeit der Spannungsabfälle an R_g von den Galvanometerausschlägen darstellt. Da aber die Größe des Widerstandes R_g bestimmt war, so konnte man die durch ihn fließenden Ströme errechnen, und dadurch eine Beziehung zwischen diesen Strömen und den Galvanometerausschlägen aufstellen. Durch Änderung des Gitterwiderstandes R_g kann man verschiedene Meßbereiche einstellen, und zwar wird die Empfindlichkeit der Verstärkerapparatur größer, wenn man R_g vergrößert. Auch durch Wahl von R_a kann man die Empfindlichkeit der Anordnung variieren. Durch Vergrößerung des Anodenwiderstandes R_a wird die Steilheit der Charakteristik verkleinert und damit auch die Empfindlichkeit der ganzen Anordnung heruntergesetzt.

Die Eichung wurde für drei Meßbereiche vorgenommen.

IV. Reinigung und Trocknung der Gefäße.

Die Versuchsgefäße müssen sorgfältig gereinigt und getrocknet werden. Sie werden zuerst mit Benzol oder mit Chromsäure ausgespült, um sie von Fett und Schmutz zu befreien, dann mit Leitungswasser gut ausgewaschen. Nachher müssen sie mit destilliertem Wasser zweimal ausgespült werden, damit die Spuren vom Leitungswasser mit den in ihnen gelösten Substanzen entfernt werden. Die Alkoholspülung entfeuchtet das Gefäß. Dann werden sie mit absolutem Alkohol und dann mit Äther ausgespült, um die Alkoholreste wieder zu entfernen. Durch Trocknung bei niedrigen Temperaturen oder durch Hineinblasen von vorgewärmter Luft werden die letzten Spuren von Äther entfernt und das Gefäß vollständig getrocknet. Wenn getrocknete Gefäße in der Luft längere Zeit stehen, so nehmen sie die Luftfeuchtigkeit auf. Gewöhnlich wurde kein Äther genommen, sondern die Gefäße wurden statt dessen stundenlang bei ungefähr 150° C getrocknet.

Das Anfassen von Versuchs- oder Öltrocknungsgefäßen mit einem Tuch oder dgl. wurde vermieden oder wenigstens so vorsichtig gemacht, daß keine Fasern in das Gefäß kommen konnten. Überhaupt muß man immer sehr darauf achten, daß alles, was das Öl verunreinigen könnte, vermieden wird. Es hat gar keinen Sinn, das Öl in jeder Beziehung sorgfältig zu reinigen, wenn alle die mit ihm in Berührung kommenden Teile nicht ebenso sorgfältig gereinigt sind.

V. Ölbehandlungsmethoden.

1. Allgemeines. Da es sich bei den vorliegenden Untersuchungen um das exakte Studium der Vorgänge in Transformatorenölen bei hohen Feldern, die kurz vor dem Durchschlag stehen, handelt, so war es für die Experimente notwendig, möglichst reine Öle zu verwenden. Deshalb sollten die geeigneten Methoden der Ölbehandlung ausgearbeitet werden. Es sind in dieser Richtung systematische Untersuchungen vorgenommen worden. Zunächst sollte die Frage entschieden werden, welche Filtration vorzuziehen ist.

Für jede Versuchsreihe wurde das Öl frisch dem Behälter entnommen und nach verschiedenen Methoden gereinigt. Die Elektroden wurden nach jeder Versuchsreihe nach Methode d (siehe Einfluß der Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche) behandelt. Die Bedingungen der Elektrodenbehandlung wurden streng konstant gehalten.

Die Bewertung des Öles geschah nicht nur nach den Durchschlagswerten, sondern auch nach der Reproduzierbarkeit der Stromspannungskurven. Gut gereinigtes Öl sollte nicht nur große Durchschlagswerte geben, sondern vor allem auch die Reproduzierbarkeit der Kurven $J = f(U)$ gestatten. Mit Öl I wurden Durchschlagsversuche bei verschiedenen Reinheitsgraden vorgenommen, wobei auch nebenbei das Verhalten des Stromes beobachtet wurde. Bei der Bewertung der Ölreinigungs-



methoden wurde bei den Versuchen mit Öl II, III und IV hauptsächlich die Reproduzierbarkeit der $J = f(U)$-Kurven zugrunde gelegt. Erst zum Schluß der Untersuchungen jeder einzelnen Ölreinigungsmethode durften auch Durchschlagswerte aufgenommen werden, da die Durchschläge das Öl sonst verunreinigt hätten, und dadurch die Verhältnisse im Öl verändert worden wären.

Es empfiehlt sich, die Filtration in einem trockenen Raum (z. B. in einem großen Exsikkator in Anwesenheit von Chlorkalzium oder Phosphorpentoxyd als Trocknungsmittel der Luft) vorzunehmen, wenn man nach ihr keine Trocknung vornimmt. Durch die Filtration werden nicht nur die Fasern und verschiedene andere fremde Beimengungen entfernt, sondern das Öl wird dabei auch trockener. Geht der Prozeß in einem feuchten Raum vor sich, so kann von dem Öl die Luftfeuchtigkeit aufgenommen werden.

Die dabei gewählte Elektrodenanordnung war vorwiegend Anode: geerdete Kupferspitze gegen Kathode: Kupferplatte mit einer Elektrodenentfernung $\delta =$ 1 mm oder $\delta = 2$ mm.

Zur Untersuchung gelangen folgende Ölsorten:

Öl I. Verteerungszahl unter 0,3.
Öl II.
Öl III.
Öl IV.
Öl V. Verteerungszahl = 0,2.
$d_{15} = 0{,}817$; Fp 153°; $f_{e20} = 6{,}5$; $ep = \div 30°$.
Frei von Asche und Säure.

2. Filtration[1]. Um einen guten Überblick über die Güte der Filtrationen mit verschiedenen Filtern zu bekommen, ist das Öl zuerst in ungereinigtem Zustand untersucht worden, dann durch Weichfilter, Tonzelle, feinstes Glasfilter (Firma Schott, Gen., Jena, Sorte 25, 96/<7), doppeltes pergamentartiges Hartfilter (Firma Schleicher und Schüll, Düren/Rheinland), Membran-, Cella-, Ultrafilter[2] (Firma Dr. Kratz, Göttingen) filtriert und die Ergebnisse der verschiedenen Filtrationen verglichen worden.

Die Membran-, Cella-, Ultrafilter werden aus organischen Lösungen der Nitrozellulose hergestellt. Je nach den Herstellungsmethoden besitzen sie verschiedene Porenweite (4 Sorten: feinst, fein, mittel, grob). Infolge der Porenfeinheit können die Filter sogar mikroskopische Teilchen zurückhalten. Die Filtration mit diesen Filtern wurde im Trockenschrank bei 70—80° C mit Hilfe einer Pumpe vorgenommen. Die Erwärmung des Filters unter Öl schadet dem Filter nichts. Der Vorgang dauert lange, man bekommt dafür gut gereinigtes Öl. Die feineren Sorten der Ultrafilter sind nur für dünnflüssige Öle durchlässig.

[1] J. Sorge, Über die elektrische Festigkeit einiger flüssiger Dielektrika. Arch. f. Elektrot. Bd. XIII, 1924, H. 3, S. 189. — V. Engelhardt, Zur Messung der dielektrischen Festigkeit von Isolierölen. Arch. f. Elektrot. Bd. XIII, 1924, H. 3, S. 181. — K. Dräger, Über die Leitfähigkeit und die dielektrische Festigkeit von Transformatorenölen. Arch. f. Elektrot. Bd. XIII, H. 3, 1924, S. 366. — F. Schröter, Reinigung und Durchschlagsfestigkeit von Transformatorenöl. Arch. f. Elektrot. Bd. XII, 1923, H. 1. — R. Friese, Über die Durchschlagsfestigkeit von Isolierölen. Wissenschaftl. Veröffentl. a. d. Siemenskonzern Bd. I, H. 2. — W. Spaht, Über die Durchschlagseigenschaften der Transformatorenölen. Arch. f. Elektrot. Bd. XII, 1923, H. 4, S. 331.

[2] Spring, Koll.-Zeitschrift 4, 1909, 161; 6, 1910, 11, 109, 164. — Zsigmondy, Kolloid-Chemie, Leipzig 1912, S. 211. — W. Bachmann, Über Membranfilter, ihre Wirkung und Anordnung in Wissenschaft und Technik. Vortrag a. d. Tagung d. Ver. d. Chem. zu Würzburg, 1919, Ch. Ztg. Jahrg. 110, 1919, 595; Zeitschr. angew. Chemie 32, II, 1919, 616. — R. Zsigmondy, Über feinporige Filter und neue Ultrafilter. Zeitschr. angew. Chemie, Jahrg. 39, Nr. 12, 25, III, 1926. — R. Zsigmondy und W. Bachmann, Über neue Filter. Zeitschr. angew. Chemie 105, 119, 128 1918, C 1918, Bd. II, 430.

3. Trocknung. Die Öle wurden getrocknet, nachdem sie mit Glasfilter, Hartfilter, Membran-, Cella- oder Ultrafilter filtriert worden waren, was eine Verbesserung des Öles mit sich brachte, weil dadurch das Wasser herausgedampft wurde. Das zu trocknende Öl wurde im Trockenschrank gleichmäßig und allmählich auf 110° bis 115°—120° C (je nach der Ölsorte) gebracht; das dauerte ungefähr eine Stunde. Die Trocknung wurde in einem besonderen Glasgefäß von der Firma Schott Gen., Jena, vorgenommen, das bei hohen Temperaturen keine Alkalien abgibt. Die Trocknungsdauer des Öles spielt auch eine Rolle. Je länger es getrocknet wird, um so besser wird es. Jedoch hat es wenig Sinn, über 5—6 Stunden zu trocknen. Als Beginn der Trocknung gilt die Zeit, bei der das Öl die Temperatur über 100° C erreicht hat. Es muß darauf geachtet werden, daß keine Überhitzung des Öles eintritt.

4. Elektrische Behandlung. a) Brückenfänger. Es kann angenommen werden, daß bei der Filtration die ganz feinen Fremdsubstanzen, die viel feiner sein können als die Poren des Filters, mit dem Öl zusammen das Filter passieren. Auch diese Beimengungen könnten auf die Vorgänge im Öl (Entladungserscheinungen, Stromstärke, Stromverlauf usw.) einen Einfluß haben. Da sie meist eine größere Dielektrizitätskonstante haben als das Öl, so werden sie in das starke Feld hineingezogen und können durch folgende Vorrichtung (Bild 5) aus dem Öl ent-

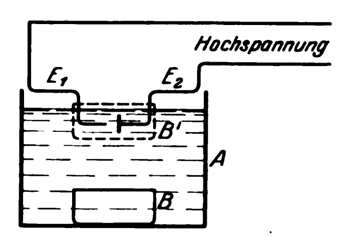


Bild 5. Brückenfänger.
E_1 E_2 Elektroden, A Großes Glasgefäß, (B') B Kleines Glasgefäß.

fernt werden. Bereits filtriertes Öl kommt in das Glasgefäß A, in dem sich ein kleines Gefäß B befindet. An die Elektroden E_1 und E_2 wird eine hohe Gleichspannung, die von einer Influenzmaschine IM erzeugt wird, angelegt. Durch eine geeignete Einrichtung wird das Öl in eine mäßige Strömung versetzt. Das ist nötig, damit alle Teile der Flüssigkeit die Funkenstrecke passieren. Bei dieser Gelegenheit werden die fremden Substanzen von dem hohen elektrischen Felde zurückgehalten. Die Strömung darf nicht so stark sein, daß die durch sie erzeugte mechanische Kraft größer ist als die zwischen den Elektroden auf die fremden Substanzen wirkende elektrische Kraft, da sonst die Brücke zerstört werden könnte. Danach wird das kleine Gefäß B so langsam gehoben, daß dadurch keine Strömung entsteht, die unter Umständen die Brücke zwischen den Elektroden zerstören könnte. Ist das Gefäß B in die Lage B' gebracht worden, so daß seine Ränder aus dem Öl herausragen und dadurch das Öl und die Brücke zwischen den Elektroden von dem übrigen Öl getrennt wird, wird die Spannung abgeschaltet. Die Elektroden und das im Gefäß B befindliche Öl werden herausgenommen. Gewöhnlich sind die Elektroden mit einer dunklen Schicht bedeckt, die bei manchen Ölen sogar schwarz ist. Sowohl das Gefäß B als auch die Elektroden werden sorgfältig gereinigt und im Trockenschrank getrocknet. Der Vorgang wird auch dann wiederholt, wenn keine Brücke zu sehen ist, denn es könnte sich doch eine schwache für das bloße Auge unsichtbare Brücke ausbilden. Nach dieser Methode behandelte und danach getrocknete Öle haben bedeutend größere Durchschlagswerte ergeben als solche, die nur filtriert und getrocknet wurden. Hat man nach der Filtration das Öl getrocknet, so muß man diese Behandlungsmethode im trockenen Raum vornehmen. Gewöhnlich wurde diese Methode vor der Trocknung angewendet.



b) Abscheidung der fremden Substanzen an einer Stabelektrode. Man kann das Öl elektrisch auch auf folgende Weise behandeln. In das in einem Messingzylinder befindliche filtrierte Öl wird ein Kupferstab eingetaucht, ohne daß er den Messingzylinder berührt. Der Kupferstab wird als Kathode, der Messingzylinder als Anode genommen. An den Klemmen wird die von der Influenzmaschine erzeugte Hochspannung angeschlossen. Wenn man den Kupferstab herauszog, nach-

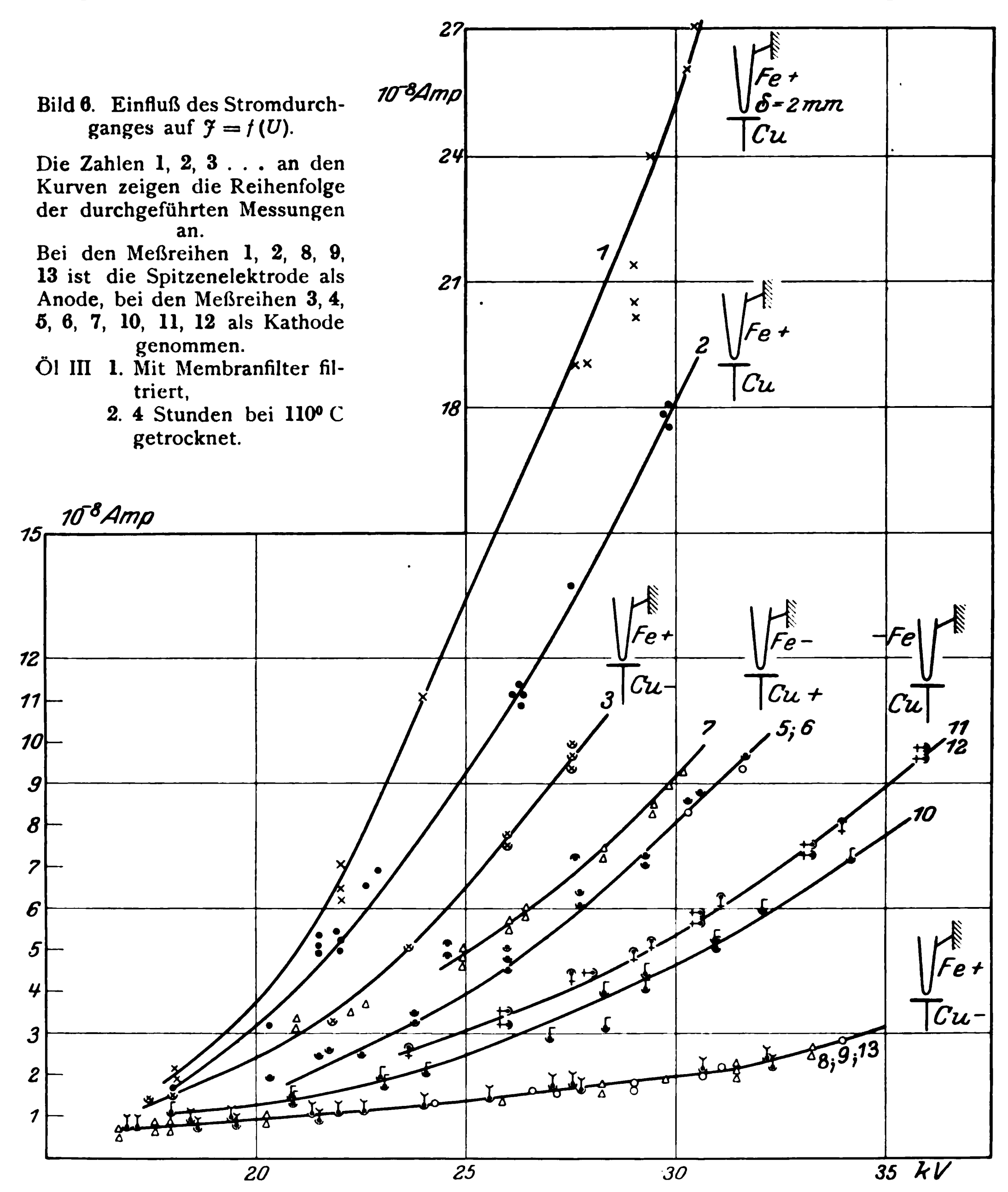


Bild 6. Einfluß des Stromdurchganges auf $\mathfrak{J} = f(U)$.

Die Zahlen **1**, **2**, **3** . . . an den Kurven zeigen die Reihenfolge der durchgeführten Messungen an.

Bei den Meßreihen **1**, **2**, **8**, **9**, **13** ist die Spitzenelektrode als Anode, bei den Meßreihen **3**, **4**, **5**, **6**, **7**, **10**, **11**, **12** als Kathode genommen.

Öl III **1.** Mit Membranfilter filtriert,
2. 4 Stunden bei 110° C getrocknet.

dem die Spannung eine Zeitlang angeschlossen war, sah man, daß der Stab dunkel geworden war. Diese dunkle Schicht wurde jedesmal entfernt, der Stab S sehr gut gereinigt, getrocknet und wieder verwendet. Dies Verfahren wurde so lange wiederholt, bis die Schichtbildung an der Staboberfläche verschwand. Nach dieser Methode

behandeltes und danach getrocknetes Öl ergab fast ebenso gute Ergebnisse wie das mit Brückenfängern behandelte Öl.

c) Behandlung des Öles durch den Stromdurchgang. Wird das Öl filtriert und gut getrocknet, so sind die Stromspannungskurven noch nicht reprodu-

Ölbehandlung.

1 ×	Öl II ungereinigt.
2	Nach 8stündigem Stromdurchgang.
3, 4	Die oben untersuchte Ölprobe wurde mit perg. Hartfilter filtriert.
5	Nach dem Stromdurchgang.
6	Dieselbe Ölprobe wurde mit demselben Hartfilter nochmals filtriert, 5 Stunden getrocknet, durch Stromdurchgang elektrisch behandelt und dann die Kurve aufgenommen.

Bild 7. Einfluß der Reinigung des Öles auf $J = f(U)$.

zierbar. Schickt man aber den Strom eine Zeitlang hindurch, so lassen die Stromschwankungen mit der Zeit nach und die $J = f(U)$-Kurven werden bei Spitze als Anode gut reproduzierbar. Das Öl wird nicht nur in dieser Hinsicht besser, sondern es steigt auch der Durchschlagswert. So wurde das Öl III zuerst mit einem Membranfilter filtriert, vier Stunden bei 110° C getrocknet, in einem Exsikkator unter Anwesenheit von Chlorkalzium abgekühlt und einige Stunden aufbewahrt, dann wurde der Strom 3 Stunden lang hindurchgeschickt. Die Elektrodenanordnung war Anode: geerdete Kupferspitze gegen Kathode: Kupferplatte. Die Elektrodenentfernung betrug 1 mm. Der mittlere Durchschlagswert betrug 50 kV bei einer mittleren prozentualen Streuung von 1,5%. Man sieht, wie durch dieses einfache Mittel



das Öl eine große Durchschlagsfestigkeit erreicht hat[1]. Die Kurven des Bildes 6 zeigen, wie stark die Stromspannungskurven und die Entladungsspannungen durch Stromdurchgang beeinflußt werden können.

5. Einfluß der Ölbehandlungsmethoden auf die Stromspannungskurven.

Bei den folgenden Messungen sollte der Einfluß der verschiedenen Reinheitsgrade des Öles auf die Stromspannungskurve und ihre Reproduzierbarkeit untersucht werden. Zu diesem Zweck wurde Öl II verwendet.

a) Das für die Untersuchungen nötige Quantum wurde dem oberen Teil des Ölbehälters, ohne ihn zu schütteln, vorsichtig entnommen. Die gewählte Elektrodenanordnung war Anode: geerdete Kupferspitze gegen Kupferplatte.

Die Stromschwankungen waren sowohl bei Spitze als Anode als auch bei Spitze als Kathode vorhanden. Die Kurven waren unreproduzierbar.

b) Durch das Öl wurde 8 Stunden lang Strom durchgelassen, wonach die Kurven 1 und 2 des Bildes 7 aufgenommen wurden. Man sieht, daß die letzten 3 Meßreihen eine gut reproduzierbare Kurve 2 ergeben haben.

c) Das eben benutzte Öl wurde jetzt mit pergamentartigem Hartfilter filtriert. (Diesmal wurde das Filter nicht doppelt, sondern nur einfach genommen.)

Die Meßergebnisse sind durch die Kurven 3, 4, 5 (Bild 7) dargestellt. Man sieht, daß die ersten Meßreihen unreproduzierbar sind (Kurven 3, 4). Nach ungefähr einstündigem Stromdurchgang ergaben 4 Meßreihen die reproduzierbare Kurve 5.

d) Das oben untersuchte Öl wurde durch dasselbe gebrauchte Filter filtriert, 5 Stunden lang im Trockenschrank bei 110° C getrocknet und 2 Stunden lang Strom durchgeschickt. Dann wurde das Öl im Exsikkator bei trockener Luft 10 Stunden aufbewahrt. Im Exsikkator wurde ein mäßiges Vakuum erzeugt. Die Kurve 6 (Bild 7) stellt die Ergebnisse der vorgenommenen Messungen dar.

6. Träger der Elektrizität. Aus den Kurven des Bildes 9 sieht man, wie durch verschiedene Reinigungsmethoden des Öles seine Leitfähigkeit verkleinert werden kann. Zweifellos sind viele Elektrizitätsträger, die bei dem Elektrizitätstransport in der Kurve 1 beteiligt sind, bei Kurve 6 beseitigt. Die folgende Tabelle zeigt, daß die Stromstärken bei Kurve 6 etwa 5% der Stromstärken bei Kurve 1 betragen.

$$\text{Bei } 22 \text{ kV ist } \frac{100 \cdot J_6}{J_1} = 5{,}33\,\%,$$
$$24 \text{ kV} \quad = 5{,}00\,\%,$$
$$25 \text{ kV} \quad = 5{,}00\,\%,$$
$$26 \text{ kV} \quad = 4{,}90\,\%,$$
$$30 \text{ kV} \quad = 5{,}27\,\%.$$

Bei höherer Spannung wird der prozentuale Unterschied noch größer. In dem von uns betrachteten Spannungsbereich von 22—30 kV ist die Stromstärke um etwa 95% gefallen. Das haben wir dadurch erreicht, daß das Öl 1. filtriert, 2. getrocknet, 3. durch Stromdurchgang elektrisch behandelt wurde. Der Unterschied zwischen den Kurven 1 und 2 einerseits und den Kurven 3, 4, 5 andererseits wurde dadurch zustande gebracht, daß das Öl filtriert wurde. Durch die Filtration konnten nur die

[1] W. Zimmermann (Über Durchschlagsfestigkeitsmessungen an Isolierölen. Arch. f. Elektrot. Bd. XV, 1925, S. 271, 287) gibt die tabellarische Zusammenstellung der bis jetzt gemessenen Höchstwerte der Durchschlagsfestigkeit. Die Versuche sind bei ganz langsamer Spannungssteigerung vorgenommen worden. Bei schneller Spannungssteigerung bekämen wir einen ungefähr 11% größeren Durchschlagswert (s. Einfluß der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung s. XVIII). Ziehen wir noch in Betracht, daß die Durchschlagswerte der Öle bei Wechselstrom größer sind, als bei Gleichstrom, so würden wir für Wechselstrom noch größere Werte bekommen.

suspendierten und teilweise emulgierten Substanzen, die an den Suspensionen haften, aus der Flüssigkeit ausgeschieden werden. Gleichzeitig sehen wir, daß durch die Filtration die Ionenproduktion gefallen ist, wofür die durch die Filtration ausgeschiedenen Suspensionen und ein Teil der Emulsionen der Grund sind.

Durch folgende Versuchsanordnung konnte direkt beobachtet werden, wie die suspendierten Partikelchen am Stromtransport beteiligt sind. In einer runden Glasschale befand sich das Versuchsöl und darin horizontal angeordnet die Elektroden, Spitze gegen Platte, an die die Influenzmaschine angeschlossen war. In das Öl wurde ein kleines Holzstückchen geworfen, das sich zuerst auf der Oberfläche des Öles ruhig verhielt, bis es auf einmal von einer Elektrode angezogen wurde und dann zwischen den beiden Elektroden hin- und hersprang. Wurde eine größere Anzahl solcher Holzstückchen in das Öl gebracht, so sprangen sie so lange zwischen den Elektroden hin und her, bis sie eine Brücke zwischen Spitze und Platte bildeten.

Das Hin- und Herpendeln des Holzstückchens zwischen den Elektroden zeigt, daß es verschiedene Ladungen trug. Man sieht daraus, wie ein suspendiertes Partikelchen am Stromtransport beteiligt sein kann.

Der Unterschied zwischen der Kurvenschar **3**, **4**, **5** und der Kurve **6** ist hauptsächlich durch die Trocknung des Öles hervorgerufen. Bei der Trocknung wird das im Öl enthaltene Wasser verdampft. Also sieht man, daß durch Herausdampfen des Wassers die Ionenproduktion im Öl kleiner wird. Bei anderen Versuchen wurde beobachtet, daß durch Zusatz von Wasser bei gutgereinigtem Öl die Stromstärken enorm anwachsen.

Der Rückgang des Leitvermögens beim Durchgang des Stromes (Kurven **1**, **2** und **3**, **4**, **5** im Bilde **7**) deutet daraufhin, daß mit dem Stromdurchgang gewisse Erscheinungen verknüpft sind, die die Ionenproduktion vermindern. Wie stark der Stromdurchgang das Leitvermögen beeinflussen kann, zeigen sehr deutlich die Kurven des Bildes **6**. Das Öl IV war dabei mit doppeltem Hartfilter filtriert und **2** Stunden bei **120**° C getrocknet worden, dann wurde der Strom durchgelassen. Die Kurve **1** stellt die erste Meßreihe dar. Durch einfachen Stromdurchgang ist die Leitfähigkeit, wie die nächstfolgenden Meßreihen **2—13** zeigen, sehr gesunken. Der prozentuale Unterschied der Stromstärken zwischen den Kurven **1** und **8** bei konstanter Spannung wächst mit steigender Spannung.

Dabei muß erwähnt werden, daß die vom Öl an den Elektroden unter Umständen abgelagerten fremden Beimengungen nicht entfernt worden sind.

Diese Erscheinung könnte durch verschiedene Ursachen erklärt werden. **1.** Der Stromdurchgang und das Glimmen der Spitze könnten trocknend auf das Öl wirken, wodurch die Leitfähigkeit des Öles verkleinert würde. **2.** Unter der Wirkung des Stromes könnte im Öl oder auch vielleicht zwischen Elektroden und Öl elektrochemische Prozesse vor sich gehen, die die Stromstärke verkleinern. **3.** Es könnten auch die beiden angeführten Ursachen zusammenwirken.

Auch durch die Dissoziation elektrolytischer Beimengungen können Ionen entstehen. Es könnte auch Eigendissoziation der Flüssigkeitsmoleküle (Spaltungsionen) in Betracht kommen.

G. Jaffe[1] hat nachgewiesen, daß bei ganz kleinen Spannungen in reinem Hexan die Leitfähigkeit hauptsächlich durch Strahlungsionen verursacht wird. Bei ihm trat die Sättigung schon bei einer Feldstärke von etwa 400 V/cm ein. K. Dräger[2] fand bei Transformatorenölen, daß die Sättigung der Strahlungsionen ungefähr bei der Feldstärke 2000 V/cm lag.

---

[1] G. Jaffe, Die elektrische Leitfähigkeit des reinen Hexans. Ann. der Physik, **1909**, Bd. **28**, S. **326**. Über die Ionisation flüssiger Dielektrika durch Radiumstrahlen. Ann. d. Physik **1908**, Bd. **25**, S. **257**.

[2] K. Dräger, Über die Leitfähigkeit von Transformatorenölen. Arch. f. Elektrot. Bd. XIII, **1924**, S. **366**.

Außerdem kann angenommen werden, daß im Öl noch eine andere Art von Ionen vorhanden ist. Das sind die Elektrizitätsträger, die infolge der Wirkung des hohen elektrischen Feldes auf die Elektroden zustande kommen. Als Beweis dafür könnte der Einfluß des Elektrodenmaterials auf die Stromspannungskurve dienen (siehe Kap. XV, Einfluß des Elektrodenmaterials). Bei niedrigen Spannungen ist der Unterschied an Stromstärke bei konstanter Spannung bei verschiedenen Elektrodenmaterialien, z. B. bei Kupfer und Zink sehr klein; er wächst mit der Spannung und ist kurz vor der Entladung am größten. Die Wirkung des hohen elektrischen Feldes auf verschiedene Materialien ist also verschieden stark. Deshalb ergibt die Zinkelektrode eine kleinere Anzahl dieser Ionen als die Kupferelektroden. Auch der Einfluß der Elektrodenoberflächenbeschaffenheit bestätigt, daß die Elektroden bei der Höhe der Stromstärke, bei der Vorbereitung der Entladung und bei der Entladung selbst stark beteiligt sind.

VI. Einfluß der Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche.

1. Einfluß der Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche auf die Durchschlagsspannung. Bei vorliegenden Versuchen spielt die Elektrodenbehandlung eine große Rolle. Wurden die Elektroden im ungereinigten Zustande zu Untersuchungen verwendet, so schwanken die Stromwerte in den $J = f(U)$-Kurven außerordentlich stark. Die Durchschlagswerte waren sehr verschieden. Eine solche Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden hat eine gewisse Unstabilität der physikalischen Vorgänge im Öl bei hohen Spannungen zur Folge. Der Gedanke liegt nah, daß durch Liegen der Elektroden an der Luft ihre Oberfläche verunreinigt wird. Es können verschiedene Substanzen an ihr haften, die sich infolge der Wirkung des hohen elektrischen Feldes von den Elektroden unregelmäßig loslösen und als Träger der Elektrizität erscheinen. Sie können auch die unregelmäßigen, sich wiederverlöschenden Stöße geben, die im Galvanometer bei unbehandelten Elektroden reichlich vorhanden sind. (Auch die Fremdkörper im Öl, insbesondere aber die stoßweise auftretende Glimmentladung der Spitzenelektroden können die Galvanometerstöße verursachen, worüber später die Rede sein wird.) Auch die Feuchtigkeitshaut, die sich um die Elektrode mit der Zeit durch die Berührung des Metalls mit der feuchten Luft ausbildet, hat großen Einfluß auf die $J = f(U)$-Kurven und den Durchschlagswert. Deshalb mußte man bestrebt sein, die Feuchtigkeit und Verunreinigungen jeder Art von den Elektroden zu entfernen, bevor man sie in die Versuchsflüssigkeit hineinbrachte.

Die Streuung der Durchschlagsfestigkeiten und der Stromwerte können auch daher herrühren, daß das Versuchsöl verunreinigt ist. Will man nur den Einfluß der Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche genau erkennen, so muß man die Quellen, die dieselben Erscheinungen zeigen, eliminieren, oder, wenn das nicht möglich ist, ihre Einflüsse auf ein Mindestmaß beschränken. Aus diesen Gründen mußte bei diesen Untersuchungen sehr sauberes und trockenes Öl genommen werden. Dabei wurde die Elektrodenanordnung gewöhnlich Kupferspitze gegen Kupferplatte gewählt. Oft wurden an Stelle der Kupferspitze auch Spitzen aus anderen Metallen (Eisen, Zink, Silber) genommen. Die untere Elektrodenplatte wurde immer mit der Methode *d* (siehe S. 409) behandelt, weil sie sich als beste erwies. Außer Kupferplatte wurden auch Platten aus anderen Metallen genommen. Es war aber kein Unterschied festzustellen.

Da die verschiedenen Ölsorten und Öle verschiedener Herkunft oft verschiedenes Verhalten in elektrischer und dielektrischer Hinsicht zeigen, sind die Untersuchungen nach diesen Gesichtspunkten in mehreren Ölsorten vorgenommen worden. Jedoch zeigen sie analoge Erscheinungen.

Die Elektrodenbehandlungsmethoden sind von früheren Versuchen (Vorversuchen) her ungefähr bekannt. Die Untersuchungen wurden zuerst mit schlecht



bewährten Methoden begonnen, dann wurde zu besseren übergegangen. Wird nämlich zuerst die weniger gute Methode angewendet und dann die bessere, wobei angenommen wird, daß das Öl inzwischen schlechter geworden ist, so wird der Unterschied zwischen diesen Methoden vielleicht nicht so scharf herauskommen, als wenn wir die Meßreihe geändert hätten. Dafür dürfen wir aber mit größerer Sicherheit glauben, den Unterschied erkannt zu haben.

Damit der Zustand des Öles (Reinheit) keinen Einfluß auf diese Untersuchungen hatte, wurde für die Untersuchungen ein auf folgende Weise behandeltes Öl verwendet. 2 Liter von sehr gut gereinigtem Öl IV wurde, mit doppeltem pergamentartigem Hartfilter filtriert, bei 115° C getrocknet und elektrisch behandelt. Danach wurde das Öl 14 Stunden im Exsikkator aufbewahrt, der Chlorkalzium und Phosphorpentoxyd als Trocknungsmittel der Luft enthielt und schwach evakuiert wurde, um den Zutritt von frischer, feuchter Luft zu vermeiden. Sollte sich das Öl im Exsikkator verändern, obwohl kein Grund dafür vorhanden ist, so ist doch anzunehmen, daß es nach 14 Stunden einen Zustand erreicht hat, der sich innerhalb der nächsten Stunden, während deren die Versuche vorgenommen wurden, nicht mehr wesentlich verändern wird. Für die Untersuchungen jeder einzelnen Behandlungsmethode der Elektrodenreinigung wurde dann eine frische Füllung des aufbewahrten Öles verwendet.

Es ist schwer zu vermeiden, daß beim Öffnen des Exsikkators und beim Umgießen des Öles von dem Aufbewahrungsgefäß in das Versuchsgefäß die Flüssigkeit Feuchtigkeit aufnimmt und die in der Luft herumfliegenden Staubteilchen und Fasern ins Öl gelangen. Das Öffnen des Exsikkators und das Umgießen des Öles geschah deshalb in dem vorher gut gereinigten und 120° C erwärmten Trockenschrank, so daß die Feuchtigkeitsaufnahme nach Möglichkeit vermieden wurde. Vor jeder neuen Füllung wurden die Elektroden nach verschiedenen Methoden behandelt und das Versuchsgefäß peinlich gesäubert und getrocknet.

Das Hineinbringen der Elektroden in das Versuchsgefäß geschah nicht einfach mit der Hand, sondern sie wurden mit einer peinlich gesäuberten Messingzange an Stellen festgehalten, die bei den Vorgängen nicht in Mitleidenschaft gezogen werden. Reibt man die gereinigte Spitzenelektrode vor dem Hineinbringen in das Versuchsöl zwischen den Fingern, so hat das Galvanometerschwankungen zur Folge.

Die Elektroden wurden so fest angeordnet, daß die bei den Versuchen auftretenden hohen elektrischen Felder keine mechanischen Erschütterungen der Elektroden hervorrufen konnten.

Die besten Resultate lieferten die nach Methode *d* (siehe Einfluß der Elektroden-Behandlungsmethoden auf Stromspannungskurven S. 409) behandelten Elektroden.

2. Einfluß der verschiedenen Elektroden-Behandlungsmethoden auf die Stromspannungskurven. Die Versuche sind im Öl II gemacht worden, nachdem es gut gereinigt, getrocknet und so lange durch Stromdurchgang behandelt wurde, bis die Kurven reproduzierbar waren. Die dabei benützte Elektrodenanordnung war Anode: geerdete Kupferspitze gegen Kupferplatte mit der Elektrodenentfernung $\delta = 2$ mm. Die untere Elektrode wurde nach Methode d behandelt und während der folgenden Versuche nicht ausgewechselt. Für die Untersuchung einzelner Elektroden-Behandlungsmethoden wurde keine frische Füllung genommen, sondern absichtlich alle Untersuchungen in derselben Füllung vorgenommen. Der Strom wurde vorher mehrere Stunden durch das Öl durchgelassen, so daß das Öl während der Zeit, die für die Untersuchung nötig war, durch den Stromdurchgang nicht wesentlich verändert werden konnte. Bei allen Untersuchungen wurde die gleiche Kupferspitzenelektrode benutzt.

a) Die Kurve *a* im Bilde 8 stellt die Stromspannungskurve dar bei ungereinigter Spitzenelektrode.



b) Die Kupferelektrode wurde mit grobem, dann mit feinem Schmiergelpapier abgerieben, mit Sidol blank geputzt und so lange mit einer Leinwand gerieben, bis keine schwarzen Spuren mehr zu merken waren. Die Ergebnisse sind durch die

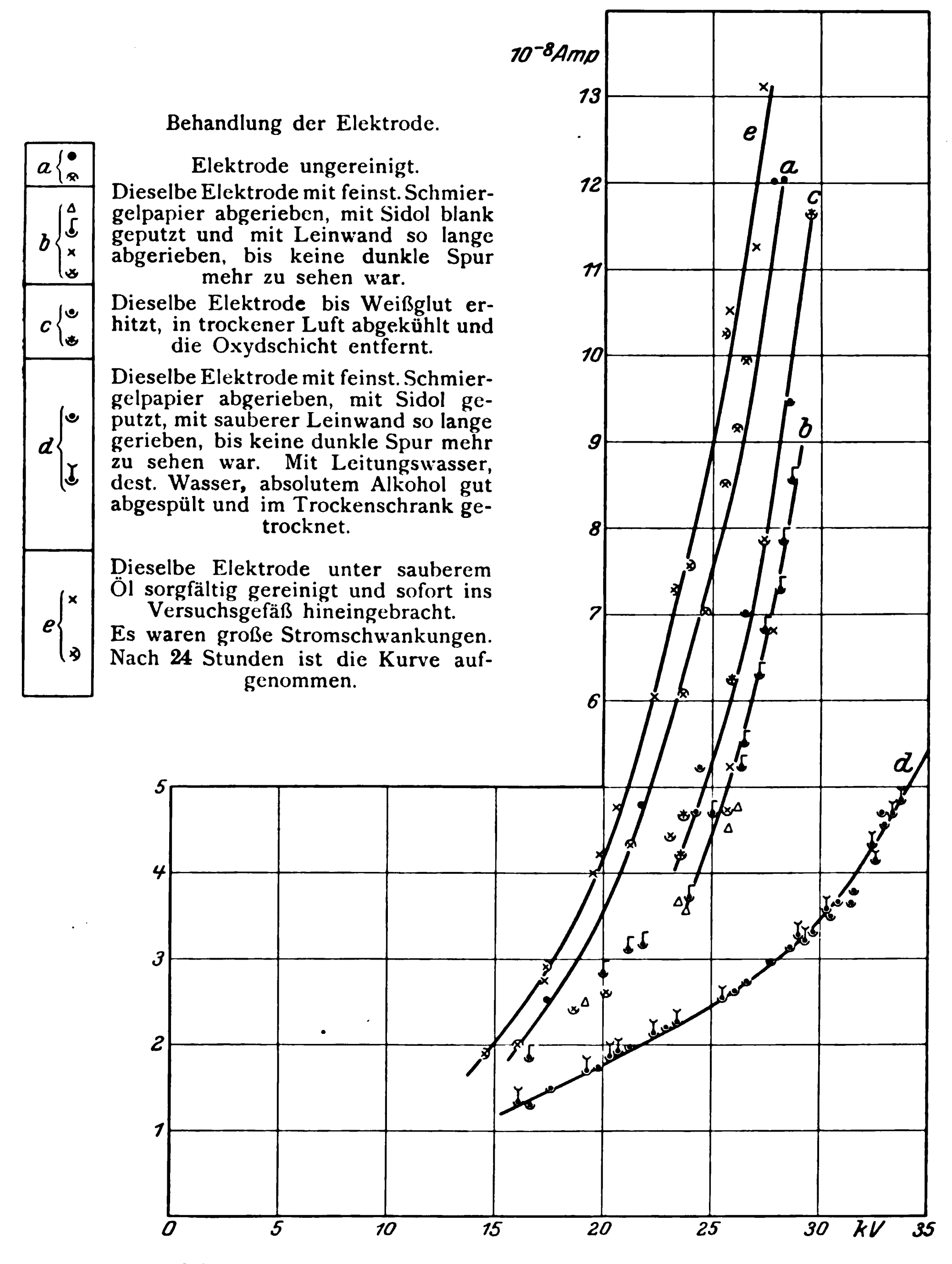


Bild 8. Einfluß. Elektrodenbehandlungsmethoden auf $J = f(U)$.
Öl II filtriert, getrocknet, elektrisch behandelt.

Kurve *b* (Bild 8) dargestellt. Man sieht, daß die Stromstärken bei denselben Spannungen durch diese Elektrodenbehandlungsmethode kleiner geworden sind. Die Schwankungen der einzelnen Stromwerte sind auch kleiner geworden.

c) Die Spitzenelektrode wurde bis zur Weißglut erhitzt, dann im trocknen Raum abgekühlt, die Oxydschicht mit Schmiergelpapier entfernt, mit Sidol geputzt und mit Leinwand wie vorher blank gerieben. Die Ergebnisse sind im Bild 8 durch die Kurve *c* dargestellt.

d) Die oberste Schicht derselben Elektroden wurde mit feinstem Schmiergelpapier abgenommen. Dann wurden sie mit Putzmittel Sidol blank gemacht und mit sauberer Leinwand so lange gerieben, bis die Elektroden keine dunkle Spur mehr auf der Leinwand zurückließen. Um die Reste von Sidol zu entfernen (gleichzeitig auch Schmutz und Fette), wurden sie mit Alkohol abgerieben. Um die Fasern, die von der Leinwand oder sonst irgendwie von der Luft an den Elektroden haften könnten, zu entfernen, wurden die Elektroden unter einem starken Strom von Leitungswasser gehalten. Mit destilliertem Wasser wurde dann das Leitungswasser, das verschiedene gelöste Substanzen enthält und die an den Elektroden bleiben könnten, vollständig abgespült. Die danach folgende Alkoholspülung entfernte die Wasserspuren. Zu diesem Zweck wurde absoluter Alkohol verwendet. Dann wurden die Elektroden bei ungefähr 150° C in einem sauberen Trockenschrank getrocknet. Nach der Trocknung kamen die Elektroden sofort ins Versuchsöl, so daß sie nur sehr kurze Zeit in Berührung mit der Luft kamen, wodurch die Wiederaufnahme der Luftfeuchtigkeit, wenn nicht ganz vermieden, so doch wenigstens auf ein Minimum heruntergedrückt wurde. Oder die Elektrode wurde zuerst in einem Exsikkator (trockene Luft) abgekühlt und erst dann ins Versuchsöl eingeführt. Die Ergebnisse sind im Bild 8 durch die Kurve *d* dargestellt. Man sieht, daß die Leitfähigkeit außerordentlich gesunken ist.

e) Dieselben Elektroden wurden unter sauberem Öl mit feinstem Schmiergelpapier abgerieben. Dann wurden sie in einem anderen Gefäß unter sauberem Öl mit Lederlappen abgerieben. Das Hineinbringen der Elektroden von einem Gefäß in das andere und dann in das Versuchsgefäß geschah sehr schnell, so daß die Elektroden mit der Luft sehr wenig in Berührung kamen. Das Öl, unter dem die Elektroden gereinigt wurden, stammte von dem für Untersuchungen aufbewahrten reinen Öl. Der saubere Lederlappen wurde zuerst im Öl, das dem reinen, aufbewahrten Öl entnommen wurde, gut ausgekocht und dann getrocknet und nachher für die Elektrodenreinigung verwendet. Die Versuche mit dieser Elektrodenbehandlungsmethode wurden einigemal wiederholt, weil die Resultate sehr davon abhängig waren, wie genau und sorgfältig man bei der Reinigung der Elektroden gearbeitet hat. Die ersten Messungen waren infolge der großen Stromschwankungen undurchführbar. Erst nach 24 Stunden wurde die Kurve *e* (Bild 8) aufgenommen, wobei die Versuchsanordnung während dieser Zeit nicht auseinandergenommen wurde. Die Leitfähigkeit ist sehr gestiegen. Man sieht aus der Kurve, daß die Entladung bei niedrigerer Spannung eintritt als bei anderen Elektroden-Behandlungsmethoden.

f) Die Spitzenelektrode wurde über den aus einem Loch herausströmenden Dampf gehalten und sofort ins Versuchsöl gebracht. Eine Kondensation des Dampfes wurde vermieden. Die Stromspannungskurve war nicht aufzunehmen. Die Galvanometerausschläge und -Schwankungen waren sehr groß (siehe auch XI).

g) Die Elektrode wurde mit Wasser und Putzwolle verunreinigt. Infolge der außerordentlich großen Stromschwankungen waren die Versuche undurchführbar. Man beobachtete eine Brückenbildung und eine enorme Herabsetzung des Durchschlagswertes.

VII. Charakter der Kurve $\mathfrak{J} = f(U)$.

Zu diesem Zweck wurden sowohl technische Transformatorenöle als auch gut gereinigte verwendet.

Bei Ölen steigt die Stromspannungskurve kontinuierlich mit der Spannung an und gibt keinen Knick, wie es bei Gasen bekannt ist. Es wurde versucht fest-



zustellen, ob der Beginn des Glimmens bei Spitzenelektroden irgendwie in der Kurve $J = f(U)$ ausgezeichnet ist. Das Glimmen der Spitzenelektroden wurde in vielen Fällen mit bloßem Auge beobachtet und in der Nähe dieser Glimmspannung zahlreiche Werte aufgenommen. Wie alle $J = f(U)$-Kurven zeigen, ist das Glimmen in dem Verlauf der Stromspannungskurven nicht ausgezeichnet. Es wurden zwei Arten von Glimmen beobachtet, an der Spitze und an der Eintauchstelle der Spitzenelektrode. Die starken Glimmerscheinungen an der Eintauchstelle verursachen Stromstöße.

Die Elektrodenanordnungen **1.** Spitze gegen Platte, **2.** Kugel gegen Platte, **3.** Platte gegen Platte ergeben denselben Charakter des Verlaufes der Stromspannungskurven. Bei niedrigen Feldstärken ist die Stromstärke nicht proportional der angelegten Spannung, sondern sie nimmt nur in geringem Maße mit der Spannung zu bis zu einem gewissen Zustand, bei dem die Kurve steiler umbiegt. Im Gebiet höherer Feldstärken bringt eine kleine Spannungssteigerung einen großen Stromanstieg mit sich, und die Kurve $J = f(U)$ steigt sehr steil an. Kurz vor dem Durchschlag ist die Kurve nahezu vertikal, und es wurde bei Kugelkalottenelektroden oft beobachtet, wie der Strom ohne Spannungssteigerung automatisch anstieg und schließlich der Durchschlag erfolgte. Bei Spannungen kurz vor dem Durchschlag kommt es vor, daß die Entladung erst einige Zeit nach Einwirkung dieser Spannung erfolgte. Je besser das Öl gereinigt ist, desto flacher ist der erste Verlauf der Kurve, desto später, d. h. bei viel höheren Feldstärken, tritt die starke Biegung ein.

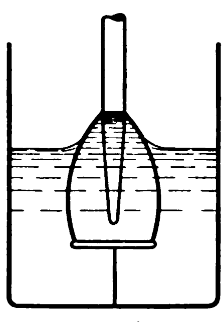


Bild 9.

Bei sehr gut gereinigten Ölen gilt das Ohmsche Gesetz [1], aber nur näherungsweise und nur bei ganz niedrigen Spannungen. Diese Annäherung gilt um so mehr, je besser das Öl gereinigt ist und je niedriger die angelegten Spannungen sind. Mit größer werdender Spannung wird die Abweichung von dem Ohmschen Gesetz größer. Im Gebiet der höheren Feldstärken, in dem die Stromspannungskurve merklich umbiegt, verliert das Gesetz seine Gültigkeit.

Es wurde beobachtet, daß bei hohen Feldstärken die Flüssigkeit an den Elektroden entlang steigt und ein kegelförmiges Gebilde bildet, das sich um so stärker und höher auswächst, je höher die angelegte Spannung ist (Bild 9). Bei bestimmten Spannungen glimmt die Eintauchstelle der Elektrode stoßweise auf, womit oft eine partielle Entladung verbunden ist, die die Grenzschicht zwischen Öl und Luft bevorzugt. Mit diesen Glimmerscheinungen sind Stromstöße im Galvanometer beobachtet worden, die mit der Glimmintensität wachsen. Will man das Glimmen an der Eintauchstelle vermeiden, so muß man eine stärkere Elektrodenzuführung nehmen.

Einzelne, wiederverlöschende Stromstöße, die bei Spitze als Kathode ausgeprägter sind als bei Spitze als Anode, können nicht nur von fremden Substanzen herrühren, sondern auch von Glimmstößen der Spitze.

Die Entladung an der Eintauchstelle der Elektrode kann so stark sein, daß es einen Durchschlag gibt, der nicht etwa auf dem kürzesten Weg zwischen Spitze und Platte erfolgt, sondern man beobachtet einen Funken in der Grenzschicht zwischen Luft und Ölkegelchen, der zum Rande der Plattenelektrode geht, wie die Pfeile in Bild 9 zeigen. Es wurde beobachtet, daß diese Entladungen in der Grenzschicht und zwar in der Eintauchstelle der Spitzenelektrode eingeleitet werden. Wahrscheinlich sind bei diesem Vorgang auch die das Öl begrenzenden ionisierten Gasionen beteiligt.

[1] M. Reich, Elektrische Leitfähigkeit reiner Substanzen. Diss. Berlin **1900**. — K. Dräger, Über die Leitfähigkeit von Tranformatorenöl. Arch. f. Elektrot. **1924**, Bd. XIII, H. 5, S. **366**. — E. v. Schweidler, Anomalien im Verhalten der Dielektrika. Ann. der Physik **1907**, Bd. **24**, S. 711.

Diese Erscheinungen kann man am besten beobachten, wenn man keine starke Elektrodenzuführung (etwa 5 mm Durchmesser) und wenig Öl nimmt.

VIII. Reproduzierbarkeit der Kurven.

Bei ungereinigten Ölen sind die Stromwerte unreproduzierbar. Erst längerer Stromdurchgang oder elektrische Reinigung, die dem Stromdurchgang identisch ist, kann die Vorgänge im Öl reproduzierbar machen. Es hängt von der Ölsorte ab, wie lange der Strom durchgelassen werden muß, damit die Reproduzierbarkeit der Kurve erreicht wird. Oft genügt es nicht, die Öle gut zu reinigen und zu trocknen, sondern man mußte danach noch den Stromdurchgang als Behandlungsmittel des Öles zu Hilfe nehmen, wenn man die reproduzierbare Kurve erhalten wollte. Es wurde deshalb nach guter Reinigung und Trocknung jedesmal der Strom so lange durch das Öl durchgelassen und die Kurven $\mathfrak{J} = f(U)$ aufgenommen, bis sie reproduzierbar wurden. Bild 6 zeigt, wie die Reproduzierbarkeit der Kurven erreicht wird. Die dabei gewählte Elektrodenanordnung war gewöhnlich geerdete Spitze gegen Platte. Mit der Spannung wurde jedesmal bis kurz vor die Entladung und zurückgegangen. Die starken Entladungen und insbesondere die starken Durchschläge wirken oft zerstörend. Die schwachen Entladungen beschleunigen oft den Prozeß und liefern einen gewissen Beitrag zur Herstellung der Reproduzierbarkeit. Nach solchen Entladungen werden die Ströme gewöhnlich sofort kleiner. Sind die Entladungen aber sehr stark (Durchschläge) und folgen mehrere aufeinander, so kann das Leitvermögen anwachsen, und die Reproduzierbarkeit wird zerstört. Für die vorliegenden Untersuchungen ist nach Möglichkeit jede Art von Entladungen vermieden worden, damit durch sie das Öl nicht wieder verunreinigt wird. Mit der Elektrodenanordnung, bei der die geerdete Spitze als Anode genommen wird, kann die Reproduzierbarkeit leichter erreicht werden. Ist aber die geerdete Spitze Kathode, so liegen die $\mathfrak{J} = f(U)$-Kurven auseinander und ganz selten fallen sie zusammen (analog Gaskorona). Die Kurven bei Spitze als Anode werden streng reproduzierbar, die Kurven bei Spitze als Kathode zeigen eine gewisse Streuung, die mit der Erhöhung der Reinigung immer kleiner wird; innerhalb dieses Streuungsbereiches sind die Kurven bei Spitze als Kathode auch reproduzierbar. Es kommt auch oft vor, daß die Kurven bei Spitze als Kathode zusammenfallen; macht man aber die Versuche oft genug, so tritt die Streuung doch auf (Kathodeneinfluß).

Nach längerem Stehen des Öles in freier Luft wird die Leitfähigkeit vergrößert und die Reproduzierbarkeit der $\mathfrak{J} = f(U)$-Kurven zerstört.

Bei einigen Ölen dauert der Prozeß der Zerstörung der Reproduzierbarkeit lange Zeit (Öl IV war nach 10 Tagen noch in gutem Zustande), bei anderen tritt die Zerstörung schon in einem Tage ein (Öl V). Durch die elektrische Behandlung kann der alte Zustand des Öles wieder hergestellt werden. Durch Zusatz von Wasser wurde die Reproduzierbarkeit der Kurven zerstört.

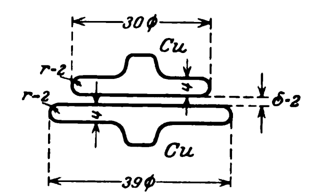
IX. Einfluß der Zeitdauer des Stromdurchganges auf die Stromstärke.

$$\mathfrak{J}_{U=\text{const.}} = f(t).$$

Nach dem Anlegen einer konstanten Spannung nimmt der Strom zuerst sehr schnell und dann langsamer ab (Bild 10). Bei verschiedenen Ölen geschieht das Abfallen der Kurve verschieden rasch und ist außerordentlich von dem Reinheitsgrad der Flüssigkeit abhängig. Ist das Öl extrem gut gereinigt, so kann das Absinken des Stromes mit der Zeit sehr schnell erfolgen, ja es gibt Ölsorten, die ganz geringe zeitliche Änderungen zeigen. Bei manchen ungereinigten Ölen ist diese Änderung stundenlang vorhanden (10 Stunden). Je höher die angelegte Spannung ist, desto schneller sinkt die Stromstärke in der ersten Sekunde und desto früher erreicht sie ihren Endwert. Es wäre daher sicherlich falsch, wenn man die Ablesung des Stromausschlages



sowohl bei niedrigen als auch bei hohen Spannungen nach einer bestimmten Zeit machen würde, bei der der Strom bei hohen Spannungen seinen Endwert erreicht hat. Vielmehr hat man bei niedrigen Spannungen längere Zeit zu warten als bei höheren. Weiß man aber, nach welcher Zeit der Strom bei der niedrigsten Spannung seinen Endwert erreicht hat, und wartet bei jeder Ablesung diese Zeit ab, dann ist natürlich ein Fehler ausgeschlossen. Diese Zeit gilt aber stets nur für ein und dasselbe Öl bei bestimmtem Reinheitsgrad und bestimmter Temperatur. Um bei den einzelnen Ablesungen nicht unnötig lange Zeit warten zu müssen, kann man eine Kurve konstruieren, die die Abhängigkeit der abzuwartenden Zeit von der angelegten Spannung zeigt, und nach dieser die Ablesung vornehmen.



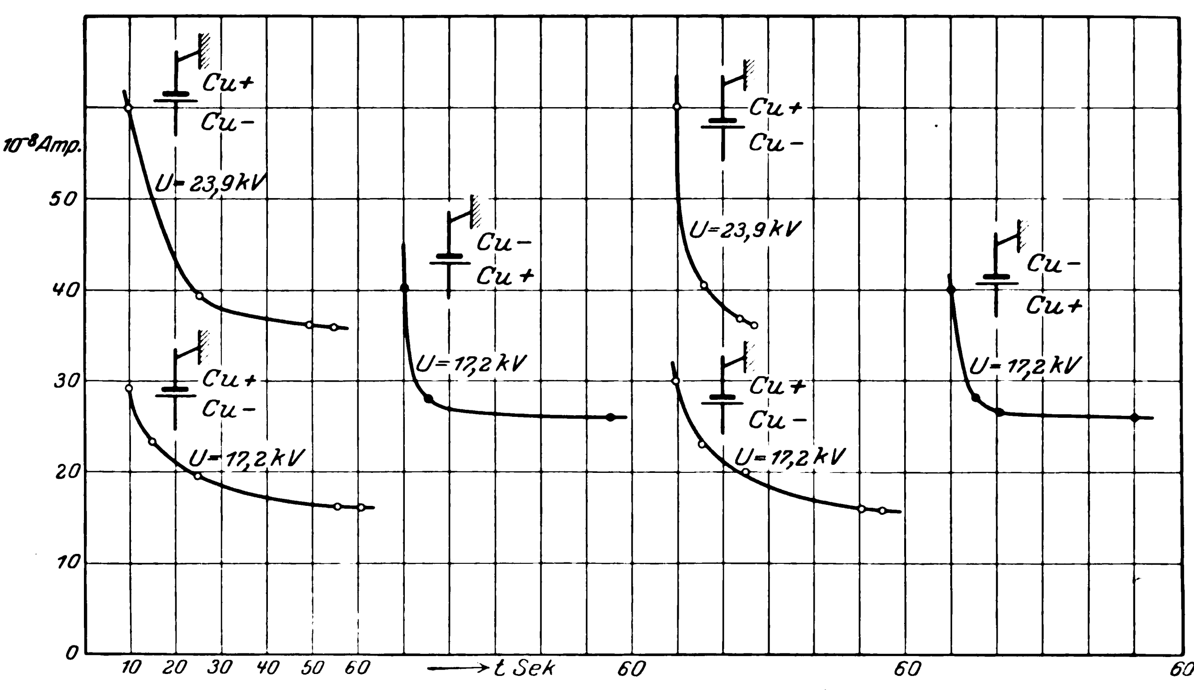


Bild 10. Rasches Umpolen, Zeitabhängigkeitskurve.
$\mathfrak{J} = f(t)$ $U = \text{const}$

X. Temperaturabhängigkeit. $\mathfrak{J}_{U = \text{const.}} = f(T)$.

Für diese Messungen ist extrem gut gereinigtes Öl genommen worden. Durch sorgfältige Behandlung der Elektrode wurde versucht, den Einfluß der Beschaffenheit ihrer Oberfläche zu beseitigen.

Das zu untersuchende Öl II wurde nach der Filtration mit Ultrafilter (Sorte langsam) im Trockenschrank 4,5 Stunden bei 115° C getrocknet. Anschließend daran ist die Temperaturabhängigkeitskurve aufgenommen worden. Es wurde eine konstante Spannung von $U = 22,1$ kV angelegt. Mit dem Abkühlen des Öles wurden gleichzeitig die Stromwerte aufgenommen. Die dabei verwendete Elektrodenanordnung war Anode: geerdete Kupferspitze gegen Kathode: Kupferplatte bei der Elek-

trodenentfernung $\delta = 2$ mm. Mit wachsender Temperatur T steigt die Leitfähigkeit enorm. Bei niedrigem T ändert sich die Leitfähigkeit mit der Temperatur weniger als bei höheren.

Die Meßergebnisse sind im Bild 11 dargestellt.

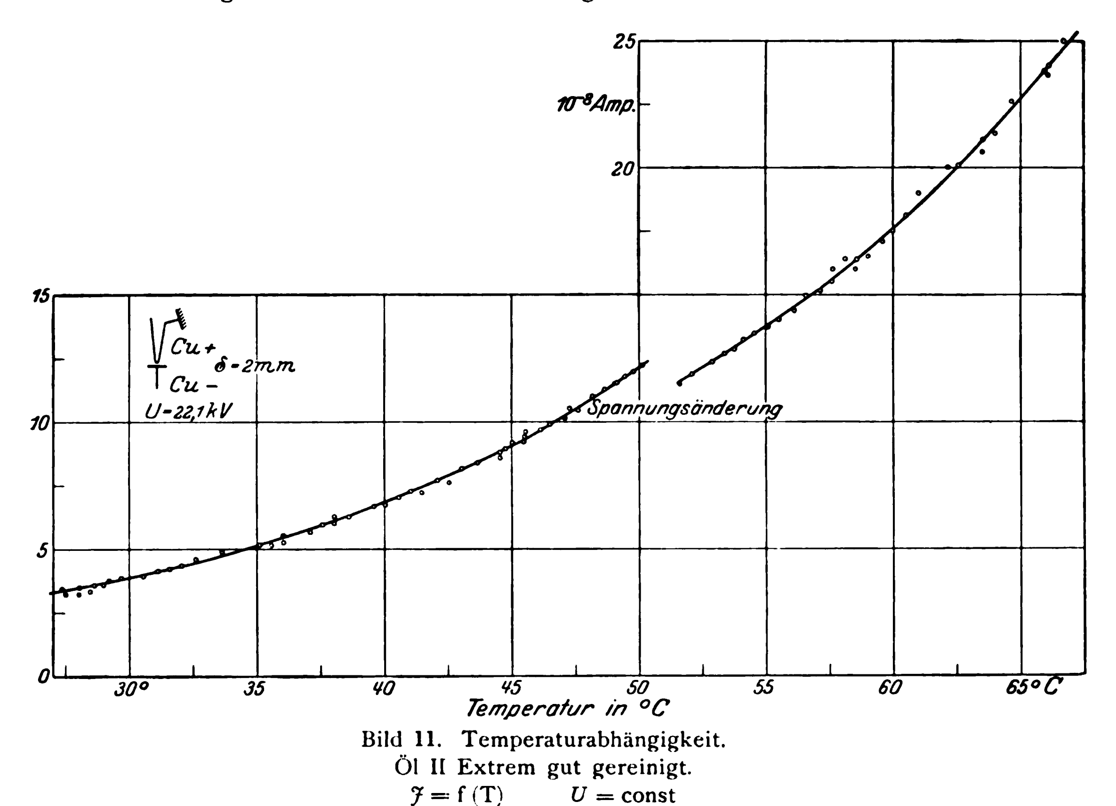


Bild 11. Temperaturabhängigkeit.
Öl II Extrem gut gereinigt.
$\mathfrak{J} = f(T)$ $U = \text{const}$

XI. Einwirkung von H_2, Wasserdampf und Wasser auf die Spitzenelektrode.

a) Es sollte untersucht werden, ob die Einwirkung von H_2 auf die Elektroden irgendeinen Einfluß auf die Erscheinungen im Öl hatte. Zu diesem Zweck wurden die nach Methode d gereinigten Elektroden-Spitzen aus Kupfer und Zink in einem Exsikkator aufgehängt und darin ein Vakuum erzeugt. Danach wurde im Exsikkator H_2 soviel als möglich eingeführt. Die Elektroden wurden der Wirkung des Wasserstoffes ausgesetzt. Nach zwei Tagen sind die Versuche vorgenommen worden. Die Elektrode wurde so schnell ins Versuchsöl hineingebracht, daß sie nur wenig Zeit mit der Luft in Berührung kam.

Die Folge war, daß die Leitfähigkeit vergrößert und die Durchschlagsfestigkeit herabgesetzt wurde. Die einzelnen Galvanometerausschläge schwankten bei Spitze als Kathode sehr, sowohl bei Kupfer als auch bei Zink. Stromwerte blieben oft eine Zeitlang auf einem größeren Wert, gingen dann aber wiederum zu ihrem Minimalwert zurück. Spitze als Kathode führte größere Ströme als Spitze als Anode, bei der auch die Stromschwankungen kleiner waren und die bessere reproduzierbare Kurven ergab.

b) Die nach Methode d behandelte Kupferspitze wurde über den aus einer kleinen Öffnung herausströmenden Dampf kurze Zeit gehalten. Die Elektrode war vorher auf 110° C erwärmt, um die Kondensation des Dampfes an ihrer Oberfläche zu vermeiden. Die inzwischen abgekühlte Elektrode wurde schnell ins Versuchsöl hineingebracht und dann Experimente ausgeführt.



Die Wirkung war sehr ungünstig hinsichtlich der dielektrischen Eigenschaften des Öles. Sie setzte den Durchschlagswert sofort herunter, verursachte große Stromschwankungen, vergrößerte außerordentlich stark das Leitvermögen und brachte große Flüssigkeitsströmungen mit sich.

c) Die nach Methode d (s. S. 409) behandelte Elektrodenspitze (Cu, Fe, Zn) wurde ins Wasser eingetaucht und dann mit einem sehr sauberen Lederlappen sorgfältig abgeputzt.

Die Wirkung war dieselbe wie bei b.

d) Die nach Methode d behandelte Elektrodenspitze wurde ins Wasser eingetaucht und dann ungeputzt ins Versuchsöl hineingebracht. Die Wirkung war dieselbe wie bei b und c. Die Flüssigkeitsströmung war intensiver.

XII. Rasches Umpolen.

Bei der Elektrodenanordnung ungleich großer Platten ist schnelle Umpolung vorgenommen worden (Bild 10). Zuerst wurde der Strom in gut gereinigtem Öl längere Zeit durchgelassen. Ehe das erstemal umgepolt wurde, hatte der Strom schon längere Zeit seinen Endwert erreicht. Die kleine Platte war Kathode, der Elektrodenabstand $\delta = 2$ mm; die angelegte Spannung betrug $U = 17{,}2$ kV; der dabei eingestellte Endwert des Stromes betrug $\mathfrak{J} = 29{,}5 \cdot 10^{-8}$ Amp. Nach der Umpolung, so daß also die kleine Platte Anode wurde, erhielt man ungefähr denselben Strom, der aber in der Zeit von ungefähr 50 Sek. auf den Wert $16 \cdot 10^{-8}$ Amp. abklang. Nach nochmaliger Umpolung, also war die kleine Platte wieder Kathode, zeigte das Instrument nicht den ursprünglichen Strom $29{,}5 \cdot 10^{-8}$ Amp., sondern $40 \cdot 10^{-8}$ Amp., der aber mit der Zeit auf den Wert $26 \cdot 10^{-8}$ Amp. herabfiel. Bei oftmaliger Stromrichtungsänderung zeigt sich diese Erscheinung bei verschiedenen Spannungen und Elektrodenentfernungen immer wieder. Die Steilheit der Kurve war um so größer, je größer die angelegte Spannung war. Die Meßergebnisse und die Dimensionen der Elektroden sind im Bild 10 dargestellt.

Es wurden auch Versuche mit 2 gleich großen Kugelkalottenelektroden aus Stahl bei der Elektrodenentfernung $\delta = 2$ mm gemacht. Die Dimensionen sind aus der Skizze „Die Elektroden" (Bild 2) zu ersehen. Unmittelbar nach jeder Umpolung zeigte das Galvanometer einen größeren Strom an, der in kurzer Zeit auf den kleineren Normalwert abfiel, der von der Stromrichtung unabhängig war. Die Stromunterschiede betrugen etwa 4%.

XIII. Einfluß der Elektrodenentfernung.

Um den Einfluß der Elektrodenentfernung zu studieren, wurden Untersuchungen sowohl mit Ölen im Zustand, in dem sie geliefert wurden, gemacht, als auch mit Ölen bei verschiedenen Reinheitsgraden. Die mit der Änderung der Elektrodenentfernung verknüpften Erscheinungen sind in gereinigtem Öl deutlicher zu ersehen, weil im ungereinigten Öl die Unterschiede bei den Stromspannungskurven nicht nur durch die Änderung des Elektrodenabstandes hervorgerufen werden können, sondern auch vom Stromdurchgang, wie bei der Besprechung der elektrischen Reinigung gezeigt wurde. Die in Bild 12 gezeichneten Kurven stellen die Ergebnisse dar, die im Öl II aufgenommen worden sind, nachdem es gut gereinigt und durch Stromdurchgang elektrisch behandelt worden war. Um gut reproduzierbare Kurven zu bekommen, wurde die geerdete Spitze als Anode genommen. Die Elektrodenanordnung war abgerundete Kupferspitze gegen Kupferplatte.

Schweidler[1] fand als Ergebnis seiner Untersuchungen: „Ebenso ist die Stromstärke bei konstanter elektromotorischer Kraft und verschiedenen Schichtdicken nicht dieser umgekehrt proportional, sondern die scheinbare Leitfähigkeit nimmt

[1] E. v. Schweidler, Ann. d. Physik, 1901, 4, 308.



mit der Elektrodendistanz zu". Bei den vorliegenden Untersuchungen ergaben sich für niedrige Spannungen dieselben Beziehungen. Z. B. haben wir bei einer Spannung von 16 kV und der Elektrodenentfernung $\delta = 1$ mm einen Strom von $2 \cdot 10^{-8}$ Amp. (Öl II, Bild 12). Verdoppeln wir die Elektrodenentfernung, so ergibt sich nicht die Hälfte des Stromes, sondern 65%, also eine Abweichung von 15% Überschuß. Wenn die umgekehrte Proportionalität zwischen Stromstärke und Elektrodenentfernung

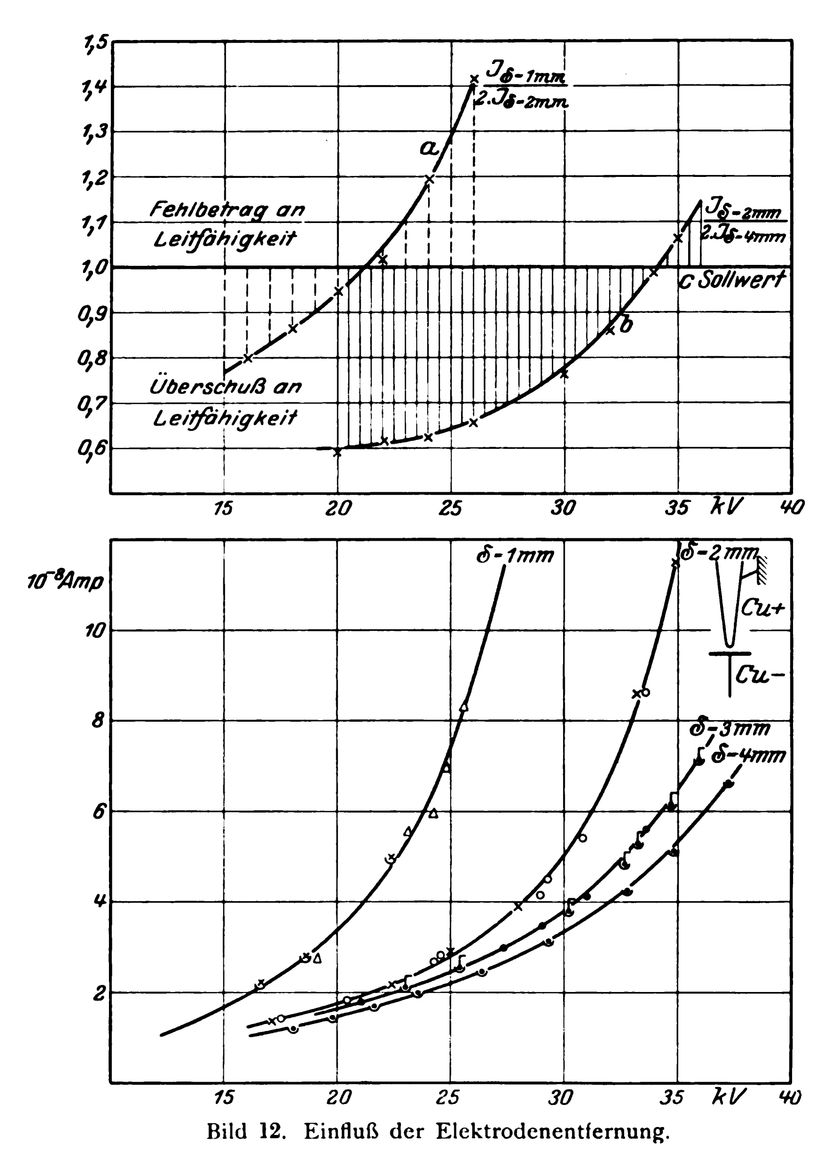


Bild 12. Einfluß der Elektrodenentfernung.

bestünde, so müßte der Ausdruck $\frac{\mathfrak{J}_{\delta=1}}{2 \cdot \mathfrak{J}_{\delta=2}} = 1$ und durch eine gerade Kurve (c im Bilde 12) darstellbar sein. Wie wir sehen, ergibt $\frac{\mathfrak{J}_{\delta=1}}{2 \cdot \mathfrak{J}_{\delta=2}}$ keine Gerade, sondern die Kurve a (Bild 12). Bei kleineren Spannungen wird der Überschuß immer größer. Mit steigender Spannung nimmt der Überschuß ab, bis er ganz verschwindet, in unserem Fall bei 21,4 kV. Bei dieser Spannung ist die Stromstärke umgekehrt proportional der Elektrodenentfernung $\delta = 1$ mm und $\delta = 2$ mm. Von da an treten die umgekehrten Verhältnisse auf: Die Stromstärken bei der Entfernung $\delta = 2$ mm

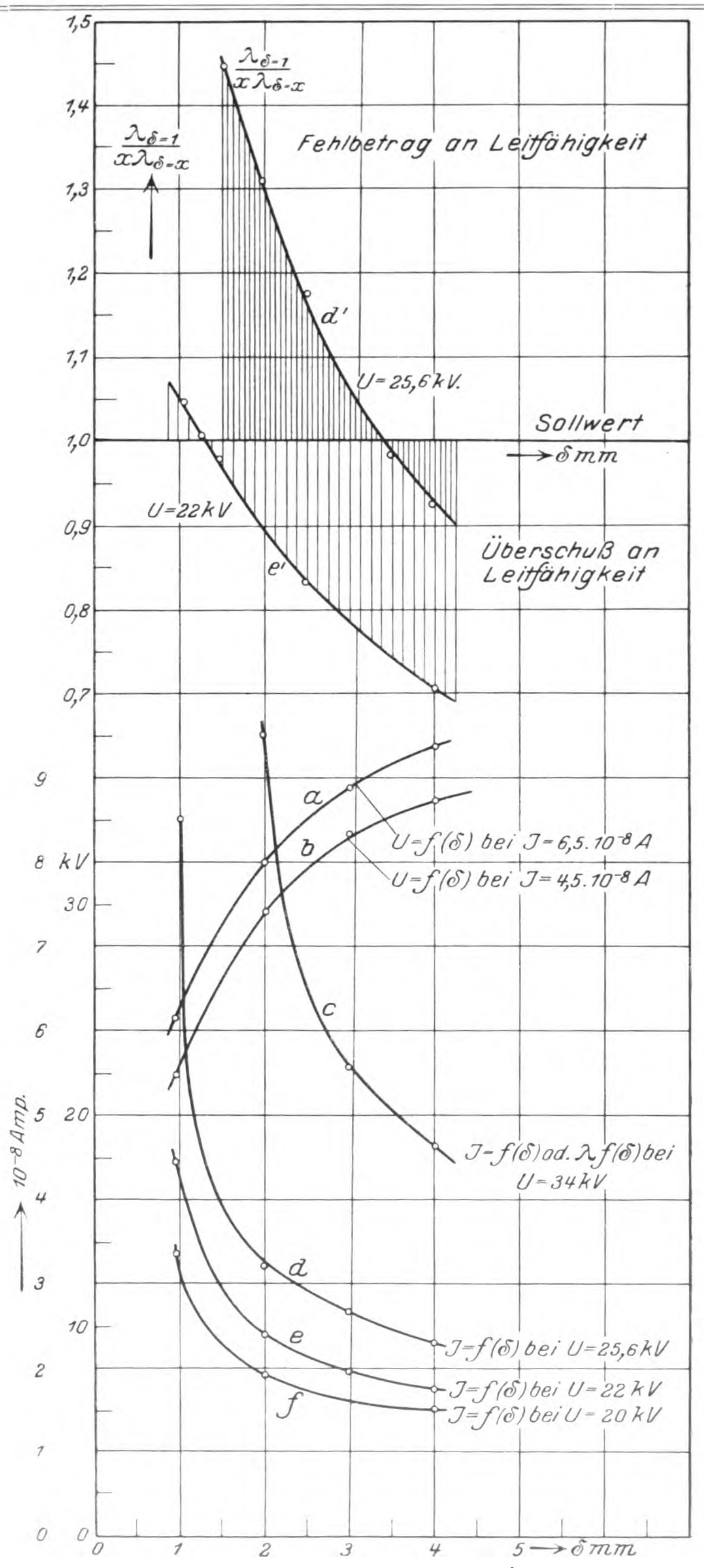


Bild 13. Einfluß der Elektrodenentfernung.

sind nicht etwa die Hälfte von denen bei $\delta = 1$ mm, sondern kleiner, und zwar wird der Fehlbetrag des Sollwertes mit wachsender Spannung größer. Die ausgezeichnete Spannung, bei der die Stromstärken umgekehrt proportional der Elektrodenentfernung ist, hängt nicht vom Verhältnis der Elektrodenentfernungen ab, sondern wird durch die Elektrodenentfernungen selbst, die das Verhältnis bilden, bestimmt (Bild 12, Kurve a, b). Nehmen wir z. B. das Verhältnis $\delta = 1$ mm zu $\delta = 2$ mm, also $1/2$ und dasselbe Verhältnis, aber $\delta = 2$ mm zu $\delta = 4$ mm, so fallen die ausgezeichneten Spannungen nicht zusammen, sondern sie ist z. B. im zweiten Falle größer, und zwar **34,1** kV. Daraus sieht man, daß diese Spannung mit wachsender Elektrodenentfernung größer wird.

Die Kurven c, d, e, f (Bild 13) stellen die Beziehung zwischen Strom und Elektrodenentfernung bei konstanter Spannung, also die Leitfähigkeitskurven $\lambda = f(\delta)$ dar. Auch hier sieht man, daß keine einfache Proportionalität zwischen Leitfähigkeit und Elektrodenentfernung besteht.

Bilden wir den Ausdruck

$$\frac{\lambda_{\delta=1}}{x \cdot \lambda_{\delta=x}} = f(\delta)$$

bei der Spannung 25,6 kV, so bekommen wir die Kurve d' (Bild 13). Bis zur Entfernung von etwa $\delta = 3{,}66$ mm haben wir Fehlbeträge; bei dieser Entfernung besteht die umgekehrte Proportionalität. Mit größer werdender Entfernung treten die Überschußwerte auf. Bei kleinerer Spannung (Kurve e' Bild 13) $U = 22$ kV haben wir die umgekehrte Proportionalität bereits bei der Elektrodenentfernung $\delta = 1{,}3$ mm.

XIV. Polaritätserscheinungen.

1. Allgemeines. Die Polaritätseffekte sind in jeder der bei den vorliegenden Untersuchungen verwendeten Ölsorten beobachtet worden. Sie bestehen darin, daß die Stromstärke und die Höhe der Entladungsspannung bei bestimmter Elektrodenanordnung (bei ungleich großen Elektroden) und konstanter Elektrodenentfernung von der Stromrichtung abhängig ist. Es ist nicht gleichgiltig, z. B. bei der geometrischen Anordnung der Elektroden geerdete Spitze gegen Platte, was man als Anode und was als Kathode nimmt.

Die Polaritätserscheinungen treten sowohl in ungereinigten (technischen) Ölen als auch in extrem gut gereinigten auf. Sie sind bei verschiedenen Ölsorten verschieden stark ausgeprägt.

$(\mathfrak{J}-)$ soll den Strom bei der Elektrodenanordnung Spitze als Kathode gegen Platte als Anode bedeuten. Bei geometrischer Anordnung von zwei ungleich großen Elektroden wird dann $(\mathfrak{J}-)$ den Strom bei Kathode kleinere Elektrode bedeuten.

$(\mathfrak{J}+)$ soll der Strom bei Elektrodenanordnung Anode: Spitze gegen Kathode: Platte sein. Bei ungleich großen Elektroden wird dann $(\mathfrak{J}+)$ der Strom bei Kathode: kleine Elektrode sein.

$(U-)$ bedeutet die Spannung bei Spitze als Kathode.
$(U+)$ „ „ „ „ „ „ Anode.

2. Polaritätserscheinung bei δ = variabel. Die im Bild 14 dargestellten Kurven a, a', a'', b, b', b'', *c*, *c'* wurden bei verschiedenen Elektrodenentfernungen im Öl IV aufgenommen, nachdem es mit Ultrafilter, Sorte grob, filtriert, 3 Stunden getrocknet und elektrisch behandelt worden war. Wir betrachten die Elektrodenanordnung geerdete Kupferspitze gegen Kupferplatte beim Abstand $\delta = 1$ mm. Die dabei aufgenommenen Kurven a, a', a'' zeigen die Polaritätserscheinungen. Daraus sieht man, daß die Stromstärke bei konstanter Spannung größer ist, wenn man geerdete Kupferspitze als Kathode nimmt. Die Kurven (aa') und (cc') (Bild 14) stellen die Abhängigkeit



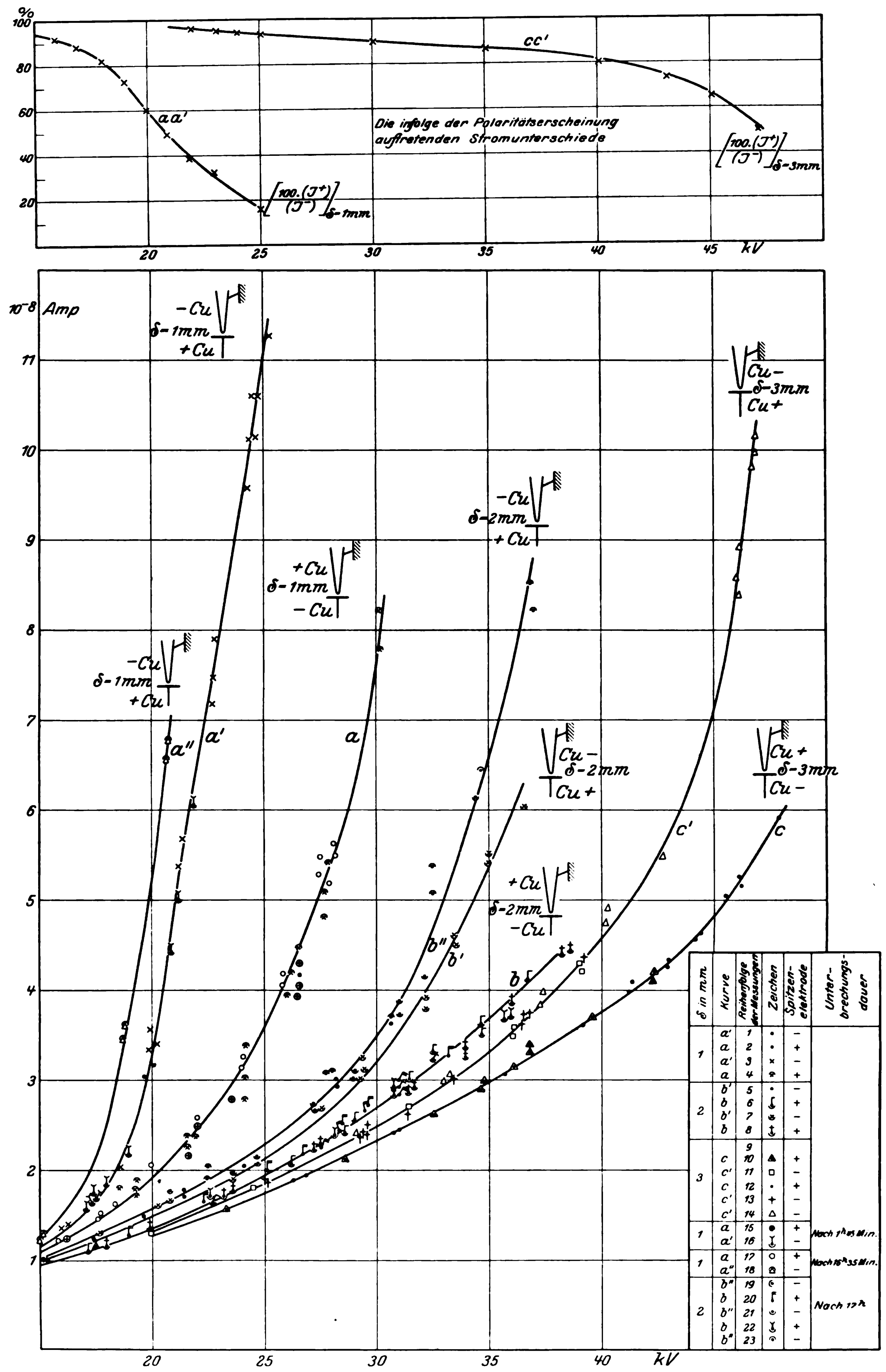


Bild 14. Polaritätserscheinung bei variabler Elektrodenentfernung.
Die Kurve aa' ist aus den Kurven a und a' gebildet. Die Kurve cc' ist aus den Kurven c und c' gebildet.

$$\left[\frac{100\,(\mathfrak{J}+)}{(\mathfrak{J}-)}\right]_{\delta\,=\,\mathrm{const}} = f\,(U)$$

dar.

Bei der Spannung $U = 16$ kV ist bei $\delta = 1$ mm die Stromstärke von Anode: geerdete Kupferspitze 92,5% von der Stromstärke Kathode: geerdete Kupferspitze. Also ist der prozentuale Unterschied bei dieser Spannung 7,5%. Mit kleiner werdender Spannung wird der Unterschied kleiner, bis er bei ganz niedrigen Spannungen verschwindet. Mit größer werdender Spannung wird der prozentuale Unterschied größer und ist kurz vor der negativen Entladung am größten. Der prozentuale Unterschied wächst bei niedriger Spannung langsam an. Dasselbe zeigt noch deutlicher die Kurve (CC') des Bildes 14 bei $\delta = 3$ mm.

Nach dem Verlauf der Kurven a und a' (Bild 14) Kathode: geerdete Spitze und Anode: geerdete Spitze ist zu erwarten, daß die Entladungsspannung im ersten Fall niedriger liegt als im zweiten, was durch die Experimente bestätigt wurde.

3. Verhalten der Spitzenelektrode als Anode und als Kathode bei der Reproduzierbarkeit der Stromspannungskurven. Die Elektrodenanordnung war Eisenspitze gegen Kupferplatte. Das Öl IV wurde mit doppeltem

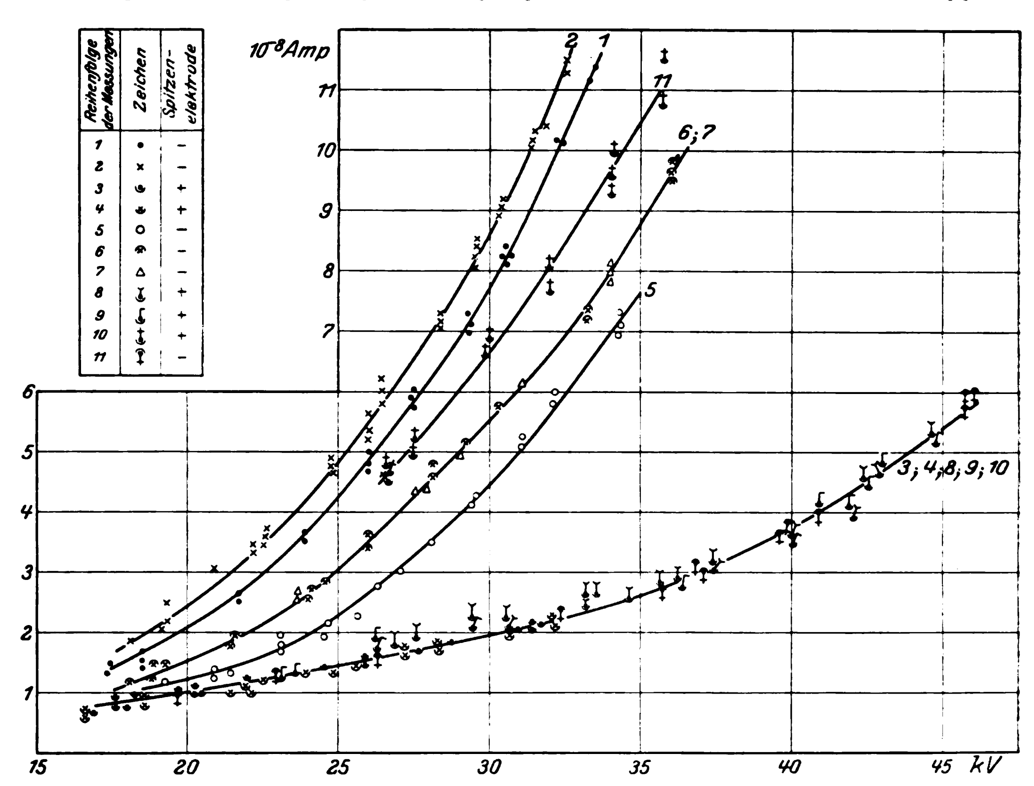


Bild 15. Verhalten der Spitzenelektrode als Anode und Kathode.
Bei den Kurven 1, 2, 5, 6, 7, 11 war die Spitze als Kathode.
Bei den Kurven 3, 4, 8, 9, 10 war die Spitze als Anode.

pergamentartigem Filter von Schleicher und Schüll filtriert, danach einige Stunden getrocknet und elektrisch behandelt. Nach jeder Umpolung wurden zwei bis drei Kurven aufgenommen. Die Versuche wurden mit Spitze als Kathode begonnen, die Werte sind in den Kurven 1 und 2 aufgetragen (Bild 15). Nach der Umpolung, also Spitze als Anode, wurden die Werte der Kurven 3 und 4 aufgenommen und wieder die Polarität geändert. Auf diese Weise wurden 11 Meßreihen durchgeführt. Man

sieht aus den Kurven, daß sie bei Spitze als Anode reproduzierbar sind. So ergeben die Meßreihen **3**, **4**, **8**, **9**, **10** eine reproduzierbare Kurve. Die einzelnen Galvanometerausschläge sind stabil (vorausgesetzt, daß das Öl gut gereinigt und durch Stromdurchgang elektrisch behandelt worden ist). Die Kurven bei Spitze als Kathode sind dagegen nicht leicht reproduzierbar zu erhalten. Man sieht, wie sie bei den Kurven **1**, **2**, **5**, **6**, **7**, **11** auseinanderliegen: sie streuen. Die einzelnen Galvanometerausschläge sind unstabil und mit Schwankungen verknüpft. Die Spitze als Kathode ist äußerst empfindlich und führt größere Ströme, verhält sich also viel aktiver als die Spitze als Anode. Diese Eigenschaften der Spitze als Kathode (Streuung der Kurven, Schwankungen und Unstabilität der Galvanometerausschläge) sind in ungereinigten Ölen stärker vorhanden. Sie hängen außerdem von der Oberflächenbeschaffenheit der Elektroden ab. Durch sorgfältige Reinigung des Öles und der Elektroden werden die Kathodeneigenschaften unterdrückt, sind aber nicht vollständig zu beseitigen.

Es kommt vor, daß nach der Umpolung von Spitze als Anode auf Kathode die erste Kurve bei bestimmter Spannung eine kleinere Stromstärke zeigt als die nächstfolgende, wie die Kurven **5**, **6**, **7** zeigen. Das bedeutet, daß der Strom bei konstanter Spannung mit der Zeit ansteigt. In vielen Fällen ist der Streuungsbereich der Kurven bei Spitze als Kathode bedeutend kleiner als bei den in Bild **15** dargestellten Kurven, jedoch sieht man den prinzipiellen Charakter des Verhaltens der Spitze als Anode und Spitze als Kathode bei der Reproduzierbarkeit der Kurven in Bild **15** am besten.

4. Die Stromspannungskurven und Entladung. Es sind Versuche im Öl III gemacht worden, nachdem es mit doppeltem Pergamentfilter (Schleicher und Schüll) filtriert, **4** Stunden bei **110° C** getrocknet und so lange durch Stromdurchgang elektrisch behandelt wurde, bis die Reproduzierbarkeit der Kurven hergestellt war. Die Elektrodenanordnung war geerdete Kupferspitze gegen Kupferplatte bei der Elektrodenentfernung $\delta = 1$ mm. Die Spannung wurde jedesmal bis zum vollständigen Durchschlag gesteigert und dabei die Stromspannungskurve aufgenommen. Nach jedem Durchschlag wurde umgepolt. Tabelle I und Bild **16** stellen die Ergebnisse dar. Man sieht, daß die Kurven bei Spitze als Anode gut reproduzierbar sind. Die Vorentladungen sind bei den Meßreihen **9** und **10** überhaupt nicht aufgetreten. Die mittlere Streuung der Vorentladungsspannungen in den Meßreihen **3**, **5**, **7** beträgt **2,8**$^0/_0$, wobei erwähnt werden muß, daß sich der Wert der **5**. Meßreihe stark von den übrigen Werten unterscheidet, und daß er vielleicht auch falsch abgelesen worden ist. Die Durchschlagswerte sind gut reproduzierbar. Sie weichen vom Mittelwert nur um **1**$^0/_0$ ab. Die Eigenschaft, daß die Kurven bei Spitze als Anode reproduzierbar sind, ist auch bei der Reproduzierbarkeit der Durchschlagsspannungen wiederzufinden. Also beeinflußt der Charakter der Kurven auch den Charakter der Durchschlagserscheinungen.

Wie wir im Bilde **16** sehen, sind die Kurven bei Spitze als Kathode nicht reproduzierbar. Bei jeder Meßreihe mit Spitze als Kathode (Tabelle I) traten Vorentladungen auf. Die mittlere Vorentladungsspannung beträgt 33,62 kV, ihre mittlere Streuung etwa 9$^0/_0$. Die mittlere Durchschlagsspannung ist 40,95 kV, ihre mittlere Streuung 1,82$^0/_0$. Auch hier sieht man, daß mit der Streuung der Kurven bei Spitze als Kathode auch die Entladungsspannungswerte streuen. Wir sehen, daß die Durchschlagswerte bei weitem nicht so stark streuen wie die Vorentladungsspannungen. Also entspricht die Streuung der Stromspannungskurven bei Spitze als Kathode eher der Streuung der Vorentladungsspannungen als der Streuung der Durchschlagswerte. Jede $J = f(U)$-Kurve ist maßgebend für eine bestimmte Entladung, denn werden durch die Entladung die Verhältnisse im Öl geändert, was sehr oft der Fall ist, insbesondere aber bei Spitze als Kathode, so gehört zur nächsten Entladung eine andere Kurve. Als Beispiel benützen wir die 10. Meßreihe der Tabelle I und die



Kurve *a* des Bildes 16. Die erste Vorentladung trat bereits bei 31,58 kV auf, für die die Kurve a maßgebend ist. Mit der Entladung war das sofortige Abfallen des Stromes zu beobachten. Bei weiterer Spannungssteigerung bis 34,5 kV hat sich ein Stromwert von etwa $380 \cdot 10^{-8}$ Amp. eingestellt (Punkt *p*, Bild 16), d. h. ein Strom, der bei

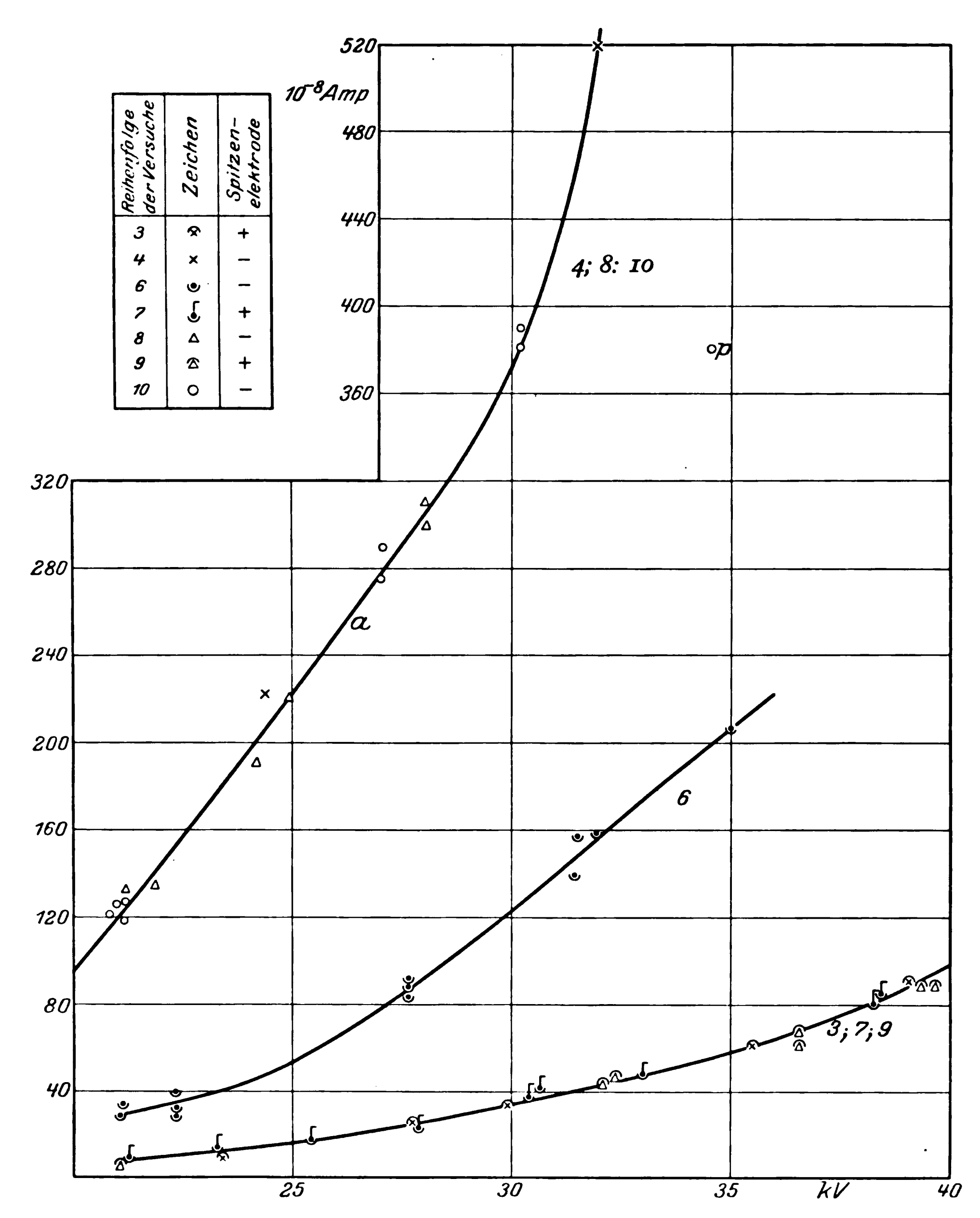


Bild 16. Stromspannungskurven und Entladungen.
Die Zahlen an den Kurven zeigen die Reihenfolge der Messungen.

der Kurve a schon bei 30 kV vorhanden war. Dieser Stromwert (Punkt *p*) liegt auf einer anderen Kurve (sie ist im Bilde 16 nicht gezeichnet), die für die nächste Entladung maßgebend ist. Die nächsten Vorentladungen erfolgten bei $U = 37{,}9$ kV und $U = 40{,}4$ kV. Der vollständige Durchschlag fand erst bei $U = 42{,}7$ kV statt.

Tabelle I.
Stromspannungskurven und Entladungen.
Elektrodenanordnung: Kupferspitze gegen Kupferplatte. — Elektrodenentfernung 1 mm.

Meßreihe	Geerdete Spitzen-elektrode	U kV	$J \cdot 10^{-8}$ Amp.	Vor-entladung in kV	Durch-schlagswert in kV	Nach-entladung in kV
1	Anode			32,25	47,5	
				42,4		
2	Kathode			25,8		
				27,7		
				30 2		
				33,85	40,4	
3	Anode	23,3	11,0			
			12,2			
		27,7	26,0			
			28,0			
		35,4	62,0			
		36,0	64,5			
		39,15	86,5			
		38,9	90,0	42,75	48,1	
4	Kathode	27,7	146,6	27,7		
			120,0			
			115,0			
		31,85	180,5	31,85		
				36,0	40,4	
					41,25	
5	Anode	22,7	17,5			
		27,3	30,0			
			35,0			
		36,0	78,0			
		36,5	81,0	40,4	44,1	
6	Kathode	22,1	48,5			
		22,3	56,5			
			43,0			
			31,2			
			34,5			
		27,65	86,2			
		28,0	90,0			
			95,0			
		31,5	138,0—157			
		31,9	151,0—160			
			158,0			
		35,0	207,0	35,0	40,0	
7	Anode	18,1	9,0			
		23,3	15,5			
		25,42	22,5			
		30,5	40,0			
			43,0			
		32,9	50,0			
		38,3	88,0			
			79,5			
		40,8	98,2			
		41,42	100,0		47,1	43,80
		42,4	103,2	43,5		
				44,12		

Tabelle I (Fortsetzung).

Meßreihe	Geerdete Spitzen-elektrode	U kV	$J \cdot 10^{-8}$ Amp.	Vor-entladung in kV	Durch-schlagswert in kV	Nach-entladung in kV
8	Kathode	21,15	112,0	33,80		
			120,5	34,75		
		21,75	137,5	37,00	40,4	
		24,20	190,0	37,90		
		24,65	203,0	39,55		
			224,0			
		28,0	300,0			
			310,0			
		33,8	590,0			
9	Anode	21,15	10,5			
		25,43	22,5			
		29,80	36,5			
			37,8			
		32,10 }	{ 47,0			
		32,25 }	{ 50,0			bis
		36,25 }	{ 59,0	keine	47,1	33,0
		36,50 }	{ 60,5			
		39,35	83,0			
		39,55	86,0			
		43,10	112,0			
		43,45	120,0			
		47,10	138,0			
10	Kathode	21,80 }	{ 121,0			
		22,30 }	{ 127,20			
		27,00	276,0			
		27,30	293,0			
			328,0			
		30,20	380,0	31,85		
		34,50	380,0			
			362,5			
		37,65	398,0			
			414,0	37,90		
				40,40	42,7	
11	Anode				48,1	

Mittelwert der Durchschlagsspannungen bei Spitze als Anode 47,6 kV
Mittlere Streuung „ „ „ „ 1%
Mittelwert der Durchschläge „ „ Kathode 40,95 kV
Mittelwert der Vorentladungsspannungen „ „ „ „ 33,62 kV
Mittlere Streuung der Durchschläge „ „ „ „ 1,82%
Mittelwert der Vorentladungsspannungen „ „ „ „ 9,022%
Prozentualer Unterschied der Durchschlagsspannungen (Mittelwerte) zwischen Spitze als Anode und Kathode 11,1%

Es kommt vor, wie die Meßreihe 9 der Tabelle I zeigt, daß auch Nachentladungen auftreten. Bei dieser Meßreihe war keine Vorentladung vorhanden. Der Durchschlag erfolgte bei $U = 47{,}1$ kV, wonach die Spannung herunterreguliert wurde. Die Nachentladungen waren bis $U = 33$ kV festzustellen.

Die Erscheinungen, die bei Spitze als Kathode und bei Spitze als Anode beobachtet worden sind, haben eine gewisse Analogie mit den positiven und negativen

Koronaentladungen. Deshalb dürfte man vielleicht annehmen, daß bei negativer Spitze die positiven Ionen an der Oberfläche des Metalls eine elektronenauslösende Wirkung haben, während bei den negativen Ionen, die auf die positive Spitze zuwandern, dies nicht der Fall ist.

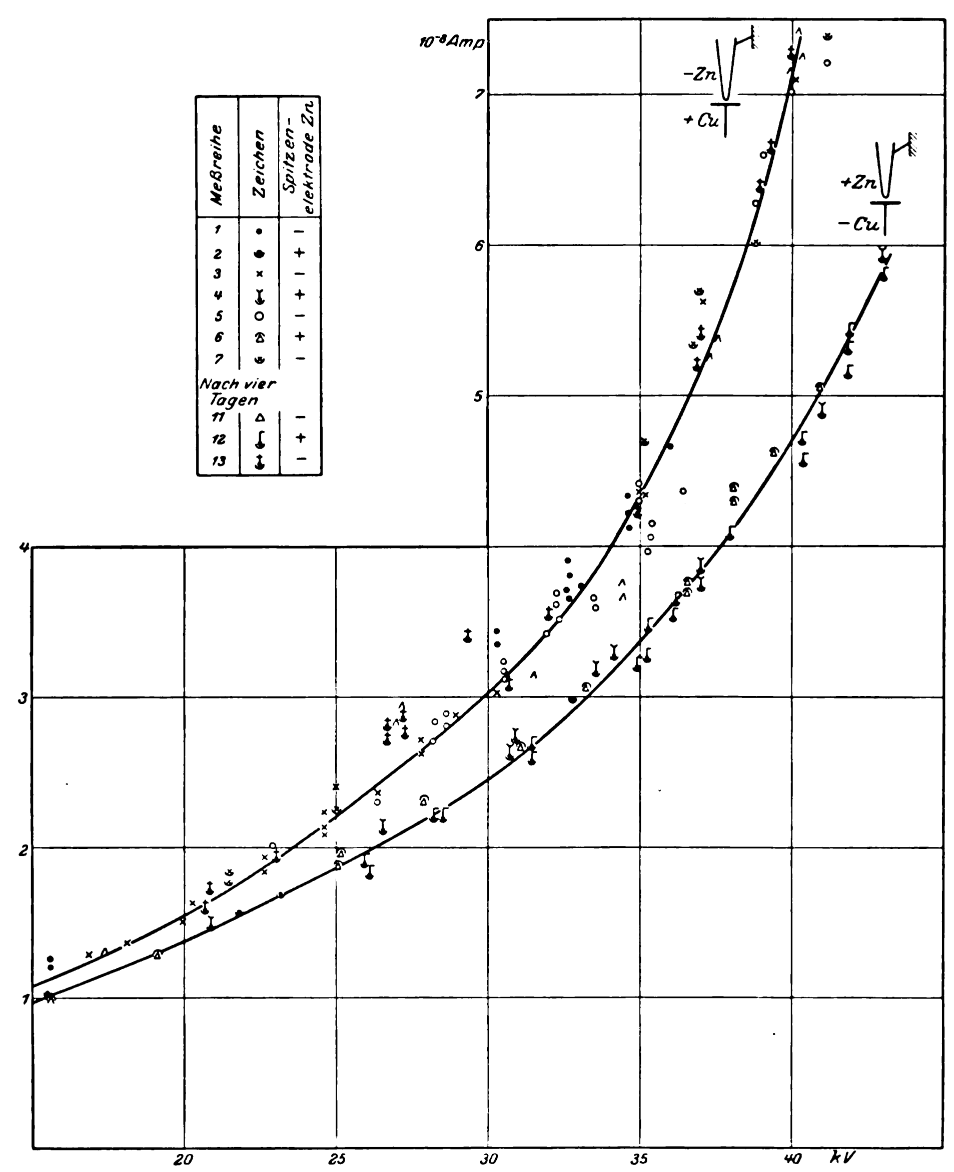


Bild 17. Einfluß der Unterbrechungsdauer auf die Polaritätserscheinung.
Elektrodenentfernung 2 mm.
Öl IV 1. mit Ultrafilter Sorte grob filtriert,
2. 3 Stunden getrocknet,
3. durch Stromdurchgang elektrisch behandelt.

Die absolute Höhe der Leitfähigkeit ist nicht maßgebend für die Durchschlagsspannung. Es kann sein, daß das Öl mit kleinerer Leitfähigkeit kleinere Durchschlagswerte besitzt als das mit größerer Leitfähigkeit. Deshalb kann man nach diesem Gesichtspunkt die Güte des Öles nicht beurteilen.

Dagegen sind die Stromstärken in derselben Ölsorte bei konstanter Elektrodenentfernung von dem Reinheitsgrad des Öles abhängig, und zwar, wie die Bilder 6

und 7 zeigen, fällt die Leitfähigkeit, wenn das Öl immer besser gereinigt wird, womit auch eine Steigerung des Durchschlagswertes verknüpft ist. Also ist das Sinken der Leitfähigkeit ein Zeichen dafür, daß das Öl in dielektrischer Hinsicht besser wird, daß also sein Durchschlagswert steigt. Haben wir das Öl der gleichen Sorte (derselben Herkunft) nach zwei verschiedenen Methoden behandelt und besitzt das nach der ersten Methode behandelte Öl größere Leitfähigkeit als das nach der zweiten Methode behandelte Öl, so zeigt das, daß die zweite Probe eine größere Durchschlagsspannung besitzt [1].

Mit fallender Leitfähigkeit wird die Reinheit des Öles erhöht, dadurch steigt auch seine Durchschlagsfestigkeit, aber nicht in demselben Maße, wie die Leitfähigkeit abfällt.

5. Einfluß der Unterbrechungsdauer auf die Polaritätserscheinung. Bild 17 stellt die Messungen bei der Elektrodenanordnung Zinkspitze gegen Kupferplatte dar. Zuerst wurden die Meßreihen 1—7 aufgenommen, wobei die Polarität nach jeder Meßreihe geändert wurde. Nach 4 Tagen wurden die Meßreihen 8—13 vorgenommen, wobei die Elektrode frisch gereinigt war. Wie die Kurven zeigen, hat diese Unterbrechungsdauer keinen nennenswerten Einfluß auf die Polaritätserscheinung gehabt.

6. Verschiedene Elektrodenanordnungen. Die Elektrodenanordnungen Kugel gegen Platte, 2 ungleich große Platten zeigen ebenfalls Polaritätserscheinungen.

7. Polaritätserscheinung bei verschiedenem Elektrodenmaterial. Die Spitzenelektroden aus verschiedenen Materialien zeigen verschieden starke Polaritätserscheinungen. Hierüber wird noch im Kapitel XV „Einfluß des Elektrodenmaterials auf $J = f(U)$“ berichtet.

XV. Einfluß des Elektrodenmaterials [2].

1. Allgemeines. Bei diesen Untersuchungen müssen folgende Einflüsse vermieden werden:

1. Wie bei allen Vergleichsmessungen muß auch hier streng darauf geachtet werden, daß die Untersuchungen bei derselben Temperatur vorgenommen werden, um die Temperatureinflüsse auszuschalten.

2. Die Einflüsse der Elektrodenoberflächenbeschaffenheit müssen auch beseitigt werden. Für alle verwendeten und wiederholt verwendeten Elektroden muß also dieselbe Reinigungsmethode streng durchgeführt werden, z. B. dieselbe Trocknungsdauer bei derselben Temperatur und dieselbe Reinigungsreihenfolge (siehe VI. „Einfluß der Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche“). Es wurde die Methode d angewendet.

3. Es müssen Einflüsse vermieden werden, die infolge verschiedener Reinheitsgrade des Öles auftreten könnten. Das wird dadurch erreicht, daß für diese Untersuchungen äußerst gut filtriertes und gut getrocknetes Öl verwendet wird und dafür gesorgt wird, daß sich der Zustand des Öles weiterhin nicht ändert.

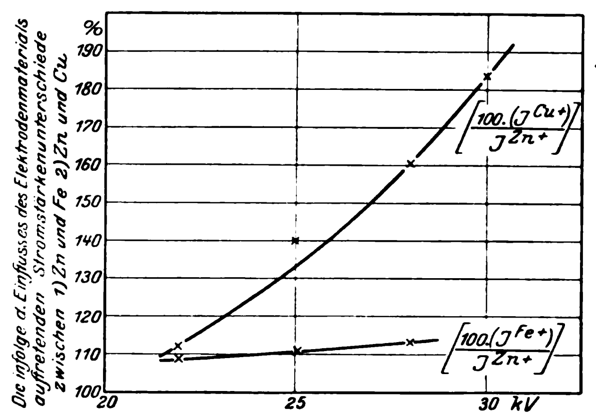
4. Der Einfluß des Stromdurchganges wird dadurch vermieden, daß längere Zeit Strom hindurchgeschickt wird, bis die Reproduzierbarkeit der Kurven erreicht wird und bis der weitere Stromdurchgang keinen Einfluß mehr ausüben kann.

5. Damit zufällige Erscheinungen keinen Einfluß haben können, wird die Reihenfolge der zu untersuchenden Metalle wie folgt gewählt:

---

[1] Dabei ist ganz langsame Spannungssteigerung vorausgesetzt. Denn bei schneller Spannungssteigerung bekommen wir, wie auch infolge des Einflusses der Zeitdauer des Stromdurchganges zu erwarten ist, größere Leitfähigkeit. Der Durchschlagswert ist aber größer (Einfluß der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung).

[2] Sorge, Über die elektrische Festigkeit einiger flüssiger Dielektrika. Arch. f. Elektrot. XIII, 1924, S. 189.



Die Spitzenelektrode als Anode.
Die Ströme von Zn sind gleich 100% gesetzt.
Elektrodenentfernung 1 mm.

Reihenfolge der Messungen	Zeichen	Spitzenelektrode
1	•	Cu −
2	×	
3	△	Cu +
4	⚘	
5	Ꮁ	Zn −
6	⊍	Zn +
7	⚘	Zn −
8	ꜝ	Cu +
9	○	Cu −
10	⌔	Fe −
11	□	Fe +
12	⫱	Fe −
13	⫰	Zn +
14	⚲	Fe +

10⁻⁶ Amp; −Cu; +Cu; −Fe; +Cu; Cu+; Cu+; Fe+; Cu−; Zn; Zn−; Cu; Zn+; Cu−; +Fe; −Z; −Zn; +Zn; kV

Bild 18. Einfluß des Elektrodenmaterials.

Öl IV 1. mit Ultrafilter Sorte grob filtriert,
2. 3 Stunden getrocknet,
3. durch Stromdurchgang elektrisch behandelt.

a) Spitzenelektroden aus verschiedenen Metallen, Kupferplattenelektrode wird dieselbe gelassen. Bei jedem Metall wurde durchschnittlich die Polarität 8—10 mal geändert. Dabei wurden die Experimente in verschiedener Reihenfolge der Spitzenelektrodenmaterialien vorgenommen, so daß ein und dasselbe Elektrodenmetall mehrmals zur Untersuchung gelangte, und zwar bei verschiedenen Elektrodenentfernungen.

b) Spitze dieselbe, Platte verschieden. Die Messungen wurden wie bei a) durchgeführt.

Ergeben die wiederholten Versuche mit demselben Elektrodenmaterial nicht dieselben Meßergebnisse, so können sie nicht verwertet werden. Wenn die Messungen brauchbar sein sollen, müssen bei demselben Metall mindestens zwei bis drei Kurven zusammenfallen. Die untere Elektrode wird nicht ausgewechselt.

2. Einfluß des Spitzenelektrodenmaterials. Für die Versuche wurde das Öl filtriert (Ultrafilter, Sorte grob), drei Stunden bei 115° C getrocknet und elektrisch behandelt. Bild 18 zeigt die Meßergebnisse bei den Elektrodenmaterialien Cu, Fe, Zn und dem Elektrodenabstand $\delta = 1$ mm. Die dabei verwendete Plattenelektrode war aus Cu, die während der Untersuchungen nicht ausgewechselt wurde. Man sieht, daß die Stromunterschiede zwischen verschiedenen Metallen bei Spitze als Kathode größer sind als bei Spitze als Anode. Die Kurven bei Spitze als Kathode gehen mehr auseinander. Die Kurven a und b im Bilde 18 zeigen die prozentualen Stromunterschiede bei Spitze als Anode zwischen Zn und Cu und zwischen Zn und Fe

$$\left[\frac{100 \cdot (J^{Cu}+)}{(J^{Zn}+)}\right] = f(U), \quad \left[\frac{100 \cdot (J^{Fe}+)}{(J^{Zn}+)}\right] = f(U).$$

Die Stromstärken von Zn sind dabei gleich 100% gesetzt. Bei niedrigeren Spannungen sind diese Unterschiede nicht beobachtet worden. Sie wachsen mit steigender Spannung und sind kurz vor dem Durchschlag am größten.

Auch die Polaritätserscheinungen sind bei verschiedenen Elektrodenmaterialien verschieden stark vorhanden. Die Kurven a und b im Bilde 19 zeigen den prozentualen Unterschied der Ströme bei Spitze als Kathode und Spitze als Anode abhängig von der Spannung bei $\delta = 2$ mm für Kupfer und Zink.

$$\left[\frac{100 \cdot (J+)}{(J-)}\right]_{Cu} = f(U); \quad \left[\frac{100 \cdot (J+)}{(J-)}\right]_{Zn} = f(U).$$

Die Ordinatenunterschiede der Kurven a und b stellen die Unterschiede in den Polaritätseffekten dar, die infolge des Einflusses des Elektrodenmaterials auftreten. Die Bilder 18 und 19 zeigen, daß die Polaritätserscheinungen von diesen drei untersuchten Elektrodenmetallen bei Cu am stärksten, bei Fe weniger stark und bei Zn noch schwächer vorhanden sind. Dieselbe Reihenfolge der Metalle gilt auch bei der Stromführung. Von diesen drei Metallen hat die Kupferspitze die größte Stromstärke, Eisenspitze eine schwächere und Zinkspitze die schwächste bei derselben Spannung, wie aus den Kurven a und b im Bilde 19 deutlich zu ersehen ist. Was die Durchschlagswerte anbelangt, so sind sie bei Zink am größten und bei Kupfer am niedrigsten; Eisen steht auch hier in der Mitte.

Die im Bilde 18 durch die Kurven a und b dargestellten prozentualen Unterschiede der Stromstärke bei konstanten Spannungen zwischen den Metallen Cu, Fe, Zn und die prozentualen Unterschiede in der Stärke der Polaritätserscheinungen (Bild 19, Kurven a und b) dürfen nicht als feste Zahlen betrachtet werden, sondern sie können variieren je nach der Ölsorte, nach dem Reinheitsgrad des Öles und nach der Elektrodenoberflächenbeschaffenheit. Sie sind hier als Beispiele benützt, um diese Unterschiede zahlenmäßig zeigen zu können.

Die Vergleichsmessungen zwischen Zn und Ag haben ergeben, daß Ag größere Durchschlagswerte und bei derselben Spannung kleinere Stromstärken hat. Also läßt sich Ag in folgender Weise einreihen:



1. Nach der Stärke der Polaritätserscheinungen haben wir die Reihenfolge
Cu — Fe — Zn — Ag.

2. Dieselbe Reihenfolge gilt auch für die Menge der Stromführung bei konstanter Spannung
Cu — Fe — Zn — Ag.

3. Dagegen ist die Reihenfolge nach der Höhe der Durchschlagswerte
Ag — Zn — Fe — Cu.

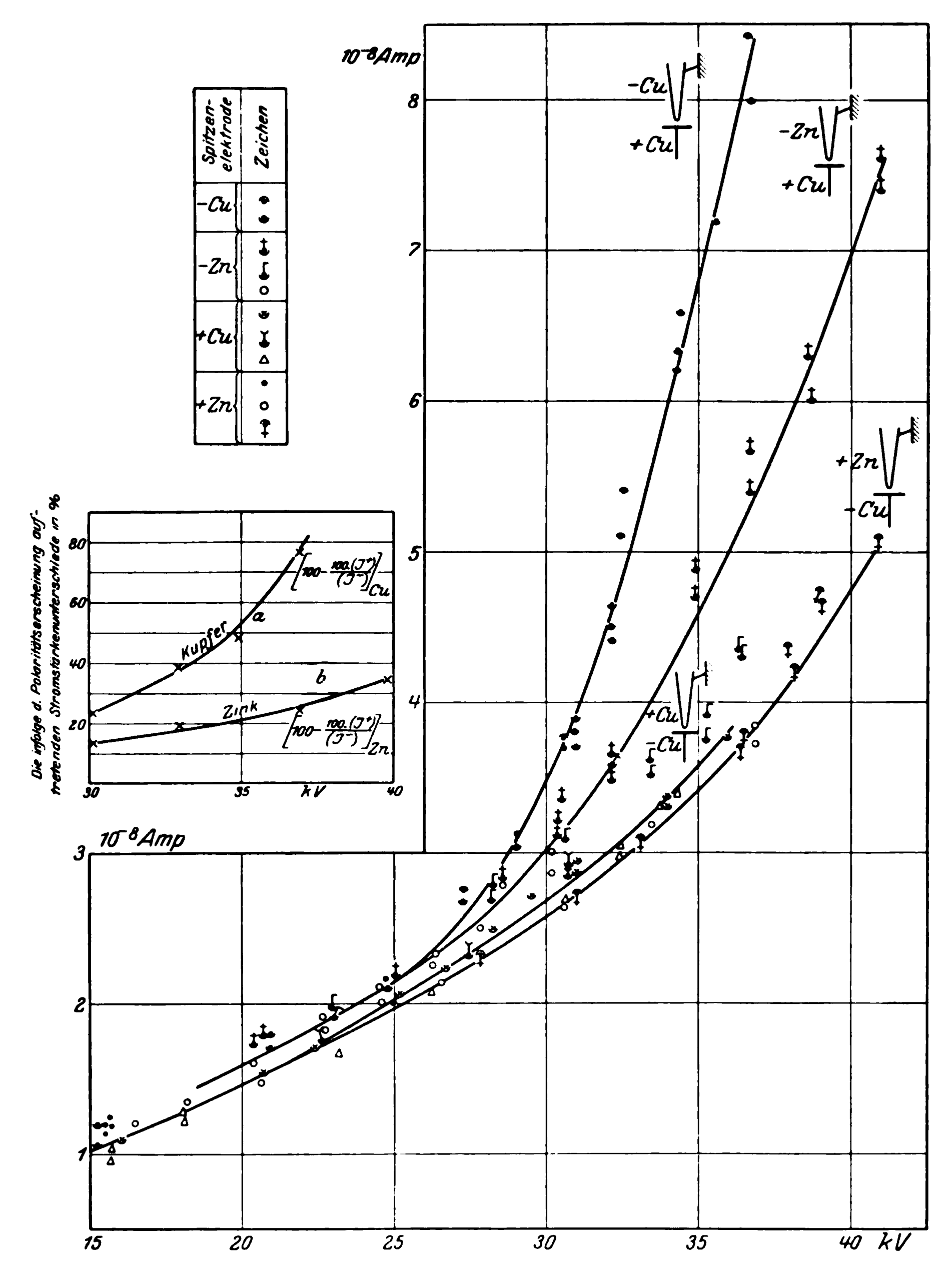


Bild 19. Einfluß des Elektrodenmaterials auf Polaritätserscheinung.
Elektrodenentfernung $\delta = 2$ mm.
Öl IV 1. mit Ultrafilter Sorte grob filtriert,
2. 3 Stunden getrocknet,
3. durch Stromdurchgang elektrisch behandelt.

Also ist die Durchschlagsspannung bei diesen 4 Metallen bei Ag am größten und bei Cu am kleinsten.

Es wurden auch andere Metalle, Aluminium, Gold, Stahl, Messing untersucht. Außerdem wurden Versuche mit Bogenlampenkohle ausgeführt. Alle diese Elektroden zeigten Polaritätserscheinungen.

Es ist jedoch äußerst schwer, die letztgenannten Metalle in die bereits aufgestellten Reihen einzuordnen, denn ändert man die Polarität bei jedem Metall 8 bis 10 mal (also mindestens 16 Kurven), und wiederholt man die Versuche mit demselben Metall, nachdem man ein anderes untersucht hat, um nachzuprüfen, ob die letzten Messungen mit den ersten übereinstimmen, so kann man im Tag höchstens 2 bis 3 Metalle miteinander vergleichen. Ein und dasselbe Metall muß aber mehrere Male zur Untersuchung gelangen, und jedesmal muß mehrere Male umgepolt werden, damit wir kontrollieren können, ob während der Versuche der Zustand des Öles gleich geblieben ist, und ob die Effekte, die wir zwischen den verschiedenen Metallen bekommen, nicht etwa dadurch verursacht sind, daß sich das Öl verändert hat. Ist inzwischen ein starker Durchschlag eingetreten, der den Ölzustand verändert, so sind die Messungen überhaupt unbrauchbar, und für die neue Meßreihe muß eine andere, gut gereinigte Ölprobe vorbereitet werden. Es ist gewagt, die Ergebnisse, die an einem Tag gewonnen worden sind, mit denen eines andern Tages zu vergleichen, weil inzwischen leicht eine Veränderung des Ölzustandes eingetreten sein kann.

3. Einfluß des Plattenelektrodenmaterials. Die Versuche sind mit Öl IV gemacht worden, nachdem es mit doppeltem Pergamentfilter filtriert, 3 Stunden getrocknet und elektrisch behandelt worden war. Zu Untersuchungen gelangten folgende Plattenelektroden: Fe, Cu, Zn, Stahl, Messing gegen Kupferspitze und später gegen Eisenspitze bei der Elektrodenentfernung $\delta = 1$ mm und $\delta = 2$ mm. Die Messungen wurden wie bei Spitzenelektrodenmaterialien durchgeführt. Der Einfluß des Plattenelektrodenmaterials ist nicht festgestellt worden.

XVI. Kathodenzerstäubung[1].

Da festgestellt wurde, daß die Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche einen Einfluß, sowohl auf die Stromspannungskurven als auch auf die Höhe der Entladungsspannungen ausüben kann, wurde versucht, Experimente mit solchen Elektroden vorzunehmen, deren Oberfläche mit Kathodenzerstäubung behandelt war. Gewöhnlich wird die Kathodenzerstäubung im Vakuum bei durchströmendem Gas, meistens trockenem Wasserstoff, für die Herstellung verschiedener Metallschichten benützt. Es wurde versucht, die Zerstäubung ohne durchströmendes Gas im Vakuum von 0,5—1 mm Druck vorzunehmen. Die Versuche lieferten befriedigende Resultate. Zerstäubt wurde eine Silberspitzenelektrode. Es wurde die Silberspitzenelektrode als Kathode benützt. Die Vergleichsversuche wurden in gut gereinigtem Öl IV vorgenommen, das mit Ultrafilter Sorte grob filtriert, 3 Stunden getrocknet und elektrisch behandelt worden war. Die Silberspitzenelektrode wurde nach Methode d gereinigt und damit die Kurven aufgenommen. Dieselbe Elektrode wurde wieder nach Methode *d* behandelt und in die inzwischen bereitstehende Kathodenzerstäubungsapparatur hineingebracht. Nach der Zerstäubung wurde die Elektrode so schnell ins Versuchsöl gebracht, daß sie nur ganz kurze Zeit mit der Luft in Berührung kam. Die neuaufgenommene Kurve zeigte kleinere Stromstärken bei denselben Spannungen. Der Durchschlagswert ist etwas gestiegen.

Ein Versuch, bei dem die Kathodenzerstäubung bei höherem Druck vorgenommen wurde, lieferte schlechtere Resultate.

---

[1] A. v. Hippel, Ann. d. Phys., IV, 80, 1926, 672; IV, 81, 1926, 1043. — Hittorf, Wied. Ann. d. Phys., 21, 1884, 126. — Blechschmidt, Ann. d. Phys., IV, 81, 1926, 999. — A. Güntherschulze, Zeitschr. f. techn. Phys., 5, 1927, 169. — L. Helborn u. L. Austin, Wissen. Abhandl. d. Phys. Techn. Reichsanstalt, 4, 1904, 101. — V. Kohlschütter, Jahrb. d. Radioakt., 9, 1912.



XVII. Strömungserscheinungen.

In einer Glasschale, die mit Transformatorenöl gefüllt war, werden die Elektroden Spitze gegen Platte horizontal angeordnet und eine hohe Spannung daran angelegt. Durch das starke elektrische Feld ist die mechanische Strömung der Flüssigkeit entstanden, deren Intensität mit der Spannung anwuchs.

Das Hineintropfen des Wassers in feinster Form, wodurch das Öl trüb wurde, vergrößerte die Strömung sofort ganz enorm und führte sogar einen Durchschlag herbei.

Auch während der Hauptversuche (vertikale Anordnung der Elektroden Spitze-Platte) traten die Strömungserscheinungen auf. Sie waren oft auffallend stark. Das Öl stieg infolge der Feldwirkung entlang der Elektrode, und zwar um so höher, je stärker das Feld war. Die Strömung ist außerdem bei der Spitze als Kathode größer als bei Spitze als Anode. Im ersten Fall ist sie über die ganze Öloberfläche verteilt. Bei Spitze als Anode ist sie mehr um die Eintauchstelle herum konzentriert.

Die Strömungsintensität hängt außerdem noch von der Ölsorte und der Temperatur ab. Sie wird mit wachsender Viskosität schwächer und größer mit steigender Temperatur.

Es wurde beobachtet, daß bei höheren Spannungen die Flüssigkeitssäule herunterfällt, wobei Glimmerscheinungen auftreten und sofort die Flüssigkeitssäule wieder ansteigt.

XVIII. Verzögerungswirkung.

Um den Einfluß der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung zu untersuchen, wurde das Öl IV filtriert, getrocknet und elektrisch behandelt. Die Elektrodenanordnung war Anode: geerdete Eisenspitze gegen Kupferplatte mit Elektrodenentfernung $\delta = 1$ mm. Spitze als Anode wurde deshalb gewählt, weil sowohl die Vorentladungsspannungen als auch die Durchschlagsspannungen weniger streuen als bei der Anordnung Spitze als Kathode (Tabelle II). Von 18 kV ab wurde die Spannung alle 3 Minuten um 2 kV gesteigert. Die mittlere, aus 3 Werten gebildete Entladungsspannung betrug 34,7 kV. Die mittlere Streuung war 3,24%. Bei Erhöhung der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung ist die mittlere Entladungsspannung größer geworden, und zwar 37,81 kV, aus 5 Werten gebildet. Dabei wurde die ganze Spannung in ungefähr 2 Minuten angelegt. Steigern wir die ganze Spannung noch schneller, so wächst die mittlere Entladungsspannung. Steigert man die Spannung

Tabelle II.
Verzögerungswirkungen.

Geschwindigkeit der Spannungssteigerung	Entladungsspannung kV	Abweichung vom Mittelwert in %	Mittelwert der Entladungsspannung kV	Mittlere %-Abweichung
Je 3 Minuten 2 kV ab 18 kV	33.50	3.3	34.7	3.24
	33.20	4,3		
	35.50	2,1		
Die ganze Spannung ungefähr in 2 Minuten angelegt	37.4	0,6	37.8	1.62
	37.4	0.6		
	39.35	4.4		
	36.5	0.5		
	38.4	2.0		
Die ganze Spannung ungefähr in 20 Sekunden angelegt	43.2	1.0	42.8	1.32
	42,8	0.00		
	41.1	4.00		
	43.3	1.1		
	43.2	0.9		
	43.2	0,9		

von Null bis zur Entladung in ungefähr 20 Sekunden, so ist die mittlere, aus 6 Werten gebildete Entladungsspannung 42,8 kV. Diese starke Verzögerungswirkungen sind dadurch zu erklären, daß sich bei schnellerer Spannungssteigerung die die Entladung vorbereitenden Verhältnisse nicht so schnell ausbilden können. Sie bleiben gewissermaßen hinter den ihnen entsprechenden Spannungen zurück.

B. Wechselstrommessungen.

I. Versuchsanordnung.

Als Stromquelle diente ein Transformator, dessen Übersetzungsverhältnis genau ermittelt wurde.

Da die bei diesen Messungen auftretenden kleinen Wechselströme nicht direkt gemessen werden konnten, wurde eine Verstärkerapparatur benützt.

Im Anodenstromkreis war ein Widerstand von 1000 Ohm vorhanden, an dem ein Kompensationsstromkreis angeschaltet war. In dem Kompensationsstromkreis war ein Thermokreuz eingeschaltet, durch das die zu messenden, verstärkten Wechselströme flossen. An den anderen beiden Klemmen des Thermokreuzes war ein Galvanometer angeschlossen.

II. Spannungsmessung.

Die Spannungsmessung geschah primärseitig am Transformator. Daraus wurden mit Hilfe des Übersetzungsverhältnisses die Hochspannungswerte berechnet.

III. Strommessung.

1. Eichung der Verstärkerapparatur wurde ähnlich wie bei Gleichstrommessungen vorgenommen.

Für jedes Meßbereich wurde die Eichung gesondert vorgenommen. Es wurde im geradlinigen Teil der Charakteristik der Verstärkerröhre gearbeitet.

2. Schutz der Verstärkerapparatur. Die Gefahr, daß das Thermokreuz und das Galvanometer durch unzulässig große Ströme beschädigt werden könnten, war schon von vornherein dadurch vermieden, daß der Strom durch die Röhrencharakteristik begrenzt war. Dagegen wäre die Beschädigung der Röhre möglich, wenn ein Durchschlag im Dielektrikum erfolgte. Deshalb wurde parallel zum Gitterwiderstand R_g eine Glimmröhre gelegt, die bei bestimmter Spannung (80 Volt) anspricht und die Ströme von R_g ablenkt. Die Glimmröhre läßt nicht zu, daß der Spannungsabfall an R_g eine bestimmte Grenze überschreitet. Diese Grenzspannung ist für die Verstärkerröhre unschädlich, und höhere Spannungen können, wie gesagt, an R_g nicht auftreten. Hat die Glimmröhre bei 80 Volt angesprochen und ist der Spannungsabfall dadurch gesunken, so hört die Glimmröhre bis 60 Volt nicht auf zu glimmen. Der Glimmröhre wurden symmetrisch 2 Widerstände vorgeschaltet, die den Zweck hatten zu verhindern, daß beim Kurzschluß im Dielektrikum die ganze Spannung an R_g liegt.

IV. Ölbehandlung mit Wechselstrom.

Auch mit Wechselstrom kann man die Öle behandeln. Durch Stromdurchgang wird die Leitfähigkeit der Flüssigkeit kleiner. Schwache Entladungen verbessern die dielektrischen Eigenschaften des Öles und verkleinern die Stromstärken, wie es auch bei Gleichstrom beobachtet wurde.

V. Elektrodenbehandlung.

Die Elektrodenbehandlung spielt auch bei Wechselstrom eine Rolle. Die bei den Gleichstrommessungen durchgeführten Methoden sind auch bei Wechselstrom ausprobiert worden. Auch hier hat sich die Methode *d* als beste erwiesen.



VI. Einfluß der Elektrodenentfernung.

Öl IV wurde mit Cellafilter, Sorte fein, filtriert und im Trockenschrank bei 120° C getrocknet. Danach wurde durch das Öl Wechselstrom hindurchgeschickt. Die Elektrodenanordnung war Kupferspitze gegen Kupferplatte. Die Elektrodenentfernung wurde von 1—5 mm variiert. Die Messungen ergaben analoge Erscheinungen wie bei Gleichstrom, nur waren die Ströme sehr angewachsen, was hauptsächlich auf die Kapazität der Elektrodenanordnung zurückzuführen ist. Die Durchschlagswerte liegen höher als bei Gleichstrom.

VII. Einfluß des Elektrodenmaterials.

1. Spitze aus verschiedenen Materialien. Die Spitzenelektrode war aus Kupfer, Zink, Silber. Die Plattenelektrode war aus Kupfer.

Auch bei Wechselstrom sind analoge Erscheinungen wie bei Gleichstrom beobachtet worden. Es gilt für die Menge der Stromführung bei konstanter Spannung dieselbe Reihenfolge: Cu — Zn — Ag. Nach der Höhe der Durchschlagswerte gilt die Reihe Ag — Zn — Cu.

Ebenso wie bei Gleichstrom wurde kein Einfluß der Plattenelektrode festgestellt.

VIII. Einwirkung von Wasserdampf und Wasser auf die Kupferspitzenelektrode.

Die Versuche wurden so durchgeführt, wie sie schon bei Gleichstrom beschrieben worden sind. Wasser und Wasserdampf haben eine Vergrößerung der Leitfähigkeit und eine Herabsetzung des Durchschlagswertes zur Folge.

IX. Kathodenzerstäubung.

Als Spitzenelektrode wurde auch hier Silber genommen. Die Kathodenzerstäubung verkleinert die Leitfähigkeit und vergrößert den Durchschlagswert, aber nicht wesentlich.

C. Zusammenfassung.

1. Durch Stromdurchgang bei der Elektrodenanordnung Spitze gegen Platte wird die Leitfähigkeit bedeutend herabgesetzt und die Durchschlagsfestigkeit erhöht. Insbesondere wirkt diese Behandlungsmethode, wenn das Öl vorher gut gereinigt und getrocknet wird.

2. Die Durchschlagsfestigkeit steigt nicht in dem Maße, wie die Leitfähigkeit abnimmt.

3. Das Elektrodenmaterial spielt eine Rolle sowohl bei der Stärke der Stromführung und der Durchschlagsfestigkeit als auch bei den Polaritätserscheinungen.

4. Die Beschaffenheit der Elektrodenoberfläche beeinflußt sowohl die Stromspannungskurven als auch die Durchschlagsfestigkeit.

5. Die Reproduzierbarkeit der $\mathfrak{J} = f(U)$-Kurven wird bei der Elektrodenanordnung Spitze gegen Platte durch Behandlung des Öles durch Stromdurchgang erreicht.

6. Mit steigender Temperatur wächst die Leitfähigkeit.

7. Bei der Anordnung ungleich großer Elektroden treten Polaritätserscheinungen auf.

a) Das Verhalten der Spitze als Anode und Kathode ist verschieden. Die Spitze als Anode gibt leicht reproduzierbare Kurven (in sehr gut gereinigten Ölen), die einzelnen Galvanometerausschläge sind stabiler. Bei Spitze als Kathode ist die Reproduzierbarkeit der Kurven schwer zu erreichen, die einzelnen Galvanometerausschläge sind mit Schwankungen verknüpft. Die Spitze als Kathode ist empfindlicher und verhält sich aktiver als die Spitze als Anode (analog Gaskorona). In dieser



Hinsicht verhalten sich die verschiedenen Metalle verschieden stark. Diese Erscheinungen ergeben gewisse Analogie mit den positiven und negativen Koronaentladungen. Deshalb könnte angenommen werden, daß bei negativer Spitze die positiven Ionen an der Oberfläche des Metalls eine elektronenauslösende Wirkung haben, während bei den negativen Ionen, die auf die positive Spitze zuwandern, dies nicht der Fall ist.

b) Bei verschiedenen Spitzenelektrodenmaterialien sind die Unterschiede zwischen den Stromstärken bei konstanter Spannung bei Spitze als Kathode stärker ausgeprägt als bei Spitze als Anode. Auch die Entladungsspannungen unterscheiden sich bei verschiedenen Elektrodenmaterialien bei Spitze als Kathode stärker als bei Spitze als Anode.

c) Bei Spitze als Kathode treten die Vorentladungen häufiger und bei niedrigeren Spannungen auf als bei Spitze als Anode. Auch die Streuung der Vorentladungs- und Durchschlagsspannungen ist bei Spitze als Kathode größer als bei Spitze als Anode.

d) Die Polaritätserscheinung ist bei verschiedenen Spitzenelektrodenmaterialien verschieden stark ausgeprägt.

Daraus sieht man, daß die Spitze als Kathode sowohl bei der Stromführung als auch bei den Entladungserscheinungen stärker in Mitleidenschaft gezogen wird als bei Spitze als Anode.

8. Aus 3., 4. und 7. ist ersichtlich, daß sowohl beim Entladungsvorgang als auch bei der Höhe der Stromstärke und bei den Polaritätserscheinungen nicht nur das zwischen den Elektroden befindliche Medium, sondern auch die Elektroden selbst beteiligt sind.

9. Es wurden Strömungserscheinungen beobachtet.

10. Bei der Elektrodenanordnung Spitze gegen Platte hängt die Höhe der Durchschlagsfestigkeit auch bei Gleichstrom von der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung ab (Verzögerungswirkung), und zwar wächst die Durchschlagsfestigkeit mit der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung.

11. Der Einfluß des Elektrodenmaterials ist auch bei Wechselstrom vorhanden.

12. Das Ohmsche Gesetz gilt näherungsweise nur bei sehr gut gereinigten Ölen und nur bei niedrigen Spannungen.

13. Zwischen Stromstärke und Elektrodenentfernung besteht keine einfache Beziehung. Bei zwei bestimmten Elektrodenentfernungen gibt es eine bestimmte Spannung, bei der sich die Stromstärken umgekehrt verhalten wie die Elektrodenabstände. Bei niedrigeren Spannungen ist ein Überschuß an Stromstärke vorhanden, als die umgekehrte Proportionalität verlangen würde, und zwar wächst der Überschuß mit kleiner werdender Spannung. Bei größeren Spannungen als die, bei der die umgekehrte Proportionalität gilt, ist ein Fehlbetrag an Stromstärke vorhanden, als die umgekehrte Proportionalität verlangen würde, und zwar wächst der Fehlbetrag mit steigender Spannung. Bei dieser Betrachtung sind die Ströme bei größerer Elektrodenentfernung mit denen bei kleinerer Entfernung verglichen.

Die Arbeit wurde im Elektrophysikalischen Laboratorium der Technischen Hochschule München ausgeführt.

Herrn Prof. Dr. W. O. Schumann bin ich für seine Anregung und ständige Unterstützung zu großem Dank verpflichtet.

Die Influenzmaschine, das Galvanometer, die Luftpumpe und einige Instrumente, mit denen die Versuche durchgeführt worden sind, gehörten der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaften, wofür ich ihr den besten Dank schulde.

Bei den Vorversuchen wurden Kondensatoren benutzt, die ich der Helmholtz-Gesellschaft verdanke.



Die Durchschlagspannung zwischen scharfen Kanten unter Öl[1].

Von

Fritz Wöhr.

Inhalt.

1. Zweck und Gliederung der Arbeit.

In der Mitteilung Nr. 1 aus dem Hochspannungslaboratorium der Technischen Hochschule München (Arch. f. Elektrot., Bd. 18, H. 2. 1927) stellt W. Wittwer in seiner Untersuchung „Über scharfe Kanten in der Hochspannungstechnik" Formeln auf, die eine einfache Berechnung der Durchschlagspannung kantiger Elektrodenanordnungen in Luft als Isoliermaterial gestatten. Es wird gezeigt, daß die Beziehung zwischen der Durchschlagspannung, der Durchschlagfestigkeit des Isoliermaterials und den Größenverhältnissen der Anordnung bei komplizierten kantigen Elektrodenkombinationen sich auf die von Prof. Schwaiger angegebene Grundform (Ähnlichkeitsgesetz)

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot a \cdot \eta$$

zurückführen läßt.

In dieser Gleichung bedeutet

U_d die Durchschlagspannung,

$\mathfrak{E}_d$ die Durchschlagfeldstärke,

a den kürzesten Abstand der Elektroden,

η den sog. Ausnutzungsfaktor.

Die Hauptaufgabe der obenerwähnten Arbeit bestand darin, das elektrische Feld der kantigen Elektrodenanordnungen rechnerisch zu erfassen und daraus die Formeln für den Ausnutzungsfaktor abzuleiten. Durch das Experiment wurden die Durchschlagspannungen U_d verschiedener kantiger Elektrodenanordnungen ermittelt und mit Hilfe der Schwaigerschen Formel die Durchschlagfeldstärken $\mathfrak{E}_d$ an bestimmten Stellen der Anordnungen berechnet.

Wittwer hat seine Versuche im Isoliermittel Luft gemacht; die Aufgabe der vorliegenden Arbeit war, ähnliche Untersuchungen im Dielektrikum Öl durchzuführen. Dabei sollte nicht etwa ein mit möglichster Sorgfalt gereinigtes und getrocknetes Öl verwendet werden, sondern Öle, wie sie in der Praxis in Gebrauch sind. Untersuchungen mit solchen Ölen bieten insoferne Schwierigkeiten, als die Streuung der Versuchswerte die Auswertung der Ergebnisse erschwert. Eine Beseitigung der Streuung ist nicht möglich, denn selbst ganz reine Öle zeigen eine gewisse Streuung. Es ist aber wichtig, solche Versuchsmethoden zu wählen, durch welche keine weiteren Ursachen zur Erhöhung der „natürlichen" Streuung entstehen. Den Hauptversuchen, nämlich den Durchschlagversuchen mit den kantigen Elektrodenanordnungen, gingen daher Vorversuche voraus, um die besten Versuchsmethoden zu ermitteln, bei denen die Streuung möglichst klein gehalten werden konnte. An die Ausführung einiger

[1] Mitteilung Nr. 2 aus dem Hochspannungslaboratorium der Techn. Hochschule München.



theoretischer Betrachtungen über die Geometrie der elektrischen Felder kantiger Elektrodenanordnungen knüpft sich sodann die Auswertung der Durchschlagfeldstärken. Zum Schluß werden die Ergebnisse der Arbeit zusammengefaßt und die Folgerungen angegeben, die sich für die Praxis des Öltransformatoren- und Ölschalterbaues ergeben.

2. Versuchsanordnung.

Alle Messungen wurden mit Wechselspannung von 50 Hertz gemacht. Zur Erzeugung der hohen Wechselspannung dienten Transformatoren. Verwendet wurden ein Einphasenlufttransformator von Bergmann-Berlin (Leistung 30 kVA, Übersetzung 500/50000 Volt) und ein Einphasenlufttransformator der Hochspannungsgesellschaft Köln (Leistung 20 kVA, Übersetzung 2 × 100000/4 × 125 Volt). Beide Transformatoren waren zum Anzapfen der Hochspannungswicklung eingerichtet. Die Transformatoren wurden von einem Generator von Brown-Boveri gespeist. Der Generator wurde von einem Gleichstrommotor, der seinen Strom aus dem städtischen Netz entnahm, angetrieben.

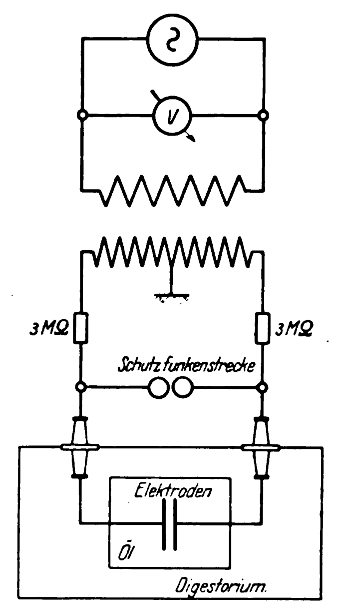
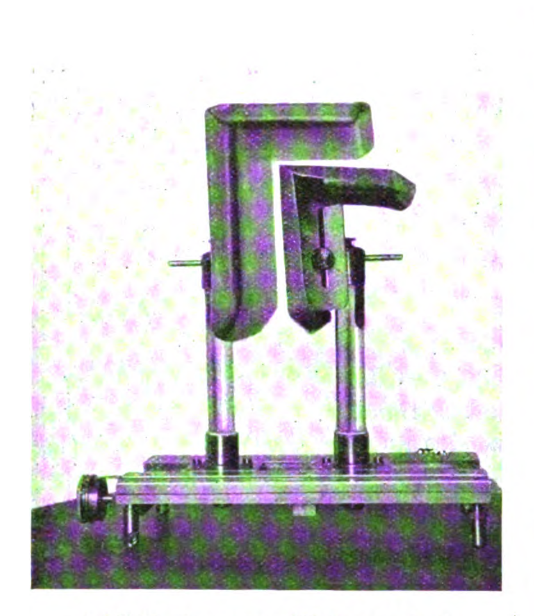


Bild 1. Schaltbild der Versuchsanordnung.

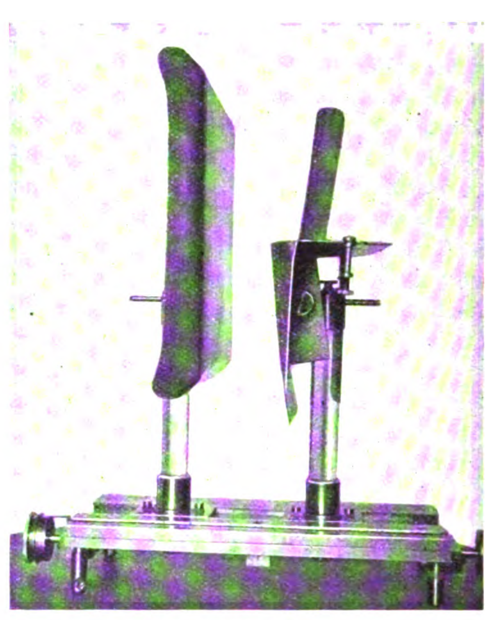
Die Schaltung im Hochspannungskreis war bei allen Elektrodenanordnungen symmetrisch, d. h. die Transformatormitte war geerdet. Von den Hochspannungsklemmen des Transformators führten die Zuleitungen zu den im Ölgefäß befindlichen Elektroden über Silitwiderstände von zusammen 6 Megohm; diese sollten die Entladungen dämpfen und das Öl vor zu starker Verbrennung bewahren. Zum Schutz des Transformators gegen Überspannungen war parallel zu den Ölelektroden eine Kugelfunkenstrecke in Luft angeordnet. Die Spannungsregulierung erfolgte von Hand aus durch möglichst gleichmäßige Änderung der Erregung des Generators. Auf die Frage der Geschwindigkeit der Spannungssteigerung wird noch zurückgegriffen werden. Die Spannungsmessung wurde mit dynamometrischen Präzisionsvoltmetern im Niederspannungskreis vorgenommen. Die tatsächlichen Maximalspannungen der Hochspannungsseite wurden mittels der Eichkurven der Transformatoren bestimmt. Die Eichung der Transformatorhochspannung erfolgte mit der Kugelmeßfunkenstrecke. Das Schaltbild der Versuchsanordnung zeigt Bild 1.

Als Material für die Elektroden wurde Zinkblech von 0,6 mm Stärke verwendet. Die Größe der Elektroden mußte den Abmessungen der Funkenstrecke und des Ölgefäßes angepaßt werden. Die Maße einer der „Ebenen" waren 17 cm × 20 cm. Durch Zusammenlöten der Bleche an den rechtwinkeligen Kanten wurden diese genügend scharf ausgebildet. Bei den hohen Spannungen wirkten infolge der starken elektrischen Felder in dem Öl (Dielektrizitätskonstante zwischen 2 und 3) erhebliche Kräfte auf die Elektroden; ausreichende Versteifung war also notwendig. Bild 2 zeigt photographische Aufnahmen von Elektrodenanordnungen mit der benützten Funkenstrecke. Bevor die verschiedenen Elektrodenkombinationen in Öl verwendet wurden, wurden mit ihnen Probeversuche in Luft vorgenommen, wobei die gemessenen Durchschlagspannungen mit den von Wittwer mitgeteilten Werten sehr gut übereinstimmten. Die Anordnung der Elektroden im Ölgefäß war um 180° gegen die in den Bildern dargestellte Lage verdreht, die Elektroden waren also unten, das Gestell oben. Die Eintauchtiefe war bei allen Versuchen unverändert. Der Mikrometertrieb der Funkenstrecke gestattete eine genaue Einstellung der Elektrodenabstände. Die Nullstellung, d. h. Berührung der Elektroden unter Öl, wurde durch

eine Kontaktlampe angezeigt. Der Einfluß der Randwirkung und die Abmessungen der gesamten Versuchseinrichtung begrenzten den Bereich der untersuchten Elektrodenabstände nach oben. Durch entsprechende Beleuchtung des Ölgefäßes im durchfallenden Scheinwerferlicht war eine gute Beobachtung der Elektroden unter Öl möglich. Vor jeder Versuchsreihe wurden die Elektroden mit Schmirgelleinen poliert und mit Benzin abgespült.



a) 90°-Kante gegen 90° Innenecke.



b) 90°-Kante mit 90° Ecke gegen Ebene.

Bild 2. Elektrodenanordnungen.

Übersicht über die untersuchten Elektrodenanordnungen.

Bezeichnung der Elektrodenanordnung	Elektrodenbild	Untersucht in den Ölsorten		
Ebene gegen Ebene	Bild 17a	I	II	III
90°-Kante gegen Ebene	Bild 17b	I	II	III
180°-Kante gegen Ebene	Bild 17c	I	II	
90°-Kante gegen 90°-Innenecke	Bild 18b	I	II	
90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene	Bild 19b	I		

Das Öl, mit dem gearbeitet wurde, war in gut verkorkten Blechkannen angeliefert worden und frei von gröberen, d. h. sichtbaren Verunreinigungen. Zur Aufnahme des Öls für die Versuche wurden Glaswannen von 90 Liter Fassungsvermögen verwendet. Es war beabsichtigt, Versuche in Öl von verschiedener elektrischer Festigkeit durchzuführen. Anfangs wurden die Ölgefäße im Laboratorium offen aufgestellt und so die Messungen vorgenommen. Die Atmosphäre in diesem Raum war jedoch einem ständigen Wechsel ausgesetzt. Nun ist Öl gegen den Einfluß der Luftfeuchtigkeit bekanntlich außerordentlich empfindlich. Trockenes Öl nimmt Wasser aus umgebender feuchter Luft auf und umgekehrt gibt feuchtes Öl in trockener Luft Wasser ab. Es war daher notwendig, alle Versuche in einem Digestorium auszuführen. Große Glasfenster gestatteten eine genügende Beobachtung der Vorgänge im Innern

des Digestoriums. Die Hochspannung wurde durch Porzellandurchführungen eingeleitet. Zur Absorption der Luftfeuchtigkeit wurde Chlorkalzium verwendet; außerdem konnte durch elektrische Heizung mit Kohlenfadenlampen die Luft getrocknet werden. Feuchte Luft wurde durch Zerstäuben von Wasser in einem elektrisch betriebenen Zerstäuber hergestellt. Mit Thermometer und Hygrometer wurde eine ständige Kontrolle des Luftzustandes im Digestorium durchgeführt, und zwar wurde angestrebt, die Temperatur und Feuchtigkeit im Digestorium dauernd konstant zu halten. Auf diese Weise sollte das Öl in dem für die Versuche gewünschten Zustand erhalten bleiben.

3. Vorversuche.

Die erste Aufgabe für die vorliegende Untersuchung bestand darin, das Öl hinsichtlich seiner elektrischen Festigkeit zu definieren. Für die Ölprüfung setzen die „Vorschriften für Transformatoren und Schalteröle" des V. D. E. vom 1. Oktober 1924 im wesentlichen folgendes fest:

Als Elektroden sind zwei Kupferkalotten von 25 mm Halbmesser zu wählen.

Der feste Abstand der Elektroden soll 3 mm betragen.

Die Reglung der Spannung soll bis zum Durchschlag ungefähr 20 Sekunden erfordern.

Im ganzen sind 6 Durchschlagversuche anzustellen. Das Ergebnis des 1. Versuches darf zur Beurteilung des Öls nicht herangezogen werden. Maßgebend ist der Mittelwert der letzten 5 Durchschläge.

Nach jedem Durchschlag ist das Öl zwischen den Elektroden durch Umrühren zu erneuern.

Um die Durchschlagfestigkeit in $kV \cdot cm^{-1}$ zu ermitteln, ist der gefundene Mittelwert der Durchschlagspannung mit dem Faktor 3,5 zu multiplizieren.

Statt der kalottenförmigen Elektroden nach Angabe der Verbandsvorschriften wurden Kupferkugeln von 25 mm Radius benutzt. Vor jeder Ölprüfung wurden diese mit Benzin abgespült. Die genaue Einstellung des Elektrodenabstandes auf 3 mm geschah unter Öl mit Hilfe einer Messinglehre.

Bei der Ölprüfung nach den Verbandsnormen ergeben sich erhebliche Streuungen der Durchschlagspannungen. Es ist schon bemerkt worden, daß eine derartige Streuung der Versuchswerte immer vorhanden ist, selbst bei sehr reinen Ölen.

Es handelte sich nun darum, die günstigsten Versuchsmethoden festzustellen, bei denen die Streuung möglichst klein gehalten werden konnte. Die vom Verband geforderte Anzahl von 6 Durchschlägen gibt kein genügendes Bild der Verhältnisse. Es erwies sich als notwendig, Versuchsreihen mit einer größeren Anzahl von Durchschlägen anzustellen. Als Elektroden wurden die Kupferkugeln von 25 mm Radius beibehalten. Die Eintauchtiefe der Kugeln in das Öl war für alle Versuchsreihen konstant. Ferner erfolgten alle Versuche unter normalem Luftdruck (etwa 715 mm Hg). Die Lufttemperatur betrug im Mittel 18° C, die Öltemperatur etwa 18° C.

1. Versuchsreihe.

Ein wichtiger Vorgang bei den Versuchen, den man in weiten Grenzen beeinflussen kann, ist die Geschwindigkeit der Spannungssteigerung. Es wurde daher zunächst untersucht, ob die Geschwindigkeit der Spannungssteigerung einen Einfluß auf die Streuung ausübt.

Bei der 1. Versuchsreihe erfolgte die Spannungssteigerung langsam. Der Spannungsanstieg betrug im Mittel 500 Volt in der Sekunde auf der Hochspannungsseite. Die Zeit wurde mit der Stoppuhr gemessen. Zwischen dem Einschalten und dem Durchschlag verstrichen ungefähr 100 sec. Dabei wurde peinlich darauf geachtet, daß mit der Spannung möglichst gleichmäßig und stoßfrei hochgefahren wurde.



Es wurden 25 Durchschläge gemacht. Nach jedem Durchschlag wurde, den Verbandsvorschriften entsprechend, das Öl zwischen den Elektroden durch sorgfältiges Umrühren erneuert. Aus den 25 Durchschlagspannungen wurde der arithmetische Mittelwert aller Durchschlagspannungen (55 kV_{max}) und die mittlere prozentuale Abweichung vom Mittelwert berechnet. Letztere beträgt 11,3% nach oben und 8,55% nach unten. Unter der mittleren prozentualen Abweichung ist dabei folgendes zu verstehen: Es sind von allen Werten, die oberhalb bzw. unterhalb des gemeinsamen Mittelwerts (55 kV_{max}) liegen, jeweils wiederum die arithmetischen Mittelwerte gebildet worden. Der prozentuale Unterschied dieser Mittelwerte vom Mittelwert aller Durchschlagspannungen ergibt die mittlere prozentuale Abweichung. Durch Bild 3a soll die Verteilung der Durchschlagspannungen

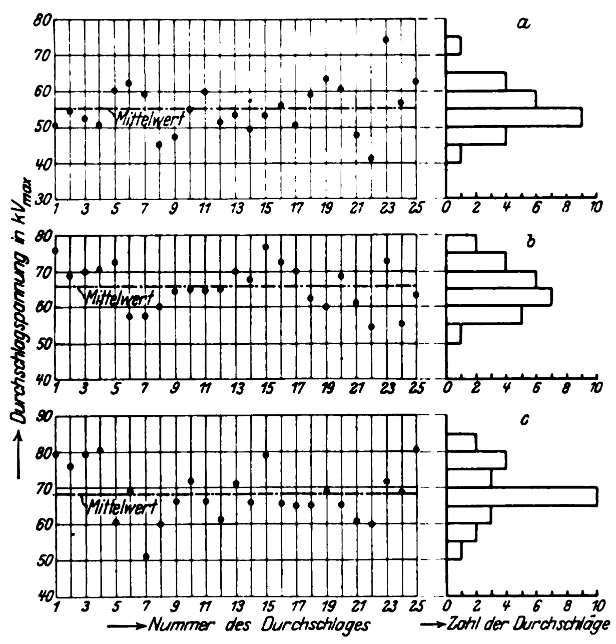


Bild 3. Durchschläge in Öl zwischen 2 Kugeln, 5 cm Durchmesser mit 3 mm Abstand.
a) Spannungssteigerung etwa 500 Volt/sec ohne Bestrahlung,
b) Spannungssteigerung etwa 3500 Volt/sec ohne Bestrahlung,
c) Spannungssteigerung etwa 3500 Volt/sec mit Bestrahlung.

und ihre Gruppierung um den gemeinsamen Mittelwert veranschaulicht werden. Vorentladungen traten in ziemlicher Häufigkeit auf, was daher kam, daß infolge der langsamen Spannungssteigerung Fremdkörper mit einer höheren Dielektrizitätskonstante als das Öl genügend Zeit fanden, unter der Einwirkung des elektrischen Feldes zwischen die Funkenstrecke hereinzuwandern, und auf diese Weise Störungen verursachten.

2. Versuchsreihe.

Nachdem erkannt worden war, daß die langsame Spannungssteigerung keinen Einfluß auf die Streuung hatte, vielmehr nur das Auftreten von störenden Vorentladungen begünstigte, wurde eine weitere Versuchsreihe von 25 Durchschlägen bei rascher Spannungssteigerung gemacht. Der gleichmäßige Spannungsanstieg betrug hochspannungsseitig ungefähr 3500 Volt/sec. Die Zeitspanne zwischen dem Einschalten und dem Durchschlag war ungefähr 20 Sekunden lang. Das Öl wurde nach dem Durchschlag nicht umgerührt; es wurde nämlich beobachtet, daß nach einem starken Durchbruch die entstandene Ruß- und Gasblasenwolke durch die Heftig-

keit der Entladung von selbst aus dem Elektrodenzwischenraum getrieben wurde. Nach Bild 3b ist ein Einfluß durch die erhöhte Reguliergeschwindigkeit auf die Streuung nicht festzustellen. Die mittlere prozentuale Abweichung vom Mittelwert aller Durchschlagspannungen (66,3 kV_{max}) hält sich in den gleichen Grenzen wie bei der 1. Versuchsreihe; sie beträgt 8,15% nach oben und 8,0% nach unten. Dagegen hat der Mittelwert aller Durchschlagspannungen eine Erhöhung um 22,6% gegenüber demjenigen der 1. Versuchsreihe erfahren. Die Tatsache, daß bei rascher Spannungssteigerung die Durchschlagspannungen im allgemeinen höher liegen als bei langsamer Spannungssteigerung, läßt auf eine Verzögerungswirkung schließen. Derartige Entladungsverzögerungen werden dadurch hervorgerufen, daß die Entwicklung der den Durchschlag bedingenden Vorgänge hinter dem raschen Anwachsen

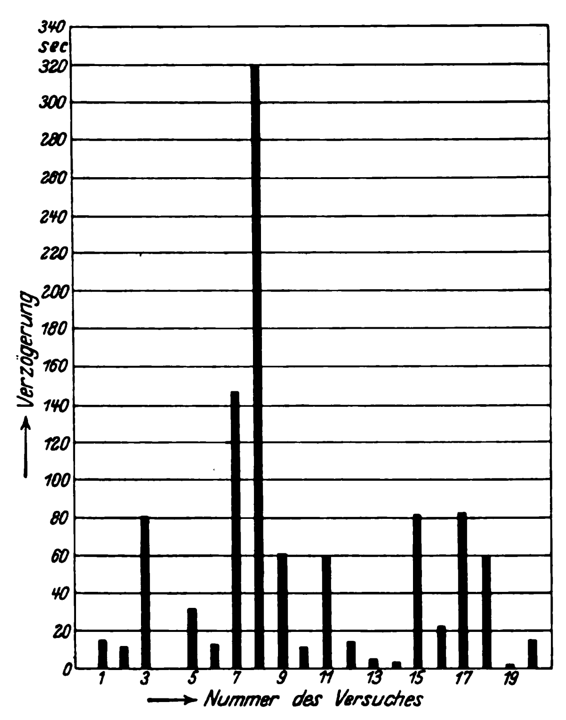


Bild 4. Messung der Entladungsverzögerung.

des elektrischen Feldes zurückbleibt. Bei der Besprechung der 1. Versuchsreihe ist bereits darauf hingewiesen worden, daß Fremdkörper mit höherer Dielektrizitätskonstante als das Öl unter der Einwirkung des elektrischen Feldes in die Funkenstrecke hereinwandern. Es ist bekannt, daß es gerade diese Fremdkörper, namentlich feuchte Fasern, sind, die den Durchschlag in erster Linie herbeiführen. Bei praktisch verwendeten Ölen läßt sich die Anwesenheit von solchen Fremdkörpern gar nicht vermeiden. Vielfach handelt es sich um mikroskopisch kleine Partikelchen; dabei kann das Öl dem bloßen Auge durchsichtig klar und frei von Verunreinigungen erscheinen, wie dies auch bei dem verwendeten Öl der Fall war und das man daher sicher als ein „technisch reines" Öl ansprechen darf. Die vorhandenen Fremdkörper geraten nun nach kürzerer oder längerer Dauer zwischen die unter Spannung gesetzte Funkenstrecke, d. h. es ist eine gewisse Zeit erforderlich, bis die für den Durchschlag günstigen Verhältnisse geschaffen sind.

Diese Anschauung konnte durch folgenden Versuch bestätigt werden: Es wurde die Spannung bis auf den Wert gesteigert, bei dem das Einsetzen der Durchschläge zu erwarten war. Nach den Ergebnissen der 1. Versuchsreihe konnte eine untere

Grenzspannung von etwa 45 kV_{max} angesetzt werden (vgl. Bild 3a). Auf diesem Wert wurde die Spannung konstant gehalten und an Hand der Stoppuhr festgestellt, wie lange die konstante Spannung 45 kV_{max} an der Funkenstrecke lag, bis der Durchschlag erfolgte. In Bild 4 sind die gemessenen Zeiten abhängig von der Ordnungszahl der Versuche aufgetragen. Die längste der gemessenen Zeiten betrug **319** Sekunden. Der Durchschlagvorgang im Öl ist also sozusagen mit einer gewissen Trägheit behaftet. Wird daher die Spannung an der Funkenstrecke zu rasch gesteigert, dann kann der Durchschlag verzögert werden, d. h. er erfolgt bei einer höheren Spannung als bei langsamer Spannungssteigerung.

3. Versuchsreihe.

Den Durchschlagvorgang in Luft erklärt man bekanntlich auf Grund der Anschauung, die man sich über den Ionisationsvorgang, insbesondere über die Stoßionisation, gebildet hat. In Luft versucht man den Entladeverzug, der durch mangelhafte Ionisation hervorgerufen wird und der daher mit einer gewissen Streuung der Meßwerte verbunden ist, durch erhöhte Fremdionisation, z. B. durch Bestrahlung mit kurzwelligem Licht, zu vermindern. Es ist anzunehmen, daß auch beim Öldurchschlag innermolekulare Vorgänge eine Rolle spielen. Es wurde daher versucht, ob durch Bestrahlung des Öls eine günstige Einwirkung auf die Streuung hervorgerufen werden könnte. Zu diesem Zweck wurde während einer weiteren Reihe von 25 Durchschlägen, die im übrigen unter den gleichen Bedingungen wie bei der 2. Versuchsreihe vorgenommen wurden, das Öl mit ultraviolettem Licht[1] bestrahlt. Bild 3c zeigt jedoch, daß die Bestrahlung die Streuung in keiner Weise verbessern konnte. Die mittlere Abweichung vom Mittelwert aller Durchschlagspannungen (68,7 kV_{max}) ist in der gleichen Größenordnung wie bei den vorhergehenden 2 Versuchsreihen, nämlich $9{,}2\,^0/_0$ nach oben und $8{,}3\,^0/_0$ nach unten. Es ist möglich, daß die Verwendung von Radiumstrahlen, denen eine sehr intensive Wirkung eigen ist, einen Einfluß auf die Streuung hätte erkennen lassen.

4. Versuchsreihe.

Nachdem sowohl die Geschwindigkeit der Spannungssteigerung als auch die Bestrahlung an der Streuung der Durchschlagspannungen nichts änderte, wandte sich die Aufmerksamkeit dem wichtigsten Bestandteil der Versuchsanordnung, nämlich den Elektroden zu. Es ist klar, daß die Form der Elektroden und ihre Lage zueinander für den Durchschlagvorgang wesentlich ist. Im vorliegenden Fall bestand die Funkenstrecke wie gesagt aus 2 Vollkugeln von je 25 mm Radius, die in einer Entfernung von 3 mm nebeneinander angeordnet waren. Eine genaue Beobachtung des Durchschlagvorgangs ließ nun erkennen, daß die Entladung nicht immer wie in Luft an der engsten Stelle des Elektrodenzwischenraumes erfolgte. Die in Öl befindlichen Fremdkörper konnten vielmehr den Durchschlag an den verschiedensten Stellen der Kugeloberflächen einleiten. Die Wirkung war dann so, als wenn sich auf den glatten Kugeloberflächen ganz kleine Spitzen befunden hätten. Diese Erscheinung führte zu der Überlegung, daß es vielleicht möglich sei, durch künstliche Störung des Feldes zwischen den Kugelelektroden den Durchschlag immer an der gleichen Stelle zu erzwingen und so die Streuung der Durchschlagwerte herabzusetzen.

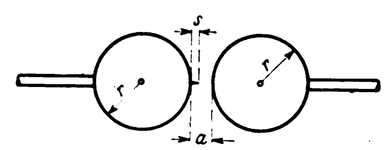


Bild 5. Kugel mit Spitze.

Zu diesem Zweck wurde auf eine der beiden Kugeln eine kleine Stahlspitze aufgesetzt, und zwar so, daß sie an der engsten Stelle des Elektrodenabstandes aus der Kugeloberfläche hervorragte (Bild 5). Mit dieser Anordnung wurden dann Durch-

[1] Es wurde eine Uviolstarklampe von Schott u. Gen., Jena, verwendet.

schlagversuche vorgenommen. Variiert wurde die Länge s der Spitze und die Entfernung a von Kugelscheitel zu Kugelscheitel. Für jeden Abstand a wurde eine größere Anzahl von Durchschlägen (etwa 25) gemacht und ermittelt, wieviele Durchschlagwerte jeder dieser Meßreihen innerhalb eines Bereiches von $\pm 5\%$ des dazugehörigen Mittelwertes $(U_d)_{mi}$ lagen. Die Resultate sind in Bild 6a dargestellt. Dieses

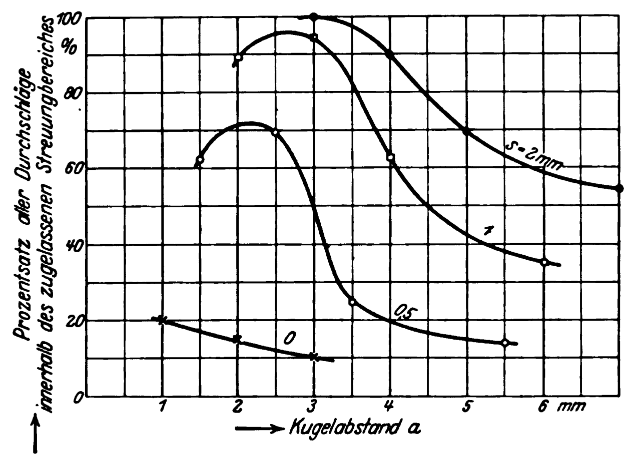


Bild 6a. Beeinflussung der Streuung durch die Anordnung Kugel mit aufgesetzter Spitze.

Bild zeigt, daß für jede Spitzenlänge s bei einem bestimmten Abstand a ein Optimum besteht, bei dem die Streuung am geringsten ist. Dieses Optimum wird also für jede Spitzenlänge s bei einer gewissen prozentualen Störung s/a der Funkenstrecke erreicht (Bild 6b). Natürlich setzen die Spitzen die Durchschlagspannung gegenüber der Anordnung Kugel gegen Kugel (d. h. $s = 0$) herab. Die

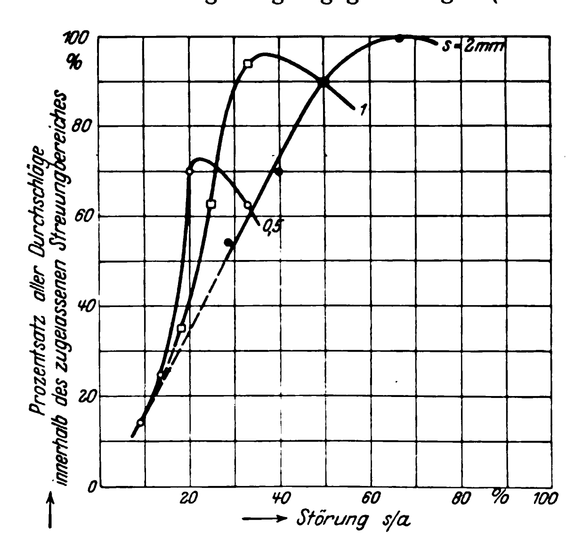


Bild 6b. Beeinflussung der Streuung durch die Anordnung Kugel mit aufgesetzter Spitze.

Durchschlagspannungen $(U_d)_{mi}$ abhängig vom Abstand a (gemessen von Kugelscheitel zu Kugelscheitel) für verschiedene Spitzenlängen s sind aus Bild 7 zu ersehen.

Als Ergebnis der Vorversuche läßt sich kurz folgendes sagen:

1. Durch Erneuern des Öls zwischen den Elektroden durch sorgfältiges Umrühren nach jedem Durchschlag, durch langsame oder rasche Spannungssteigerung, durch Bestrahlung mit kurzwelligem Licht war es nicht möglich, die



Streuung bei Durchschlagmessungen mit Kugelelektroden in irgendeiner Weise zu beeinflussen.

2. Langsame Spannungssteigerung begünstigte das Auftreten von Vorentladungen.

3. Rasche Spannungssteigerung bewirkte häufig Erhöhung der Durchschlagspannung. Als Ursache konnte weitgehende Entladungsverzögerung festgestellt werden.

4. Durch Konzentration der Entladung auf eine bestimmte Stelle der Elektroden (Spitze) ließ sich die Streuung sehr wesentlich vermindern.

Zur Festigkeitsmessung des Öls wurde die zuletzt beschriebene Methode nicht benutzt. Indessen ließen die Versuche mit den Spitzen erwarten, daß die Durchschlagmessungen mit den scharfkantigen Elektroden geringe Streuung ergeben müßten. Einige Vorversuche mit scharfen Kanten bestätigten diese Annahme. Da sich die Versuche jedesmal über längere Dauer (oft mehrere Wochen) erstreckten, war eine

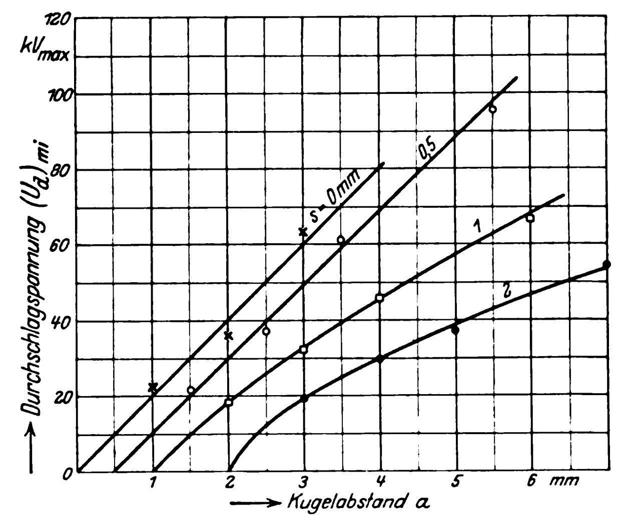


Bild 7. Durchschlagspannung der Anordnung Kugeln mit aufgesetzter Spitze abhängig vom Kugelabstand.

sorgfältige Kontrolle des Ölzustandes erforderlich. Die Eichung des Öls erfolgte zu diesem Zweck nicht mit der Verbandsfunkenstrecke, sondern konnte zuverlässig mit einer der kantigen Elektrodenanordnungen (90^0 Kante gegen Ebene) vorgenommen werden.

4. Hauptversuche.

In die Abbildungen sind die hochspannungsseitig gemessenen Maximalwerte der Spannung eingetragen. Beobachtet wurden die Durchschlagspannungen und die sog. Anfangsspannungen. Bei den Messungen unter Öl kann man die Spannungen, bei denen das erste hör- oder sichtbare Zeichen einer Entladung eintritt, eigentlich nicht mit Anfangsspannungen bezeichnen, da sie völlig unregelmäßig und von zufälligen Erscheinungen abhängig auftreten. Man wird hier also besser den Ausdruck Vorentladungsspannung benutzen.

Alle Versuche wurden unter normalem Luftdruck (etwa 715 mm Hg) vorgenommen; die mittlere Lufttemperatur betrug 18^0 C. Die Öltemperatur ist in jedem Bild gesondert angegeben.

Die Geschwindigkeit der vollkommen gleichmäßigen Spannungssteigerung betrug etwa 3000 Volt/sec auf der Hochspannungsseite. Bei dieser Reguliergeschwindigkeit war noch eine genaue Ablesung am Niederspannungsvoltmeter möglich.

Öl I.

Bei diesem Öl wurde eine hohe elektrische Festigkeit angestrebt. Wiederholte Messungen nach den Verbandsvorschriften ergaben im Mittel 230 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$. Das würde einem für praktische Verhältnisse sehr guten Öl entsprechen.

Bild 8 zeigt die Durchschlagspannungen U_d (in kV_{max}), abhängig vom Elektrodenabstand a (in cm) für die drei wichtigsten Anordnungen:

Ebene gegen Ebene,
90°-Kante gegen Ebene,
180°-Kante gegen Ebene.

Über die den Kurven zugrunde gelegten Meßpunkte ist folgendes zu sagen:

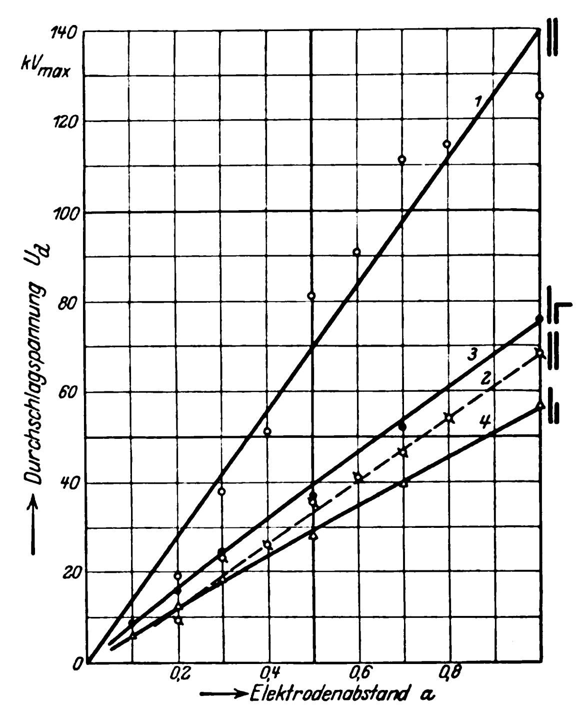


Bild 8. Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl I, abhängig vom Elektrodenabstand (Öltemperatur 21° C.).

Für jeden Elektrodenabstand a wurde eine Meßreihe von 15 Durchschlägen gemacht. Bei der 90°-Kante und bei der 180°-Kante zeigte sich innerhalb der Meßreihen fast keine Streuung. Vorentladungen traten vereinzelt nur bei der 180°-Kante auf, ein Beweis dafür, daß das Öl sehr trocken war. Oft ergab der 1. Durchschlag den höchsten Wert der Meßreihe. Ein etwaiges Absinken der Durchschlagwerte gegen Ende der Meßreihe zu war eine Folge erhöhter Karbonisierung des Öls zwischen den Elektroden. Fehlerhafte Durchschläge kamen vereinzelt vor; solche Werte wurden ausgeschieden. Von allen gültigen Werten jeder Meßreihe wurde der arithmetische Mittelwert errechnet und als Kurvenpunkt aufgenommen, mit Ausnahme der Anordnung Ebene gegen Ebene. Bei dieser Elektrodenanordnung entstanden infolge der Entladungen dichte Ruß- und Gasblasenbrücken zwischen den Elektroden. Die Folge davon war eine ganz bedeutende Streuung und Erniedrigung der Durchschlagspannungen. Da die Mittelwerte aus diesen Durchschlägen unbrauchbare Ergebnisse liefern würden, wurde der Höchstwert jeder Meßreihe als gültig angesehen; es wurden aber auch die niedrigsten Werte der Durchschlagspannungen aufgetragen. Durch diese beiden Punktscharen wurden in Bild 8 Gerade

gelegt (Kurve 1 und 2). Man sieht, daß die Höchstwerte der Durchschlagspannung sehr stark um die Gerade 1 streuen, während die Werte der niedrigsten Durchschlagspannung überraschend gut auf der Geraden 2 liegen. Die Punkte der Durchschlagspannungen für kantige Elektroden streuen ebenfalls fast nicht, wie aus den Kurven 3 und 4 zu ersehen ist. Da Kurve 2 zwischen den Kurven 3 und 4 die gleiche geringe Streuung aufweist, kann man schließen, daß die Streuungen zwischen den Ebenen ähnlich wie Spitzen oder Kanten wirken.

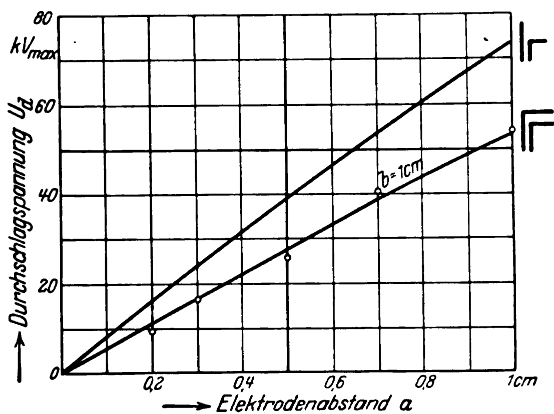


Bild 9. Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl I, abhängig vom Elektrodenabstand (Öltemperatur 21° C.).

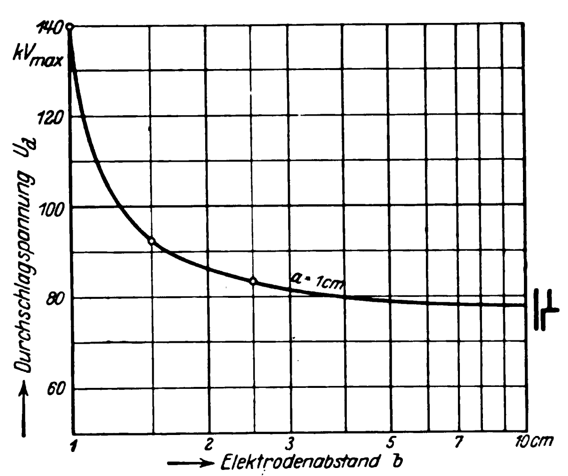


Bild 10. Durchschlagspannug zwischen 90°-Kante mit 90° Ecke gegen Ebene in Öl I, abhängig vom Elektrodenabstand b (Öltemperatur 21° C.).

In der Praxis kommt die Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke häufig vor. Die Durchschlagspannung U_d, abhängig vom Abstand a, ist in Bild 9 dargestellt. Der feste Abstand b betrug bei dieser Messung 1 cm. Für jeden Abstand a wurden 15 Durchschläge, die wenig streuten, gemacht. Vorentladungen erfolgten in größerem Maße bei der weitesten Elektrodenentfernung $a = 1$ cm. Die Kurvenpunkte sind die arithmetischen Mittelwerte der gültigen Werte jeder Meßreihe. Zum Vergleich ist in Bild 9 die Durchschlagkurve der Anordnung 90°-Kante gegen Ebene eingetragen; diese kann als Sonderfall der Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke aufgefaßt werden, wenn $b = \infty$ gemacht wird. Man sieht aus beiden Kurven sehr deutlich, wie die über die 90°-Kante gezogene Innenecke die Durchschlagspannung herabdrückt.

Aus Bild 10 ist zu ersehen, in welcher Weise eine auf die 90°-Kante in verschiedenen Entfernungen b senkrecht aufgesetzte Ebene die Durchschlagspannung

beeinflußt. Diese Anordnung wurde mit 90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene bezeichnet. Die Messungen wurden bei konstantem Abstand $a = 1$ cm durchgeführt. Die Durchschläge (10—12 für jede Meßreihe) weisen eine etwas stärkere Streuung auf als die vorhergehend untersuchten Anordnungen. Vorentladungen wurden nicht festgestellt. Die Kurvenpunkte sind wieder die arithmetischen Mittelwerte aller gültigen Werte. Für $b = a$ ist der entsprechende Wert der Anordnung Ebene gegen Ebene aus Bild 8 eingetragen. Für wachsendes b nähert sich die Durchschlagspannung dem Wert der Anordnung 90°-Kante gegen Ebene, in welche die gemessene Anordnung übergeht, wenn $b = \infty$ wird.

Öl II.

In der Praxis hat man es mit reinem Öl niemals zu tun. Verunreinigungen und die Aufnahme von Feuchtigkeit durch das Öl setzen dessen elektrische Festigkeit bedeutend herab. Das im vorhergehenden Abschnitt besprochene Öl I mit einer

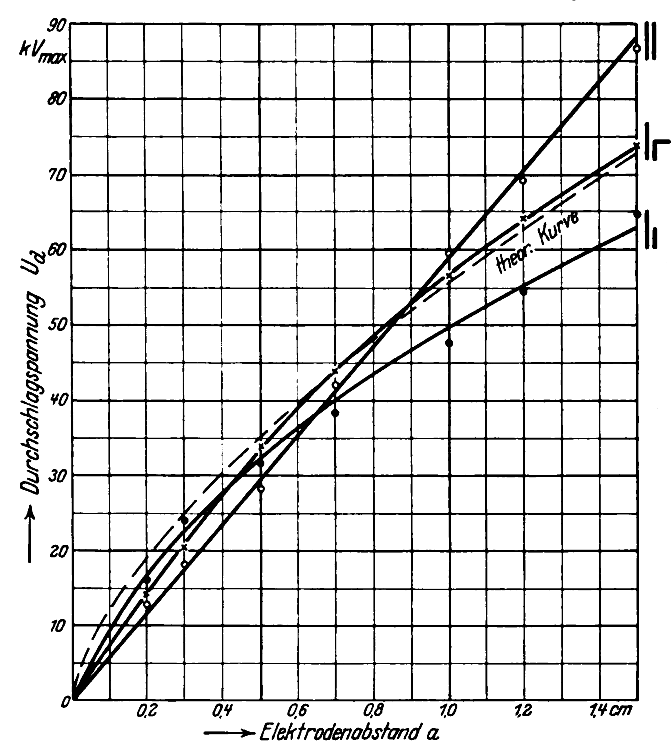


Bild 11. Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl II, abhängig vom Elektrodenabstand (Öltemperatur 15° C.).

nach Verbandsnormen gemessenen Festigkeit von 230 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ entspricht vielleicht der Qualität einer ganz frischen Füllung eines Transformators oder Schalters mit ausgekochtem Öl. Im Verlauf des Betriebes wird das Öl hauptsächlich unter dem nie zu vermeidenden Einfluß der Feuchtigkeit schlechter.

Prof. Schwaiger empfiehlt, mit keiner höheren Festigkeit zu rechnen als mit etwa 50—60 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$. Es erschien daher wichtig, das Verhalten der kantigen Elektroden in einem derartigen „Normalöl" zu untersuchen.

Öl II wurde auf einer mittleren Festigkeit von 55 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ (gemessen nach Verbandsvorschriften) gehalten.

Bild 11 zeigt die Durchschlagspannung U_d, abhängig vom Abstand a, für die Anordnungen:



Ebene gegen Ebene,
90^0-Kante gegen Ebene,
180^0-Kante gegen Ebene.

Für jeden Abstand *a* wurde eine Meßreihe von gewöhnlich 10 Durchschlägen gemacht. Für alle Anordnungen sind die arithmetischen Mittelwerte der gültigen Durchschläge den Kurven zugrunde gelegt. Vorentladungen waren bedeutend häufiger und die Streuung der kantigen Elektroden innerhalb der Meßreihen etwas größer als in Öl I. Die Streuung bei den ebenen Elektroden war nicht so auffallend wie in Öl I, weshalb auch für diese Anordnung der Mittelwert einer Meßreihe gebildet und als Kurvenpunkt aufgenommen werden konnte.

Im einzelnen läßt sich über die Diagramme folgendes sagen:

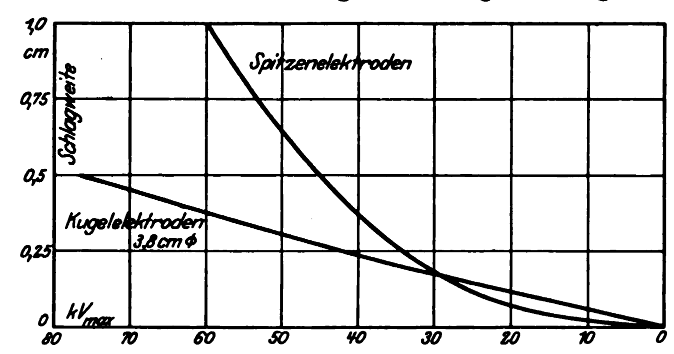


Bild 12. Durchschlagspannung von Paraffinöl bei verschiedenen Elektrodenformen, abhängig von der Schlagweite [Hayden].

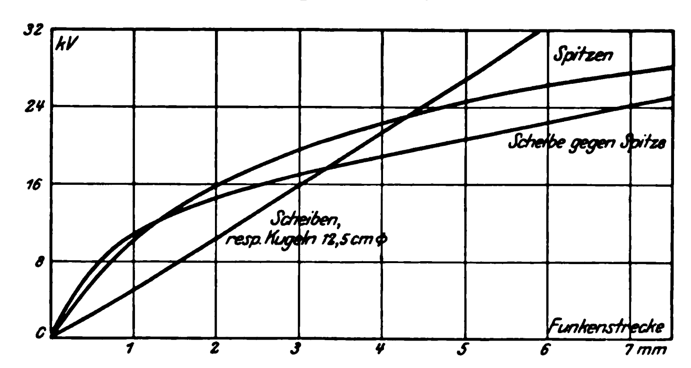


Bild 13. Durchschlagspannung eines Isolieröles bei verschiedenen Elektrodenformen, abhängig von der Schlagweite [Wedmore].

Während die Durchschlagspannung zwischen den ebenen Elektroden, wie in Öl I, in guter Annäherung proportional mit der Schlagweite zunimmt, folgen die Durchschlagspannungen der 90^0-Kante und 180^0-Kante in beiden Ölen Potenzgesetzen.

L. Dreyfus kommt auf Grund seiner Berechnungen zu dem Ergebnis, daß die Feldkonzentration an Kanten einfachen Potenzgesetzen unterworfen ist. Dreyfus nimmt an, daß auch die Durchschlagspannungen zwischen kantigen Elektroden unter Öl Gesetzen von ähnlicher Einfachheit gehorchen. Diese Annahme leitet Dreyfus aus dem Resultat von Durchschlagversuchen mit kantigen Anordnungen ab. Dreyfus hat ebenfalls die Anordnung 90^0-Kante gegen Ebene experimentell untersucht und findet gute Übereinstimmung der gemessenen Werte mit der nach der theoretischen Formel

$$U_d = k \cdot a^{\frac{2}{3}}$$

berechneten Kurve.



In dieser Formel bedeutet
U_d die Durchschlagspannung,
a den kürzesten Abstand der Elektroden,
k eine dem Öl eigentümliche Materialkonstante.

Auf die weiteren Folgerungen, die Dreyfus über die physikalische Natur des Öldurchschlags anknüpft, soll hier nicht eingegangen werden; indessen ist es von Interesse festzustellen, daß die in dem „normalen" Öl II untersuchte Anordnung 90°-Kante gegen Ebene für nicht zu kleine Abstände a dem von Dreyfus geforderten Verhalten entspricht. In Bild 11 ist die mit dem von Dreyfus angegebenen Exponenten $^2/_3$ und mit der Konstanten $k = 11,9$ berechnete Kurve gestrichelt eingezeichnet.

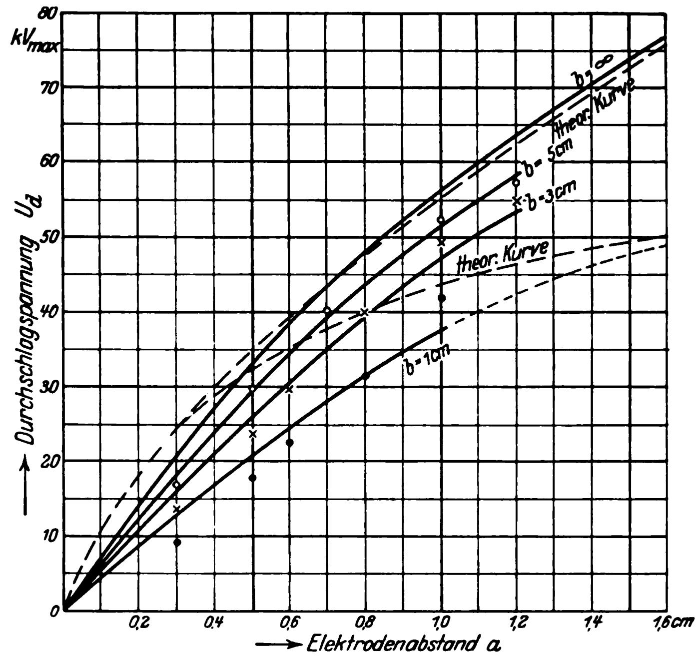


Bild 14. Durchschlagspannung zwischen 90°-Kante und 90°-Innenecke in Öl II für verschiedene Abstände b, abhängig vom Abstand a der Elektroden (Öltemperatur 19° C)..

Bild 11 zeigt die auffallende Erscheinung, daß die Anordnung 90°-Kante gegen Ebene bis zu einem Elektrodenabstand $a = 0,88$ cm und die Anordnung 180°-Kante gegen Ebene bis $a = 0,64$ cm höhere Durchschlagspannungen ergeben als die Anordnung Ebene gegen Ebene. Unter $a = 0,4$ cm verläuft die U_d-Kurve der 180°-Kante sogar über der 90°-Kante.

Scharfe Kanten gelten in der Hochspannungstechnik als elektrisch besonders gefährdet; man erwartet zwischen kantigen Elektroden viel niedrigere Durchschlagspannungen, als z. B. zwischen parallelen Ebenen, wie dies durch Versuche in Luft auch bestätigt wird. Dem Öl hingegen scheint eine größere Unempfindlichkeit gegen lokale Feldkonzentrationen (um mit Dreyfus zu sprechen) eigen zu sein.

Diagramme von Hayden zeigen, daß die Durchschlagspannungen von Paraffinöl zwischen Spitzenelektroden bis zu einer Schlagweite von ungefähr 1,8 mm höher liegen als zwischen Kugelelektroden von 3,8 cm Durchmesser (Bild 12). Wedmore stellt fest, daß die Durchschlagspannungen eines Isolieröls zwischen Spitzen bis zu einer Schlagweite von etwa 4,3 mm bis zu 50% höhere Werte ergeben als zwischen Scheiben resp. Kugeln von 12,5 cm Durchmesser (Bild 13). Vorversuche, die im Verlauf dieser Arbeit mit einer Spitze gegen eine Ebene und mit einer messerscharfen Schneide senkrecht gegen eine Ebene angestellt werden, lieferten ähnliche Ergebnisse.

Allerdings wurde bei diesen Versuchen ein sehr feuchtes Öl benützt. Es liegt die Vermutung nahe, daß dieses merkwürdige Verhalten des Öls durch den Wassergehalt bedingt ist. Angaben über den Feuchtigkeitsgrad oder die davon stark abhängige elektrische Festigkeit der verwendeten Öle fehlen bei beiden genannten Forschern. Die später beschriebenen Versuche mit sehr feuchtem Öl (Öl III) werden die erwähnte Erscheinung weiter verfolgen lassen.

In Bild 14 sind die Durchschlagspannungen U_d abhängig vom Abstand a der Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke aufgetragen. Es wurden die Fälle $b =$ const. für 1 cm, 3 cm und 5 cm untersucht. Außerdem ist die Durchschlagkurve für den Grenzfall $b = \infty$, d. i. die Anordnung 90°-Kante gegen Ebene in Bild 14 aufgenommen. Jeder Kurvenpunkt ist der arithmetische Mittelwert von 10 gültigen Durchschlägen. Die Vorentladungen waren zahlreich und setzten oft weit unter der Durchschlagspannung ein.

Dreyfus hat auch für die Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke einen analytischen Ausdruck aufgestellt. Danach ist die Durchschlagspannung

$$U_d = k \cdot \left[\frac{a^2}{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2}\right]^{\frac{1}{3}}.$$

In Bild 14 sind die nach der Formel von Dreyfus berechneten Kurven von $b = \infty$ und $b = 1$ cm const. strichliert gezeichnet. Die Konstante ist $k = 11{,}9$. Während die experimentelle Kurve für $b = \infty$ ungefähr von $a = 0{,}5$ cm ab mit der berechneten gut übereinstimmt, liegen im Fall $b = 1$ cm die gemessenen Werte weit unterhalb den theoretisch geforderten. Erst für $a > b$ * nähert sich die (extrapolierte) experimentelle Kurve der berechneten, um mit dieser auf den gleichen Endwert zuzulaufen. Bei den kleinen Abständen beeinflussen die mannigfaltigen Störungserscheinungen den Durchbruchvorgang, wie man aus der unregelmäßigen Lage der Kurvenpunkte, besonders im Fall $b = 1$ cm, schließen kann.

Öl III.

Außer den Untersuchungen mit Öl von hoher elektrischer Festigkeit und Öl von normaler, d. h. technisch üblicher Beschaffenheit wurden noch Versuche mit einem ausgesprochen schlechten Öl angestellt. Dadurch, daß das Öl in Luft von hohem Feuchtigkeitsgehalt gebracht wurde, konnte erreicht werden, daß das Öl in einen gleichmäßig schlechten, d. h. feuchten Zustand kam. Die Messung nach Verbandsnormen ergab eine mittlere Festigkeit von 34 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$, d. i. ungefähr der untere Grenzwert der elektrischen Festigkeit, dem das in der Praxis verwendete Öl nach langem Gebrauch zustrebt.

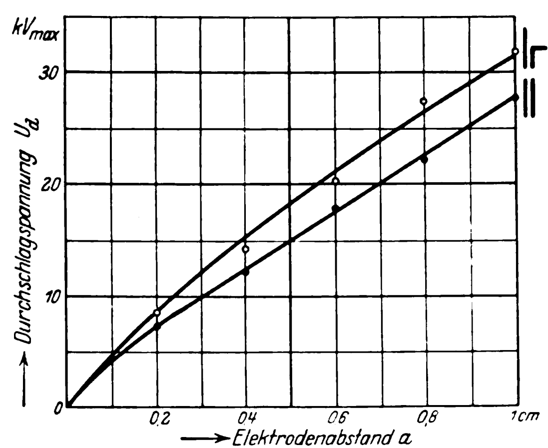


Bild 15. Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl III, abhängig vom Elektrodenabstand.
(Öltemperatur für die Kurve Ebene gegen Ebene 17° C. Öltemperatur für die Kurve 90°-Kante gegen Ebene 20° C).

Die Versuche mit dem schlechten Öl waren ursprünglich als orientierende Vorversuche gedacht. Es wurde daher neben der Anordnung Ebene gegen Ebene nur die wichtigste der kantigen Elektrodenkombinationen, nämlich die Anordnung 90°-Kante gegen Ebene, untersucht.

* Es muß beachtet werden, daß sich für diesen Fall ein Wechsel in der Bezeichnung ergeben würde. Aus systematischen Gründen wurde mit a der kleinste Abstand der Elektroden bezeichnet.



Die Durchschlagspannung U_d, abhängig vom Abstand a, ist in Bild 15 aufgetragen.

Da bei der Durchführung der Messungen die Wichtigkeit einer größeren Anzahl von Durchschlägen für jede Maßreihe noch nicht genügend erkannt war, liegen nur 4—5 Durchschläge für jeden Elektrodenabstand vor. Dem Durchbruch ging gewöhnlich eine große Anzahl von Vorentladungen voraus; das ist bekanntlich ein sicheres Kennzeichen eines hohen Wassergehalts des Öls. Gleichwohl war die Streuung innerhalb der Meßreihen nicht sehr bedeutend.

In Öl II wurde festgestellt daß die Durchschlagspannungen kantiger Elektroden zum Teil höher lagen als die bei gleichen Abständen zwischen parallelen Ebenen gemessenen Werte. Die gleiche Erscheinung wiederholte sich in Öl III in noch ausgeprägterer Weise (vgl. Bild 11 und 15). Da in dem trockenen Öl I eine ähnliche Beobachtung nicht gemacht werden konnte, wurde dieses merkwürdige Verhalten der kantigen Elektroden mit dem Wassergehalt des Öls in Zusammenhang gebracht. Diese Annahme wird durch die Versuchsergebnisse in dem sehr feuchten Öl III noch wahrscheinlicher gemacht.

Vielleicht kann man für den Vorgang folgende Erklärung geben:

Unter der Einwirkung des starken elektrischen Feldes in der Umgebung der scharfen Kante werden Wassertröpfchen und feuchte Fasern an die Kante herangezogen. Dadurch wird die Kante verschleift und ihre Wirkung aufgehoben.

5. Theoretische Betrachtungen.

Das Schwaigersche Ähnlichkeitsgesetz.

Die Durchschlagspannung U_d jeder Hochspannungsanordnung ist abhängig von der Durchschlagfestigkeit $\mathfrak{E}_d$ des Isoliermaterials und der Konfiguration von Leiter und Dielektrikum. Während $\mathfrak{E}_d$ das physikalische Problem dieser Beziehung in sich schließt, ist es eine rein geometrische Aufgabe, aus der gegenseitigen Lage der leitenden und isolierenden Teile das Feldbild der Anordnung abzuleiten. Den einfachsten Feldverlauf zeigt der Plattenkondensator, d. i. die Anordnung Ebene gegen Ebene. Hier hat, bei Vernachlässigung der Randwirkung, die Feldstärke in jedem Punkt des Dielektrikums den gleichen Wert. Der Plattenkondensator stellt deshalb die günstigste Anordnung dar; das Isoliermaterial ist an allen Stellen gleichmäßig ausgenützt. Diese Verhältnisse bringt am deutlichsten die einfache Formel für die Durchschlagspannung des Plattenkondensators

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot a$$

zum Ausdruck.

Prof. Schwaiger hat durch die Aufstellung eines Ähnlichkeitsgesetzes gezeigt, daß sich alle Elektrodenanordnungen auf die Anordnung Ebene gegen Ebene zurückführen lassen. Eine Elektrodenanordnung, bei welcher der Verlauf der Feldstärke längs der Kraftlinie des Durchschlags nicht konstant ist wie bei dem Plattenkondensator, muß notwendigerweise schlechter sein als dieser, d. h. bei gleicher Isolierschichtstärke des Durchschlags und gleicher Höchstbeanspruchung des Isoliermaterials wird die Durchschlagspannung früher erreicht als bei der Anordnung Ebene gegen Ebene. Prof. Schwaiger erkennt also der Anordnung Ebene gegen Ebene den „Ausnutzungswert" 100% zu und fügt zu der Formel $U_d = \mathfrak{E}_d \cdot a$ einen Faktor hinzu, der angibt, um wieviel eine Anordnung hinsichtlich ihres Kraftlinienverlaufs schlechter ist als die Plattenanordnung mit gleicher Isolierschichtdicke. Man nennt diesen Verhältniswert den Ausnutzungsfaktor η und erhält in der Gleichung

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot a \cdot \eta$$

ein Gesetz, das die Beziehung für die Durchschlagspannung irgend zweier Elektroden ergibt. Für den Plattenkondensator ist η natürlich gleich 1, für alle anderen



Anordnungen muß η kleiner als 1 sein. Es soll hier noch einmal hervorgehoben werden, daß a immer den kürzesten Abstand der beiden Elektroden bedeutet. a braucht durchaus nicht mit der Kraftlinie zusammenzufallen, längs welcher der Durchschlag erfolgt. Bei parallelen Ebenen, konaxialen und axialen Kugeln und Zylindern ist a mit dem Durchschlagweg identisch. Bei den kantigen Elektrodenanordnungen kommen aber Fälle vor, bei denen der Durchbruch längs einer gekrümmten Kraftlinie erfolgt.

Bestimmung des Ausnutzungsfaktors.

Zur Bestimmung des Ausnutzungsfaktors η muß das elektrische Feld der Elektrodenanordnung der Rechnung zugängig sein. Es ist notwendig, die Gleichung für die Feldstärke $\mathfrak{E}_{max}$ am höchstbeanspruchten Punkt der Anordnung zu kennen. Diese Feldstärke ist für den Durchbruch maßgebend.

$\mathfrak{E}_{max}$ ist eine Funktion der zwischen den Elektroden herrschenden Spannung U und der Form der Elektroden und ihrer Lage zueinander. Man kann $\mathfrak{E}_{max}$ immer in der Form

$$\mathfrak{E}_{max} = \frac{U}{a} \cdot \frac{1}{\eta}$$

darstellen.



Bild 16. Gruppe a. Kante gegen Ebene.

Der Ausnutzungsfaktor η ist also in allen Fällen nur von den Dimensionen der betreffenden Anordnung abhängig und seine Berechnung geht aus der Geometrie des elektrischen Feldes hervor.

Bei den kantigen Elektroden, um die es sich in der vorliegenden Arbeit handelt, stößt man bei der Berechnung von η zunächst auf eine Schwierigkeit. Die maximale Feldstärke, die zur Bestimmung von η notwendig ist, tritt an der Kante auf. Die Feldstärke an jeder scharfen Kante ist aber theoretisch unendlich groß und damit würde η gleich Null werden.

Wittwer hat in seiner Arbeit folgende Lösung angegeben:

Man legt der Berechnung von η nicht die Feldstärke $\mathfrak{E}_{max}$ am höchstbeanspruchten Punkt zugrunde, sondern verfolgt die an der Kante entspringende Kraftlinie, die ja für den Durchschlag bestimmend ist, bis zu der Stelle niedrigster Beanspruchung. Bei den untersuchten Elektrodenanordnungen ist dieser Punkt niedrigster Beanspruchung immer der Endpunkt, die Senke, der bezeichneten Kraftlinie. Es wären jedoch auch kantige Elektrodenkombinationen denkbar, bei denen der erwähnte Punkt geringster Beanspruchung irgend zwischen den beiden Elektroden liegt, z. B. die Anordnung Kante gegen Kante. Aus der Feldstärke am Ende der Kraftlinie berechnet man dann den Ausnutzungsfaktor. Es ist klar, daß man einen Wert für η erhält, der größer als 1 ist. Die auf solche Weise bestimmten Ausnutzungsfaktoren sollen im folgenden mit H bezeichnet werden.

In die Gleichung für die Durchschlagspannung der kantigen Elektrodenanordnungen muß man jetzt natürlich die Durchschlagfeldstärke am Ende der an der Kante entspringenden Kraftlinie einführen. Diese Feldstärke wird mit $\mathfrak{E}_D$ bezeichnet und die Gleichung für die Durchschlagspannung lautet jetzt:

$$U_d = \mathfrak{E}_D \cdot a \cdot H.$$

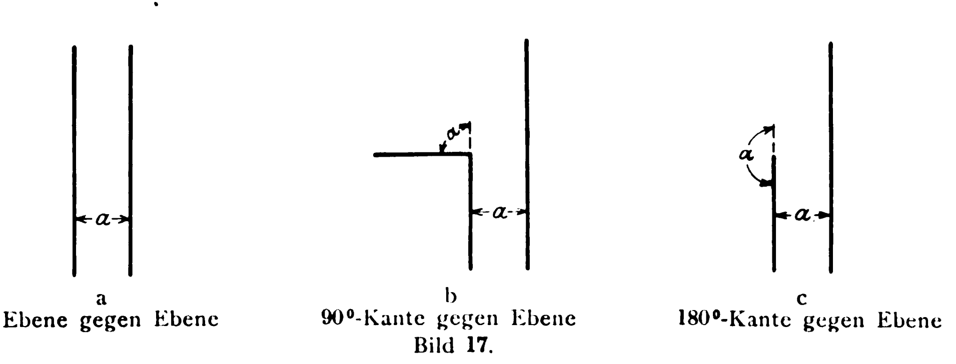
Wittwer hat das elektrische Feld für eine Reihe von kantigen Elektrodenanordnungen mit parallelebenen Feldern durch Anwendung der Methode der konformen Bilder berechnet und daraus die Formel für die Ausnutzungsfaktoren abgeleitet.

Die geometrische Charakteristik.

Gewisse geometrische Eigenschaften der untersuchten Elektrodenanordnungen ermöglichen es, sie in Gruppen zusammenzufassen und durch eine sog. „geometrische Charakteristik" zu kennzeichnen, wie es Prof. Schwaiger für Zylinderanordnungen, Kugelanordnungen usw. vorgeschlagen hat (Ähnlichkeitsgesetz).

Gruppe a. Kante gegen Ebene (Bild 16).

Es ist a der Abstand des parallelen Teiles der Elektroden. b ist der Abstand des umgebogenen Teiles der einen Elektrode von der ebenen Elektrode in der Entfernung a von der scharfen Kante, wobei a parallel zu der Ebene gemessen ist. Die Schärfe der Kante drücken wir durch den Winkel α aus.



a Ebene gegen Ebene — b 90°-Kante gegen Ebene — c 180°-Kante gegen Ebene

Bild 17.

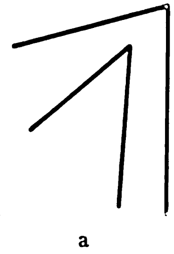
Es ist also $b = a \pm a \, tg \, \alpha$.

Bezeichnen wir das Verhältnis a/b als „geometrische Charakteristik p", dann wird

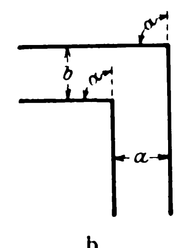
$$p = \frac{a}{b} = \frac{1}{1 \pm \operatorname{tg} \alpha}.$$

Die untersuchten Elektrodenkombinationen stellen sich als Sonderfälle der allgemeinen Figur von Bild 16 dar.

1. Ebene gegen Ebene (Bild 17a):
   $\alpha = 0^0, \quad b = a, \quad p = +1.$
2. 90°-Kante gegen Ebene (Bild 17b):
   $\alpha = 90^0, \quad b = \infty, \quad p = 0.$
3. 180°-Kante gegen Ebene (Bild 17c):
   $\alpha = 180^0, \quad b = -a, \quad p = -1.$



a Kante gegen Innenecke





b 90°-Kante gegen 90°-Innenecke

Bild 18. Gruppe b.

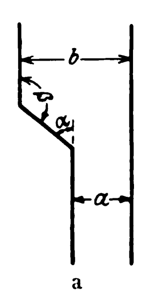


Gruppe b. Kante gegen Innenecke (Bild 18).

Den allgemeinen Fall zeigt Bild 18a. Untersucht wurde nur die für die Hochspannungstechnik wichtigste Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke ($\alpha = 90^0$) (Bild 18b). Für $b = a$ ergibt sich die geometrische Charakteristik $p = 1$. Grenzfall: $b = \infty$, $p = 0$ (Bild 17b).

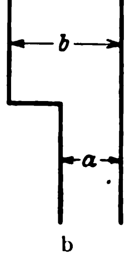
Gruppe c. Kante mit Ecke gegen Ebene (Bild 19).

Den allgemeinen Fall stellt Bild 19a dar. Untersucht wurde nur die Anordnung nach Bild 19b: 90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene ($\alpha = 90^0$). Es ist $b = a$, $p = 1$.



a

Kante mit Ecke gegen Ebene



b

90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene

Bild 19. Gruppe c.

Grenzfälle: $b = a$ $\quad p = 1$ (Bild 17a),
$b = \infty$ $\quad p = 0$ (Bild 17b).

In Bild 20 sind die Ausnutzungsfaktoren abhängig von der geometrischen Charakteristik p angegeben (nach W. Wittwer).

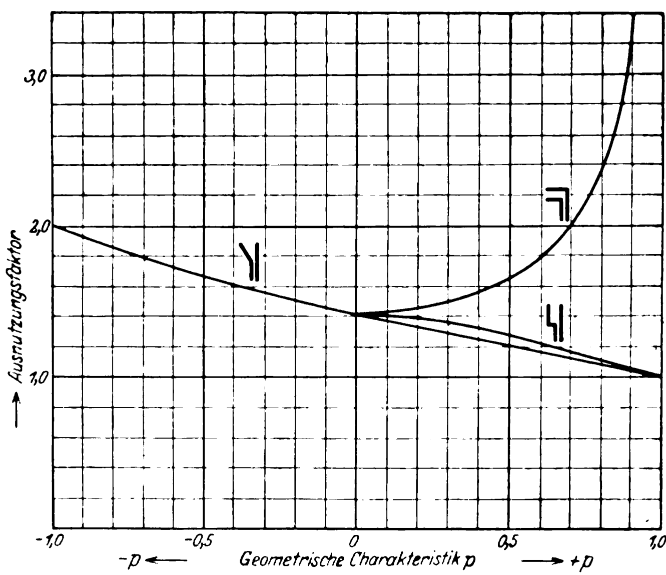


Bild 20. Ausnutzungsfaktor H, abhängig von der geometrischen Charakteristik p für verschiedene Anordnungen.

6. Auswertung der Durchschlagfeldstärken.

Es handelt sich nunmehr darum, aus den experimentell gefundenen Durchschlagspannungen U_d, dem jeweiligen Elektrodenabstand a und dem entsprechenden Ausnutzungsfaktor H die Durchschlagfeldstärken $\mathfrak{E}_D$ am Ende der von der Kante ausgehenden Kraftlinie zu ermitteln.

Es ist

$$\mathfrak{E}_D = \frac{U_d}{a \cdot H}.$$

Öl I.

(Trockenes Öl von hoher elektrischer Festigkeit.)

(230 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$.)

Bild 21 zeigt die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ (in $kV_{max} \cdot cm^{-1}$) abhängig vom Elektrodenabstand a (in cm). Für die Anordnungen

Ebene gegen Ebene,
90°-Kante gegen Ebene,
180°-Kante gegen Ebene.

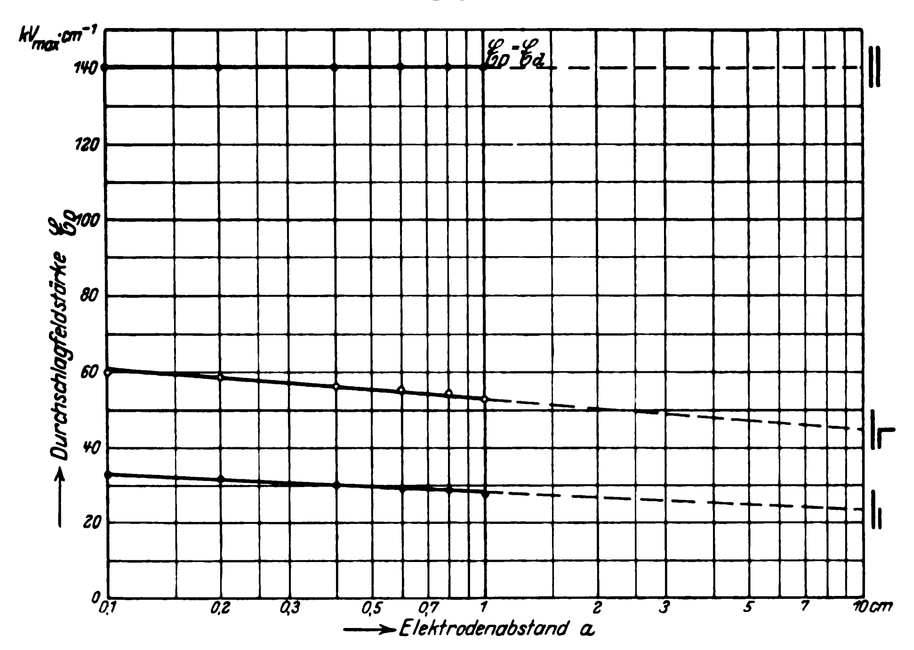


Bild 21. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl I, abhängig vom Elektrodenabstand.

Über die zur Darstellung gebrachten Kurven ist folgendes zu sagen:

Aus Bild 8 ergab sich, daß die Durchschlagspannung U_d der Anordnung Ebene gegen Ebene proportional mit dem Elektrodenabstand zunimmt. Daraus folgt, daß die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$, in diesem Fall gleich $\mathfrak{E}_d$, unabhängig von der Schlagweite ist.

Im einfach-logarithmischen Koordinatensystem stellt sich für die Anordnungen 90°-Kante gegen Ebene und 180°-Kante gegen Ebene die Abhängigkeit $\mathfrak{E}_D$ von a als Gerade dar. Mit großer Wahrscheinlichkeit darf man diese Geraden über den berechneten Bereich ($a = 0,1 - 1$ cm) bis $a = 10$ cm verlängern. Diese Extrapolation gestattet nämlich die in Öl gemessenen $\mathfrak{E}_D$-Werte mit den entsprechenden Ergebnissen zu vergleichen, die Wittwer in Luft gefunden hat.

Die $\mathfrak{E}_D$-Kurven für Luft der Anordnungen Ebene gegen Ebene (nach Schumann), 90°-Kante gegen Ebene und 180°-Kante gegen Ebene (nach Wittwer) sind in Bild 22 wiedergegeben.

Ein unmittelbarer Vergleich der $\mathfrak{E}_D$-Werte für Luft und für das elektrisch vielfach festere Öl I läßt sich natürlich nicht durchführen. Dagegen ist es möglich, die

Feldstärke $\mathfrak{E}_D$ am Ende der von der Kante ausgehenden Kraftlinie auf die Feldstärke $\mathfrak{E}_D$ zwischen parallelen Ebenen bei gleichem Abstand a zu beziehen und die so reduzierten Werte für beide Isoliermaterialien zu vergleichen.

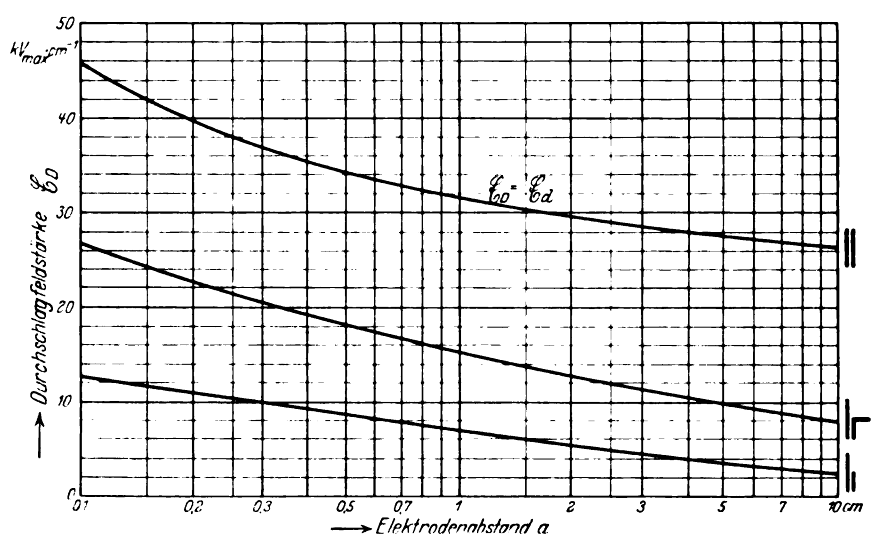


Bild 22. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Luft, abhängig vom Elektrodenabstand (Witwer).

Das Verhältnis

$$\frac{\mathfrak{E}_D}{\mathfrak{E}_d}$$

soll mit V bezeichnet werden. In Bild 23 sind die Verhältniszahlen V der Anordnungen 90°-Kante gegen Ebene und 180°-Kante gegen Ebene für Luft und für Öl I als Funktion des Abstandes a aufgetragen.

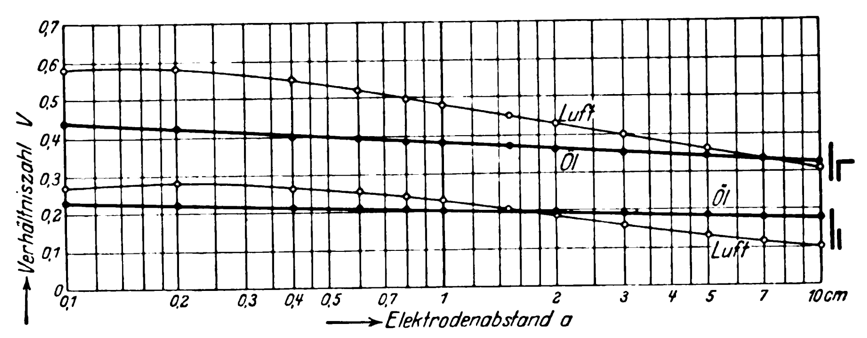


Bild 23. Verhältnis der Durchschlagfeldstärke kantiger zu der ebener Elektroden in Luft und Öl I, abhängig vom Elektrodenabstand.

Man sieht, daß sich für das Öl die Werte von V mit dem Abstand a nicht so stark ändern als für Luft; das ist erklärlich, denn die Abhängigkeit der Feldstärke $\mathfrak{E}_D$ vom Abstand a ist in dem trockenen Öl I weniger ausgeprägt als in Luft (vgl. Bild 21 und Bild 22). Immerhin kann man sagen, daß die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ am Ende der von der Kante ausgehenden Kraftlinie der Anordnungen 90°-Kante gegen Ebene und 180°-Kante gegen Ebene in einem trockenen Öl von rund 200 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ bei genügend weit entfernten Elektroden der Größenordnung nach demselben Prozentsatz der Durchschlagfestigkeit zwischen gleich weit entfernten parallelen Ebenen ausmacht wie in Luft.

Nachdem die Beziehungen zwischen $\mathfrak{E}_D$, V und a bei den besprochenen Elektrodenanordnungen einen Vergleich mit Luft zulassen, soll der Verlauf der Feldstärke

$\mathfrak{E}_D$ der Anordnungen 90°-Kante gegen 90°-Innenecke und 90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene in gleicher Weise untersucht werden.

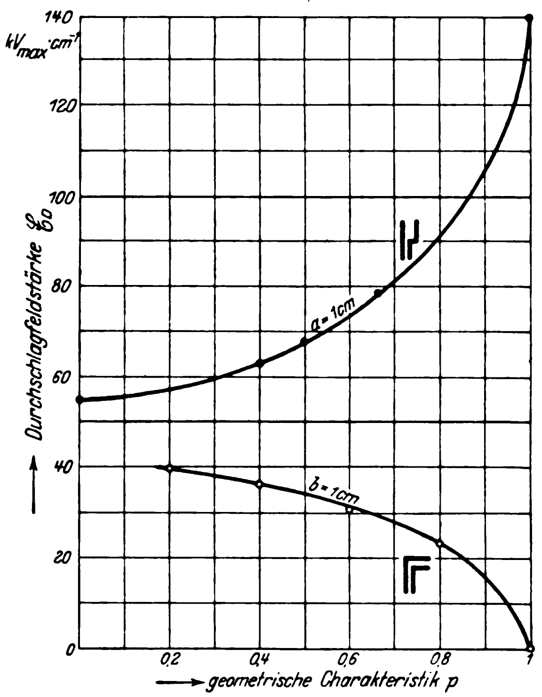


Bild 24. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl I, abhängig von der geometrischen Charakteristik.

Bild 24 zeigt die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ als Funktion der geometrischen Charakteristik p für die Anordnungen

90°-Kante gegen 90°-Innenecke ($b = 1$ cm konstant),

90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene ($a = 1$ cm konstant).

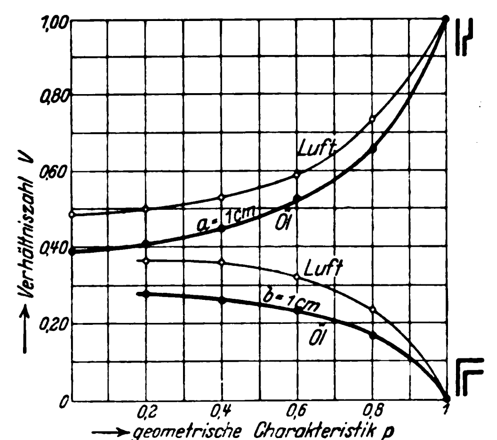


Bild 26. Verhältnis der Durchschlagfeldstärke kantiger zu der ebener Elektroden in Luft und Öl I, abhängig von der geometrischen Charakteristik.

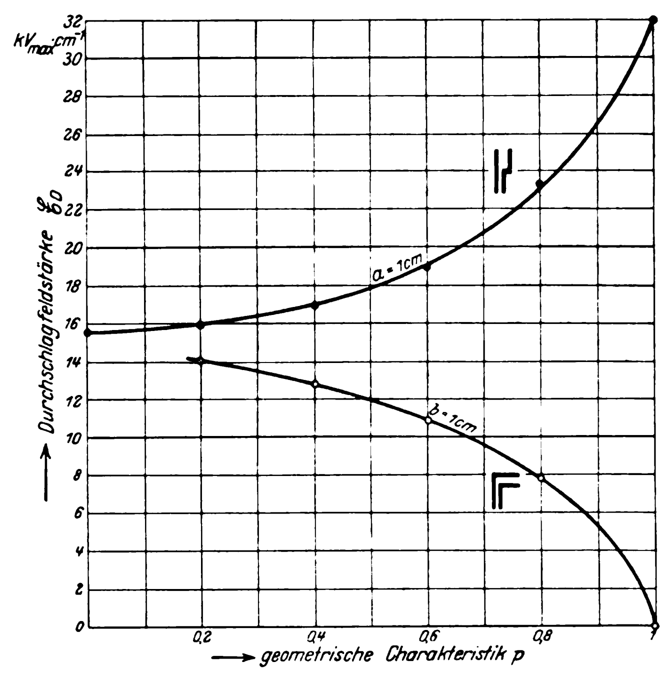


Bild 25. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Luft, abhängig von der geometrischen Charakteristik (Wittwer).

Bild 25 bringt die entsprechenden von Wittwer für Luft ausgewerteten Diagramme.

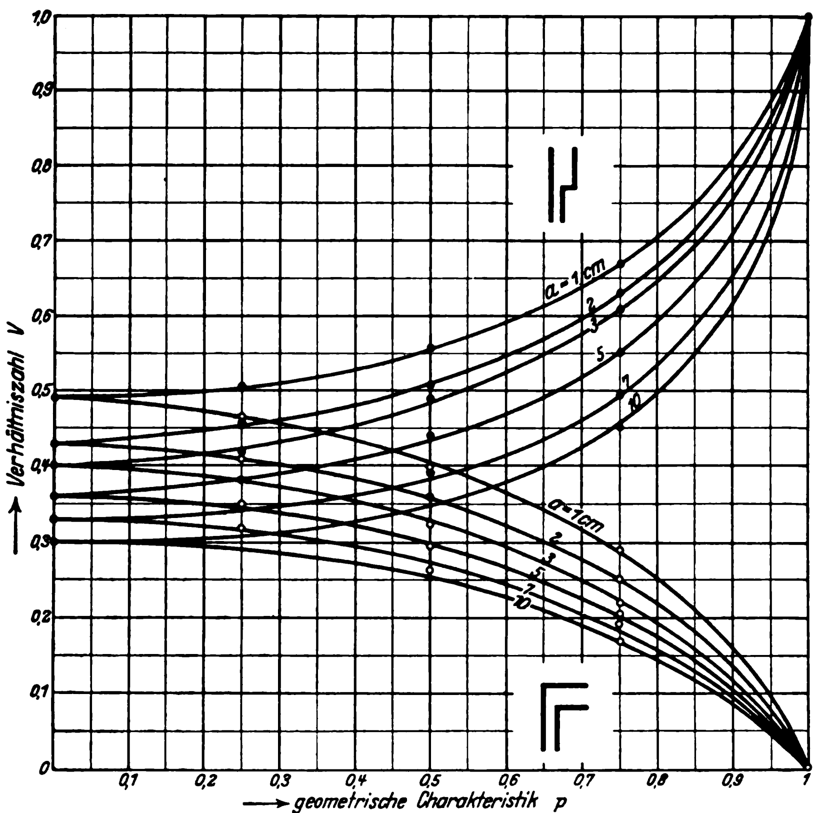


Bild 27. Verhältnis der Durchschlagfeldstärke kantiger zu der ebener Elektroden in Luft für verschiedene Elektrodenabstände *a*, abhängig von der geometrischen Charakteristik.

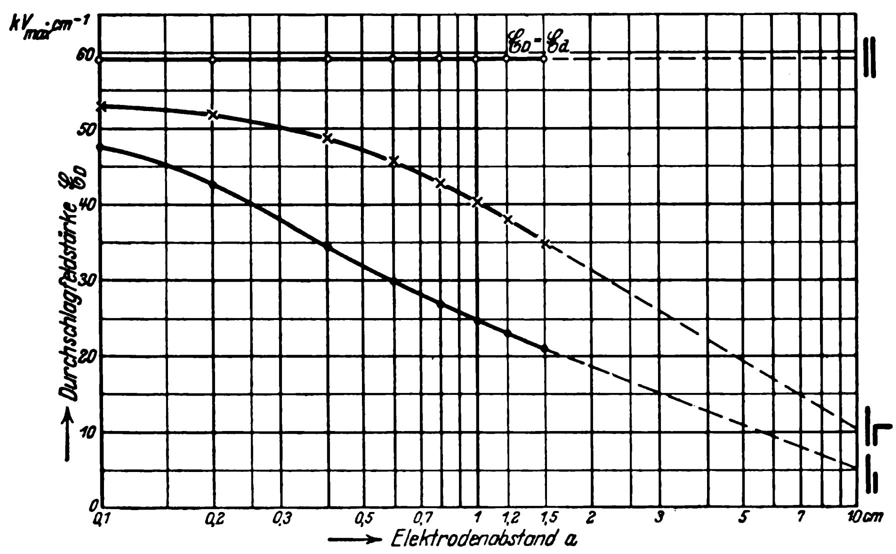


Bild 28. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl II, abhängig vom Elektrodenabstand.

Der Charakter der dargestellten $\mathfrak{E}_D$-Kurven stimmt für das Öl und für Luft überein. Wichtig ist, daß die auf parallele Ebenen bezogenen Durchschlagfeldstärken



$\mathfrak{E}_D$ sich auch hier für beide Isoliermittel in der gleichen Größenordnung bewegen (Bild 26). Diese Tatsache ermöglicht es, die Durchschlagspannung der Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke und 90°-Kante mit 90°-Ecke gegen Ebene für weitere Fälle mit verschiedener geometrischer Charakteristik p durch Rechnung zu ermitteln.

Es ist ja

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot V \cdot a \cdot H\,.$$

Für V kann man mit guter Berechtigung diejenigen Werte benützen, die auf Grund der von Wittwer für Luft mitgeteilten Ergebnisse in Bild 27 aufgetragen sind.

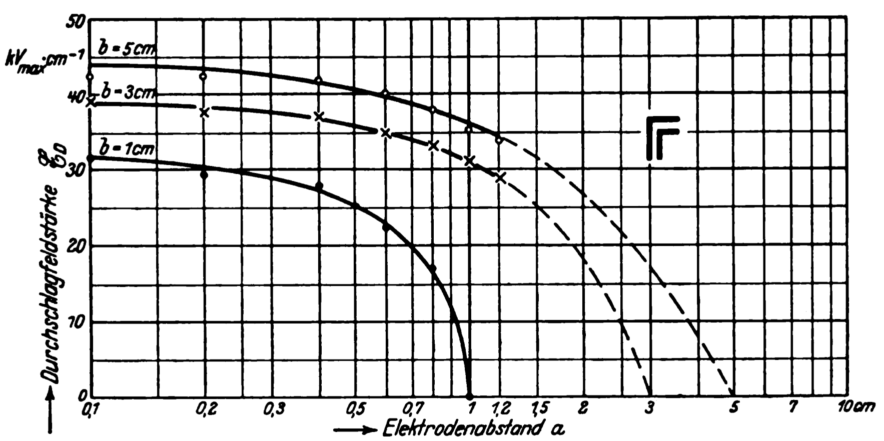


Bild 29. Durchschlagfeldstärke der Anordnung 90°-Kante gegen 90°-Innenecke in Öl II für verschiedene Abstände b, abhängig vom Abstand a der Elektroden.

Öl II.
(„Normalöl.")
($55\ kV_{max} \cdot cm^{-1}$.)

Die in Bild 28 und 29 dargestellten Kurven geben Anhaltspunkte für die Größe der Durchschlagfeldstärken $\mathfrak{E}_D$ in einem normalen Öl.

Durch Einsetzen der hier mitgeteilten $\mathfrak{E}_D$-Werte in die mehrfach erwähnte Formel

$$U_d = \mathfrak{E}_D \cdot a \cdot H$$

kann die Höhe der zu erwartenden Durchschlagspannung einer der untersuchten kantigen Elektrodenanordnungen in einem Öl von einer technisch üblichen Festigkeit von rund $60\ kV_{max} \cdot cm^{-1}$ ermittelt werden.

Die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ als Funktion des Abstandes a ist aufgetragen in Bild 28 für die Anordnungen

Ebene gegen Ebene,
90°-Kante gegen Ebene,
180°-Kante gegen Ebene;

in Bild 29 für die Anordnung

90°-Kante gegen 90°-Innenecke
(b = const. = 1 cm, 3 cm, 5 cm).

Die Extrapolation der Kurven in Bild 28 ist über den experimentell bestimmten Bereich hinaus bis zu den Elektrodenentfernungen $a = 10$ cm durchgeführt.

Die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D = \mathfrak{E}_d$ zwischen den parallelen Ebenen erweist sich wie in Öl I als unabhängig von der Schlagweite. Die $\mathfrak{E}_D$-Kurven der Anordnung 90°-Kante gegen Ebene und 180°-Kante gegen Ebene zeigen eine ausgeprägtere Abhängigkeit vom Elektrodenabstand als in dem trockenen Öl I. Auffallend ist, daß die $\mathfrak{E}_D$-Kurven der Anordnungen Ebene gegen Ebene, 90°-Kante gegen Ebene und



180°-Kante gegen Ebene im Bereich der kleinsten Elektrodenabstände sehr nahe zusammenlaufen. In diesem Gebiet hat die Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ der Anordnung 90°-Kante gegen Ebene merkwürdigerweise fast die gleiche Größe wie in dem „besseren" Öl I, und für die 180°-Kante gegen Ebene ergeben sich in dem „normalen" Öl sogar wesentlich größere Werte (vgl. Bild 21 und 28).

Öl III.

(Sehr feuchtes Öl von geringer elektrischer Festigkeit.)

($34\ kV_{max} \cdot cm^{-1}$.)

Zur Vervollständigung seien noch die $\mathfrak{E}_D$-Kurven der beiden in Öl III untersuchten Elektrodenanordnungen angegeben.

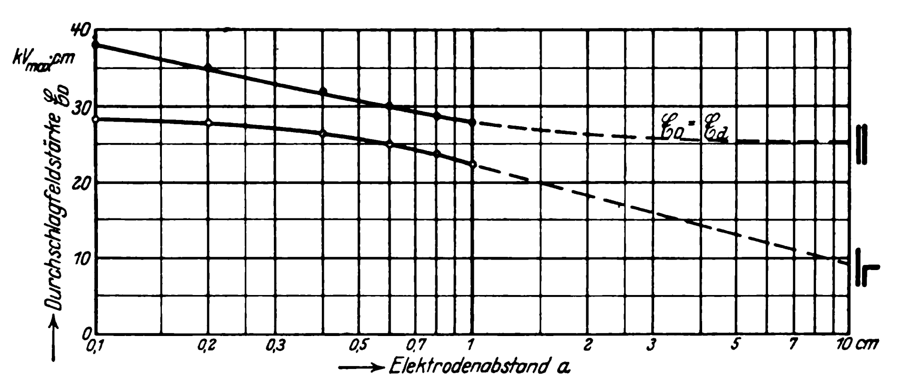


Bild 30. Durchschlagfeldstärke bei verschiedenen Elektrodenanordnungen in Öl III, abhängig vom Elektrodenabstand.

In Bild 30 sind die Feldstärken $\mathfrak{E}_D$ abhängig vom Elektrodenabstand a der Anordnungen Ebene gegen Ebene und 90°-Kante gegen Ebene aufgetragen. Die Kurven sind wieder über den experimentell ermittelten Bereich hinaus extrapoliert.

Die Durchschlagfestigkeit zwischen den parallelen Ebenen erweist sich, im Gegensatz zu Öl I und Öl II, nicht über den ganzen Meßbereich hin als unabhängig von der Elektrodenentfernung, sondern wird erst über $a = 0{,}25$ cm konstant. Die Kurve der 90°-Kante zeigt einen ähnlichen Verlauf wie in Öl II.

7. Ergebnisse der Arbeit und Folgerungen für die Praxis.

Die vorliegende Arbeit wurde unter folgenden Hauptgesichtspunkten durchgeführt:

1. Experimentelle Untersuchung des Durchschlags zwischen kantigen Elektrodenanordnungen in Isolierölen von verschiedener elektrischer Festigkeit.

Dabei wurde die Festigkeit des Öles, den Verhältnissen der Praxis entsprechend, in erster Linie von dem Einfluß des Feuchtigkeitsgehaltes abhängig gemacht.

Daneben wurden Beobachtungen allgemeiner Art über den Durchschlagvorgang in Öl und die mit dem Durchschlag zusammenhängenden Erscheinungen (Streuung, Vorentladungen usw.) angestellt.

2. Auswertung der Durchschlagfeldstärken $\mathfrak{E}_D$ der untersuchten kantigen Elektrodenkombinationen auf Grund der experimentell gefundenen Ergebnisse.

Damit sollten für die Praxis des Transformatoren- und Ölschalterbaues Anhaltspunkte für die Berechnung kantiger Konstruktionsteile unter Öl gewonnen werden.

Die Beobachtungen der Vorgänge beim Öldurchschlag erstreckten sich in der Hauptsache auf das Studium der Streuungserscheinungen und wurden zum größten Teil im Rahmen der Vorversuche durchgeführt. Die Ergebnisse der Ver-

suche, über die an anderer Stelle schon berichtet worden ist, wurden durch die Hauptversuche dahin bestätigt, daß die Streuung nicht nur von dem Reinheits- und Trockenheitsgrad des Öls abhängt, sondern auch in hohem Maße von der Elektrodenform. Durch Konzentration der Entladung auf eine Spitze oder auf eine scharfe Kante wurde im allgemeinen eine geringere Streuung der Durchschlagspannungen erreicht als z. B. zwischen Ebenen oder Kugeln.

Aus den experimentell gefundenen Durchschlagspannungen konnten die Durchschlagfeldstärken $\mathfrak{E}_D$ der untersuchten kantigen Elektrodenanordnungen für Öl von verschiedener elektrischer Festigkeit rechnerisch bestimmt werden. Unter der Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ ist diejenige Feldstärke zu verstehen, die, soweit die untersuchten Anordnungen in Betracht kommen, im Moment des Durchschlags am Ende der von der Kante ausgehenden Kraftlinie herrscht.

Welche Folgerungen ergeben sich nun für die praktische Verwendbarkeit der gefundenen Beziehungen zwischen der Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ und dem Elektrodenabstand a bzw. der geometrischen Charakteristik p?

Die Kenntnis der Durchschlagfeldstärke $\mathfrak{E}_D$ ermöglicht es, die Durchschlagspannung U_d der kantigen Elektrodenanordnungen mit Hilfe der Formel

$$U_d = \mathfrak{E}_D \cdot a \cdot H$$

zu berechnen.

Handelt es sich als Dielektrikum dabei um ein trockenes Öl von hoher elektrischer Festigkeit (etwa 200 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ nach Verbandsvorschriften gemessen), dann kann für diejenigen kantigen Elektrodenanordnungen, die in der vorliegenden Arbeit nicht untersucht worden sind, die aber Wittwer in Luft gemessen hat, die Durchschlagspannung nach der Formel

$$U_d = \mathfrak{E}_d \cdot V \cdot a \cdot H$$

ermittelt werden. Mit V ist das Verhältnis $\frac{\mathfrak{E}_D}{\mathfrak{E}_d}$ bezeichnet.

$\mathfrak{E}_d$ ist die Durchschlagfeldstärke, die bei gleichem Abstand a zwischen parallelen Ebenen ermittelt wurde. V ist für ein trockenes und elektrisch sehr festes Öl bei nicht zu kleinen Elektrodenentfernungen von der gleichen Größenordnung wie für Luft.

Nachdem man es im praktischen Betrieb selten mit Isolierölen von sehr hohem Trockenheitsgrad und damit von sehr hoher elektrischer Festigkeit zu tun hat, sind diejenigen $\mathfrak{E}_D$-Kurven von größerem Interesse, die auf Grund der Versuche mit einer Reihe technisch wichtiger kantiger Elektrodenanordnungen in einem Öl von „normaler", d. h. praktisch üblicher Festigkeit von rund 60 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ (nach Verbandsnormen gemessen) ausgewertet worden sind.

Es liegt in der Natur des Isoliermaterials begründet, daß man bei der Berechnung kantiger Konstruktionsteile unter Öl einen nicht zu kleinen Sicherheitsfaktor annehmen wird. Es wurde daher noch die $\mathfrak{E}_D$-Kurve der wichtigsten kantigen Elektrodenanordnung, der 90°-Kante gegen Ebene, in einem ausgesprochen schlechten d. h. „nassen" Öl von nur 34 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ (nach Verbandsnormen gemessen) angegeben. Diese Kurve kann bei den Festigkeitsberechnungen als untere Grenzkurve angesehen werden.

Die Hauptversuche ließen weiterhin folgendes erkennen:

Die Durchschlagspannungen kantiger Elektrodenanordnungen folgen in Abhängigkeit vom kürzesten Elektrodenabstand Potenzgesetzen. Für nicht zu kleine Elektrodenentfernungen konnten die von Dreyfus aufgestellten theoretischen Formeln für die Durchschlagspannungen zwischen kantigen Elektrodenanordnungen zum Teil experimentell bestätigt werden.

Es wurde festgestellt, daß in nassen Ölen die Durchschlagspannungen zwischen kantigen Elektroden bei kleineren Elektrodenabständen wesentlich höher lagen als bei gleicher Elektrodenentfernung zwischen parallelen Ebenen. Die Ursache dieser merkwürdigen Erscheinung ist möglicherweise durch den Wassergehalt des Öles



bedingt. Man kann sich nämlich vorstellen, daß die im Öl suspendierten Wassertröpfchen durch das in der Nähe der scharfen Kante herrschende starke elektrische Feld an die Kante herangezogen werden und diese verschleifen.

Die Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke vom Elektrodenabstand ist, wie in Luft, verschieden je nach der Form der Elektroden. Außerdem wird diese Abhängigkeit sowohl qualitativ wie quantitativ von der Güte des Öles beeinflußt. Die qualitative Beeinflussung äußert sich darin, daß der Charakter der $\mathfrak{E}_D$-Kurve für ein und dieselbe Elektrodenanordnung in einem trockenen Öl ein anderer ist als in einem nassen Öl. Was die quantitative Abhängigkeit der Durchschlagfeldstärke von der Güte des Öles betrifft, so zeigte sich das überraschende Ergebnis, daß für kantige Anordnungen bei kleineren Elektrodenabständen sich in einem Öl von normaler Güte, d. h. rund 60 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ (gemessen nach Verbandsnormen) gleiche, ja zum Teil höhere Durchschlagfeldstärken ergaben als in einem sehr guten Öl von über 200 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$.

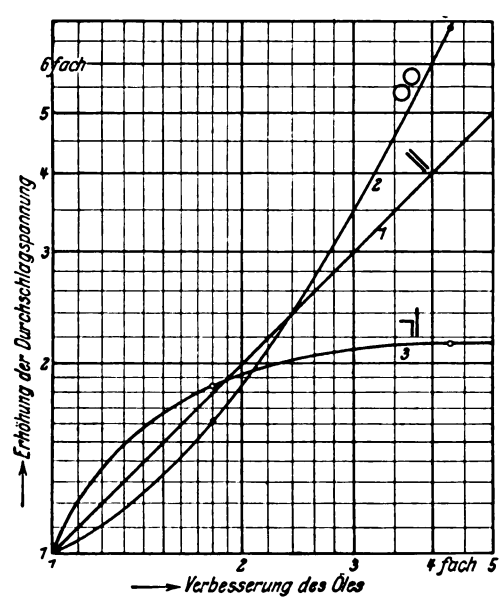


Bild 31. Erhöhung der Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen, abhängig von der Verbesserung des Öles (gemessen zwischen 2 Ebenen). Elektrodenabstand 3 mm.

Im Anschluß an diese Tatsache folgt das wichtigste Ergebnis der vorliegenden Arbeit aus einer Überlegung, auf die Prof. Schwaiger aufmerksam gemacht hat, und die zum Schluß kurz entwickelt werden soll.

Es ist die Frage zu stellen: In welchem Maß nimmt die Durchschlagspannung zwischen verschiedenen Elektrodenanordnungen mit der Güte des Öles zu?

In der Praxis herrscht vielfach die Meinung, daß der Sicherheitsgrad einer Hochspannungskonstruktion unter Öl auf das Doppelte oder auf das Dreifache steigt, wenn man die Durchschlagfestigkeit, also die elektrische Güte des Öles, auf das Doppelte bzw. Dreifache erhöht. Die mitgeteilten Versuche lehren jedoch, daß diese Ansicht nicht richtig ist.

In Bild 31 ist als Abszisse die Güte bzw. die Verbesserung des Öles folgendermaßen zum Ausdruck gebracht. Als Ausgangsgröße ist das schlechteste Öl (das „nasse“ Öl III) gewählt. Diesem Öl ist der Wert 1 (d. i. 100%) zugesprochen. Die Qualität der beiden anderen untersuchten Öle (des „normalen“ Öles II und des „trockenen“ Öles I) ist durch das Vielfache der Durchschlagfestigkeit von Öl III gekennzeichnet. Dabei sind die Durchschlagfestigkeiten der Öle zwischen parallelen Ebenen bei $a = 3$ mm Schlagweite zugrunde gelegt. Analog sind auf der Ordinatenachse die Vielfachen der in dem schlechtesten Öl III gemessenen Durchschlagspannungen (denen wieder der Wert 100% zukommt) aufgetragen.

Wäre die Anschauung, daß die Durchschlagspannung einer Elektrodenanordnung proportional mit der Güte des Öles zunimmt, richtig, dann müßte für alle Elektrodenanordnungen die Gerade 1 gelten. Man sieht aber, daß die Kurve 3, die das Verhalten der Anordnung 90°-Kante gegen Ebene für $a = 3$ mm Elektrodenabstand beschreibt, weit hinter den Sollwerten zurückbleibt, und zwar um so mehr, je weiter die Verbesserung des Öles getrieben wird.

Während eine Verbesserung des Öles aus dem „schlechten“ Zustand von 33 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ auf die „normale“ Beschaffenheit von 59 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ (also um 80%) die Durchschlagspannung zwischen 90°-Kante und Ebene ebenfalls um rund 80% erhöhte,

ließ sich durch eine weitere Verbesserung des Öles um 245% die Durchschlagspannung nur mehr um 30% hinaufdrücken.

Es wurde bereits erklärt, wie in einem nassen Öl die scharfen Kanten durch Wassertröpfchen und feuchte Fasern verschleift, also mit Rücksicht auf die Durchschlagspannung verbessert werden. In einem trockenen Öl kann diese Wirkung nicht auftreten; daher sind in einem trockenen Öl die Kanten schlecht. Die Mechanik des Durchschlagvorgangs ist in einem trockenen Öl eine ganz andere als in einem nassen Öl. Der Verlauf der Kurve 3 in Bild 31 bringt diese Verhältnisse deutlich zum Ausdruck.

Es ist nun interessant, das Verhalten der Verbandsfunkenstrecke, das durch die Kurve 2 beschrieben wird, näher zu untersuchen. Merkwürdigerweise

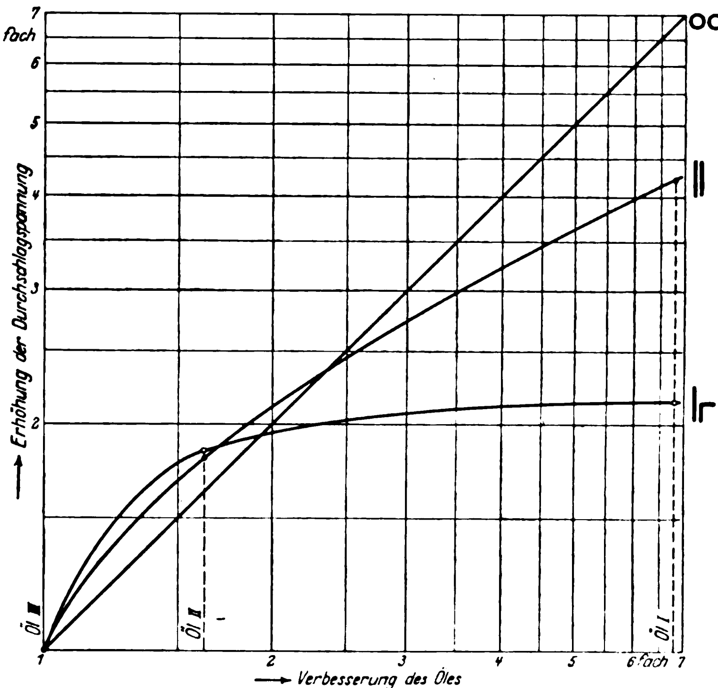


Bild 32. Erhöhung der Durchschlagspannung bei verschiedenen Elektrodenanordnungen, abhängig von der Verbesserung des Öles (gemessen mit der Verbandsfunkenstrecke). Elektrodenabstand 3 mm.

zeigt die Kurve gerade den entgegengesetzten Verlauf wie die Kurve 3. Bei der Verbandsfunkenstrecke handelt es sich um zwei Kugeln, die im Abstand von 3 mm nebeneinander angeordnet sind. Bei einer derartigen Anordnung bewirkt eine Verbesserung des Öles auf hohe elektrische Festigkeit eine weitgehende Erhöhung der Durchschlagspannung. Das ist erklärlich, wenn man bedenkt, daß sich auch an den Kugeloberflächen in einem nassen Öl Wassertröpfchen und feuchte Fasern anreichern. In diesem Fall wird aber die gegenteilige Wirkung wie bei den scharfen Kanten hervorgerufen: die Fremdkörper wirken störend und leiten den Durchschlag vorzeitig ein, d. h. die an und für sich (geometrisch) gute Anordnung Kugel gegen Kugel wird verschlechtert. Je trockener dagegen das Öl ist, um so weniger können solche Störungen auftreten, um so mehr kommt die günstige Form der Elektroden (Rundung!) zur Geltung und um so höher liegt die Durchschlagspannung.

Die im vorhergehenden dargelegten Ergebnisse können für alle Elektrodenformen in Öl insoferne erweitert werden, als man je nach der Größe des Krümmungsradius entweder ein Verhalten wie die Kugelanordnung oder ein Verhalten wie die Kantenanordnung zu erwarten hat. Außerdem gelten die mitgeteilten Verhältnisse für kleine Elektrodenentfernungen; es war für alle Anordnungen der Abstand $a =$

3 mm zugrunde gelegt worden. Je größer die Elektrodenabstände werden desto mehr nähert sich die kantige Anordnung sowohl wie die Kugelanordnung dem Verhalten der parallelen Ebenen, um bei ungefähr $a = 10$ cm mit der Geraden 1 zur Deckung zu gelangen. Die Erklärung dafür ist einfach darin zu suchen, daß die beschriebenen Erscheinungen, nämlich das Verschleifen der Kanten durch Wassertröpfchen und feuchte Fasern und die Störung der Kugelfunkenstrecke durch Fremdkörper, um so weniger wirksam sind, je weiter die Elektroden voneinander entfernt sind.

Wie liegen nun die Verhältnisse in der Praxis? Zwar bemüht man sich, bei Konstruktionsteilen unter Öl nach Möglichkeit abzurunden, um das elektrische Feld zu verbessern, d. h. um einen günstigeren Ausnutzungsfaktor zu erzielen. Diese Maßnahme tritt aber in diesem Fall ganz in den Hintergrund gegenüber der Erhöhung der Durchschlagspannung durch möglichst weitgehende Verbesserung des Öles. Scharfe Kanten sollten aber besser ganz vermieden werden bzw. durch Rundungen ersetzt werden. Denn scharfe Kanten ergeben nicht nur ein ungünstiges elektrisches Feld mit schlechtem Ausnutzungsfaktor, sondern auch eine Verbesserung des Öles über die normale Beschaffenheit von rund 60 $kV_{max} \cdot cm^{-1}$ hinaus erweist sich, soweit kleinere Elektrodenentfernungen in Frage kommen, als nutzlos.

Zum Schluß soll noch auf eine wichtige Folgerung hingewiesen werden. In Bild 32 ist wieder die Erhöhung der Durchschlagspannung, abhängig von der Verbesserung des Öles, aufgetragen. Die Güte des Öles ist aber dieses Mal nach den Verbandsnormen, also durch die Durchschlagfestigkeit zwischen der Kugelfunkenstrecke gewertet worden. Man sieht, daß bereits die Anordnung Ebene gegen Ebene (Kurve 1) unterhalb der Sollgeraden 2 verläuft und daß die 90°-Kante gegen Ebene (Kurve 3) noch viel mehr hinter den Sollwerten zurückbleibt als in Bild 31. Daraus geht hervor, daß die Verbandsfunkenstrecke bei einem trockenen Öl eine höhere elektrische Festigkeit vortäuscht, als es in Wirklichkeit bei anderen Elektrodenanordnungen besitzt. Die Messungen mit der Verbandsfunkenstrecke müssen daher jedenfalls mit einiger Vorsicht gewertet werden.

Die im vorhergehenden entwickelten Ausführungen legen die Frage nahe: Durch welche weiteren Mittel läßt sich die Durchschlagsicherheit einer Hochspannungsanordnung unter Öl erhöhen?

In seinem Buch „Elektrische Festigkeitslehre" erwähnt Prof. Schwaiger die Möglichkeit, durch Anwendung von hohen Drücken die Durchschlagfestigkeit von Öl zu steigern. Soweit bekannt ist, liegen darüber noch keine praktischen Erfahrungen vor. Es wäre wertvoll zu wissen, wie sich kantige Elektroden in Öl von verschiedener Festigkeit bei hohem Druck verhalten. Diese Frage zu untersuchen, ist die Aufgabe weiterer experimenteller Arbeit.

Die vorliegende Untersuchung wurde im Hochspannungs-Laboratorium der Technischen Hochschule München durchgeführt. Herrn Prof. Dr.-Ing. A. Schwaiger darf ich für die Anregung und die reiche Unterstützung dieser Arbeit meinen besten Dank aussprechen.

Anmerkung von Prof. Schwaiger: Wir sind der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft zu großem Dank verpflichtet für die Gewährung der Mittel zur Durchführung dieser Untersuchungen.

Literaturverzeichnis.

Dreyfus, L., Über die Anwendung der konformen Abbildung zur Berechnung der Durch- und Überschlagspannung zwischen kantigen Konstruktionsteilen unter Öl. Arch. f. Elektrot. Bd. 13, H. 2. — Hayden u. C. Steinmetz[1], Die Durchschlagfestigkeit bei Entladungen von kurzer Dauer. Proc. Am. Inst. El. Eng. 1910, p. 847. — Schwaiger, Elektrische Festigkeitslehre. Springer, Berlin 1925. – Wedmore, E.[1], Eine Untersuchung über Isolieröle; die günstigste Form der Funkenstrecke bei Durchschlagversuchen. The Electrician, Tom 87, p. 702, 1921. – Wittwer, W., Über scharfe Kanten in der Hochspannungstechnik. Arch. f. Elektrot. 1927, Bd. 18, H. 2.

[1] Diese Literaturhinweise sind entnommen aus U. Retzow, Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. Springer, Berlin 1927.

Abgeschlossen am 1. 8. 1928.



Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
E. Sommerfeld, Über einen Kathodenoszillographen hoher Spannungsempfindlichkeit.
W. Rogowski, E. Sommerfeld und **W. Wolman,** Empfindlicher Glühkathodenoszillograph für Innenaufnahmen in einem Vorvakuum.
W. Rogowski und **E. Flegler,** Die erste Außenaufnahme einer Wanderwelle.
F. Eisner, Über punktförmige Aufnahmen von Wechselstromkurven, insbesondere bei höherer Frequenz.
R. Rücklin, Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem.
A. Byk, Verlängerungsleitungen zur elektrischen Ergänzung von Pupinkabeln.
L. Dreyfus, Theorie der Ausgleichsvorgänge bei Kurzschlüssen des Einankerumformers.
A. Thomälen, Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl und Phasenregelung mittels Frequenzumformer".
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.
M. Liwschitz, Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.
C. Schenfer, Pendelerscheinungen an Einankerumformern.
E. Marx, Untersuchungen über den elektrischen Durchschlag und Überschlag im unhomogenen Felde.
F. Punga, Die maximale Temperatur von Feldspulen.
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen.
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde.
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags II. Das Minimum der (mittleren) Durchbruchfeldstärke bei Isolierstoffen.
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags III. Die Verzögerung des Durchschlags.
L. Fleischmann, Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche.
R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer.
J. Krutsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit.
A. Brüser, Die Stromgleichungen des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb.
J. Voorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren.
L. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.
N. W. Tomaschevski, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.
S. Franck, Anfangsspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.
R. Wideröe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannungen.
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren.
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.

Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin W 9.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A.G., Würzburg.

Archiv für Elektrotechnik

Herausgegeben unter Beteiligung
des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins
von
Prof. Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen
Verlag von Julius Springer in Berlin

XX. Band 17. September 1928 5./6. Heft

Inhaltsverzeichnis.

Preis RM 15,40

Das **Archiv für Elektrotechnik**

sieht seine Hauptaufgabe darin, allen in der Elektrotechnik wissenschaftlich arbeitenden Ingenieuren ein Sammelpunkt zu sein. Seine Arbeiten werden vorwiegend auf einem Gebiet liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Das Archiv wird daher auch für alle auf dem Grenzgebiet zwischen Physik und Elektrotechnik tätigen Physiker von Interesse sein.

Das Archiv soll eine Ergänzung der „Elektrotechnischen Zeitschrift" nach der wissenschaftlichen Seite hin bilden, zumal die „Elektrotechnische Zeitschrift" infolge der Zusammensetzung ihres Leserkreises wirtschaftliche Fragen und beschreibende Aufsätze mehr als früher in den Vordergrund rücken muß.

Beiträge sowie sonstige für den Herausgeber bestimmte Mitteilungen werden erbeten unter der Adresse: Professor Dr.-Ing. W. Rogowski, Aachen, Elektrotechnisches Institut der Technischen Hochschule.

Die Herren Verfasser werden infolge der gewaltig gestiegenen Unkosten gebeten, durch kurze und klare Fassung ihrer Mitteilungen und durch Beschränkung auf das Wesentliche an einer Herabminderung der Druckkosten mitzuwirken.

Nach einem Vorschlag des Elektrotechnischen Vereins sollen künftig von allen Archivarbeiten kurze Eigenberichte in der Elektrotechnischen Zeitschrift veröffentlicht werden. Die Herren Mitarbeiter werden gebeten, solche Eigenberichte, deren Umfang mit Rücksicht auf die heutigen Druckkosten 1/10 der Archivarbeit nicht überschreiten soll, spätestens bei der Korrektur einzusenden, damit sie gleichzeitig mit der Archivarbeit in der Elektrotechnischen Zeitschrift erscheinen können.

Es ist erwünscht, daß sich die Verfasser bei ihren Bezeichnungen an die Vorschläge des A. E. F. halten.

Das **„Archiv für Elektrotechnik"** erscheint vom Jahrgang 1923 (Band XII) ab in einzeln berechneten Heften. Der Preis eines Heftes wird sich nach dem Umfang desselben und den entstandenen Herstellungskosten richten.

Abonnenten, die mehrere Exemplare des „Archiv für Elektrotechnik" beziehen, erhalten das erste Stück zum Ladenpreis, jedes weitere im Abonnement bezogene Stück mit einem Nachlaß von 40%.

Die Mitglieder des Verbandes Deutscher Elektrotechniker und des Elektrotechnischen Vereins, sowie die Bezieher der „Elektrotechnischen Zeitschrift" erhalten auf den Bezugspreis einen Nachlaß von 25% für das erste, einen Nachlaß von 40% für jedes weitere von ihnen im Abonnement bezogene Exemplar.

Der Bezug kann durch jede Buchhandlung, sowie durch Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9, Postschließfach, erfolgen.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer in Berlin W 9, Linkstr. 23/24.

Bank- und Postscheckkonten:

für Anzeigen, Beilagen, Sonderdrucke: Reichsbank-Girokonto, Deutsche Bank, Depositenkasse C, Berlin W 9, Postscheckkonto Berlin Nr. 118935 Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9

für Bezug von Büchern, Zeitschriften u. einzelnen Heften: Disconto-Gesellschaft, Depositen-Kasse, Berlin W 9, Potsdamer Str. 129/30, Postscheckkonto Berlin Nr. 14385 Julius Springer, Sortimentsbuchhandlung, Berlin W 9

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050, 6053. — **Drahtanschrift:** Springerbuch Berlin.

Archiv für Elektrotechnik

XX. Band. 5./6. Heft 1928

Über punktförmige Aufnahmen von Wechselstromkurven, insbesondere bei höherer Frequenz.

Von

Franz Eisner, Berlin.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Laboratorium der Technischen Hochschule Berlin[1].

Inhalt.

I. Einleitung.

Zur Aufnahme von Wechselstrom- und Spannungskurven dient die Joubertsche Scheibe, der Schleifen- oder Nadel- oder Saiten-Oszillograph und die Braunsche Röhre, die neuerdings zum Kathoden-Oszillographen entwickelt worden ist[2]. Die drei ersten Oszillographenapparate verwenden schwingende träge Massen. Soll das System die aufzunehmende Schwingung ohne merkliche Verzerrung abbilden, so muß seine Eigenfrequenz groß sein gegen die Frequenz der aufzunehmenden Schwingung, etwa das 30 bis 40fache, und es ist nötig, das System annähernd aperiodisch zu dämpfen. Die Braunsche Röhre benutzt die Ablenkung eines Elektronenstrahles, der auf einer fluoreszierenden Schicht, beim Kathoden-Oszillographen direkt auf der photographischen Platte die Kurve schreibt.

Punktweise kann man Wechselstromkurven mit Hilfe der Joubertschen Scheibe aufnehmen. In eine Scheibe S aus Isoliermaterial (Bild 1) ist ein Metallstreifen m eingelassen, der mittels Schleifring und Bürste bei der Drehung der Scheibe in ständiger Verbindung mit der einen Klemme der Spannungsquelle $\mathfrak{E}_x$ bleibt. Ihre andere Klemme wird mit dem Schleifkontakt K verbunden, der bei jeder Umdrehung der Scheibe einmal den Spannungszeiger V mit $\mathfrak{E}_x$ verbindet. Wenn die Scheibe synchron rotiert, also für jede Periode eine Umdrehung macht, so zeigt V den Augen-

[1] Gekürzter Abdruck der von der Technischen Hochschule Berlin genehmigten gleichlautenden Dissertation.

[2] Weitere Methoden s. bei Orlich, Aufnahme und Analyse von Wechselstromkurven, Braunschweig 1906.

blickswert der Spannung zu der Zeit, die durch die Stellung von K gegeben ist. Zur ruhigeren Einstellung wird zu V ein Kondensator parallel geschaltet. Verschiebt man K längs des Umfangs, so kann man die ganze Kurve aufnehmen. Für höhere als die übliche technische Frequenz erscheint die Methode geeignet, wenn man statt nur eines Streifens m deren mehrere anbringt und die Scheibe so schnell rotieren läßt, daß von dem Kontakt eines Streifens bis zum nächsten eine Periode vergeht. Außerdem muß die Dauer des Stromschlusses genügend klein gemacht werden können, etwa durch zwei gegeneinander fein verschiebbare Kontakte [1]. Mit steigender Frequenz wird die Bildlänge für eine Periode immer kleiner, da man die Geschwindigkeit der bewegten Massen nicht beliebig steigern kann. Dasselbe gilt für die Nadel- und Saitenoszillographen, auch die Schleifenoszillographen.

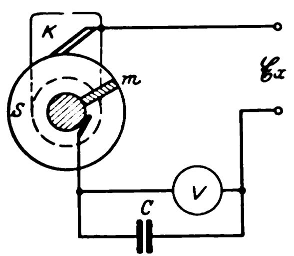


Bild 1. Joubertsche Scheibe.

Für beliebige Frequenz geeignet sind die Braunsche Röhre und der Glimmlichtoszillograph, da ihre Wirkung auf der trägheitsfreien Bewegung der Elektronen in verdünnten Gasen beruht. Jedoch bedarf der Glimmlichtoszillograph in seinen bekannten Ausführungen auch bewegter Massen, wodurch der nutzbare Frequenzbereich begrenzt wird.

Die Entwicklung der 3-Elektrodenröhren in der letzten Zeit ließ es dem Verfasser aussichtsreich erscheinen, ein Verfahren zur Kurvenaufnahme zu entwickeln, das sich einer einfachen Apparatur bedient, bei der neben Spulen, Kondensatoren und Widerständen nur gewöhnliche 3-Elektrodenröhren verwendet werden. Das kann nur eine punktförmige Aufnahme sein, bei der man, um bei höherer Frequenz Aufnahmen machen zu können, statt eines rotierenden Kontaktstreifens ein rotierendes magnetisches oder elektrisches Feld zum Verschieben der Phase benutzen muß.

Lübcke [2] hatte durch ein elektromagnetisches Drehfeld den Kathodenstrahl einer Braunschen Röhre in kreisende Bewegung versetzt. Auf der Spur des entstehenden Kegels in einer Ebene senkrecht zur Kegelachse konnte ein Kondensator verschoben werden, durch dessen Platten die Elektronen einmal bei ihrer Umdrehung fielen und das Dielektrikum leitend machten. Dadurch wurde ein Stromkreis geschlossen, der die aufzunehmende Spannung enthielt. Mit einem Fadenelektrometer wurde dann der jeweilige Momentanwert festgestellt.

II. Theoretischer Teil.

1. Allgemeines über punktförmige Aufnahmen. Berechnung des stationären Zustandes.

Alle punktförmigen Aufnahmen — die alte Joubertsche Scheibe, die Lübckesche Strahlröhre und die folgende Methode mittels 3-Elektrodenröhren und Phasenschieber — lassen sich auf ein gemeinsames Schema bringen, das eine einfache mathematische Behandlung erlaubt. Allen Methoden gemeinsam ist der Kondensator C mit geringer Ableitung R_v, dessen Aufladung durch die aufzunehmende Spannung beobachtet wird und der über den Vorwiderstand R für einen Bruchteil der Periode an die Spannung e_x [3] angeschaltet wird (Bild 2). R zählt bei der alten Joubertschen Scheibe nach Bruchteilen eines Ohm, bei den beiden anderen Methoden nach Tausenden von Ohm. Für die Rechnung sei vorausgesetzt, daß in der Zeit, während der der Schalter geschlossen ist, die angelegte Spannung mit dem Momentanwert e_x konstant sei, was um so genauer erfüllt sein wird, je kürzer diese Zeit im Verhältnis zur Periode ist.

[1] Helmholtz, Franke, Arnold.
[2] Lübcke, Arch. f. Elektrot. V, S. 314.
[3] Im Bild 2 versehentlich mit l_x bezeichnet.

Für die folgenden Überlegungen möge die Periodendauer mit P bezeichnet werden, die Zeitdauer der Ladung mit τ, die Zeitdauer der Entladung des Kondensators ist dann gleich $P-\tau$. Die Grundwelle von e_x habe die Frequenz $\nu = \frac{1}{P}$. Beim Stromschluß lädt sich der Kondensator auf; wenn der Schalter offen ist, entlädt er sich etwas, und es kommt darauf an, festzustellen, auf welchen Betrag des Momentanwertes e_x der Kondensator sich endgültig auflädt und in welcher Zeit dies erfolgt. Es wird zu ermitteln sein, welche Einflüsse dabei die Größe der Widerstände und der Kapazität haben, die Frequenz und die Zeitdauer τ, von der es abhängt, wieviel Punkte man unabhängig voneinander aufnehmen kann, aus wieviel Punkten sich also nachher das Bild einer Periode zusammensetzt, oder die wievielte Oberwelle noch erfaßt wird. Im vorliegenden Falle muß die tatsächliche Ladezeit des Kon-

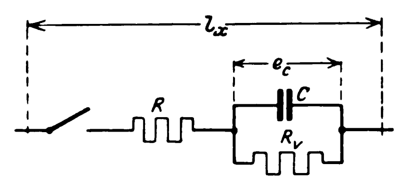


Bild 2. Schaltbild für punktförmige Kurven-Aufnahmen.

densators deshalb bekannt sein, weil es von ihr abhängt, wie schnell man von einem Punkt der Kurve e_x zu dem nächsten weitergehen kann. Das muß man wissen, wenn man die Kondensatorspannung sehr schnell aufzeichnen lassen will, etwa durch eine Oszillographenschleife. Danach entscheidet es sich auch, ob man auf diese Weise in einer Sekunde viele Bilder übereinander schreiben kann, so daß der Eindruck eines stillstehenden Kurvenbildes erweckt wird.

Für die Kondensatorspannung e_c ergibt sich aus Bild 2, wenn man zur Abkürzung $R_v \cdot C = T$ setzt:

$$R_v e_c + R T \frac{d e_c}{dt} + R e_c = e_x R_v,$$

$$\frac{d e_c}{dt} + e_c \frac{R + R_v}{R T} = e_x \frac{R_v}{R T} \quad \text{und mit} \quad \frac{R_v}{R} = q$$

$$\frac{d e_c}{dt} + e_c \frac{1+q}{T} - e_x \frac{q}{T} = 0. \tag{1}$$

Die Lösung ergibt nach bekannten Regeln, wenn für $t = 0$, $e_c = 0$

$$e_c = \frac{q}{1+q} \cdot e_x \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}(1+q)}\right) = e' \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}(1+q)}\right), \tag{2}$$

wobei $\varepsilon = 2{,}718\ldots\ldots$

Die Entladung des Kondensators erfolgt allein über den Widerstand R_v. Ist zur Zeit $t = 0$ die Kondensatorspannung $= e'$, so gilt für die Entladung

$$e_c = e' \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{R_v C}}. \tag{3}$$

Trägt man in einem Koordinatensystem als Abszisse die Zeit, als Ordinate die Kondensatorspannung e_c auf, so kann man den Verlauf von e_c folgendermaßen konstruieren. Man trägt die Ladekurve nach Gleichung (2) ein. Die Spannung am Kondensator kann nur bis $e' = e_x \frac{q}{1+q}$ ansteigen. Außerdem trägt man die Entladekurve (3) ein, die zeigt, wie die Spannung e_c am Kondensator abfällt, wenn er sich durch den Widerstand R_v entlädt. In jeder Periode erfolgt nun die Ladung während der Zeit τ nach der Ladungskurve, die Entladung in der Zeit $P-\tau$ nach der Entladekurve. Den Spannungsverlauf kann man also aus Stücken dieser beiden Kurven zusammensetzen, derart, daß immer die Spannung für den Beginn der Ladung gleich

der Spannung am Ende der vorhergehenden Entladezeit gemacht wird und umgekehrt. e_c nähert sich auf diese Weise einem stationären Zustand, der dann erreicht ist, wenn während der Entladezeit die Spannung um ebensoviel sinkt, wie sie bei der Ladung gestiegen ist.

Nach n Perioden zur Zeit $t = n\,P$ sei am Beginn der Ladung die Kondensatorspannung e_c gleich e_1, auf der Ladekurve hätte, damit e_c von 0 an auf diesen Wert steigt, die Zeit t_1 verfließen müssen (Bild 3). Am Ende der Ladung, zur Zeit $t + \tau$ sei $e_c = e_a$, ebenso wie für den Entladungsbeginn zur Zeit $t + \tau$. Damit e_c auf der Entladekurve von e' auf e_a fällt, hätte die Zeit t_2 vergehen müssen. Am Ende der Entladung ist $e_c = e_2$. Für diese vier Punkte gelten nach (2) und (3) die Gleichungen:

$$\frac{e_1}{e'} = 1 - \varepsilon^{-\frac{t_1}{T}(1+q)}, \tag{4}$$

$$\frac{e_a}{e'} = 1 - \varepsilon^{-\frac{t_1+\tau}{T}(1+q)}, \tag{5}$$

$$\frac{e_a}{e'} = \varepsilon^{-\frac{t_2}{T}}, \tag{6}$$

$$\frac{e_2}{e'} = \varepsilon^{-\frac{t_2+(P-\tau)}{T}}, \tag{7}$$

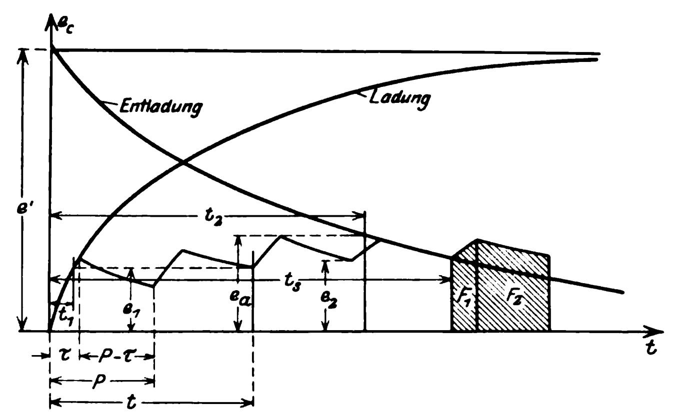


Bild 3. Verlauf der Spannung am Kondensator.

Im stationären Zustand muß $e_1 = e_2$ sein, damit errechnet sich das Verhältnis des stationären e_a zu e'

$$p_1 = \frac{e_a}{e'} = \frac{\varepsilon^{-\frac{\tau(1+q)}{T}} - 1}{\varepsilon^{-\frac{P-\tau}{T}-\frac{\tau(1+q)}{T}} - 1}. \tag{8}$$

Es sei $\frac{\tau}{P} = \frac{1}{m}$. m ist wie oben die Zahl der Punkte, die pro Periode aufgenommen werden kann. Aus (8) wird

$$p_1 = \frac{\varepsilon^{-\frac{q+1}{\nu m T}} - 1}{\varepsilon^{-\frac{q+m}{\nu m T}} - 1}. \tag{9}$$

Für die unteren Spitzen erhält man im stationären Zustand

$$\frac{e_2}{e'} = p_2 = p_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{m-1}{\nu m T}}. \tag{10}$$

Für kleine Werte von x läßt sich angenähert schreiben

$$\varepsilon^{-x} = 1 - x,$$

ist also $\nu m T \gg q + m$, also insbesondere bei Hochfrequenz, so vereinfacht sich (9) und (10) zu

$$p_1 = \frac{q+1}{q+m} \tag{11}$$

und

$$p_2 = p_1\left(1 - \frac{m-1}{\nu m T}\right) = \frac{q+1}{q+m} = p_1 . \tag{12}$$

Läßt man an Stelle des periodischen e_x eine Gleichspannung wirken, wobei also $\nu = 0$ einzusetzen ist, so ergibt sich

$$p_1 = 1 \qquad \text{und} \qquad p_2 = 0 ,$$

d. h. in außerordentlich langen Zeiträumen lädt sich C vollkommen bis auf e' und entlädt sich bis auf 0.

Die Bruchteile von e_x, auf die sich C auflädt, sind gegeben durch

$$p_1 \cdot \frac{q}{q+1}$$

für die oberen und

$$p_2 \cdot \frac{q}{q+1}$$

für die unteren Spitzen.

Diese Werte sind in einer Tabelle (1) berechnet. Dabei ist der Röhrenwiderstand für eine ältere Verstärkerröhre als $R = 10^5$ Ohm eingesetzt und ein Kondensator gewählt, von $C = 8 \cdot 10^{-9}$ Farad. Welche der Röhrenkonstanten hierbei als Widerstand zu gelten hat, soll später S. 474 erörtert werden. Im allgemeinen sind bei der Ausrechnung die vereinfachten Formeln (11) und (12) benutzt worden, bei den mit * bezeichneten Werten die genauen Formeln (9) und (10).

Bei höherer Frequenz wird, wie es auch plausibel erscheint, der Kondensator nicht so hoch aufgeladen wie bei niederer. Man darf daraus nicht schließen, daß hiermit eine Verzerrung der Kurven begründet wird, denn die Zahlen gelten für den Fall, daß die Periode bei jeder Frequenz in m Teile geteilt wird; für eine Periode höherer Frequenz wird jedoch, wenn sie als Oberwelle auftritt, m im Verhältnis ihrer Ordnungszahl kleiner.

Die Kondensatorspannung wird nun durch ein Meßinstrument sichtbar gemacht, entweder ein Gleichstrominstrument, das mit R_v in Reihe liegt oder ein statisches Instrument, das parallel zu C geschaltet wird. Im ersten Fall wird der arithmetische Mittelwert von e_c, im zweiten der Effektivwert angezeigt. Der arithmetische Mittelwert ist im folgenden berechnet; er ergibt sich zu (Bild 3)

$$e_m = \frac{F_1 + F_2}{P} = \frac{1}{P} \cdot e' \left[\int_{t_s}^{t_s+\tau} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T}(1+q)}\right) dt + \int_{t_s+\tau}^{t_s+P} \varepsilon^{-\frac{t}{T}} dt \right]$$

$$e_m = e'\left(\frac{1}{m} + \nu T (p_1 - p_2) \frac{q}{1+q}\right) . \tag{13}$$

Von Interesse sind die Grenzwerte, in die e_m übergeht für $C = 0$ und $C = \infty$. Man erhält

$$\text{für } C = 0; \qquad e_{m\,0} = e' \cdot \frac{1}{m} = e_x \frac{q}{q+1} \cdot \frac{1}{m} , \tag{14}$$

$$\text{für } C = \infty; \quad e_{m\,\infty} = e' \cdot \frac{q+1}{q+m} = e_x \cdot \frac{q}{q+m} . \tag{15}$$

Von praktischem Interesse ist auch die Frage, wie groß C gewählt werden muß, damit es als unendlich groß gelten kann, denn an einem unendlich großen Kondensator treten keine Spannungsschwankungen mehr auf. Aus den Gleichungen für p_1 und p_2 ist zu ersehen, daß, wenn C immer größer gewählt wird, p_1 sich immer mehr dem Wert $\frac{q+1}{q+m}$ und p_2 immer mehr dem Wert von p_1 nähert. Wir setzen $p_1 - p_2 = h \cdot p_1$, wobei h eine gegen 1 kleine Zahl sei, dann wird

Tabelle 1.

ν		$m = 10$					$= 20$					$= 30$				
		$q =$					$q =$					$q =$				
		1	10	100	1 000	10 000	1	10	100	1 000	10 000	1	10	100	1 000	10 000
50	$p_1 \frac{q}{q+1}$	0,497 *	0,855 *	0,971 *	0,998 *	0,999 *	0,46 *	0,698 *	0,920 *	0,990 *	0,999 *	0,16 *	0,591 *	0,858 *	0,981 *	0,998 *
	$p_2 \frac{q}{q+1}$	0,000 *	0,089 *	0,770 * 0,861	0,986	0,998	0,000 *	0,0646 *	0,722 *	0,977	0,996	0,000 *	0,053 *	0,670 *	0,959 *	0,994
1 000	$p_1 \frac{q}{q+1}$	0,148 *	0,529 *	0,910 * 0,909	0,991	0,999	0,155 *	0,391 *	0,848 * 0,833	0,980	0,998	0,059 *	0,272 *	0,773 * 0,769[1]	0,971	0,996
	$p_2 \frac{q}{q+1}$	0,048 *	0,474 *	0,900 * 0,904	0,990	0,999	0,048*	0,314 *	0,838 * 0,824	0,978	0,998	0,018 *	0,241	0,764 * 0,748	0,969	0,996
50 000	$p_1 \frac{q}{q+1}$	0,098 * 0,091	0,51 * 0,50	0,884 * 0,909	0,991	0,999	0,048 * 0,0476	0,335 * 0,334	0,833	0,980	0,998	0,033 * 0,032	0,250	0,769	0,971	0,996
	$p_2 \frac{q}{q+1}$	0,096 * 0,089	0,489 * 0,498	0,884 * 0,909	0,990	0,999	0,047 * 0,046	0,334 * 0,333	0,824	0,979	0,998	0,032 * 0,031	0,249	0,769	0,971	0,996
1 000 000	$p_1 \frac{q}{q+1}$	0,091	0,500	0,909	0,990	0,999	0,048	0,334	0,833	0,980	0,998	0,032	0,250	0,769	0,971	0,996
	$p_2 \frac{q}{q+1}$	0,089	0,498	0,909	0,990	0,999	0,0464	0,333	0,824	0,979	0,998	0,031	0,249	0,769	0,971	0,996

Tabelle 2.

		$m = 10$			$= 20$			$= 30$		
		$q =$			$q =$			$q =$		
		10	100	1000	10	100	1000	10	100	1000
C in F bei	$\nu = 100$	$4 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$2,02 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$1,02 \cdot 10^{-6}$	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$0,86 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-6}$
	$\nu = 10000$	$4 \cdot 10^{-8}$	$2,2 \cdot 10^{-8}$	$2,02 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-8}$	$1,02 \cdot 10^{-8}$	$2,7 \cdot 10^{-8}$	$0,86 \cdot 10^{-8}$	$0,68 \cdot 10^{-8}$
	$\nu = 1000000$	$400 \cdot 10^{-12}$	$220 \cdot 10^{-12}$	$202 \cdot 10^{-12}$	$300 \cdot 10^{-12}$	$120 \cdot 10^{-12}$	$102 \cdot 10^{-12}$	$270 \cdot 10^{-12}$	$86 \cdot 10^{-12}$	$68 \cdot 10^{-12}$

$$1 - \varepsilon^{-\frac{m-1}{\nu m T}} = h \quad \text{und} \quad \nu T = -\frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{ln(1-h)}.$$

Wenn man $ln\ (1-h)$ in eine Reihe entwickelt und nach dem ersten Gliede abbricht, so folgt

$$\nu T = \frac{m-1}{m} \cdot \frac{1}{h} \tag{16}$$

und da m meist groß gegen 1 sein soll, mit ausreichender Genauigkeit

$$\nu T = \frac{1}{h}. \tag{17}$$

Für $h = 0{,}02$ und $R = 10^4$ Ohm ergeben sich für C die Werte der Tabelle 2.

Aus den Zahlen ersieht man, daß sich bei höherer Frequenz verhältnismäßig kleine Kapazitäten ergeben, die als unendlich groß gelten können. Infolgedessen können Kapazitäten, die an anderen Stellen der Apparatur sitzen und bei den bisherigen Ableitungen gar nicht erwähnt wurden, sehr erhebliche Fehler bedingen, selbst wenn sie ziemlich klein sind. Es gelingt deshalb auch nicht, bei höherer Frequenz m experimentell zu bestimmen. Man kann berechnen, daß der arithmetrische Mittelwert von R_m, wenn C nicht genau gleich 0 ist, um einen Betrag von $100 \cdot \nu m T$ % relativ zum richtigen Wert gefälscht erscheint, z. B. für

$$C = 10^{-11}\ \text{F}; \quad R_v = 10^6\ \text{Ohm}; \quad m = 30; \quad \nu = 500\ \text{Hertz}$$

um

$$100\, \nu m T = 100 \cdot 500 \cdot 30 \cdot 10^6 \cdot 10^{-11} = 15\,\%$$

linear wachsend mit der Frequenz.

Auf solche Kapazitäten, die die Messung stören, soll später noch zurückgekommen werden.

2. Berechnung der Aufnahmegeschwindigkeit.

Die Zeit t, die nötig ist, damit e_c auf einen bestimmten Bruchteil des stationären Wertes steigt, errechnet man, indem man das Bildungsgesetz der einzelnen e_a- bzw. e_2-Werte ableitet und dann für e_a oder e_2 diesen Bruchteil des stationären Wertes einsetzt.

Fragt man, nach wieviel Perioden n ein Wert e_n erreicht wird, bei dem noch u% von e' fehlen, der also die Größe hat $e' \cdot p_1 \cdot (1 - 0{,}01\, u)$, so erhält man aus der hier nicht wiedergegebenen Rechnung für n die Gleichung

$$p_1 (1 - 0{,}01\, u) = (1 - 0{,}01\, u) \frac{\varepsilon^{-\frac{q+1}{\nu m T}} - 1}{\varepsilon^{-\frac{q+m}{\nu m T}} - 1} = \left(1 - \varepsilon^{-\frac{q+1}{\nu m T}}\right) \frac{\varepsilon^{-\frac{q+m}{\nu m T} \cdot n} - 1}{\varepsilon^{-\frac{q+m}{\nu m T}} - 1},$$

aus der sich ergibt

$$n = -\frac{\nu m T}{q+m} \cdot ln\, 0{,}01 \cdot u \tag{18}$$

oder die Zeit t_u, die nach n Perioden verflossen ist, wird

$$t_u = \frac{n}{\nu} = -\frac{m}{m+q} T \cdot ln\, 0{,}01\, u. \tag{19}$$

Diese Zeit ist unabhängig von der Frequenz des zu analysierenden Wechselstromes.

Damit e_c bei der Entladung bis auf v % von e' sinkt, vergehe die Zeit t_v, die sich ergibt aus

$$e' \cdot 0{,}01 \cdot v = e' \cdot \varepsilon^{-\frac{t_v}{T}}$$

zu

$$t_v = -T \cdot ln\, 0{,}01 \cdot v. \tag{20}$$

Soll der Kondensator sich an den steilsten Stellen der Kurve bis auf den gleichen Prozentsatz von e' laden bzw. entladen, setzt man also $u = v$, so erhält man das Verhältnis der dazu notwendigen Zeiten



$$\frac{t_u}{t_v} = \frac{-\frac{m T}{m+q} \ln \frac{v}{100}}{-T \cdot \ln \frac{v}{100}} = \frac{m}{m+q}. \tag{21}$$

Die vorhergehenden Rechnungen ergeben, wie groß die Zeit ist, die vergehen muß, damit an einem Kurvenpunkt sich die Kondensatorspannung auf ihren stationären Wert einstellt und welcher Bruchteil des Momentanwertes der stationäre Wert ist. Läßt man die Kondensatorspannung von einem registrierenden Instrument anzeigen, dessen Schreibfläche gleichmäßig fortbewegt wird, während gleichzeitig der Momentkontakt gleichmäßig über die Phase der aufzunehmenden Kurve verschoben wird — meist wird man beide Bewegungen mechanisch koppeln —, so schreibt der Zeiger des registrierenden Instrumentes die aufzunehmende Kurve. Nach diesem Prinzip sind schon in den Anfängen der Wechselstromtechnik Kurvenzeichner [1] konstruiert worden, die mehr oder weniger automatisch wirkten. Sie sind sämtlich von dem modernen Oszillographen verdrängt worden. Ihre Fehler, Langsamkeit der Aufzeichnungen und Verzerrungen, lassen sich jedoch mittels der oben gegebenen Ableitungen leicht verfolgen. Das schreibende Gerät bildet die zu registrierende Kurve verzerrungsfrei ab, wie aus der Theorie des Oszillographen folgt, wenn seine Eigenfrequenz groß gegen die aufzunehmende ist, etwa das 30- bis 40fache. Im Fall des Kurvenzeichners ist eine Periode die Zeit des einmaligen Verschiebens der Phase über die aufzunehmende Kurve, also eine Umdrehung der Joubertschen Scheibe bzw. des Phasenschiebers. Moderne registrierende Instrumente lassen im allgemeinen eine Papiergeschwindigkeit von 2 mm pro Sekunde zu [2], das gibt bei 100 mm Periodenlänge 50 Sekunden für die Aufzeichnung einer Periode, vorausgesetzt, daß auch die Apparatur elektrisch genügend schnell folgen kann. Um das zu erkennen, diene folgende Rechnung.

Wählt man v als eine kleine Zahl, so kann man aus (20) die Zeit t_v errechnen, in der der Kondensator sich auf $v\,\%$ entlädt. Dieser Fall ist ungünstiger als der der Ladung. Ist die Drehzahl des Phasenschiebers n_p Umdrehungen pro Minute, so wird die Zeit, die zur Aufnahme eines Punktes zur Verfügung steht, $\frac{60}{m \cdot n_p}$ Sekunden. Soll in dieser Zeit der Kondensator sich an den steilsten Stellen der aufzunehmenden Kurve bis auf $v\,\%$ entladen, so muß sein

$$\frac{60}{m \cdot n_p} = t_v = -T \cdot \ln 0{,}01\, v;$$

hieraus ergibt sich n_p als

$$n_p = -\frac{60}{m\, T \cdot \ln 0{,}01\, v}. \tag{22}$$

Hierin sind R_v und C feste Größen. Nun kann man nach Gleichung (17) auch C so groß einstellen, daß es gerade als unendlich groß gelten kann, das ergibt aus (17)

$$n_p = -\frac{60\, \nu\, h}{m \cdot \ln 0{,}01 \cdot v}. \tag{23}$$

Durch die mit der Frequenz veränderte Kapazität wird nun auch die Aufnahmegeschwindigkeit frequenzabhängig. Ein Bild von der Größenordnung mögen folgende Zahlen geben: Für $v = 1$ folgt aus (23)

$$n_p = 13\, \frac{\nu\, h}{m}.$$

Für $h = 0{,}05$; $m = 30$ ergibt sich

$$n_p = 21{,}6 \cdot \nu \cdot 10^{-3},$$

also für 1000 Hertz 21,6 Umdrehungen pro Min. Das sind erst bei verhältnismäßig hoher Frequenz Aufnahmegeschwindigkeiten, mit denen man ähnlich wie im Oszillographen stillstehende Bilder bekommt.

[1] Ondograph von Hospitalier, Apparat von Callendar, s. in Orlich, l. c. S. 22 ff.
[2] Keinath, Vortrag, Elektr. Meßgeräte. Außeninst. T. H. Berlin, W. S. 26/27.



In der Tabelle **3** sind für einige Werte von v, q und m die Drehzahlen des Phasenschiebers aus (22) berechnet. R und C wie in Tabelle **1**. Man sieht hier noch deutlicher, daß bei kleiner Ableitung des Kondensators, wie man sie früher allgemein anwandte, sehr lange Zeiten zur Aufnahme einer Kurve erforderlich werden.

Tabelle 3.

	np für														
	$m = 10$					$= 20$					$= 30$				
	$q =$					$q =$					$q =$				
v %	1	10	100	1000	10000	1	10	100	1000	10000	1	10	100	1000	10000
0,5	1410	141	14,1	1,4	0,1	703	70	7	0,7	0,1	470	47	4,7	0,5	0,1
1	1630	163	16,3	1,6	0,2	812	81	8	0,8	0,1	542	54	5,4	0,5	0,1
2	1910	191	19,1	1,9	0,2	956	96	9,6	0,96	0,1	638	64	6,4	0,6	0,1
5	2480	248	24,8	2,5	0,3	1240	124	12,4	1,2	0,1	829	83	8,3	0,8	0,1

Auf welche Weise durch zu schnelle Veränderung der Phase, d. h. zu schnelle Rotation des Phasenschiebers Verzerrungen zustande kommen, kann man auch so einsehen. In den gewählten Zeiten t_u und t_v erfolgt die Ladung bzw. Entladung des Kondensators auf u bzw. v %. Beim Fortschreiten von einem Kurvenpunkt zum anderen ist der Spannungszuwachs bzw. -verlust am Kondensator proportional der

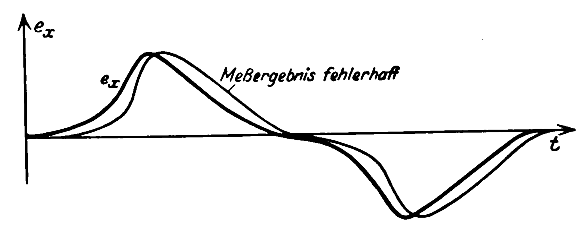


Bild 4. Fehler bei zu schneller Kurvenaufnahme.

Differenz der Spannungen an den beiden Punkten. Läuft die unbekannte Kurve in einer Gegend steil, und verschiebt man die Phase genügend langsam, so lädt und entlädt sich der Kondensator bis auf seine stationären Werte, bei schneller Verschiebung auf u % bzw. v%. Läuft die Kurve flach, so ist das gleichbedeutend mit einem langsameren Fortschreiten der Phase, der Kondensator lädt und entlädt sich mehr. Ladung und Entladung erfolgen bei zu schnellem Fortschreiten an verschieden steilen Stellen der Kurve auf merklich verschiedene Prozentsätze von e_x, die Kurve muß an den horizontalen Stellen nahezu richtig erscheinen, an den steileren bleibt die Ladung zurück, die Kurve erscheint entgegen der Vorschubrichtung des Papiers verschoben (Bild 4). Von Bedeutung für die Richtigkeit des Bildes ist auch die Wahl von m. m darf nicht zu klein sein, es gibt an, wieviel Punkte man unabhängig voneinander aufnehmen kann oder auch, die wievielte Oberwelle man noch erfaßt.

Wie oben gezeigt wurde, erhält man bei kleinem q eine zackige, bei großem q eine mehr geglättete Kurve für den stationären Ladevorgang am Kondensator. Auf die Richtigkeit des Bildes ist das jedoch ohne Einfluß.

Verlangt man nun, daß eine Gleichstromeichung des so beschriebenen Kurvenzeichners für jede Frequenz gelten soll, so wird man m und q so einstellen müssen,

daß die oberen und unteren Spitzen nahe beieinander liegen. Der Frequenzbereich ist dann bei derselben Kapazität nach unten begrenzt. Begnügt man sich dagegen mit einem formgetreuen Kurvenbild überhaupt, so kann es gleichgültig sein, ob man an jedem Punkt des Kurvenbildes den Mittelwert e_m einer zackigen Ladekurve mißt, oder ob dieser Wert sich mehr dem konstanten Betrag der Gleichspannung e_m nähert, die von einer schwachen Wechselspannung überlagert erscheint. Den Vorgang der Kurvenaufnahme kann man auffassen, als ein Auseinanderziehen der Hochfrequenzschwingung oder auch als eine Frequenztransformation nach unten (Bild 5). Denkt man sich den Phasenschieber stillstehend, so wird in jeder Periode während der Kontaktdauer τ der Kondensator durch e_x geladen. Nach einer gewissen Zeit sind die

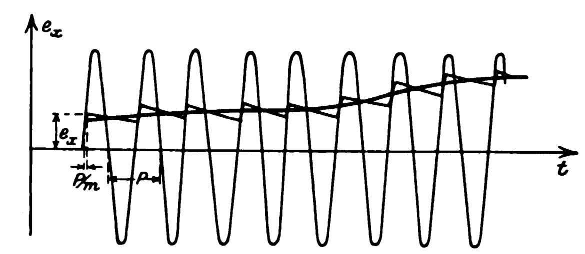


Bild 5. Kondensatorspannung während mehrerer Perioden.

stationären Werte bis auf u $^0/_0$ bzw. v $^0/_0$ erreicht. Jetzt kann man den Phasenschieber um $\frac{1}{m}$ Perioden weiterdrehen und nach einiger Zeit sind wieder die stationären Werte der Kondensatorspannung vorhanden. Sie verläuft dabei nach der oben berechneten Zackenkurve. Man kann nun wieder um einen Punkt weitergehen und kann schließlich auch langsam stetig mit n_p Umdrehungen pro Min weiterdrehen, so daß aus dem treppenförmigen Kurvenzug mit den überlagerten Zacken eine gewissermaßen stetige Linie wird.

3. Röhrenanordnung für beliebige Frequenz.

Die vorangegangenen Darlegungen gelten allgemein für punktförmige Wechselstromaufnahmen, soweit man sie auf das auf S. 4 gegebene Schema bringen kann. Da bei den mechanischen Kontaktapparaten bewegte Massen nicht zu vermeiden sind, ist die Frequenz nach oben begrenzt. Will man höher hinaus, so muß man trägheitslos arbeitende Kontakte benutzen [1]. Heute wird man versuchen, mittels Elektronenröhren den Frequenzbereich nach oben zu erweitern.

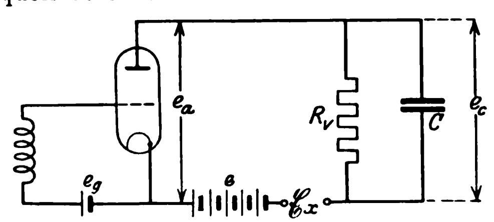


Bild 6. Grundsätzliche Röhrenschaltung für punktförmige Kurvenaufnahmen.

Es liegt nahe, die Schaltung nach Bild 6 zu verwenden. Die aufzunehmende Spannung $\mathfrak{E}_x$ liegt wieder in Reihe mit dem abgeleiteten Kondensator, dessen Spannung gleich dem Momentanwert e_x werden soll. $\mathfrak{E}_x$ ist Anodenspannung an einer 3-Elektrodenröhre — später immer als 2. Röhre bezeichnet — deren Anodenstrom durch eine genügend hohe negative Vorspannung e_g am Gitter abgesperrt wird. In Reihe mit $\mathfrak{E}_x$ schaltet man zweckmäßig eine positive Gleichspannung e, die größer als der Scheitel-

[1] S. z. B. die Anordnung von Ryan. Orlich, l. c. S. 29.

wert von $\mathfrak{E}_x$ gewählt wird; dadurch erreicht man, daß bei den negativen Halbwellen $\mathfrak{E}_x$ nicht umgepolt zu werden braucht. Kurzzeitig während eines Bruchteils $\frac{1}{m}$ der Periode wird die negative Vorspannung durch einen positiven Spannungsstoß, der in der Gitterspule erzeugt wird, überwunden, so daß der Kondensator sich durch

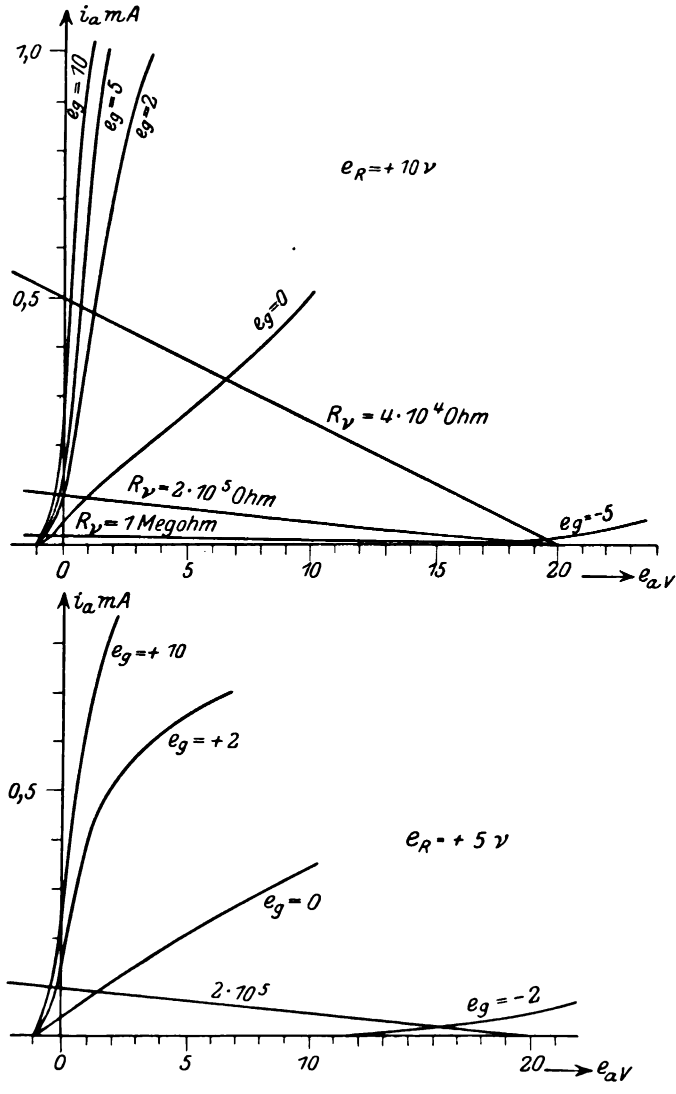


Bild 7. Konstruktion des Röhrenwiderstandes.

den zustande kommenden Anodenstrom laden kann. Man erkennt genau die Verhältnisse der oben besprochenen Anordnung bei der Joubertschen Scheibe. Es fragt sich nur, welche der Röhrenkonstanten hier als Widerstand R zu gelten hat. Für genaue Messungen kann man vor die Anode einen Widerstand schalten [1], an dem ein Spannungsabfall auftritt, der groß gegen die Anodenspannung e_a ist. Tut man das nicht, so ergibt sich bei einem Umlauf im Anodenstromkreis zur Zeit des Nullwertes von $\mathfrak{E}_x$

$$e - e_a - e_c = 0$$

[1] Jäger und Steinwehr, Arch. f. Elektrot. XIII, H. 4, S. 330.

(Bild 6). Außerdem gilt $i_a \cdot R_v = e_c$. Man wird jetzt die Röhrencharakteristik so zeichnen, daß man für e_g als Parameter (bei Raumladenetzröhren natürlich für konstante Raumladenetzspannung) $i_a = f(e_a)$ aufträgt, und wird nach der Gleichung $e_a = e - i_a \cdot R_v$ eine Widerstandsgrade eintragen. Der Schnittpunkt mit der Charakteristik bestimmt dann Anodenstrom und Anodenspannung. Das ist in Bild 7 ausgeführt, wobei die Daten der später verwendeten Telefunkenröhre *RE* 1 benutzt wurden. Mit e_g ist hier die Spannung am Steuergitter der Röhre gemeint. Man sieht, daß für positive Gitterspannung die Röhre ersetzt werden kann durch eine Gleichspannungsquelle von etwa ein Volt, deren Betrag also dem konstanten Wert der Anodengleichspannung zugerechnet werden muß, und einen Widerstand, der sich aus der Neigung der Charakteristik ergibt. Die Zahlen aus Bild 7 ergeben für positive Gitterspannungen Widerstände bis herab zu etwa $\frac{2\,\text{Volt}}{1\,\text{m Amp.}} =$ 2000 Ohm. Für genügend hohe negative Gitterspannung liegt die Charakteristik ganz rechts, ist $e_g > D e_a$, so ist der Anodenstrom = 0. Die Wechselspannung bewirkt, daß die Widerstandsgrade sich parallel mit sich selbst verschiebt. Man muß also genau genommen e_g soweit negativ einstellen, daß $e_g > D(e + e_{max})$, wobei e_{max} der positive Scheitelwert von $\mathfrak{E}_x$ ist.

Es ist nun darzulegen

a) wie der Spannungsstoß zustande kommt,

b) wie er über die Phase verschoben wird,

c) wie die Kurve registriert wird,

d) welche Fehler zu erwarten sind.

Vollständige Schaltbilder werden im III. Teil gegeben (Bild 24 u. 31).

a) Herstellung des Spannungsstoßes.

α) Mit 3-Elektrodenröhren.

Zur Herstellung der Spannungsspitze kann man mehrere Wege einschlagen. Im folgenden werden auch hierzu die Eigenschaften der 3-Elektrodenröhre benutzt. Die Röhre sei als 1. Röhre bezeichnet.

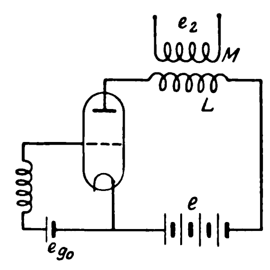


Bild 8. Grundsätzliches Schaltbild zur Herstellung der Spannungsspitze e_2.

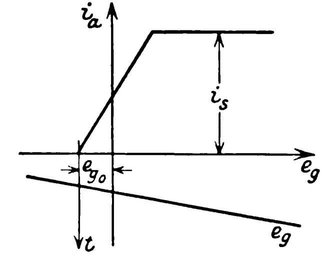


Bild 9. Vereinfachte Charakteristik zur Berechnung der Spannungsspitze.

Die später beschriebenen Versuche wurden im wesentlichen mit der folgenden Anordnung durchgeführt, bei der von der Tatsache der Sättigung bei einem Elektronenrohr Gebrauch gemacht wurde. Zwischen Gitter und Kathode einer Röhre (Bild 8) liegt eine hohe sinusförmige Wechselspannung. Sie muß groß gegen die Sättigungsspannung sein. Der Anodenkreis enthält eine Gleichspannung e, und eine Gegeninduktivität M mit der primären Induktivität L. Ist L klein, so verläuft der Anodenstrom nahe rechteckförmig und auf der sekundären Seite von M treten zur Zeit des Stromanstiegs bzw. Abfalls kurzzeitig hohe positive und negative Spannungsspitzen auf. Ist L nicht klein, so erfolgt der Anstieg nicht mehr nahe rechteckförmig. Der Verlauf des Stromes sei im folgenden berechnet. Zur Vereinfachung sei angenommen: Die Charakteristik der Röhre verlaufe linear nach der Gleichung $i_a = S(e_g + D e_a)$.

Die Gitterwechselspannung sei so groß, daß man sie, während die Charakteristik durchlaufen wird, als linear ansteigend ansehen kann (Bild 9). Man kann noch die Vorspannung $-e_{g0}$ zufügen, die dazu dienen soll, die Zeitachse an den Anfangspunkt der Charakteristik zu verschieben. Dann wird also die Gitterspannung $e_g = -e_{g0} + kt$. Die Batteriespannung e im Anodenkreis wird so gewählt, daß $De = e_{g0}$. Ferner gilt noch $e = e_a + L\frac{di_a}{dt}$. Aus diesen Gleichungen folgt

$$i_a = S\left(kt - De + D\left(e - L\frac{di_a}{dt}\right)\right) = Skt - SDL\frac{di_a}{dt},$$

$$\frac{di_a}{dt} + \frac{i_a}{SDL} = t\frac{k}{DL}. \tag{24}$$

Man erhält als Lösung, wenn für $t = 0$, $i_a = 0$ ist

$$i_a = Skt + S^2DLk\left(\varepsilon^{-\frac{t}{SDL}} - 1\right) \tag{25}$$

als Spezialfall für $L = 0$ wird

$$i_a = Skt. \tag{26}$$

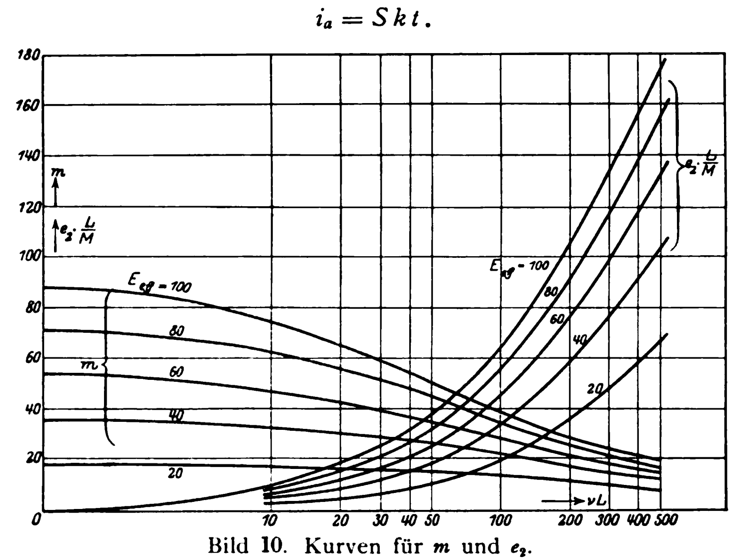


Bild 10. Kurven für m und e_2.

Die sekundäre Spannung e_2 an der Gegeninduktivität wird

$$e_2 = M\frac{di_a}{dt} = M \cdot Sk\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{SDL}}\right) \tag{27}$$

für $L = 0$ wird

$$e_2 = MSk. \tag{28}$$

Der sekundäre Spannungsstoß soll nun in der kleinen Zeit τ abgelaufen sein. Es muß also sein für $t = \tau$; $i_a = i_s$; τ ist ein Bruchteil $\frac{1}{m}$ der Periode $P = \frac{1}{\nu}$, also $\tau = \frac{1}{\nu m}$. Ferner gilt bei einer Sinuskurve in der Gegend des O-Durchgangs im ansteigenden Teil

$$kt = E_{\max} \cdot \frac{2\pi t}{P} = E_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}\,\frac{2\pi t}{P},$$

also ist

$$k = E_{\text{eff}} \cdot 2\pi\nu\sqrt{2} = 8{,}88\,E_{\text{eff}} \cdot \nu \quad \text{und} \quad k\tau = 8{,}88 \cdot \frac{E_{\text{eff}}}{m},$$

damit wird

$$i_s = 8{,}88 \cdot \frac{E_{\text{eff}}}{m} \cdot S + S^2 \cdot DL \cdot 8{,}88 \cdot E_{\text{eff}} \cdot \nu\left(\varepsilon^{-\frac{1}{SDL\nu m}} - 1\right). \tag{29}$$

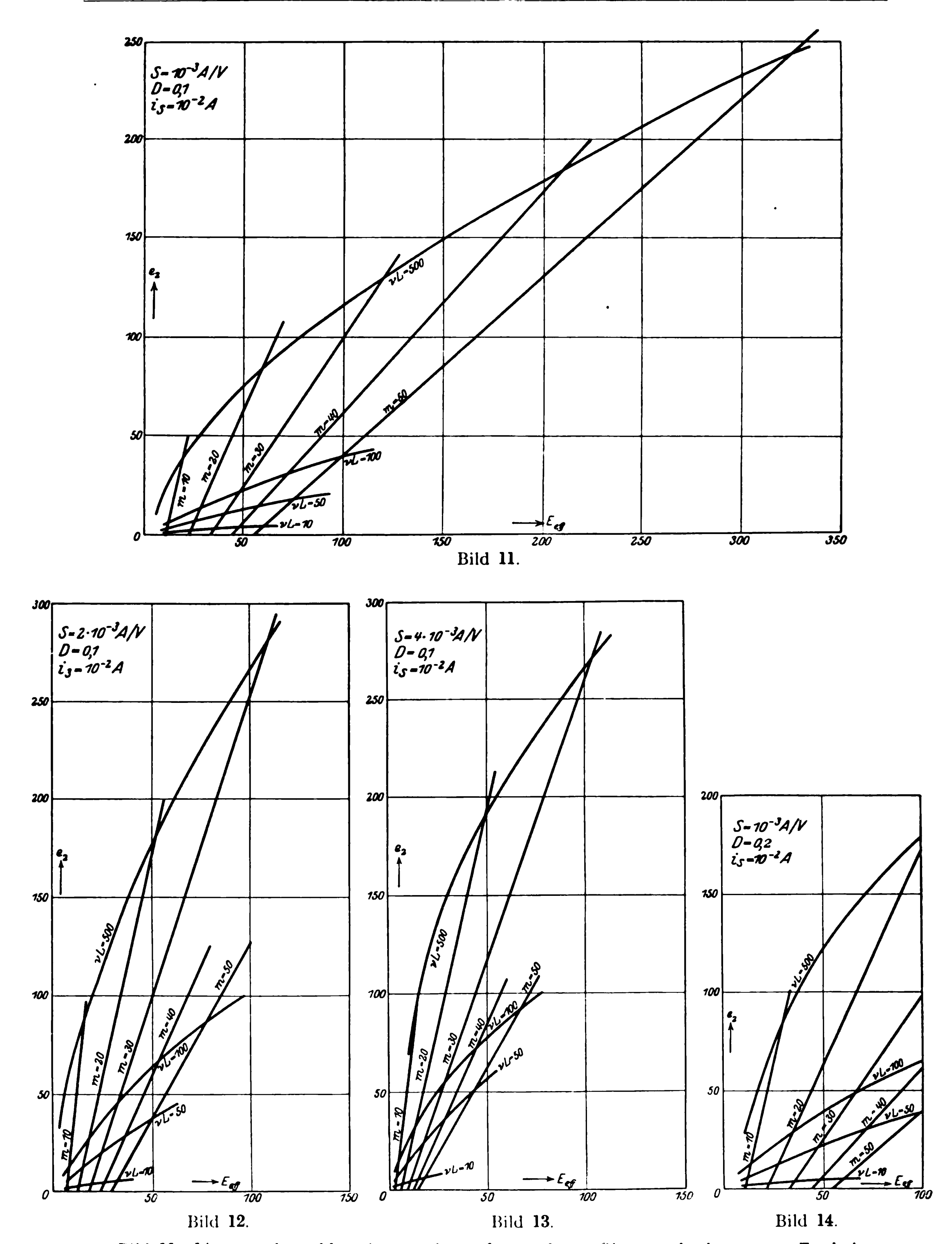


Bild 11.

Bild 12.

Bild 13.

Bild 14.

Bild 11—14. e_2 und m abhängig von der aufgewendeten Gitterwechselspannung E_{eff} bei verschiedenen Werten der Anodeninduktivität L.

Diese Gleichung enthält die Röhrenkonstanten und sonstige leicht meßbare Größen, aus ihr kann man in jedem vorliegenden Fall m berechnen. Aus 27 und 29 folgt

$$e_2 = \frac{M}{S D L}\left(8{,}88 \cdot S \cdot \frac{E_{\text{eff}}}{m} - i_s\right), \tag{30}$$

wenn also m bekannt ist, läßt sich hiernach e_2 bestimmen. Als Spezialfälle für $L = 0$ ergeben sich aus (26) und (28)

$$i_s = 8{,}88 \frac{E_{\text{eff}}}{m} S, \tag{26 a}$$

$$e_2 = 8{,}88 \cdot E_{\text{eff}} \cdot \nu M S. \tag{28 a}$$

Es fragt sich, wann L als genügend klein angesehen werden kann. In der Gleichung (29) für i_s wird der Klammerausdruck $= 0$, wenn

$$L < \frac{1}{\nu m S D}.$$

Aus den Gleichungen für i_s und e_2 (29) und (30) kann man m z. B. graphisch bestimmen. Man erhält dann m und e_2 als $f(\nu L)$ in einer Kurvenschar mit E_{eff} als Parameter (Bild 10). Das Verfahren ist umständlich. Besser ist νL und m als Parameter zu wählen und e_2 als Funktion von E_{eff} zu berechnen. Diese Beziehung läßt sich durch Messungen verfolgen. Für verschiedene Werte von νL, m, S und D ergeben sich die Kurven Bild 11—14. Die Rechnung ist durchgeführt unter der Annahme $M = L$. Die Werte von e_2 sind also noch mit $\frac{M}{L}$ zu multiplizieren.

β) Mit rotierendem Kathodenstrahl.

Dieses eben beschriebene Verfahren zur Erzeugung der Spannungsspitze ist bis zu 8000 Hertz erprobt. Bei der Ableitung ist die Windungskapazität der Gegen-

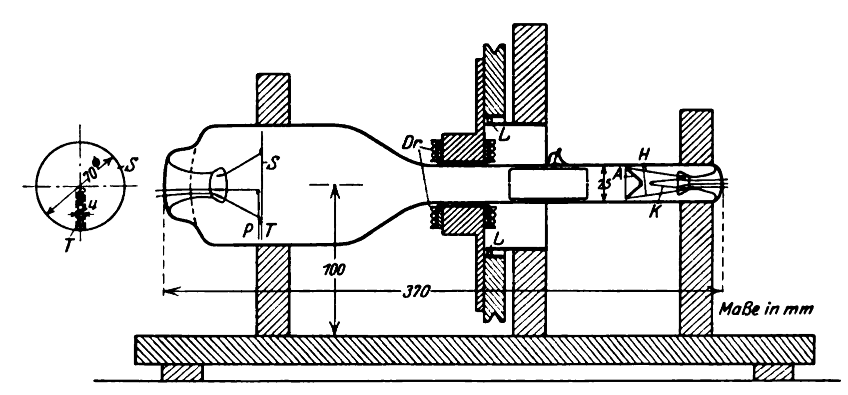


Bild 15. Braunsche Röhre für rotierenden Kathodenstrahl.

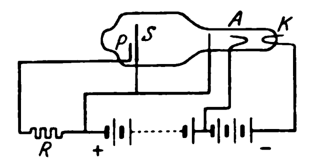


Bild 15a. Schaltung der Braunschen Röhre nach Bild 15.

induktivität vernachlässigt. Sie bewirkt, daß sich Meßwerte für e_2 stets kleiner als berechnet ergeben. Bei höherer Frequenz gerät man leicht mit der Eigenwellenlänge der verwendeten Spulen in das Gebiet der Grundwelle der aufzunehmenden Kurve, was auch Versuche zeigten. Dann dürfte sich das Verfahren des rotierenden Kathodenstrahls zur Erzeugung der Spannungsspitze als brauchbarer erweisen. Es ist von

Lübcke[1] mit gasgefüllten Röhren ausgearbeitet worden, läßt sich jedoch in dieser Form nicht für Hochvakuumröhren verwenden, zu denen man wird übergehen müssen, wenn man die Unbequemlichkeiten der Gasentladungen vermeiden will. Hier dürfte der folgende Weg zum Ziele führen. Die Braunsche Röhre mit Hochvakuum und Glühkathode K hat als Auffangfläche einen runden Schirm S mit einem radialen Schlitz T, ähnlich Bild 15. Hinter diesem ist eine Metallplatte P angeordnet, die über einen Widerstand an die Anodenspannung angeschlossen ist. Schaltung s. Bild 15a. Eine Drehfeldvorrichtung Dr, bestehend aus Ablenkspulen und Kondensatoren, sorgt dafür, daß der Kathodenstrahl synchron mit der zu untersuchenden Frequenz rotiert; sie ist in einem Kugellager L befestigt und kann um die Achse der Röhre gedreht werden; einmal in jeder Periode fallen die Elektronen durch den Schlitz auf das Blech und erzeugen in dem Widerstand R einen kurzzeitig verlaufenden Spannungsstoß, den man wie oben e_2 weiterbenutzen kann. Eine erste Röhre, die nach diesem Prinzip gebaut wurde[2], erwies sich bald als unbrauchbar. Es wurde deshalb eine zweite verbesserte Röhre gebaut, die zum Teil mit den inzwischen bekannt gewordenen Verbesserungen nach Rogowski und Grösser[3] ausgestattet wurde. Die Röhre enthielt eine Vförmige Kathode K, deren scharfer Bogen der kegelförmigen Anode A in geringer Entfernung gegenüberstand. Hinter der Anode kamen noch zwei Blenden, die durch einen Metallzylinder verbunden waren. Die Ausführung zeigt Bild 15. Die Auffangfläche trug keine fluoreszierende Substanz und bestand aus Nickel. Dieses leuchtete gut sichtbar grün, wenn es von Kathodenstrahlen getroffen wurde, jedoch um so schlechter oder gar nicht, je mehr die Strahlen in der Mitte der Fläche auftrafen, was sich daraus erklärt, daß sie dann zu tief in das Metall eindringen. Die Versuche mit dieser Röhre, bei der mit einer Zugspannung von 1300 Volt gearbeitet wurde, waren auch noch nicht befriedigend. Der von dem Schirm S aufgefangene Elektronenstrom war wieder nur sehr gering, trotzdem der Anodenstrom 30—50 m Amp. betrug. Der leuchtende Fleck war wohl klein und scharf, trotzdem verlief der Stromstoß auf der Platte hinter dem Schlitz über einen viel längeren Teil des Umfangs, als sich aus der Schlitzbreite berechnete. Als Erklärung kann man folgendes annehmen[4]. Der sichtbare Fleck ist hervorgebracht von einem dichten, relativ engen Kathodenstrahlbündel, das jedoch von einem weiten Mantel von Kathodenstrahlen umgeben wird. Hier ist die Elektronendichte zwar gering, trotzdem ist die übergehende Elektrizitätsmenge durchaus nicht klein. Eine Drillungsspule kann diesen Fehler nicht beheben. Bei der Röhre wurde außerdem immer, auch wenn der Fleck nicht durch den Schlitz fiel, ein Strom durch den Schlitz beobachtet. Dieser rührt von hinten herumfliegenden Elektronen her. Durch vollständige Einkapselung der Platte läßt sich dieser Fehler beseitigen, der Fehler der Unschärfe dadurch, daß der Anode ein möglichst hohes Potential gegeben wird, so daß die Elektronen gleich mit großer Geschwindigkeit in einen feldfreien Raum eintreten. Bei der vorliegenden Röhre ging das nicht auszuführen, denn die kegelförmige Anode war mit zwei Haltern H am Quetschfuß befestigt, wo bei höheren Spannungen Überschläge zu befürchten waren. Das hohe Potential lag an den beiden Blenden. Mit einer nach diesen Gesichtspunkten verbesserten Röhre müßten weitere Versuche angestellt werden.

Von anderen Methoden zur Herstellung eines kurzdauernden Spannungsstoßes verdient noch die von Ryan vorgeschlagene Beachtung, bei der die magnetische Sättigung einer wechselstromerregten eisenhaltigen Spule benutzt wird[5]. Sie dürfte hier wegen des großen Energiebedarfs praktisch kaum zu brauchbaren Ergebnissen führen.

[1] Lübcke, l. c.

[2] Für die Herstellung dieser und einer zweiten Röhre sowie die Überlassung von vielerlei 3-Elektrodenröhren bin ich Herrn Dr. Simon (Osram) zu ganz besonderem Dank verpflichtet.

[3] Rogowski und Grösser, Arch. f. Elektrot. XV, H. 4.

[4] Nach mündlicher Rücksprache mit Herrn Prof. Wehnelt.

[5] Eine ähnliche Anordnung wird bei dem Frequenztransformator von Schmidt (Lorenz) benutzt, s. z. B. F. Gehrt, E.N.T. 1925, S. 10.

Es besteht auch noch die Möglichkeit, bei höherer Frequenz mit einer Röhren-Kippschaltung [1] zu arbeiten, die eine Stromänderung in einer sehr kleinen Zeit — etwa 10^{-7} sec — herzustellen gestattet, doch ergäbe sich dann τ bei jeder Frequenz nicht mehr als der gleiche Bruchteil $\frac{1}{m}$ der Periodendauer P.

b) Phasenschieber.

Am meisten Schwierigkeiten verursachte der Phasenschieber. Schon bei der gewöhnlichen Joubertschen Scheibe ist es nicht ganz leicht, den Momentkontakt elektrisch um den gleichen Winkel zu verschieben, wie die Bürsten mechanisch gedreht werden. Die Drehachsen der rotierenden Scheibe und des Bürstenhalters müssen genau zusammenfallen. Sonst tritt neben dem Phasenfehler auch eine Änderung der Kontaktdauer von Punkt zu Punkt auf, die zwar das Ergebnis einer Kurvenaufnahme wenig beeinflußt, die jedoch sehr stört, wenn man versucht, die oben entwickelte Theorie durch das Experiment zu bestätigen.

In der oben beschriebenen Röhrenanordnung wird zweckmäßig die erste Röhre von einem Phasenschieber aus gespeist, der ein magnetisches Drehfeld besitzt. Steht Mehrphasenstrom zur Verfügung, so läßt sich bei nicht zu hoher Frequenz sehr gut ein gewöhnlicher, festgebremster Asynchronmotor mit Schleifringanker verwenden; bei den später beschriebenen Versuchen wurde eine etwa 5-kW-Maschine benutzt, und zwar bei 50 Hertz und auch bei 300 Hertz.

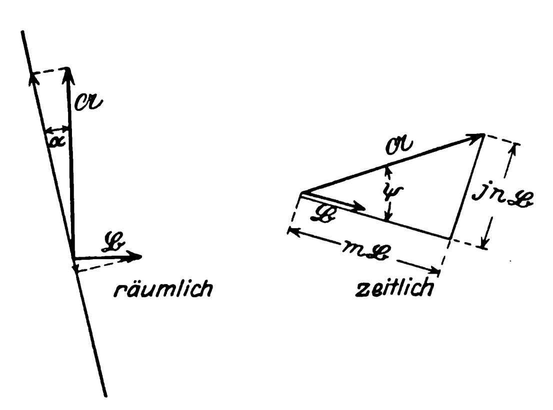


Bild 16. Zur Berechnung des Drehfeldes.

Die Phasenschieber für höhere Frequenz bestanden aus zwei aufeinander senkrecht stehenden Spulensystemen, die von zwei gegeneinander zeitlich um 90° verschobenen Strömen gespeist wurden. Im Innern konnte eine Spule gedreht werden, die die Gitterspannung für die erste Röhre lieferte. Die Ströme können von einer gemeinsamen Spannung durch Verzweigung hergestellt werden. Der eine Zweig enthält eine Induktivität, so daß der Strom nahe um 90° gegen die Spannung nacheilt. In den zweiten muß man dann einen Widerstand und einen Kondensator schalten, so daß der Strom nahe in Phase mit der Spannung ist und um genau 90° gegen den andern Strom verschoben wird. Die Einstellung setzt eine sehr konstante Spannungsquelle voraus, da sie frequenzabhängig ist. Sie muß sehr sorgfältig justiert werden, denn kleine Änderungen am Kondentasor ändern sehr stark die Phase des zweiten Stromes.

Meist wird ein Drehfeld so beschrieben [2], daß die Größe der Feldstärke in Polarkoordinaten angegeben wird. Es wird die Feldstärke abhängig vom räumlichen

[1] Friedländer, Arch. f. Elektrot., Bd. XVII, S. 1, 1926. — Gabor, 1. Forschungsheft der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen Berlin.

[2] Z. B. Arnold, Wechselstromtechnik V, 1, S. 11.



Winkel aufgetragen, und zwar immer der Betrag, der zu der Zeit, wo dieser Winkel erreicht wird, vorhanden ist. Im allgemeinen Fall ergibt sich dann stets ein elliptisches Drehfeld.

Um bei der experimentellen Einstellung des Phasenschiebers mühelos zu erkennen, wann ein reines Drehfeld vorliegt, dienen folgende Überlegungen.

Es sei vorausgesetzt, daß die beiden von den Spulen herrührenden magnetischen Flüsse $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ räumlich aufeinander senkrecht stehen und zeitlich sinusförmig verlaufen, der zeitliche Winkel sei ψ (Bild 16), gesucht die Abhängigkeit des resultierenden Flusses von der Richtung im Raum. Die räumliche Zerlegung liefert für den resultierenden Fluß $\mathfrak{H}$ in Richtung von α

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{A} \cos \alpha - \mathfrak{B} \cdot \sin \alpha$$

zeitlich kann man $\mathfrak{A}$ in zwei Komponenten in Phase und senkrecht zu $\mathfrak{B}$ zerlegen, so daß

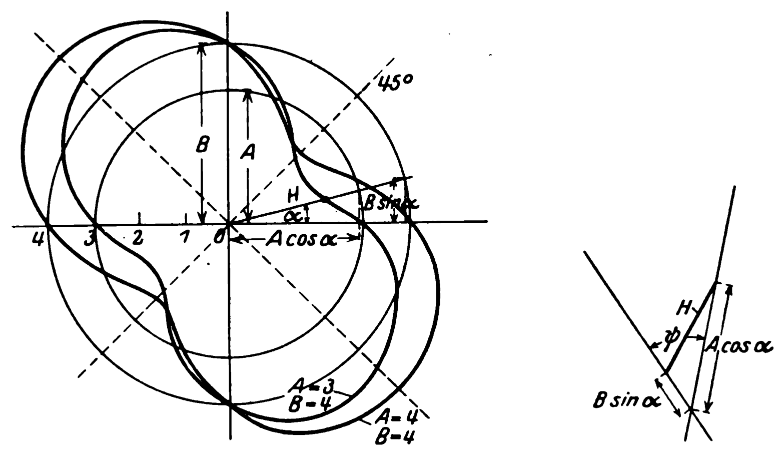


Bild 17. Konstruktion des Drehfeldes.

$$m B = A \cos \psi ,$$
$$n B = A \sin \psi$$

wird. Damit wird

$$\mathfrak{A} = m \mathfrak{B} + j n \mathfrak{B}$$

und der resultierende Fluß

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{B} (m \cos \alpha - \sin \alpha + j n \cos \alpha)$$

und

$$H^2 = B^2 \left[(m \cos \alpha - \sin \alpha)^2 + n^2 \cos^2 \alpha \right] .$$

Einsetzen von m und n und Ausrechnen ergibt H als $f(\alpha)$ in Polarkoordinaten

$$H^2 = A^2 \cos^2 \alpha + B^2 \sin^2 \alpha - 2 A B \cos \alpha \sin \alpha \cos \psi . \tag{31}$$

Hiernach erscheint H als 3. Seite eines Dreiecks mit dem Winkel ψ, dessen beide Schenkel $A \cos \alpha$ und $B \sin \alpha$ sind. Daraus folgt eine sehr einfache Konstruktion von $H = f(\alpha)$ bei gegebenem A, B und ψ (Bild 17). Die Polardiagramme sind lemniskatenähnliche Kurven. Solche wurden auch an den ausgeführten Phasenschiebern beobachtet. Ist $\psi = 90^0$ und $A = B$, so wird $H = const. = A$ ein reines Drehfeld. Im allgemeinen Fall ergeben sich tiefe Einsattlungen bzw. weite Ausbuchtungen der Polarkurve an den Stellen, wo $\frac{dH}{d\alpha} = 0$ wird. Diese Stellen ergeben sich aus

$$\frac{dH}{d\alpha} = \frac{1}{H^2} (2 B^2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 A^2 \sin \alpha \cos \alpha - 2 A B \cos 2 \alpha \cos \psi) .$$

Für $\frac{dH}{d\alpha} = 0$ ergibt sich

$$0 = (B^2 - A^2) \operatorname{tg} 2 \alpha - 2 A B \cos \psi$$



$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2AB\cos\psi}{B^2 - A^2}.$$

Für den speziellen Fall $A = B$ kommt

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \infty; \quad \alpha = 45^0 \text{ und } 135^0.$$

Bei der Einstellung des Drehfeldes gestatten diese Überlegungen eine einfache Beurteilung, wie genau man justiert hat. Solange weder beide Felder gleich sind, noch ihre Phasen um 90⁰ verschoben, beobachtet man, wie bei langsamer Drehung der beweglichen Spule die induzierten Spannungen Maxima und Minima durchlaufen. Hat man beide Felder gleich groß gemacht, so liegen diese Stellen genau in der Winkelhalbierenden der Spulenachsen, und erst wenn ihre Phasen genau um 90⁰ verschoben sind, erhält man ein reines Drehfeld.

Bei diesen Ableitungen ist vorausgesetzt, daß $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ sinusförmig veränderlich sind. Treten Oberwellen auf, so ergibt sich im allgemeinen kein Drehfeld.

Beim praktischen Gebrauch des Phasenschiebers ist auch darauf zu achten, daß die Belastungsströme nicht zu groß werden, sonst kommt noch der Einfluß des Rotorfeldes dazu, das auf die erregenden Spulen verschieden zurückwirkt, so daß man auch dann keine konstante, mit dem Drehwinkel lineare Verschiebung der Rotorspannungsphase mehr erwarten kann.

Wie man erkennt, hat ein solcher magnetischer Phasenschieber eine ganze Anzahl von Mängeln, als deren größten man wohl die Frequenzabhängigkeit ansehen kann. Sie erfordert eine genaue Konstanz der Frequenz und bei jeder Änderung eine Neujustierung. Diesen Mangel hat die Joubertsche Scheibe nicht. Dort hat man eine mechanische Drehbewegung, die bei einer Frequenzänderung nur eine Änderung der synchronen Drehzahl bedingt. Man kann nun angesichts der bekannten Analogien zwischen mechanischen und elektrischen Erscheinungen fragen, ob nicht auch ein frequenzunabhängiger elektromagnetischer Phasenschieber möglich ist. Ein Bedürfnis hiernach tritt auch auf anderen Gebieten der Hochfrequenztechnik [1] auf, jedoch scheint diese Aufgabe unlösbar zu sein.

Man kann auch von vornherein darauf ausgehen, hochfrequente Mehrphasenströme zu erzeugen. Der Generator müßte dann gleichzeitig die zu untersuchende Apparatur speisen und den Phasenschieber erregen. Eine Schaltung für hochfrequenten Drehstrom unter Benutzung von 3 Lichtbogengeneratoren in Sternschaltung hat Diesselhorst angegeben [2], eine neuere Schaltung mit drei 3-Elektrodenröhren stammt von M. R. Mesny [3]. Es wäre bequem, wenn es möglich wäre, auf Grund solcher Schaltungen, die so stark gedämpft sind, daß sie grade nicht von selbst schwingen, mittels einphasiger Erregung Mehrphasenströme zu erzeugen. Versuche des Verfassers in dieser Richtung hatten negative Ergebnisse.

c) Registrierendes Instrument.

Zur Aufzeichnung der Kondensatorspannung braucht man ein Instrument, das den Einzelschwingungen von $\mathfrak{E}_x$ nicht folgen kann, das jedoch eine möglichst kleine Einstelldauer besitzt. Bei den Versuchen unter III wurde im Anfang mit einem statischen Instrument [4] mit großer Eigenschwingungsdauer gearbeitet, dann jedoch mit einem registrierenden Drehspulstrommesser, dessen Maximalausschlag bei 6 m-Amp. erreicht war. Ein solches Instrument kann durch den Strom in R_v nicht betrieben werden und es ist nötig, mit einer Verstärkerröhre — 3. Röhre — eine e_c proportionale Anodenstromänderung herbeizuführen. Durch Einfügen dieser 3. Röhre geht natürlich ein großer Vorteil der punktförmigen Aufnahme gegenüber der Braun-

[1] Trautwein, Zeitschr. f. techn. Physik 1926, Nr. 7, S. 351.
[2] Dieselhorst, Zeitschr. f. Instrumentenkunde, 29. 1909, S. 154.
[3] M. R. Mesny, Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Academie des sciences 1922, p. 691.
[4] Palm, Zeitschr. f. Fernmeldetechnik 1921, H. 11.

schen Röhre, der Wegfall des verzerrungsfreien Verstärkers, verloren. Da jedoch hier nur sehr langsame Schwingungen verstärkt zu werden brauchen, ist dieser Umstand nicht verhängnisvoll. Trotzdem wird man dahin streben müssen, durch den Strom in R_v das registrierende Instrument zu betätigen. Das wird dann eine Spezial-Oszillographschleife sein müssen, die bei genügender Empfindlichkeit doch noch keine zu tiefe Eigenfrequenz besitzt.

d) Fehler und Grenzen.

Am Schluß der theoretischen Erörterung sei noch einmal auf die Fehler der punktförmigen Wechselstromaufnahmen eingegangen. Von den Fehlern des Phasenschiebers und der zu langen Dauer der Spannungsspitze sei hier abgesehen. Oben war abgeleitet worden, daß bei höherer Frequenz immer kleinere Kondensatoren als unendlich groß gelten können und auf die Fehler bei Bestimmung von m und q aus der Kondensatorspannung e_c bei $C = 0$ bzw. $C = \infty$ hingewiesen. Es müssen also auch die kleinen Schaltungskapazitäten, die bisher vollkommen vernachlässigt worden waren, bei höherer Frequenz eine Rolle spielen. In der Schaltung mit Benutzung

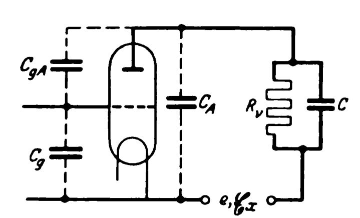


Bild 18. Schaltungskapazitäten.

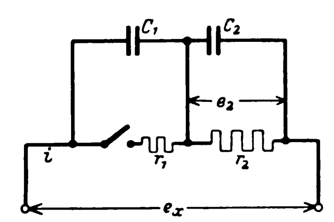


Bild 19. Ersatzschaltbild mit Berücksichtigung der Schaltungskapazitäten.

von Röhren muß man dann die in Bild 18 gestrichelt gezeichneten Röhrenkapazitäten berücksichtigen. Alle zusammen erscheinen als resultierende Kapazität, die dem Momentkontakt parallel liegt, ihn überbrückt. Die Rechnung ist also jetzt für das Ersatzschema Bild 19 durchzuführen. Gegenüber den Überlegungen auf S. 5ff. ergibt sich nichts grundsätzlich Neues, wenn man annimmt, daß e_x konstant, also eine Gleichspannung sei, und wenn der innere Widerstand der zu untersuchenden Apparatur verschwindend klein ist. C_1 erscheint als C_2 parallel geschaltet, da Stromänderungen gegenüber Punkt a und b identisch sind. Eine kurze Rechnung zeigt das deutlicher.

Als Differentialgleichung des Schaltvorgangs bei der Ladung erhält man für die Kondensatorspannung e_2

$$\frac{d e_2}{dt}(r_2 T_1 + r_1 T_2) + e_2 (r_1 + r_2) = e_x r_2 . \tag{32}$$

Auflösung ergibt, wenn für $t = 0$, $e_2 = 0$ ist

$$e_2 = e_x \frac{r_2}{r_1 + r_2}\left(1 - \varepsilon^{\alpha t}\right); \quad \alpha = - \frac{r_1 + r_2}{r_1 T_2 + r_2 T_1} .$$

Bei der Entladung kommt

$$\frac{d e_2}{dt}(T_2 + r_2 C_1) + e_x = 0 .$$

Als Lösung ergibt sich, da für

$$t = 0, \quad e_2 = e_x \frac{r_2}{r_1 + r_2},$$

$$e_2 = e_x \frac{r_2}{r_1 + r_2}\varepsilon^{\beta t}; \quad \beta = - \frac{1}{r_2 (C_1 + C_2)} .$$

Fragt man nach den Werten von e_2 im stationären Zustand, so muß dieselbe Rechnung wie oben wiederholt werden. Man erhält als Endergebnis



$$\left.\begin{aligned} p_1 &= \frac{1 - \varepsilon^{-\frac{1+q}{\nu m r_1 (C_1 + C_2)}}}{1 - \varepsilon^{-\frac{m+q}{\nu m r_1 (C_1 + C_2)}}} \\ p_2 &= p_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{m-1}{\nu m r_1 (C_1 + C_2)}} \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

C_2 erscheint um den Betrag von C_1 vergrößert. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse anders; statt e_x muß man eine Wechselspannung $\mathfrak{E}_x$ einsetzen, die dauernd über 2 Kondensatoren geschlossen ist. Der Schaltvorgang stört die dadurch gegebene Spannungsverteilung um so weniger, je kleiner der Scheinwiderstand des Kondensators C_1 gegenüber dem zu- und abgeschalteten Widerstand r_1 ist. Bei sehr hoher Frequenz wird man also nach der punktförmigen Methode überhaupt keine Wechselstromkurven mehr aufnehmen können. Auf diese Weise läßt sich eine obere Grenze angeben, bis zu der punktförmige Aufnahmen überhaupt möglich erscheinen. Man muß nämlich fordern, daß in den Zeiten der Ladung die Spannung $\mathfrak{E}_x$ möglichst ganz am Kondensator C_2 liegt, dazu bedarf es eines genügend kleinen Widerstandes r_1 und eines großen Scheinwiderstandes von Kreis 2. In der Entladezeit von C_2 muß jedoch die Spannung $\mathfrak{E}_x$ möglichst an C_1 liegen, also muß die Spannungsteilung erfolgen durch einen großen Scheinwiderstand von C_1 und einen kleinen im Zweige 2. Nun ist r_2 meist groß gegen den Scheinwiderstand von C_2. Man hat deshalb die beiden Forderungen

$$\text{für die Ladung } r_1 \ll \frac{1}{\omega C_1}$$

und

$$\text{für die Entladung } \frac{1}{\omega C_1} \gg \frac{1}{\omega C_2}.$$

Da C_2 an sich beliebig gewählt werden kann, läßt sich die zweite Forderung stets erfüllen, höchstens könnte durch ein zu großes C_2 die Aufnahmegeschwindigkeit zu sehr herabgesetzt werden. Die erste Bedingung dagegen hängt von der Wahl der Röhre ab. Mit $r_1 = 2000$ Ohm und $C_1 = 10^{-11}\,F$ erhält man, wenn $r_1 = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{\omega C_1}$ werden soll

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{20 \cdot 2000 \cdot 2\pi \cdot 10^{11}} = 4 \cdot 10^5 \text{ Hertz}.$$

Das ist eine recht niedrige Frequenz für die obere Grenze. Lübcke gibt als obere Frequenzgrenze seiner Methode 50 000 Hertz an, er hat Kurven bis zu 10^6 Hertz aufgenommen.

Will man genau rechnen, so muß man entsprechend oben ansetzen

$$\frac{d e_2}{dt}(r_2 T_1 + r_1 T_2) + e_2 (r_1 + r_2) = \mathfrak{E}_x T_2 (1 + j\omega T_1), \tag{34}$$

da $\frac{d\mathfrak{E}_x}{dt} = j\omega \mathfrak{E}_x$; die allgemeine Lösung ist, wenn $r_2 T_1 + r_1 T_2 = A$,

$$e_2 = \varepsilon^{\alpha t}\left[\int \frac{\mathfrak{E}_x}{A} r_2 (1 + j\omega T_1) \cdot \varepsilon^{-\alpha t}\, dt + K\right]; \qquad \alpha = -\frac{r_1 + T_2}{r_2 T_1 + r_1 T_2}.$$

Für das Integral $\mathfrak{J} = \int \varepsilon^{-\alpha t} \mathfrak{E}_x\, dt$ erhält man durch teilweise Integration

$$\mathfrak{J} = \varepsilon^{-\alpha t} \frac{1}{j\omega \mathfrak{E}_x} + \int \frac{1}{j\omega} \alpha\, \mathfrak{E}_x \cdot \varepsilon^{-\alpha t}\, dt,$$

woraus folgt

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{E}_x \cdot \frac{\varepsilon^{-\alpha t}}{j\omega - \alpha}.$$

Man findet also

$$e = \varepsilon^{\alpha t}\left[\mathfrak{E}_x \frac{r_2}{A} \varepsilon^{-\alpha t} \frac{1 + j\omega T_1}{j\omega - \alpha} + K\right] = \mathfrak{E}_x \cdot \frac{r_2}{A} \cdot \frac{1 + j\omega T_1}{j\omega - \alpha} + K \cdot \varepsilon^{\alpha t}. \tag{35}$$

e_2 setzt sich wie bekannt aus der stationären Wechselspannung $\mathfrak{E}_x (a + b j)$ und einem Ausgleichglied zusammen

$$e_2 = \mathfrak{E}_x (a + b j) + K \cdot \varepsilon^{\alpha t}.$$

Schaltet man in dem Augenblick, in dem $\mathfrak{E}_x (a + b j)$ denselben Augenblickswert hat, wie die Spannung an Kondensator C_2 vor dem Schalten, so wird $X = 0$. Man erhält keinen Ladestrom. Das ist im allgemeinen ein anderer Augenblick als der, in dem $\mathfrak{E}_x$ durch 0 geht. Der Phasenunterschied hängt von der Frequenz ab, bedingt also bei nichtsinusförmiger Spannung eine Verzerrung der abgebildeten Kurve.

III. Versuche.

1. Aufnahmen bei 50 und 300 Hertz.

Die im folgenden beschriebenen Versuche sind weniger dazu angestellt worden, die im vorhergehenden ausgeführten Rechnungen in allen Einzelheiten zu bestätigen, als vielmehr zu zeigen, daß die entwickelte Methode in verhältnismäßig einfacher Weise mit einfachen Mitteln Kurven auch bei recht hoher Frequenz aufzunehmen gestattet.

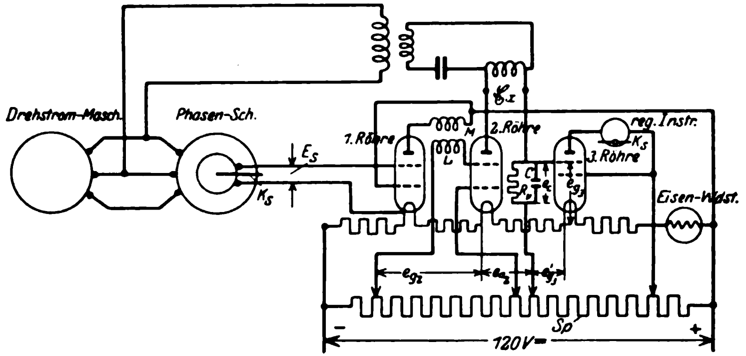


Bild 20. Vollständiges Schaltbild für Kurvenaufnahmen mittels 3-Elektrodenröhren. Niederfrequenz.

Durch einige Versuche bei Niederfrequenz mit der Joubertschen Scheibe wurden Gleichungen (13) bzw. (15) geprüft, Versuche und Rechnung stimmten auf wenige ‰ überein.

Eine ganze Reihe von Vorversuchen wurde angestellt, um nach einigen unter II nicht angegebenen Verfahren einen einmaligen Stromstoß im Anodenkreis zu erhalten. Es wurden auch Kurven aufgenommen, die Ergebnisse waren befriedigend.

Für die Herstellung der Spannungsspitze wurde dann nur noch die Methode mittels Sättigungsstrom verwendet. Hierfür wurde der Asynchronmotor [1] benutzt, der sich bei den Vorversuchen bewährt hatte. Und zwar für Kurvenaufnahmen bei 50 Hertz und dann bei 300 Hertz. Die Schaltung geht aus Bild 20 hervor. Die Sekundärspannung E_s am Phasenschieber, die groß gegen die Sättigungsspannung der ersten Röhre sein mußte, betrug gewöhnlich 80—100 Volt. Die Gegeninduktivität M war ein kleiner Hochspannungstransformator für 500 Hertz 180/6000 Volt, dessen überlappt angeordnete Bleche einseitig gelegt wurden, so daß ein kleiner Luftspalt von etwa 1 mm Dicke entstand. Als Gegeninduktivität wurden die beiden Abteilungen der Hochspannungswicklung benutzt. Sie betrug vor dem Umdrehen der Bleche zwischen 10 und 60 Henry je nach dem primären Strom, ging dann durch den Luftspalt auf 5,5 Henry zurück und blieb unabhängig vom Strom. Zur Vermeidung der vielen einzelnen Heiz- und Anodenbatterien wurden die Heizfäden aller Röhren in Reihenschaltung an 120 Volt Gleichspannung angeschlossen. Ein Eisenwiderstand in Wasserstoff

[1] S. S. 489.

für 1,1 Amp. sorgte für konstanten Heizstrom bei langsamen Spannungsschwankungen. An einem Spannungsteiler S_p mit 4 verschiebbaren Kontakten — Widerstand 1000 Ohm — konnten alle Potentiale von 0—120 Volt abgegriffen werden. Der Gleichstromquelle war hier wie auch bei den späteren Versuchen ein Kondensator von $2\,\mu F$ parallel geschaltet, ebenso lagen zwischen den Heizfäden der Röhren je ein Kondensator von $1\,\mu F$, eine Anzahl solcher Kondensatoren waren auch zwischen je 2 Kontakte des Spannungsteilers geschaltet; damit sollte bewirkt werden, daß die Gleichstromquelle als guter Kurzschluß gegen Stromänderungen betrachtet werden konnte. Die Kondensatoren sind in den Schaltbildern fortgelassen.

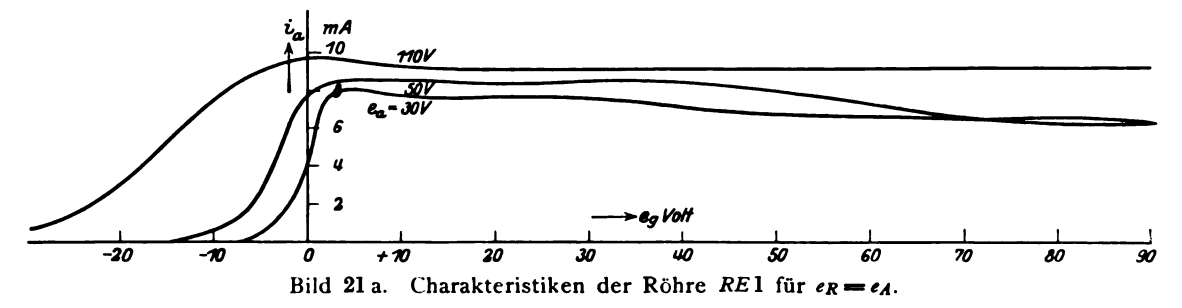


Bild 21a. Charakteristiken der Röhre *RE* 1 für $e_R = e_A$.

Als Röhren wurden, abgesehen von den Vorversuchen, stets solche der Type *RE* 1 verwendet. Dies sind Raumladegitterröhren, deren Charakteristiken Bild 21[1] zeigt. Die Spannung am Kondensator *C* der zweiten Röhre, die bei den Vorversuchen mittels statischen Voltmeters gemessen worden war, sollte jetzt durch ein registrierendes Instrument direkt gezeigt werden; dazu mußte jedoch als 3. Röhre eine Verstärkerstufe eingeschaltet werden, deren Anodenstrom also proportional der Gitterspannung

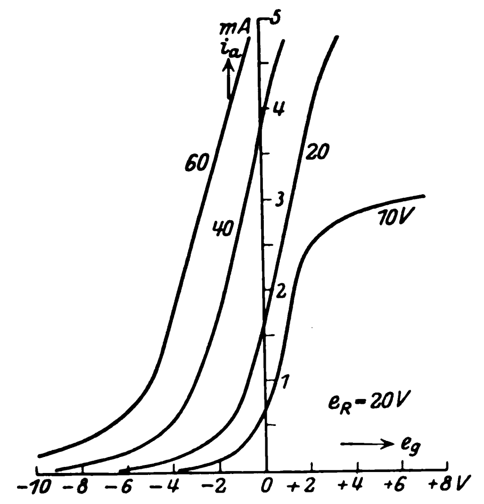




Bild 21. Charakteristiken der Röhre *RE* 1.

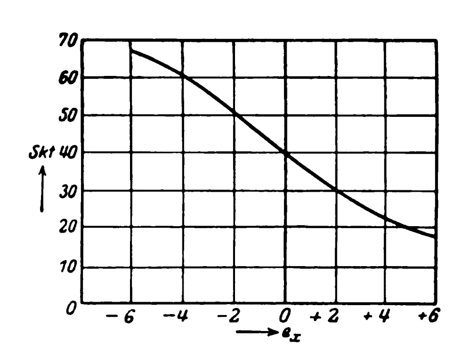


Bild 22. Eichkurve des Kurvenzeichners.

sein und durch das schreibende m Amp.-Meter (s. o. S. 491) gehen mußte. Der Läufer des Phasenschiebers war durch eine Kupplungsstange K_s mit der Ablaufvorrichtung für das Papier verbunden. (Bild 20.) Durch einen kleinen Gleichstrommotor konnte er langsam gedreht werden. Nach einer Umdrehung sind zwei Perioden durchlaufen — der Motor war 4polig —, die Periodenlänge betrug hierbei 5 cm. Die Höhe der geschriebenen Kurve konnte 4 cm betragen. Natürlich mußte darauf geachtet werden, daß der Gitterstrom der letzten Röhre verschwindend klein war, ihre Gitterspannung mußte

[1] S. a. Bild 7.

also immer negativ sein. Diese Gitterspannung ist der direkten Messung nicht zugänglich, wohl aber die Spannungen am Spannungsteiler. Zu der Einstellung dieser Spannungen läßt sich mit den Bezeichnungen nach Bild 20 folgendes sagen.

e_{g2} wird genügend negativ eingestellt, etwa 20 Volt. Wenn der Phasenschieber erregt ist und die 2. Röhre wie ein Momentkontakt arbeitet, bleibt die Spannung e_c nahezu konstant gleich $e_{a2} \pm \mathfrak{E}_x$; für den Gitterkreis der 3. Röhre gilt $e_{g3} + e_c + e_{g3}' = 0$, oder $-e_{g3} = e_{a2} + e_{g3}'$, daraus folgt, wenn man bei gegebener Anodenspannung von 50 Volt an der 3. Röhre den Ruhepunkt für die Verstärkung nach

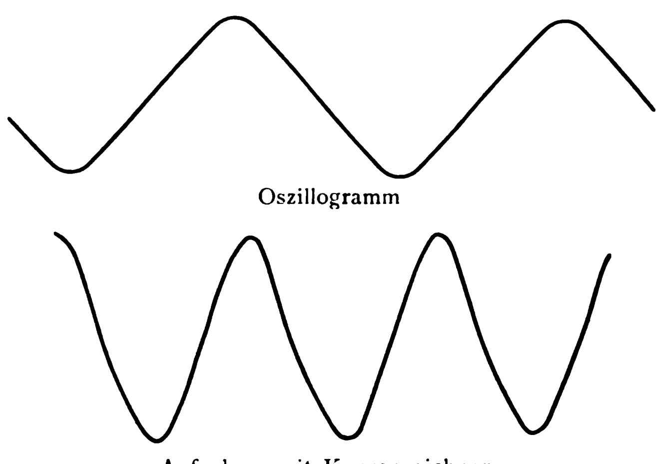


Bild 23. Spannung der Drehstrommaschine. 50 Hertz.

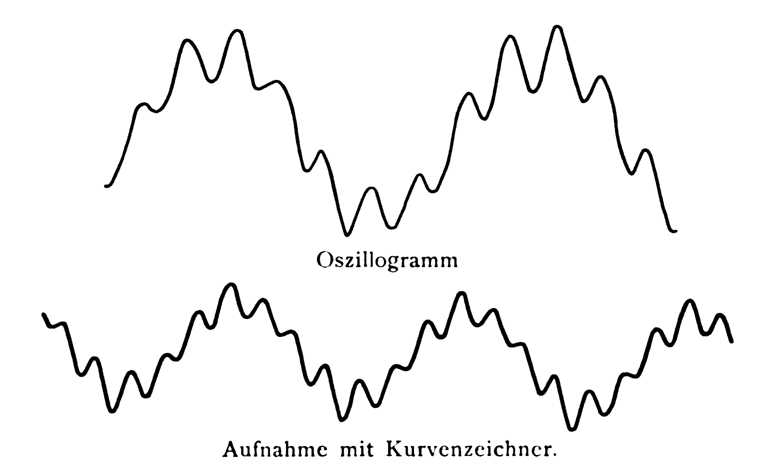


Bild 24. Spannung an der Induktivität eines Schwingungskreises. 50 Hertz.

$e_{g3} = -3{,}8$ Volt verlegen will und mit $e_{a2} = 20$ Volt arbeitet, $e_{g3}' = -16{,}2$ Volt. Ist die Kondensatorableitung so groß, daß er sich in der Periode bis 0 entlädt, so wird zu diesen Zeiten $e_c = 0$, und $-e_{g3} = e_{g3}'$, mit den obigen Zahlen also $e_{g3} = +16{,}2$ Volt; dann fließt aber Gitterstrom. Soll das sicher vermieden werden, so ist $e_{g3}' > 1$ Volt einzustellen. Der Gitterstrom wurde mit einem dauernd eingeschalteten empfindlichen Galvanometer (1 *Skt.* $= 10^{-7}$ Amp.) besonders kontrolliert. Die Kapazität des Kondensators C betrug 1 μF (Glimmer), die eingefügte Ableitung 0,5—4,7 Meg Ohm, meist Kohlewiderstände nach Lilienfeld[1]. Die Gleichspannung,

[1] J. E. Lilienfeld und W. Hoffmann, ETZ 1920, H. 44, S. 870. Die Widerstände wurden von der Firma Koch u. Sterzel freundlichst zur Verfügung gestellt.

die mit $\mathfrak{E}_x$ in Reihe geschaltet war und deren Betrag größer als der Maximalwert von $\mathfrak{E}_x$ sein mußte, betrug gewöhnlich 20 Volt. Die Raumladenetzspannungen der 1. und 3. Röhre waren gleich ihren Anodenspannungen, die der 2. Röhre war meist 5—10 Volt, ihre Gittervorspannung 20 Volt (Bild 20). Die Spannungspitze mußte also $>$ 20 Volt sein. Die Eichkurve dieser Anordnung war mit genügender Genauigkeit linear, sie ist mit Gleichspannung aufgenommen worden (Bild 22).

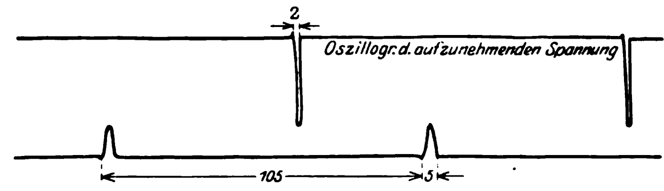


Bild 25. Unterbrochene Gleichspannung. 50 Hertz. Unten: Oszillogramm der Spannungsspitze am Gitter der 2. Röhre.

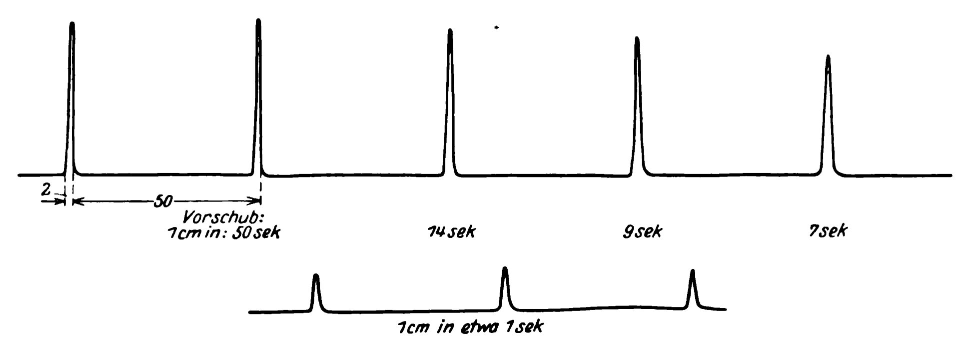
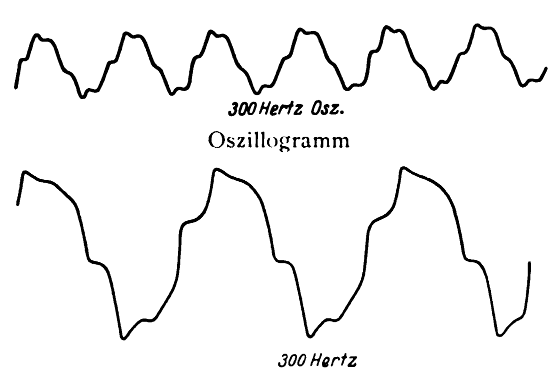


Bild 25a. Aufnahme der unterbrochenen Gleichspannung mit dem Kurvenzeichner. 50 Hertz.



Oszillogramm

Aufnahme mit Kurvenzeichner.

Bild 26. Spannung der Drehstrommaschine. 300 Hertz.

Bei 50 Hertz wurde zuerst die Spannung der Wechselstrommaschine selbst aufgenommen (Bild 23), dann wurde die Maschine mit einem Schwingungskreis belastet 0,399 μF, 1,1 Henry. Aufgenommen wurde die Spannung an der Induktivität (Bild 24). Dann wurde eine Gleichspannung aufgenommen, die durch einen synchron rotierenden mechanischen Momentkontakt — die oben erwähnte Joubertsche Scheibe — kurzzeitig eingeschaltet wurde (Bild 25). Aus dem Oszillogramm erkennt man, daß die Zeitdauer des aufzunehmenden Spannungsstoßes $^1/_{50}$ der Periode beträgt. Die geschriebene Kurve (Bild 25a) liefert nur $^1/_{25}$ der Periodendauer, also einen erheblichen Fehler, der sich jedoch zwanglos aufklärt, wenn man die gleichzeitig mit dem Oszillogramm aufgenommene Spannungspitze auf der Sekundärseite der Induktivität

betrachtet. Daraus geht hervor, daß für die Röhrenanordnung $m = 21$ war. Man kann also nicht erwarten, daß noch die 50. Oberwelle aufgenommen wird. Gleichzeitig erkennt man den Einfluß der Eigenfrequenz des Schreibgerätes: nur bei genügend langsamem Papiervorschub wird der Spannungsstoß in seiner ganzen Größe richtig aufgezeichnet.

Die Versuche bei 300 Hertz wurden mit derselben Apparatur vorgenommen. Die Erregung des Phasenschiebers erfolgte wiederum 3 phasig von einer Drehstrommaschine aus, deren Kurvenform aufgenommen wurde (Bild 26). Es ergeben sich gegenüber dem Oszillogramm Abweichungen, die jedoch auch auf die niedrige Eigenfrequenz der Schleife zurückgeführt werden können. Die Höhe der Spannungsspitze betrug etwa 100 Volt. Ihre Breite wurde nicht gemessen. Die negative Gittervorspannung der 2. Röhre war bei diesen Versuchen etwas größer, etwa 50 Volt eingestellt.

Die Messung des Maximalwertes der Spannungsspitze geschah durchweg mit dem Scheitelspannungsmesser von Craighead[1]. Eine 2-Elektrodenröhre liegt mit einem Kondensator und der Spannungsquelle, deren Scheitelwert bestimmt werden soll, in Reihe. Der Kondensator hat eine geringe Ableitung, er lädt sich auf den Scheitelwert der Wechselspannung[2] auf, und seine Spannung wird von einem statischen Instrument angezeigt. Bei einigen Messungen wurde auch in Reihe mit dem Ableitungswiderstand des Kondensators ein Drehspulinstrument geschaltet (750 Ohm, 200 Skt., 1 Skt. $= 10^{-4}$ Volt). Diese Methode der Scheitelspannungsmessung hat sich bis zu 10^6 Hertz als richtig erwiesen[3]. Untersucht man sehr spitze Kurven bei geringer Energie, wie es hier nötig war, so ist es zweckmäßig, den Kondensator mit der Kathode der Röhre zu verbinden. Die Spule, in der die spitze Kurvenform auftritt, liegt dann zwischen Anode und Kondensator, auf diese Weise wird durch die Meßanordnung die Eigenkapazität der Spule nur unwesentlich vergrößert.

2. Aufnahmen bei 8000 Hertz.

Weitere Kurvenaufnahmen wurden bei 8000 Hertz gemacht. Die Röhrenschaltung war dazu dieselbe wie in Bild 20. Sie ist in Bild 27 nochmals dargestellt. Die Gegeninduktivität M bestand aus zwei einlagigen Zylinderspulen von 5 und 7,5 cm

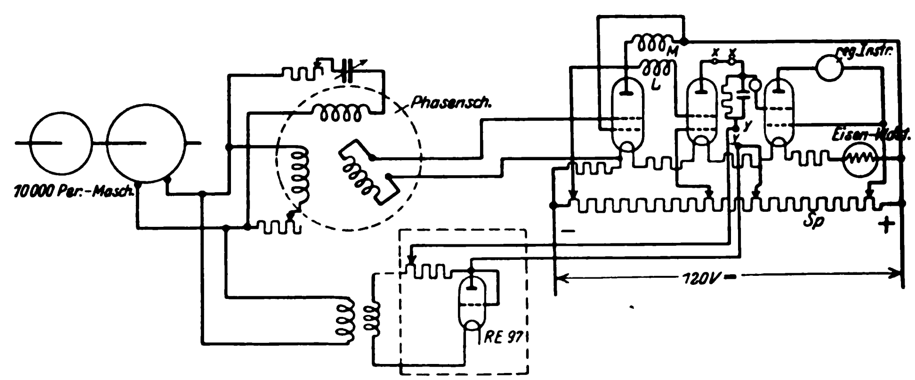


Bild 27. Vollständiges Schaltbild für Kurvenaufnahmen mittels 3 Elektrodenröhren. Frequenz bis 8000 Hertz.

Durchmesser, 10 cm Höhe mit 500 bzw. 600 Windungen 0,2-mm-Emailledraht ($M = 7{,}2 \cdot 10^{-3}\ H$). Als Phasenschieber war jetzt der Asynchronmotor nicht mehr zu brauchen. Es mußte ein besonderer Apparat gebaut werden. Er bestand aus einem

[1] Craighead, General Electric Review 1919, p. 104. — Keinath, Die Technik der elektrischen Meßgeräte 1921, S. 331.

[2] Genaue Berechnung der Vorgänge s. Jäger u. Steinwehr l. c.

[3] Palm, Zeitschr. f. techn. Physik IV, 1923, Nr. 6, S. 233.

feststehenden Eisenring, der aus ungenuteten legierten Blechen [1] aufgeschichtet war und zwei einlagige Ringwicklungen übereinander trug. Die Wicklungsdichte jeder Wicklung war sinusförmig über den Umfang verteilt, die Anschlüsse befanden sich an zwei gegenüberliegenden Punkten an den Stellen geringster Wicklungsdichte. Beide Wicklungen waren räumlich um 90° versetzt. Der innerhalb dieses Ständers drehbare Läufer trug eine einfache Ringwicklung, von der zwei gegenüberliegende Punkte an Schleifringe angeschlossen waren. Der Luftspalt zwischen den Ringen betrug $^1/_2$ cm, war jedoch fast ganz durch die Wicklung ausgefüllt (Bild 28). Die

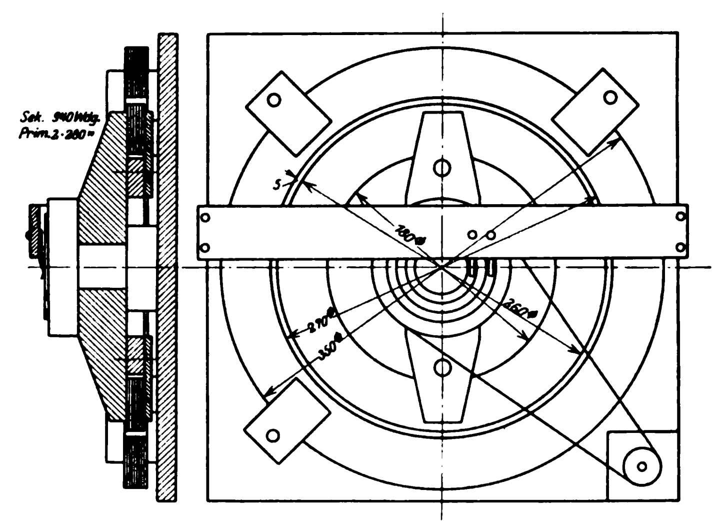


Bild 28. Phasenschieber für höhere Frequenz.

Ständerwicklungen wurden über eine Stromverzweigung von einer 10000 Per.-Maschine für 10 kVA gespeist, deren Kurvenform zuerst aufgenommen wurde und sich als sehr genau sinusförmig ergab in Übereinstimmung mit anderweitig hergestellten Aufnahmen [2] mittels Braunscher Röhre. Dann wurde ein Stromkreis hergestellt, bestehend aus einer Hochvakuumröhre (Telefunken *RE* 97) und einem Ohmschen

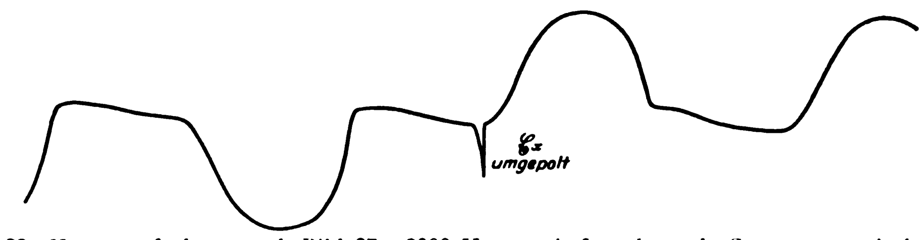


Bild 29. Kurvenaufnahme nach Bild 27. 8000 Hertz. Aufzunehmende Spannung zwischen *xx*.

Widerstand, Schiebewiderstand mit Kreuzwicklung 500 Ohm. Die Spannung lieferte über einem Transformator die 10000-Per.-Maschine. Zu erwarten war ein Strom etwa von der Gestalt einer Sinuswelle, deren negative Halbwellen fehlen. Aufgenommen wurde der Spannungsabfall an dem eingeschalteten Widerstand. Die Kurven Bild 29 bestätigen die Erwartungen. Auf einige Fehlerquellen sei hingewiesen. Ein scharfes Kriterium für einwandfreies Arbeiten der Apparatur hat man an den Nullinien. Schließt man die Klemmen *xx* und *yy* (Bild 27) kurz, so muß sich bei der Rotation des Phasen-

---

[1] Die Bleche hat Herr Dr.-Ing. e. h. Karl Schmidt (Lorenz) freundlichst zur Verfügung gestellt.

[2] Die Aufnahmen machte Herr Dr.-Ing. Gabor bei seinen Untersuchungen über Oszillographieren von Wanderwellen.

schiebers eine grade Linie ergeben. Das ließ sich auch stets erreichen. War nun aber die zu untersuchende Apparatur an *xx* angeschaltet, ohne daß weder die Röhre *RE* 97 geheizt, noch ihre Anodenspannung angelegt war, so ergab sich stets eine flache Sinuskurve, die nur von induktiven oder kapazitiven Beeinflussungen herrühren konnte. Wurde dann der aufzunehmende Anodenstrom zugeschaltet, so überlagerten sich beide Kurven (Bild 29). Die Apparatur ist besonders gegen kapazitive Beeinflussungen sehr empfindlich, denn die zu untersuchende Anordnung zwischen *xx* ist beiderseitig gegen Erde, d. h. hier Heizbatterie des Kurvenzeichners durch hohe Widerstände

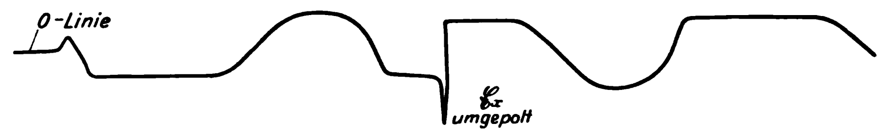


Bild 30. Kurvenaufnahme nach Bild 27. 8000 Hertz. Aufzunehmende Spannung zwischen *yy*.

abgesperrt. Weite räumliche Entfernung — mehrere Meter — und Zuführung der Spannung durch lange Drähte half nicht viel. Eine vollständige Abschirmung ist umständlich und schafft nicht vermeidbare neue Kapazitäten. Es wurde also die Anordnung an *yy* angeschlossen. Untersucht man eine hochfrequente reine Wechselspannung, so wird der Verstärker durch die neu hinzukommende Gitterwechselspannung nicht beeinflußt. Hat die unbekannte Spannung jedoch eine Gleichspannungskomponente, so muß sich eine Verschiebung der Nullinie ergeben, was auch tatsächlich beobachtet wurde (Bild 30).

3. Versuche bei 150000 Hertz

Mit der eben beschriebenen Anordnung wäre es vielleicht möglich gewesen, bis 10000 oder 12000 Hertz Kurven zu zeichnen. Um der oberen Frequenzgrenze, die durch die Röhrenkapazitäten bestimmt wird, näher zu kommen, wurden auch

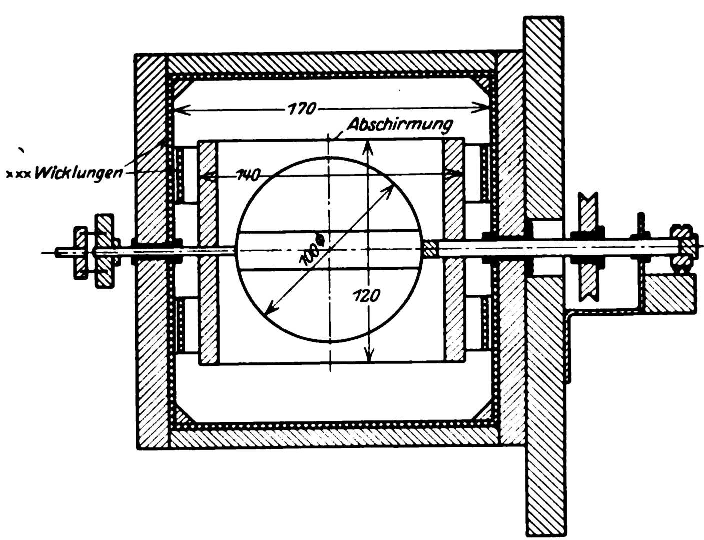


Bild 31. Phasenschieber für 150000 Hertz.

noch Versuche bei 150000 Hertz angestellt, die aber zu einem endgültigen befriedigenden Ergebnis noch nicht geführt haben. Schuld daran waren im wesentlichen die kapazitiven Kopplungen innerhalb des Phasenschiebers und ferner die Eigenkapazität der Gegeninduktivität *M*. Diese bewirkte, daß mit dem Röhren-Scheitelspannungsmesser ziemlich hohe Maximalwerte für den vermeintlichen Gitterspannungsstoß gemessen wurden, eine Prüfung mit dem Wellenmesser ergab jedoch erheb-

liche Amplituden teils der Grundwelle, teils sehr niedriger Oberwellen. Es wurde eine ganze Anzahl mehrlagiger kapazitätsfrei gewickelter und einlagiger Zylinderspulen durchprobiert, mit dem Ergebnis, daß bei ausreichender Höhe des Spannungsstoßes seine Breite zu groß war und wenn geringe Breite erreicht wurde, die Höhe zu klein war. Auch Spulen, deren Drähte mit Abstand gewickelt waren, zeigten dasselbe Verhalten. Unangenehmer waren die Tücken des Phasenschiebers. Die bisher gebrauchten Apparate konnten bei dieser Frequenz nicht mehr verwendet werden. Es wurde nach einer mißglückten Konstruktion ein neuer Phasenschieber gebaut (Bild 31). 2 senkrecht stehende quadratische Holzplatten 21 mal 21 cm wurden durch 8 Abstandsstücke am äußeren Umfang in einer Entfernung von 17 cm festgehalten. Innerhalb der Abstandsstücke lagen 4 quadratische einlagige Spulen mit je 25 Windungen aus Hochfrequenzlitze. Je 2 haben einen Abstand gleich der halben Quadratseite, sie sind in Reihe geschaltet und erzeugen zusammen ein magnetisches Feld, das in dem Raum zwischen ihnen gut homogen ist. Die beiden Felder stehen räumlich aufeinander senkrecht. Bei einer Messung bei Erregung des einen Spulenpaares mit 0,5 Amp. bei 150000 Hertz konnte in dem anderen keine induzierte Spannung wahrgenommen werden. In dem Innenraum zwischen den Spulen kann sich eine runde Spule — 50 Windungen 0,5 mm Massivdraht auf Hartpapierrohr gewickelt — um eine Achse drehen, die senkrecht zu den beiden feststehenden Spulenachsen verläuft. Die Achse war ursprünglich in der Mitte unterbrochen, und die Lager, dünne Messingbuchsen, dienten zur Abnahme der Spannung. Später wurden die Enden der Wicklung in einem dünnwandigen Messingrohr zu Schleifringen nach außen geführt. Der bewegliche Teil konnte wieder mittels Kupplungsstange mit dem schreibenden Strommesser verbunden werden. Ein Röhrensender mit 2 parallel geschalteten *RS*-17-Telefunkensenderöhren lieferte den Hochfrequenzstrom von 150000 Hertz. Vor das eine feststehende Spulensystem wurde ein Kondensator und ein induktionsfreier Widerstand geschaltet. Das andere wurde direkt an den Sender angeschlossen. Kondensator und Widerstand wurden so eingestellt, daß ihre Scheinwiderstände gleich dem induktiven Widerstand der Spulen waren, dann mußten die Stromvektoren aufeinander senkrecht stehen. Die Ströme wurden auch mit Hitzdrahtinstrumenten gemessen, sie betrugen meist 0,3 Amp. für die Einzelspulen, die Summe war 0,424 Amp. Die Spannung am beweglichen Teil wurde dann 45 Volt. Ein direktzeigendes Hitzdrahtvoltmeter erwies sich als eine etwas zu große Belastung, denn es konnte eine Rückwirkung auf die erregenden Stromkreise beobachtet werden. Das statische Voltmeter (s. o.) stand für die Messung nicht zur Verfügung, also wurde die Spannung mittels einer Röhrenvoltmeteranordnung bestimmt, was den Vorteil hatte, daß deren Anodenstrom durch den registrierenden Strommesser aufgeschrieben werden konnte. Dabei ergab sich bei einer Umdrehung ein konstanter Wert, dem jedoch meist eine 8. Oberwelle überlagert war. Der Fehler, daß sich während einer Umdrehung des Phasenschiebers keine genau konstante Spannung ergab, konnte nicht von Inhomogenitäten des magnetischen Feldes herrühren, denn bei der Untersuchung mit Gleichstrom und ballistischem Galvanometer zeigte es sich, daß bei Erregung eines Spulensystems die sekundär induzierte Spannung sich genau sinusförmig mit dem Drehwinkel änderte. Es blieb also die Möglichkeit, elektrostatischer Beeinflussung des drehbaren Teils. Deshalb wurde der ganze drehbare Teil im Innern statisch abgeschirmt. Um die bewegliche Spule wurde ein Zylinder aus steifem Karton herumgebaut, dessen Achse mit der Drehachse zusammenfiel. Seine Grundflächen wurden spiralig mit dünner Kupferfolie beklebt, der Mantel mit schmalen etwa 7 mm breiten Längsstreifen aus Kupferfolie, die sich gegenseitig überlappten, versehen. Die Streifen waren voneinander und von dem beweglichen System isoliert und wurden dann einpolig miteinander und mit der Achse verlötet, dadurch sollte Wirbelstrombildung möglichst vermieden und doch ein guter statischer Schutz erzielt werden. Als induzierte Spannung ergab sich abhängig vom Drehwinkel immer noch kein



genügend konstanter Wert. Die Versuche mußten schließlich abgebrochen werden. Wenn es sich ermöglichen läßt, sollen sie jedoch wieder aufgenommen werden mit dem Ziel, auf dem eben beschriebenen Weg, der durchaus gangbar erscheint, einen Kurvenaufnahmeapparat für beliebige Frequenz zu schaffen, der mit einem schnell registrierenden Strommesser, etwa einem Siemensschen Oszillographen, verbunden, mittels weniger Handgriffe die gewünschte Kurve liefert.

IV. Zusammenfassung. Schluß.

Die allgemeinen Betrachtungen über punktförmige Kurvenaufnahmen ergaben den Zusammenhang zwischen den in Frage kommenden Größen: Verhältnis der Stromschlußzeit τ zur Periode P; $\frac{\tau}{P} = \frac{1}{m}$, Größe des Kondensators und seiner Ableitung und der Fortschaltezeit auf den nächsten Kurvenpunkt, d. h. der Geschwindigkeit der Kurvenaufnahme. Versuche lieferten den experimentellen Nachweis, daß bis 8000 Hertz eine punktförmige Kurvenaufnahme ohne zu große Schwierigkeiten möglich ist.

Es ist noch zu erörtern, was eine punktförmige Aufnahme überhaupt zu leisten imstande ist, und wodurch sie sich von anderen Methoden der Kurvenaufnahme zum Vorteil oder zum Nachteil unterscheidet. Dabei ist zuerst zu erwähnen, daß bei jeder punktförmigen Methode die aufzunehmende Spannung solange konstant bleiben muß, bis eine Periode aufgezeichnet ist. Diese Zeit ergab sich unabhängig von der aufzunehmenden Frequenz. Nehmen wir an, daß eine Periode beliebig hoher Frequenz in $\frac{1}{a}$ sec aufgezeichnet werden kann. Läßt man auf einen ablaufenden Streifen schreiben, so darf sich also die Amplitude der Hochfrequenz mit solcher Geschwindigkeit ändern, daß man sie $\frac{1}{a}$ sec lang noch als konstant ansehen kann, bei periodischer Änderung muß also die Periode der Änderung genügend groß gegen $\frac{1}{a}$ sec sein, etwa entsprechend den obigen Ableitungen m-mal so groß. Man kann demnach durchaus modulierte Hochfrequenz aufnehmen, nur darf die Modulationsfrequenz nicht über $\frac{a}{m}$ Hertz betragen, womit man jedoch auf die Verwendung einer sehr langsamen Modulation, wie sie praktisch nicht vorkommt, beschränkt ist.

Liegt eine genügend konstante Kurve vor, so wird man bei Niederfrequenz heute kaum mehr punktförmige Aufnahmen vornehmen. Der Siemenssche Oszillograph beherrscht das Gebiet bis nahe an 1000 Hertz. Stehen nur sehr geringe Energiemengen zur Verfügung, so wird man ihm einen verzerrungsfreien Verstärker vorschalten können. Wenn man die damit verknüpften Schwierigkeiten vermeiden will, so kann man bis zu einigen 100 Hertz zur punktförmigen Aufnahme mit Joubertscher Scheibe zurückgreifen, was den Vorteil nahezu beliebiger Empfindlichkeit bei einfachen Mitteln bietet, wobei man jedoch in dem mechanisch herbeigeführten Momentkontakt eine unangenehme Störungsquelle hat. Die hier entwickelte Methode mittels Röhren vermeidet dies und dürfte zur Aufnahme kleiner Spannungen in den Gebieten, die der Oszillograph nicht mehr beherrscht, praktisch brauchbar sein. Bei Hochfrequenz werden die Schwierigkeiten größer. Man wird dann die Braunsche Röhre benutzen, die jedoch den Nachteil hat, daß sie einer hohen Gleichspannung bedarf und deshalb meist auch erhebliche Amplituden der aufzunehmenden Spannung benötigt. Will man zur Aufnahme kleiner Spannungen den verzerrungsfreien Verstärker nicht benutzen, so bleibt auch hier nur die Möglichkeit einer punktförmigen Aufnahme. Es verlohnt sich deshalb wohl, deren Bedingungen noch weiter zu erforschen.



Zur Theorie des elektrischen Durchschlags II.

Das Minimum der (mittleren) Durchbruchfeldstärke bei Isolierstoffen.

Von

P. Böning, Woosung, China.

In einer früheren Arbeit[1] wurde als Durchschlagsfunktion (Abhängigkeit der Durchschlagspannung U_D von der Dicke d des Isolierstoffs) der Ausdruck abgeleitet

$$U_D = a d - b d^2. \tag{1}$$

Zugleich wurde die Grenze der Gültigkeit dieser Funktion angegeben (kleinstes Spannungsgefälle $\alpha > 0$) und der weitere Verlauf angedeutet.

Zweck dieser Zeilen ist, den mathematischen Ausdruck für die Fortsetzung der Durchschlagsfunktion abzuleiten und einige Folgerungen anzuschließen. Es sei ausgegangen von der Erwägung, daß stets Feldlinien von Elektrode zu Elektrode verlaufen müssen, weil sonst die Ergänzungsionen nicht entfernt werden können;

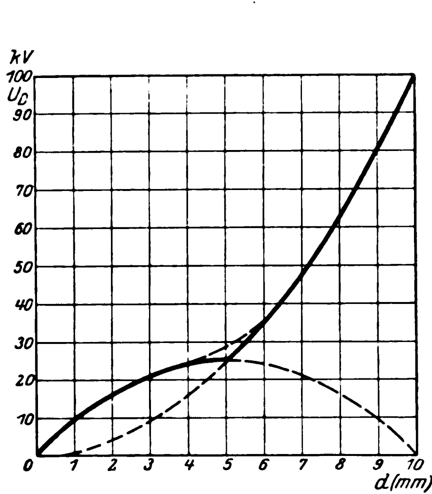


Bild 1. Fortsetzung der Durchschlagsfunktion.

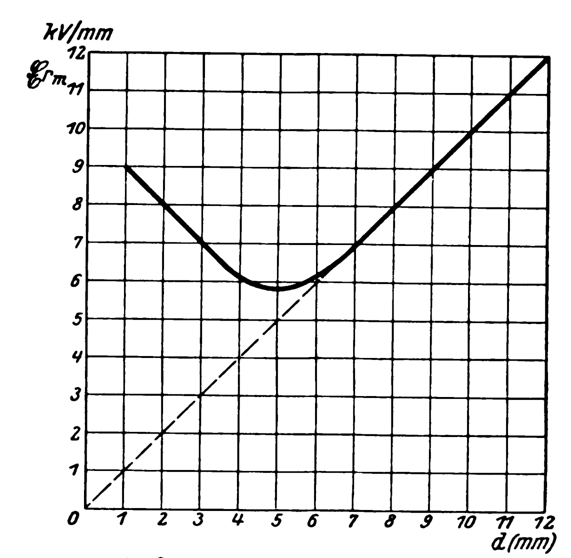


Bild 2. Das Minimum der mittleren Durchbruchfeldstärke.

mit anderen Worten: es muß stets ein kleinstes Spannungsgefälle $\alpha > 0$ vorhanden sein. Das Mindestspannungsgefälle α ist eine Frage dessen, wie groß einerseits die Bindungskräfte zwischen Ergänzungsionen und Grenzionen und andererseits die zu überwindenden Widerstände sind. Für einen bestimmten Isolierstoff kann α also als eine konstante Größe angenommen werden, $\alpha = k$.

Für das maximale Spannungsgefälle, welches gleich der Durchschlagsfestigkeit a gesetzt worden war, galt

$$\alpha + \beta d = a.$$

Wird nun hierin $\alpha = k$ eingeführt, so erhält man als Bedingungsgleichung für die Dicke d' des Isolierstoffs, bis zu welcher die obige Durchschlagsfunktion gilt:

$$d' = \frac{a - k}{2b} \quad \left(\frac{\beta}{2} = b, \text{ wie früher}\right).$$

[1] P. Böning, Zur Theorie des elektr. Durchschlags I. Die Durchschlagsfunktion, Arch. f. Elektrot. Bd. XX, S. 88, 1927.

Bedenkt man, daß k gegenüber a (Durchschlagsfestigkeit) wohl meistens klein sein wird, so kann mit großer Annäherung gesetzt werden:

$$d' = \frac{a}{2b},$$

d. h. die obige Durchschlagsfunktion gilt bis zum Maximalwert der Durchschlagspannung, für den früher $d = \frac{a}{2b}$ als Bedingung abgeleitet wurde[1].

Ferner ist

$$a = k + 2bd.$$

Führt man diesen Ausdruck in die Gleichung der Durchschlagsfunktion ein, so erhält man

$$U_D' = (k + 2bd) \cdot d - bd^2$$

und

$$U_D' = kd + bd^2. \tag{2}$$

Diese Funktion gilt also von dem Punkte an, wo die erste ihr Maximum erreicht (wenn wieder $k = 0$ gesetzt wird).

Man erhält demnach folgendes Bild für die Durchschlagsfunktion (Bild 1) mit den willkürlichen Werten:

$$a = 10 \text{ kV/mm}, \; b = 1 \text{ kV/mm}^2, \; d = 0 \text{ bis } 10 \text{ mm}.$$

In Bild 2 ist der Verlauf der mittleren Durchbruchfeldstärke $\mathfrak{E}m$ (d. h. das Verhältnis $\frac{U_D}{d}$) in Abhängigkeit von der Dicke der Isolierschicht aufgetragen.

Diskussion der Kurven.

1. Der Übergang von der einen (1) zur anderen (2) Durchschlagsfunktion erfolgt nicht unstetig; das würde allen physikalischen Erfahrungen widersprechen. Vielmehr wird sich die eine an die andere Kurve glatt anschließen (gestrichelte Linie).

Ebenso hat die Funktion $\mathfrak{E}m = f(d)$ keine Spitze, sondern durchläuft in stetiger Krümmung ein Minimum.

Da $k \cong 0$ anzunehmen, ist, so wird $U_D' = bd^2$ und

$$\mathfrak{E}m' = \frac{U_D'}{d} = bd,$$

d. h. die Kurve $\mathfrak{E}m' = f(d)$ verläuft nach dem Minimum als Gerade durch den Ursprung.

Auch die Funktion $U_D' = bd^2$ hat eine begrenzte Gültigkeit. Bei der Dicke

$$d = \frac{a}{b},$$

d. h. also bei der doppelten derjenigen Dicke, bei der ihre Gültigkeit anfängt, schneidet die Kurve die Gerade ad.

Da nun aber gemäß Voraussetzung a = Durchschlagsfestigkeit = maximal mögliches Spannungsgefälle ist, muß die Durchschlagspannung von diesem Punkt an der Geraden (ad) folgen.

$$U_D'' = ad. \tag{3}$$

Der Übergang von (2) auf (3) wird wiederum stetig erfolgen.

Der ganze Verlauf der Durchschlagspannung, abhängig von der Dicke, wird somit gekennzeichnet durch folgende Funktionen:

1. $U_D = ad - bd^2$ gültig bis $d = \frac{a}{2b}$,
2. $U_D' = bd$ gültig von $d = \frac{a}{2b}$ bis $\frac{a}{b}$,
3. $U_D'' = ad$ gültig von $d = \frac{a}{b}$ ab.

[1] Über die experimentelle Ermittlung von k vgl. eine spätere Arbeit.

2. Es fragt sich nun, ob ein solcher Verlauf der Durchschlagsfunktion den Beobachtungen entspricht. Es liegen leider nur wenige Versuchsergebnisse vor, was seinen natürlichen Grund hat. Ein Material, das eine stark gekrümmte Durchschlagsfunktion aufweist, dessen Durchschlagsfestigkeit — um hier ausnahmsweise dem Sprachgebrauch zu folgen — scheinbar stark mit der Dicke abnimmt, wird nicht oder nur in dünnen Schichten als Isolierstoff verwendet werden können. Infolgedessen wird auch die Messung der Durchschlagsfunktion nicht über den Bereich kleiner Dicken ausgedehnt werden. Bei sehr guten Isolierstoffen dagegen liegt das Maximum der Durchschlagspannung so hoch, daß zu seiner Erreichung die bisher normalen Mittel der Laboratorien nicht hingereicht hätten. Greift man z. B. eine Glimmersorte heraus, die der Durchschlagsfunktion $U_D = 50\ d - 1{,}0\ d^2$ folgt, so würde die Maximal-Durchschlagspannung auftreten bei $d = \frac{a}{2b} = \frac{50}{2 \cdot 1{,}0} = 25$ mm und den Wert

$$U_D = 625 \text{ kV}$$

haben.

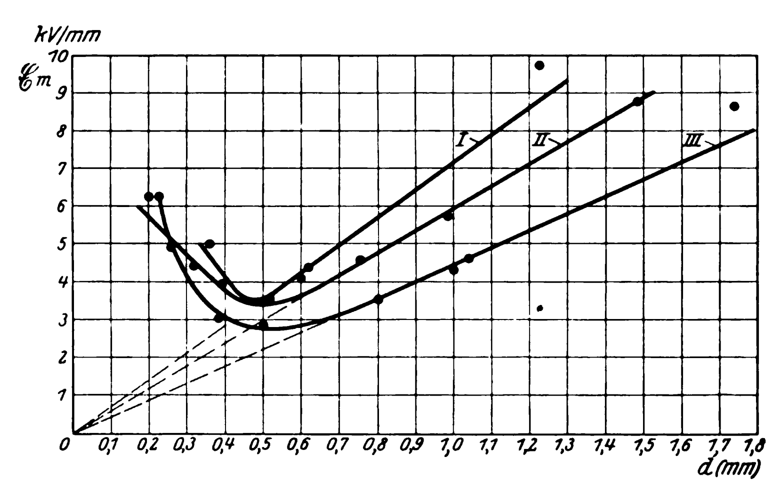


Bild 3. Das Minimum der mittleren Durchbruchfeldstärke bei Idonit.

Über diese Werte hinaus würde sich dann erst die Durchschlagsfunktion (2) und darüber (3) ergeben.

Als Beispiel seien die Messungsergebnisse von Gabler[1] angeführt, die an Idonit gewonnen wurden. In Bild 3 entsprechen die Kurven I bis III verschiedenen Sorten von Idonit. Die eingetragenen Punkte sind die Meßwerte (dem Bild in der zit. Quelle entnommen); die ausgezogenen Kurven sind auf Grund der Theorie durch sie hindurchgelegt, also etwas anders, als im Originalbild. Am besten fügt sich die Kurve II der Theorie: die Meßpunkte nach dem Minimum liegen auf einer Geraden durch den Ursprung. Die Kurve III weicht besonders im Anfang vom erwarteten Verlauf ab; es ist wohl zu vermuten, daß hier die Ungleichmäßigkeit des Materials die Ursache ist, zumal die Schichtdicke nur 0,2 mm beträgt.

Außerdem ist zu bedenken, daß sich bei kleinen Dicken sicher der Einfluß der Luftschicht (oder Ölschicht, wenn die Durchschläge unter Öl stattfinden) bemerkbar machen wird, evtl. auch eine Oxydhaut auf den Elektroden, die sich infolge der Ausscheidungsprodukte bildet. Der Einfluß ist in jedem Fall der, daß die gemessenen Werte zu hoch liegen, was evtl. durch ein additives Glied in der Durchschlagsfunktion berücksichtigt werden kann.

[1] H. Gabler, Arch. f. Elektrot., Bd. XIV, 1925, S. 406 (zitiert nach Günther-Schulze, Helios, Fachz., 1925, S. 400, Bild 11).

Ein weiteres, sehr interessantes Beispiel für den gesamten Verlauf der Durchschlagspannung, abhängig von der Dicke, bieten die von Schwaiger[1] mitgeteilten Meßergebnisse an Preßspan (Bild 4). Zwar ist die den Ableitungen zugrunde gelegte Bedingung der planparallelen Elektroden nicht erfüllt — es wurde eine Kugelelektrode von 150 mm Durchmesser gegen eine Platte verwendet —, aber der Verlauf der Kurven ist, wie auch der Verfasser angibt, der gleiche, wenn Kugeln mit anderem Durchmesser, d. h. also auch mit ∞ großem Durchmesser verwendet werden. Zweifellos ist auch die eintretende Erwärmung, die der Verfasser als Ursache für den eigenartigen Verlauf der Kurven angibt, nicht ohne Einfluß, aber dieser genügt doch wohl kaum zur vollständigen Erklärung. Denn gerade bei dünnen Platten ist die Abführung der Wärme durch die Elektroden größer als bei dicken, da bei diesen ein größeres Temperaturgefälle, also eine höhere Temperatur im Innern des Isolierstoffs notwendig ist.

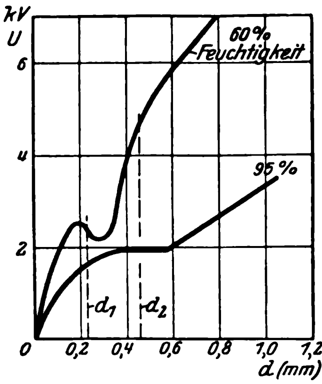


Bild 4. Preßspan.

Berücksichtigt man auch noch den Einfluß der Übergangsschicht zwischen Elektroden und Isolierstoff, so erkennt man, daß die obere Kurve dem theoretisch geforderten Verlauf entspricht. Insbesondere ist die Bedingung, daß d_2 [entsprechend der oberen Gültigkeitsgrenze der Funktion (2)] gleich dem doppelten von d_1 [entsprechend der oberen Gültigkeitsgrenze von (1)] sein soll, mit guter Annäherung erfüllt.

Die untere Kurve muß wegen der großen Luftfeuchtigkeit (95 %), bei der der hygroskopische Isolierstoff fast naß ist, aus der Betrachtung ausscheiden.

Zusammenfassung.

Die Ableitung der Durchschlagsfunktion für planparallele Elektroden wird weiter ausgedehnt. Es ergeben sich drei Bereiche mit bestimmten Gültigkeitsgrenzen.

Es wird gezeigt, daß die abgeleiteten Durchschlagsfunktionen geeignet sind, die an verschiedenen Isolierstoffen gewonnenen Messungsergebnisse theoretisch zu beschreiben.

[1] A. Schwaiger, Lehrbuch der elekt. Festigkeit der Isoliermaterialien, 1919, S. 124, Bild 84.

Ein experimenteller Beitrag zum Spulenproblem.

Von

Dipl.-Ing. **Rudolf Rücklin**, Stuttgart.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Das Problem der Strom- und Spannungsverteilung einlagiger Zylinderspulen bei Hochfrequenz läßt sich nur unter vereinfachenden Annahmen lösen. Die Lösungen zeigen für sehr hohe Frequenzen beträchtliche Unterschiede. Während die Theorien von Lenz (L. 1)[1], Rogowski (L. 2, 3) und Steidinger (L. 4) sinusförmige Strom- und Spannungsverteilung für alle Frequenzen ergeben, führen die von Rüdenberg (L. 5, 6), Böhm (L. 7) und Wagner (L. 8) auf eine „kritische Frequenz", d. h. eine Frequenz, bei deren Überschreitung die überwiegend sinusförmige Verteilung in eine überwiegend hyperbolische übergeht. Welche Theorie die Vorgänge am besten beschreibt, kann nur der Versuch entscheiden.

Experimentelle Arbeiten liegen von Gothe (L. 9), Ridder (L. 10) und Böhm (L. 11) vor. Gothe und Ridder nahmen Spannungs- und Strombilder an Spulen bei Frequenzen unterhalb der kritischen auf, Gothe weist auch jenseits der nach Wagner berechneten kritischen Frequenz Resonanz nach und schließt hieraus, daß keine kritische Frequenz besteht. Dagegen beobachtet sie Böhm bei Transformatoren. Steidinger (L. 4, S. 271) nimmt an, daß die kritische Frequenz hier eine Folge der besonderen Anordnung (Scheibenwicklung mit Eisenkern) ist, für einlagige Spulen ohne Eisen glaubt er sie auf Grund seiner Theorie verwerfen zu müssen.

Es wurde daher versucht, die Strom- und Spannungsverteilung in dem fraglichen Gebiet unmittelbar aufzunehmen. Zu dieser Untersuchung wurde ich durch Herrn Prof. Dr.-Ing. e.-h. F. Emde angeregt, der mich auch während der Arbeit durch mancherlei Ratschläge unterstützt hat. Zu besonderem Dank bin ich Herrn Prof. Emde auch dafür verpflichtet, daß er mir die Einrichtungen des elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule Stuttgart zur Verfügung gestellt hat. Durch seine Vermittlung konnten die meisten Apparate aus Mitteln der Gesellschaft der Freunde der Technischen Hochschule Stuttgart, z. H. des Herrn Dr.-Ing. e.-h. R. Bosch beschafft werden.

[1] Die Ziffern beziehen sich auf das Literaturverzeichnis am Ende der Abhandlung.

I. Abschnitt.

Die Versuche.

1. Die Meßanordnung.

Die Messung bei hohen Frequenzen wird durch den „kapazitiven Kurzschluß" der Versuchseinrichtung, d. h. durch die mit der Frequenz wachsenden Verschiebungsströme erschwert. Vor allem begünstigen Klemmen und Buchsen durch ihre Kapazität die Verschiebungsströme, mit Spulen zusammen bilden sie leicht Schwingungskreise. Sie werden daher nach Möglichkeit vermieden und, wo unbedingt erforderlich, so klein wie möglich gehalten. Die Ausbildung der Meßkreise ist das Ergebnis längerer Versuche. Es dürfte daher von Interesse sein, wenn sie eingehend besprochen werden.

Die Hochfrequenzschwingungen wurden durch einen Kurzwellengenerator der Firma Huth, Leistung etwa 20 Watt (Kreisfrequenz $\omega = 0{,}5$ bis $13 \cdot 10^7\,\text{sec}^{-1}$ erzeugt [1]. Die Schaltung des Generators und seine Verbindung mit der Spule zeigt Bild 1.

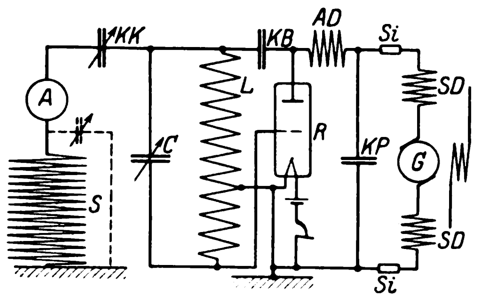


Bild 1. Schaltung von Versuchsspule und Röhrengenerator.

G = Gleichstromhochspannungsgenerator
SD = Schutzdrossel
Si = Sicherung
AD = Anodendrossel
R = Röhre
KP = Parallelkondensator
L, C = Schwingungskreis
KB = Blockkondensator
KK = Kopplungskondensator
S = Versuchsspule.

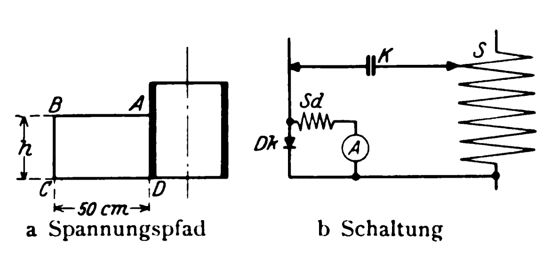


Bild 2. Spannungsmeßkreis.

S = Versuchsspule
K = Kondensator
Sd = Kapazitätsarme Drosselspule
Dk = Detektor.

Der Anfang der Spule lag an sinusförmiger Wechselspannung, das Ende lag an Spannung Null (Randbedingungen nach Wagner [L. 8, S. 305]). Diese „Erdung" gelang fast nie vollkommen. Das Spulenende wurde mit einer geerdeten Schwarzblechplatte verbunden, die zugleich als Schirm gegen störende Einflüsse des Generators und als Basis für die Spannungsmessung diente. In die Erdleitung wurde gelegentlich ein Kondensator eingeschaltet, um ihren induktiven Spannungsabfall zu kompensieren.

Die Spannung mußte wegen der Wirbel des elektrischen Feldes entlang einem wohldefinierten Pfad gemessen werden. Als solcher diente die Berandung eines Rechtecks $ABCD$ (Bild 2a). CD wurde 50 cm lang gemacht, die Punkte A und B wurden durch Stecker verändert. In den Zweig AB wurde ein kleiner Kondensator von etwa $3 \cdot 10^{-13}\,F$ eingebaut, der aus zwei umeinander gedrehten baumwollisolierten Drähten von 0,4 mm Durchmesser bestand. Bei C befand sich der Detektorkreis, bestehend aus Detektor, kapazitätsarmer Drosselspule und kleinem Zeigergalvanometer. Das

[1] Herr Prof. J. Herrmann hat mir eine von der Notgemeinschaft der deutschen Wissenschaften gestiftete Akkumulatorenbatterie zur Verfügung gestellt, die als Heizbatterie verwendet wurde.

Stück *CD* bildete die Schwarzblechplatte. Bild 2b zeigt die Schaltung. Das Instrument wurde durch Fernrohr aus etwa 2 m Entfernung abgelesen, um eine Beeinflussung des elektrischen Feldes durch den Körper des Beobachters auszuschließen.

Für die Strommessung wurde im Prinzip die Anordnung von Gothe (L. 9, III. Abschnitt) benutzt: Die Stromstärke kann nicht unmittelbar gemessen werden, an ihrer Stelle wird der ihr proportionale magnetische Fluß bzw. dessen Änderungsgeschwindigkeit durch eine Prüfspule gemessen. Die Prüfspule bildet mit einem Detektor und einem Kondensator einen geschlossenen Stromkreis. Dieser „Detektorkreis" läßt sich der Spule entlang verschieben; von den Klemmen des Kondensators führt eine verdrillte Leitung zu einem Spiegelgalvanometer.

Diese Schaltung ist für die verwendeten hohen Frequenzen nicht brauchbar. Von der Versuchsspule fließt ein Verschiebungsstrom zur Prüfspule, der sich als Leitungsstrom über den Detektorkreis fortsetzt und über die Kapazität der Galvanometerleitung und des Galvanometers zur Erde fließt. Ein Teil dieses Leitungsstroms fließt über den Detektor und fälscht so die Messung. Um den Verschiebungsstrom möglichst

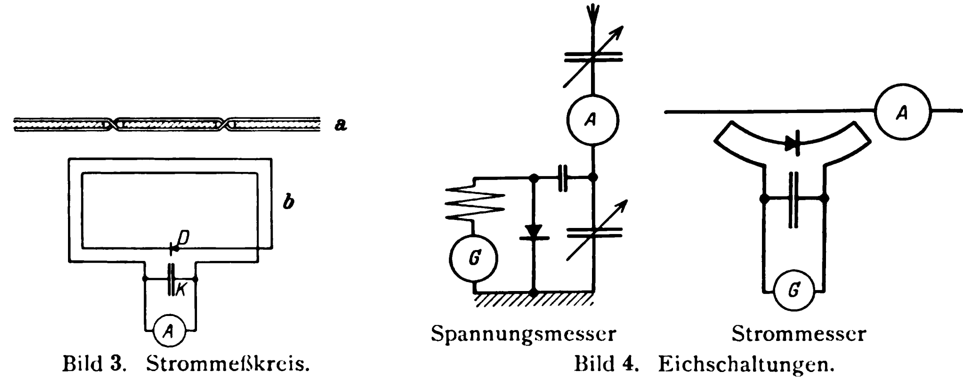


Bild 3. Strommeßkreis.
a = Drahtführung. *b* = Schaltung.

Bild 4. Eichschaltungen.

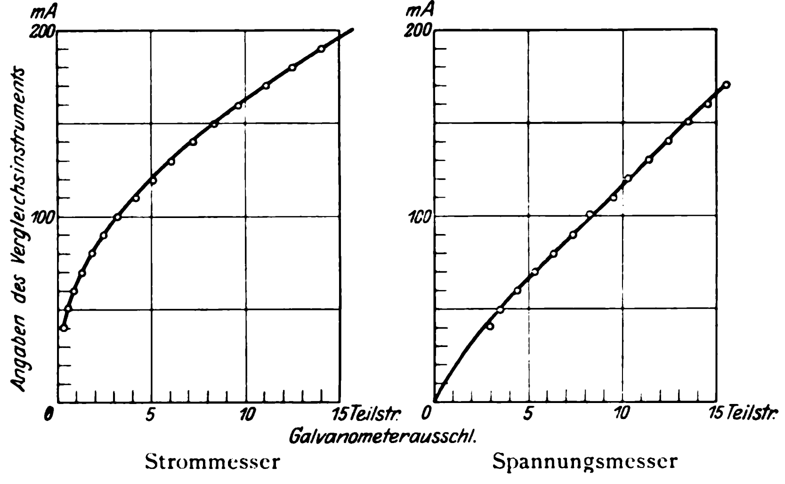
klein zu halten, wurde an Stelle des Spiegelgalvanometers ein kleines Zeigergalvanometer [1] verwendet und dieses mit dem Detektorkreis zusammen auf den Schlitten eines Kathetometers montiert, so daß der Strommeßkreis als Ganzes der Versuchsspule entlang verschoben werden konnte. Der Strommeßkreis wurde nun noch nach dem Vorbild von Giebe und Alberti (L. 12) durch Unterteilen der Prüfspule symmetrisch ausgebildet; hierdurch wurde erreicht, daß der immer noch vorhandene schwache Verschiebungsstrom keinen Strom durch den Detektor verursachte. So entstand die in Bild 3b dargestellte Schaltung.

Damit die Wicklungszweige gleiche Lage zur Versuchsspule hatten und doch keine zu große Kapazität gegeneinander besaßen, wurden sie, wie in Bild 3a, durch ein Preßspanstück genäht. Die Maße der Preßspanstücke werden mit denen der Versuchsspulen zusammen angegeben. Die Drahtstärke betrug bei sämtlichen Prüfspulen 0,3 mm; 2 bzw. 4 mm vom Rand des Preßspanstücks entfernt befand sich je ein Windungspaar, je eine äußere und eine innere Windung wurden zu einem Wicklungszweig vereinigt. Das einwandfreie Arbeiten dieses Kreises wurde durch folgenden Versuch nachgewiesen: Der Prüfspule wurde auf etwa 1 cm Abstand eine Metallplatte gegenübergestellt, die durch den Röhrengenerator unter hochfrequenter Wechselspannung gegen „Erde" gehalten wurde. Ein meßbarer Ausschlag des Galvanometers konnte bei keiner Frequenz festgestellt werden.

[1] Als geeignet wegen seines geringen Gewichts und seines geringen Raumbedarfs erwies sich für beide Meßkreise das kleine spitzengelagerte Zeigergalvanometer für Nullmessungen von Siemens & Halske mit Drehspul-Meßwerk. Instr.-Widerstand 10 Ω, Stromempfindlichkeit $50 \cdot 10^{-6}$ Amp., Gewicht 200 g.



Der Zusammenhang der Galvanometerausschläge mit Strom und Spannung wurde durch folgende Schaltung ermittelt: Der Spannungsmesser wurde in kapazitiver Spannungsteilerschaltung an die Spule des Generators gelegt und der über die Kondensatoren fließende Strom mit dem Galvanometerausschlag verglichen. Der Strom-



Strommesser Spannungsmesser

Bild 5. Eichkurven der Detektorkreise.

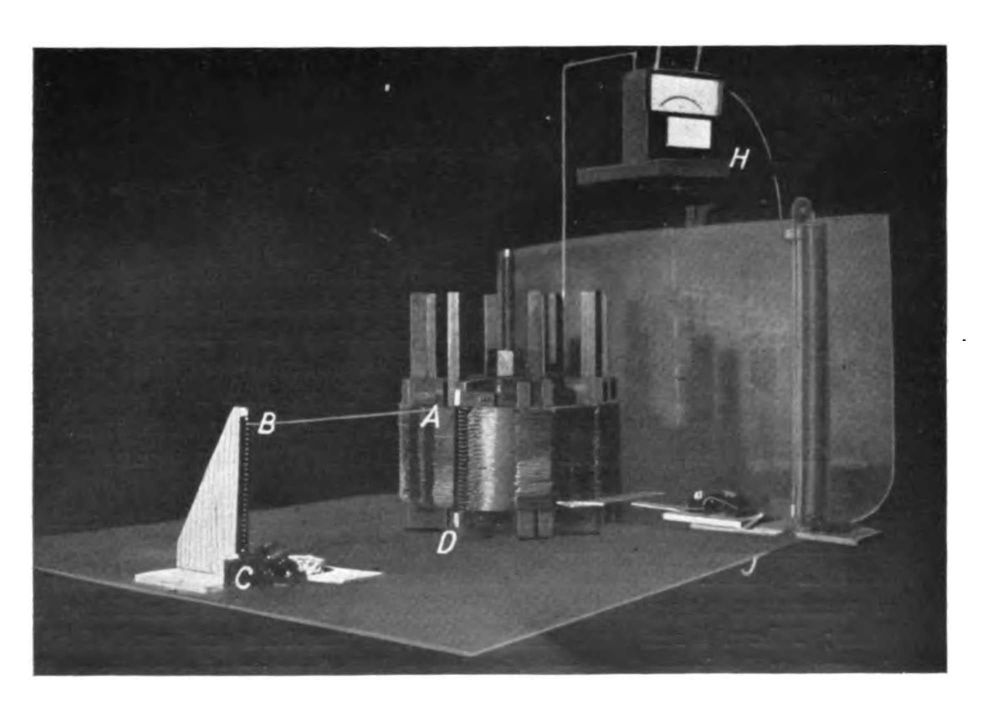


Bild 6. Meßanordnung mit Spule 1.

messer wurde durch Vorbeiführen eines Stromes von veränderlicher Stärke in etwa 1 cm Abstand von der Meßspule geeicht (Bild 4). Die Stromstärke im Vergleichsamperemeter wurde durch Regulieren von Anodenspannung und Heizung eingestellt. Bild 5 zeigt die Galvanometerausschläge in Funktion des Vergleichsstroms. Diese Eichung hat natürlich nur qualitativen Wert, da die Detektoren ihre Empfindlichkeit bei jeder Neueinstellung ändern, sie zeigt aber, daß die Charakteristik des Strom-



messers quadratisch, die des Spannungsmessers fast linear ist, bei beiden Charakteristiken können wir leicht von den Ausschlägen auf die Verteilungen schließen. In Bild 6 sehen wir die gesamte Meßanordnung. Der Generator befindet sich hinter dem senkrecht stehenden Teil der rechtwinklig gebogenen Schwarzblechtafel, von ihm führt eine Leitung über ein Hitzdrahtmilliamperemeter *H* (Fabrikat Hartmann & Braun) zur Spule *S*. Man erkennt links den Spannungspfad *ABCD* mit dem Detektorkreis bei *C*, rechts den auf dem Kathetometerschlitten befestigten Strommeßkreis *J*.

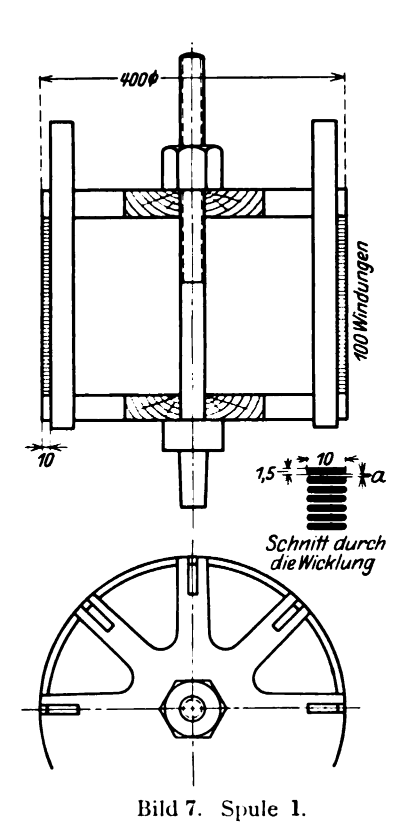


Bild 7. Spule 1.

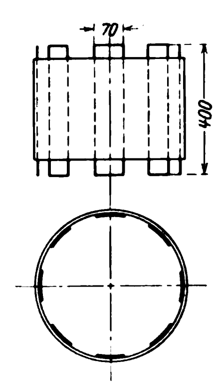


Bild 8. Vergrößerung der Erdkapazität der Spule 1.

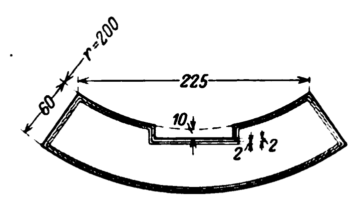


Bild 9. Prüfspule zu Spule 1.

2. Die Versuchsspulen.

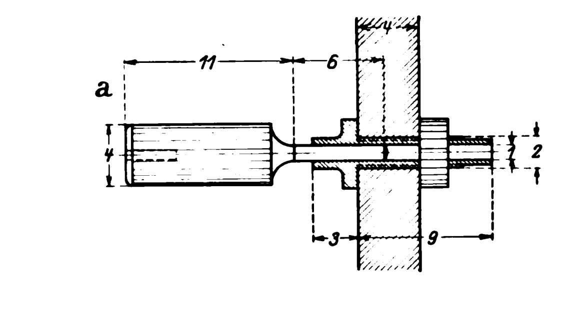
Da die Lage der kritischen Frequenz in erster Linie von dem Verhältnis Windungskapazität : Erdkapazität abhängt (Definition III. Abschnitt, 2., S. 521), so wurde als erste Versuchsspule eine Spule von veränderlicher Windungskapazität benützt. Aufbau und Abmessungen[1] gehen aus den Bildern 6 und 7 hervor[2]. Der Windungsabstand läßt sich durch Preßspanzwischenlagen einstellen, die Windungen werden durch Holzspindel und Mutter zwischen zwei Holzscheiben gepreßt. Der Spielraum des Kapazitätsverhältnisses wurde dadurch noch erweitert, daß durch Einführen papierisolierter Messingbleche die Erdkapazität vergrößert wurde (Bild 8). Der Abstand der Bleche von den Windungen betrug im Mittel etwa 1,5 mm. Die Maße der Prüfspule zeigt Bild 9. Bei kleinem Abstand der Windungen wurde die Spannung an einer mit den Windungen in Verbindung stehenden Buchsenreihe

[1] Die Abmessungen in sämtlichen Zeichnungen sind in Millimetern angegeben, wenn der Maßzahl keine Maßbezeichnung beigesetzt ist.

[2] Die Siemens-Schuckert-Werke Nürnberg (Herr Direktor Dr.-Ing. Kurda) hatten die Freundlichkeit, uns diese Spule, sowie die Spule 3 zur Verfügung zu stellen.

abgegriffen (Bild 10 a), bei größerem Abstand wurde ein U-förmiges Preßspanstück, durch das der Meßdraht geschlungen war, zwischen die Windungen eingeführt (Bild 10 b).

Während diese Spule 1 bei kleinstem Windungsabstand stark überwiegende Windungskapazität besitzt, überwiegt bei Spule 2 die Erdkapazität. Auf einen Zylinder aus Hartlackpappe: 50 cm Länge, 30 cm Durchmesser, wurden parallel zur Zylinderachse Streifen von etwa 3 cm Breite aus Kupferfolie unter sich isoliert aufgeklebt, darüber kamen zwei Lagen Lackpapier, je 0,1 mm stark, hierauf wurde der Zylinder mit 34 Windungen blankem Kupferdraht von 0,3 mm Durchmesser und 9,7 mm Ganghöhe bewickelt. Bild 11 zeigt die Spule mit Buchsenreihe und zugehöriger Prüfspule.



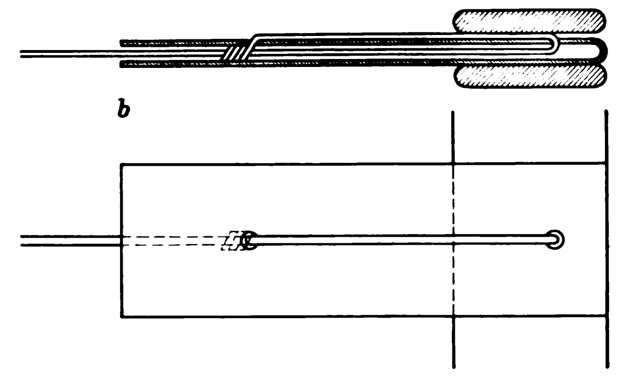


Bild 10. Steckvorrichtungen.
a = für kleinen Windungsabstand
b = für großen Windungsabstand.

Spule 3 ist eine der gebräuchlichen Überspannungsdrosseln der Siemens-Schuckert-Werke. Sie ist eine Flachspule, bestehend aus 144 nach Art einer Uhrfeder aufgewickelten Windungen aus Kupferband von $20 \times 0,27$ qmm; Isolierung: Papier, 2 Lagen ($26 \times 0,16$) qmm zwischen zwei Windungen. Durchmesser der größten Windung 300 mm, Durchmesser der kleinsten Windung 100 mm (Bild 12). Die Spannung wurde wieder an Buchsen abgegriffen. Die Buchsen wurden mit den Windungen durch Nähnadeln verbunden, die in die Isolierung eingetrieben wurden. Die Lage der Anschlüsse wurde in der Wheatstoneschen Brücke nach Art der Fehlerortsbestimmung an Kabeln ermittelt. Die vom Spannungspfad berandete Ebene wurde senkrecht zur Spulenfläche angeordnet. Die Strommeßspule wurde gewölbt, der Radius des so entstandenen Zylindermantelausschnitts war etwa gleich dem mittleren Windungsradius.

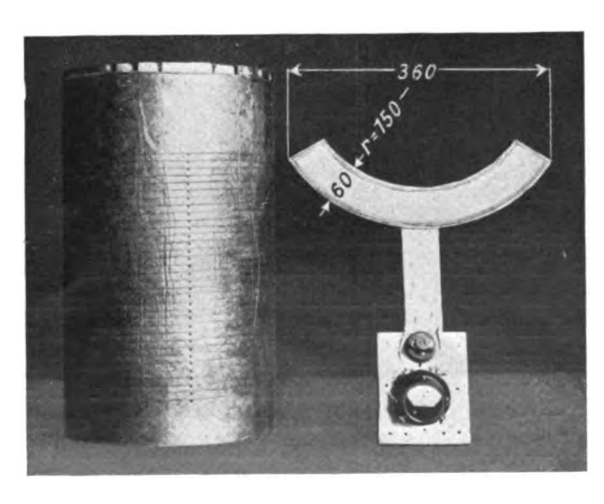


Bild 11. Spule 2.

Spule 4 war der von Gothe untersuchten (L. 9, Bild 6, Seite 6) nachgebaut (Bild 13). Sie hatte 590 Windungen aus Kupferdraht von 0,3 mm Durchmesser. Windungslänge 69 cm, Windungsabstand 0,8 mm. Spulenkörper: Schellackierter Glaszylinder von etwa 19 cm Durchmesser mit 8 aufgeklebten Hartgummileisten

von 12 mm Höhe. Es wurde nur die Spannungsverteilung durch Vorbeiführen der aus Bild **13** ersichtlichen Sonde aufgenommen (vgl. Ridder L. **10**, S. **346**). Die Dimensionen des Spannungspfades waren dieselben wie bei Spule 1 und 2. Die Seite *AB* bestand aus der Sonde, bei *B* befand sich ein Gleitkontakt.

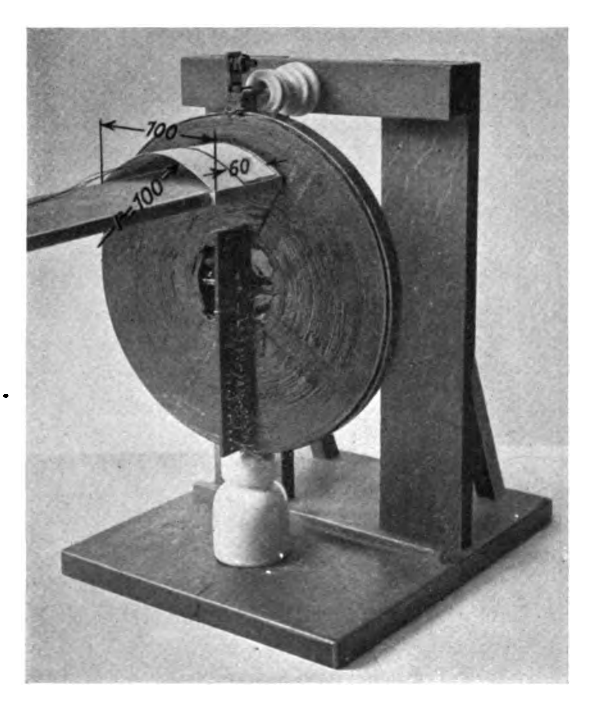


Bild 12. Spule 3.

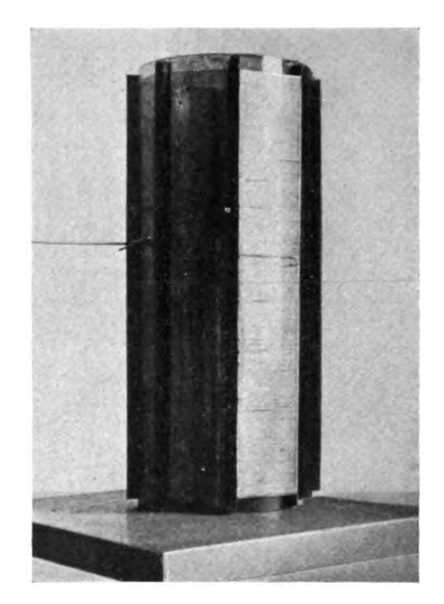


Bild 13. Spule 4.

3. Gang der Messung.

a) Strom- und Spannungsverteilung.

Der Gang der Messung war folgender: Die Frequenz wurde mittels der Spule *L* und des Kondensators *C* eingestellt (Bild 1), hierauf durch den Kopplungskondensator *KK* eine geeignete Spannung an das freie Spulenende gelegt. Sie betrug im Maximum (bei den niedersten Frequenzen) ungefähr **200** Volt, bei den höchsten Frequenzen genügten Spannungen von einigen Volt. Ein Kondensator parallel zur Spule wurde gelegentlich angewandt, um bei geringer Stromstärke in der Spule doch einen ausreichenden Ausschlag im Amperemeter zu bekommen. Dieser wurde während jeder Versuchsreihe durch Regulieren der Anodenspannung konstant gehalten.

Um allen Abweichungen der Verteilung vom theoretischen Verlauf gerecht werden zu können, wurden unmittelbar die Galvanometerausschläge α als Funktion der Drahtlänge x vom geerdeten Ende bis zum Meßpunkt aufgetragen. Bild **14** soll den Rückschluß von der Ausschlagskurve auf die Verteilung erleichtern. Wir finden hier in der ersten Spalte die Verteilungskurven, in der zweiten und dritten Spalte die zugehörigen Galvanometerausschläge bei geradliniger und quadratischer Meßkreischarakteristik (vgl. Bild 5).

Die tatsächlich aufgenommenen Verteilungen weichen nun zum Teil recht erheblich von diesen typischen Bildern ab. Vor allem geht das Galvanometer nie ganz

auf Null zurück. Die Ursache können nur längs der Wicklung fortschreitende Wellen sein. Kleine Abweichungen können auch durch phasenverschobene Fehlerströme erklärt werden.

In den Bildern 18 bis 23 (S. 516 bis 518) sind die Strom- und Spannungskurven zusammengestellt.

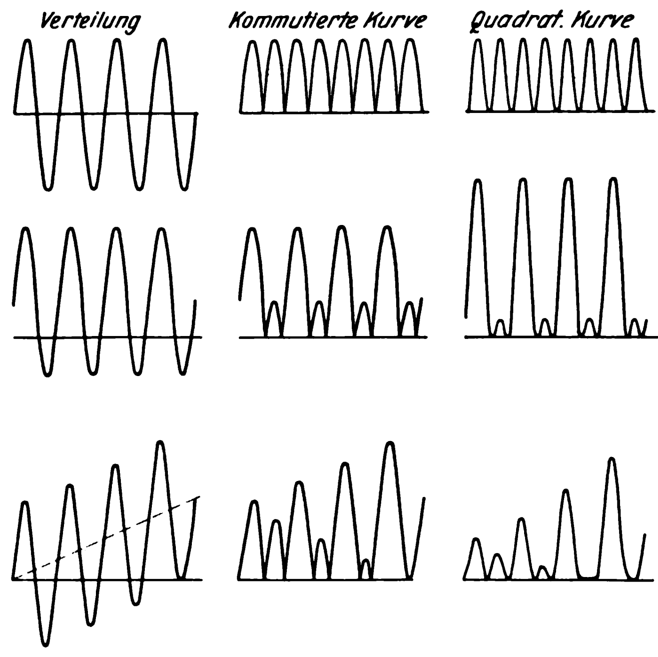


Bild 14. Verteilungskurven und Galvanometerausschläge.

b) Resonanzstellen.

Die Resonanzstellen äußerten sich durch eine plötzliche Vergrößerung des Stroms, außerdem trat bei enger Kopplung der Spule mit dem Generator meist Ziehen ein.

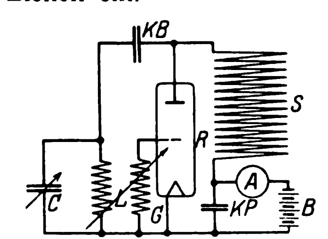


Bild 15. Schaltung zur Aufnahme der Resonanzstellen.
S = Versuchsspule
B = Batterie
KP = Parallelkondensator
R = Röhre
KB = Blockkondensator
L, C = Schwingungskreis
G = Gitterspule.

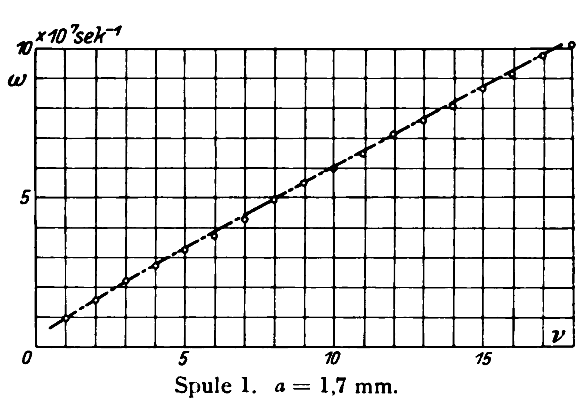
Das Ziehen bildet übrigens ein bequemes Mittel zur Aufnahme der Resonanzstellen. Die zu untersuchende Spule wird als Anodendrossel eines kleinen Röhrengenerators (etwa 1 Watt, veränderliche Rückkopplung, Bild 15) geschaltet. Ändern wir die Frequenz stetig, so tritt beim Überstreichen der ersten Resonanzstellen Ziehen, der weiteren Resonanzstellen Zurückgehen der Schwingungen ein, was durch das Anodenstromamperemeter sichtbar gemacht wird. Die Methode eignet sich vor allem für die höheren Resonanzstellen, bei den ersten ist der Ziehbereich etwas breit, hier eignen sich andere Methoden besser.

Aufgenommen und als Funktion der Ordnungszahl aufgetragen wurden die Resonanzfrequenzen der Spule 1 bei a = 1,7 mm und die der Spule 3 (Bild 16). Bei Spule 3 ist bemerkenswert, daß sich sowohl durch die Punkte mit gerader als auch durch die

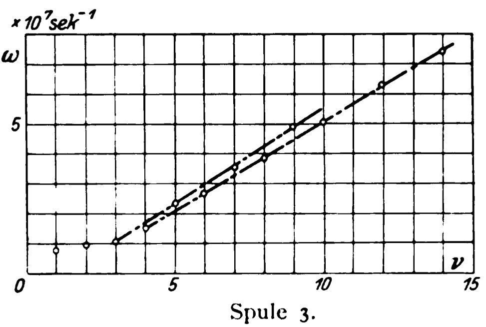
mit ungerader Ordnungszahl je eine Gerade legen läßt, daß diese Geraden aber nicht zusammenfallen.

c) Induktivitäten und Kapazitäten der Spulen.

Die hierunter aufgeführten Messungen wurden vorgenommen, um einen Vergleich der Versuchsergebnisse mit der Theorie zu ermöglichen. Die Meßergebnisse sind in den vier ersten Zeilen der Tabelle auf S. 527 und im Bild 17 enthalten. (Die in der Tabelle mit * bezeichneten Werte wurden berechnet.)



Spule 1. $a = 1{,}7$ mm.



Spule 3.

Bild 16. Resonanzfrequenzen als Funktion ihrer Ordnungszahlen.

Die Selbstinduktivität konnte bei Spule 1 und 3 durch Strom-, Spannungs- und Leistungsmessung bei 50 Per. Wechselstrom ermittelt werden; bei den Spulen 2 und 4 wurde Brückenmessung mit 500 Per. Wechselstrom angewandt. Um die Gegeninduktivität zweier Windungen der Spule 1 als Funktion des Windungsabstandes (X = Abstand der Mitten der Windungsquerschnitte) zu messen, wurden zwei einzelne Windungen von gleichem Kupferquerschnitt und gleichem Durchmesser wie die Windungen der Spule 1 in den gegebenen Abstand voneinander gebracht, hintereinandergeschaltet und die Induktivität in der Meßbrücke ermittelt, hierauf die eine Windung kommutiert und wieder gemessen. Ist L_1 die größere, L_2 die kleinere der ermittelten Induktivitäten, so gilt

$$M = \frac{L_1 - L_2}{4}.$$

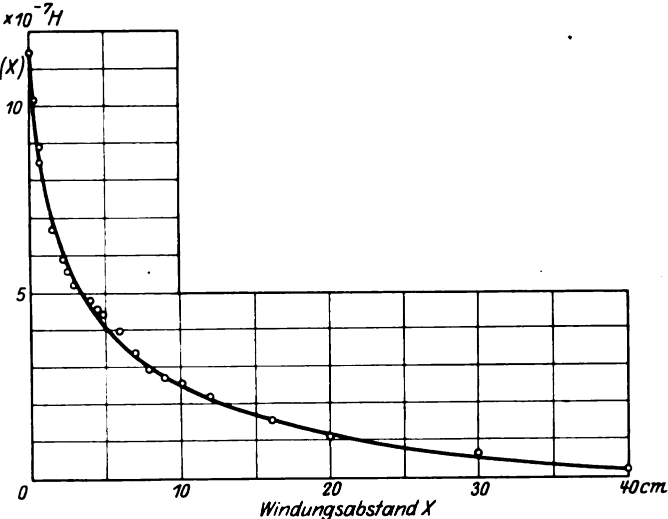
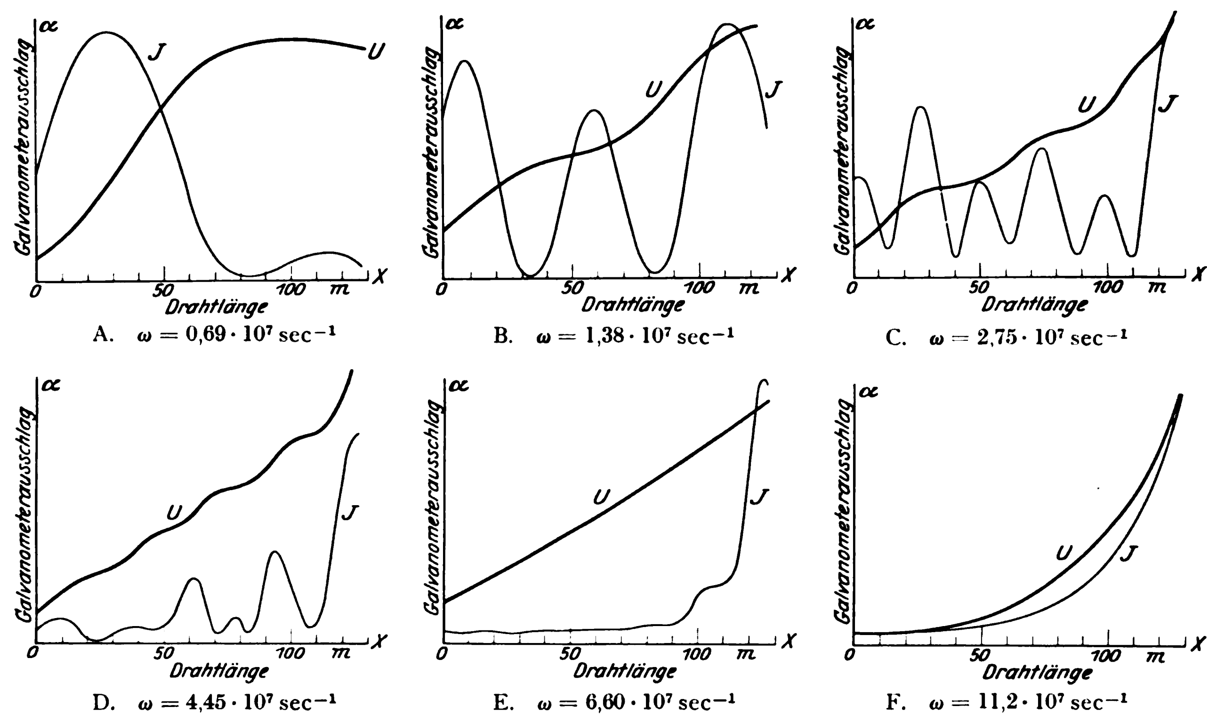


Bild 17. Gegeninduktivität zweier Windungen der Spule 1.

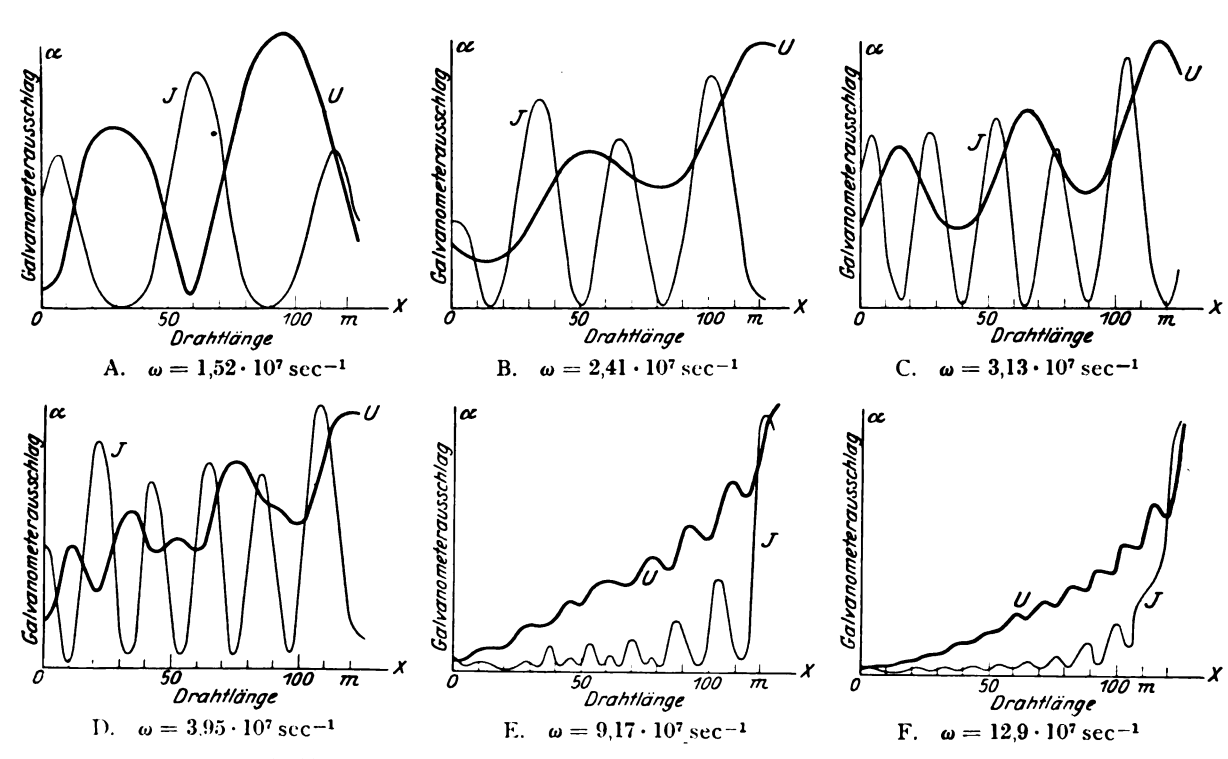
Eine Messung bei einer Frequenz von der Größenordnung der beim Versuch angewandten Frequenzen mit Hilfe der Resonanzmethode (z. B. L. 13, Abschnitt 37c) wär wegen der Kapazität zwischen den Windungen nicht möglich. Aus dem Bild 17 wurde die Gegeninduktivität unmittelbar benachbarter Windungen für die untersuchten Windungsabstände entnommen und in die Tabelle eingetragen.



A. $\omega = 0{,}69 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ B. $\omega = 1{,}38 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ C. $\omega = 2{,}75 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

D. $\omega = 4{,}45 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ E. $\omega = 6{,}60 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ F. $\omega = 11{,}2 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

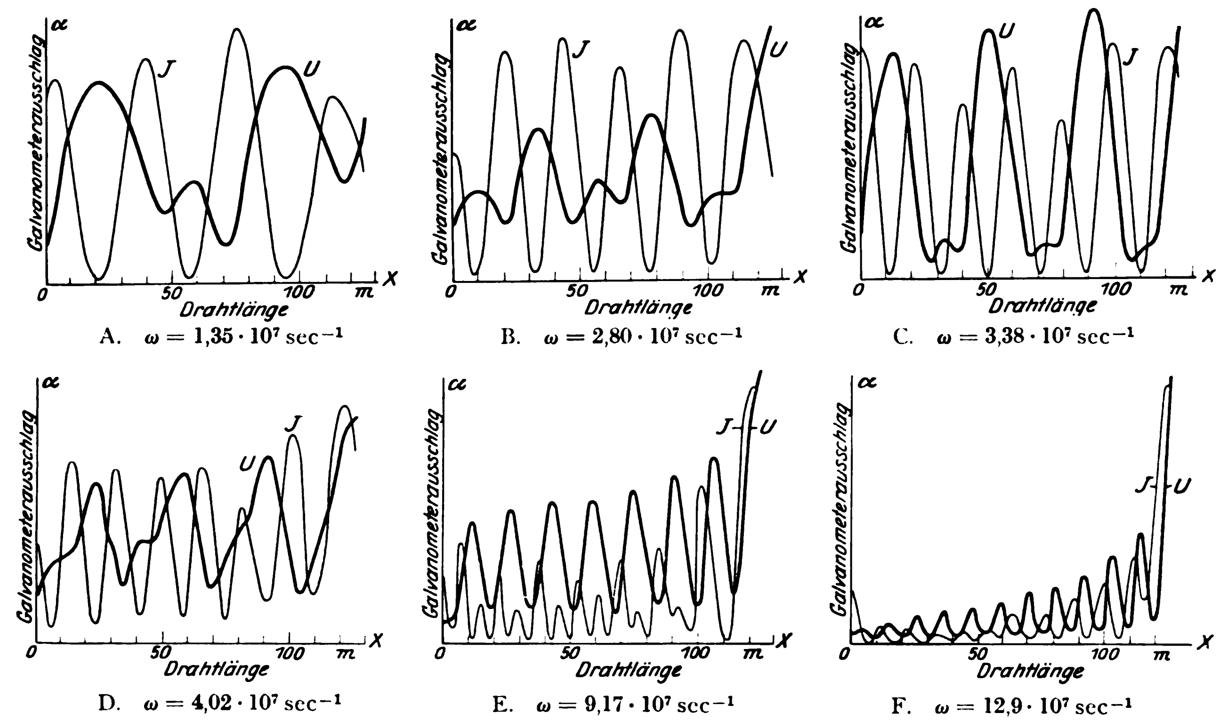
Bild 18. Strom- und Spannungsverteilung bei Spule 1 (Flachkupfer). Windungsabstand $a = 0{,}3$ mm.



A. $\omega = 1{,}52 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ B. $\omega = 2{,}41 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ C. $\omega = 3{,}13 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

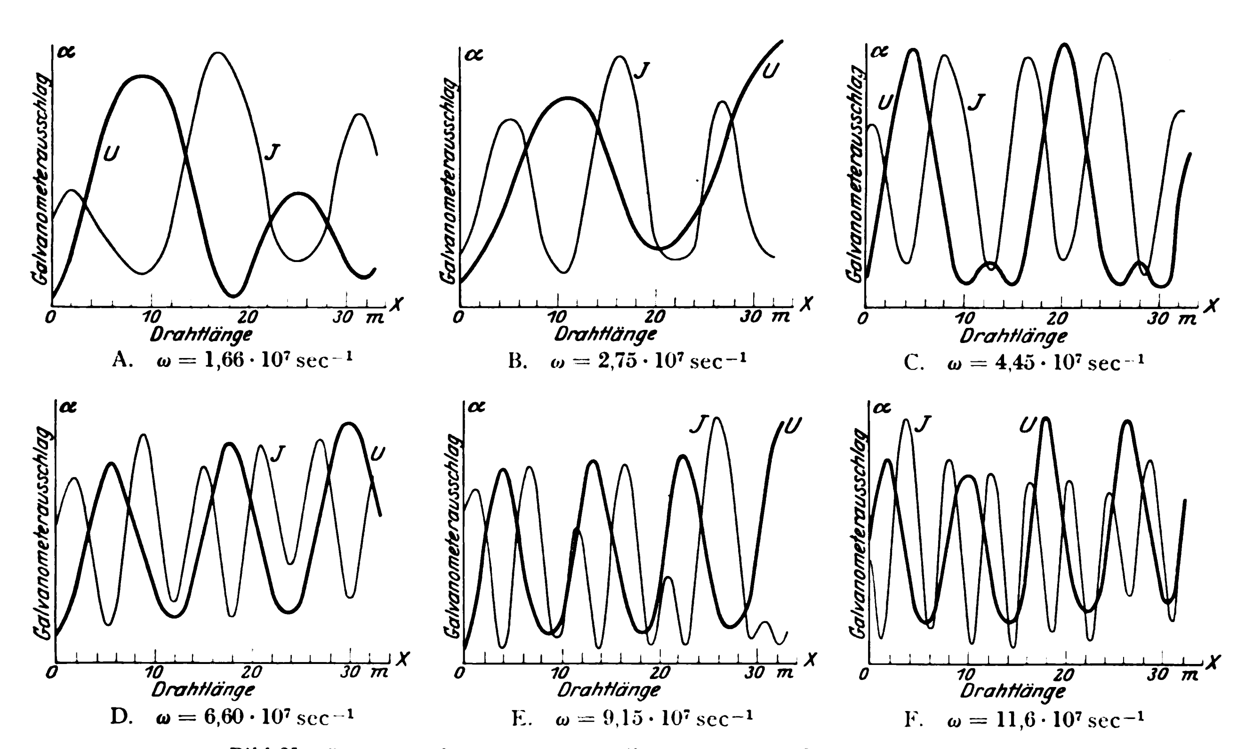
D. $\omega = 3{,}95 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ E. $\omega = 9{,}17 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ F. $\omega = 12{,}9 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

Bild 19. Strom- und Spannungsverteilung bei Spule 1 (Flachkupfer). Windungsabstand $a = 1{,}7$ mm.



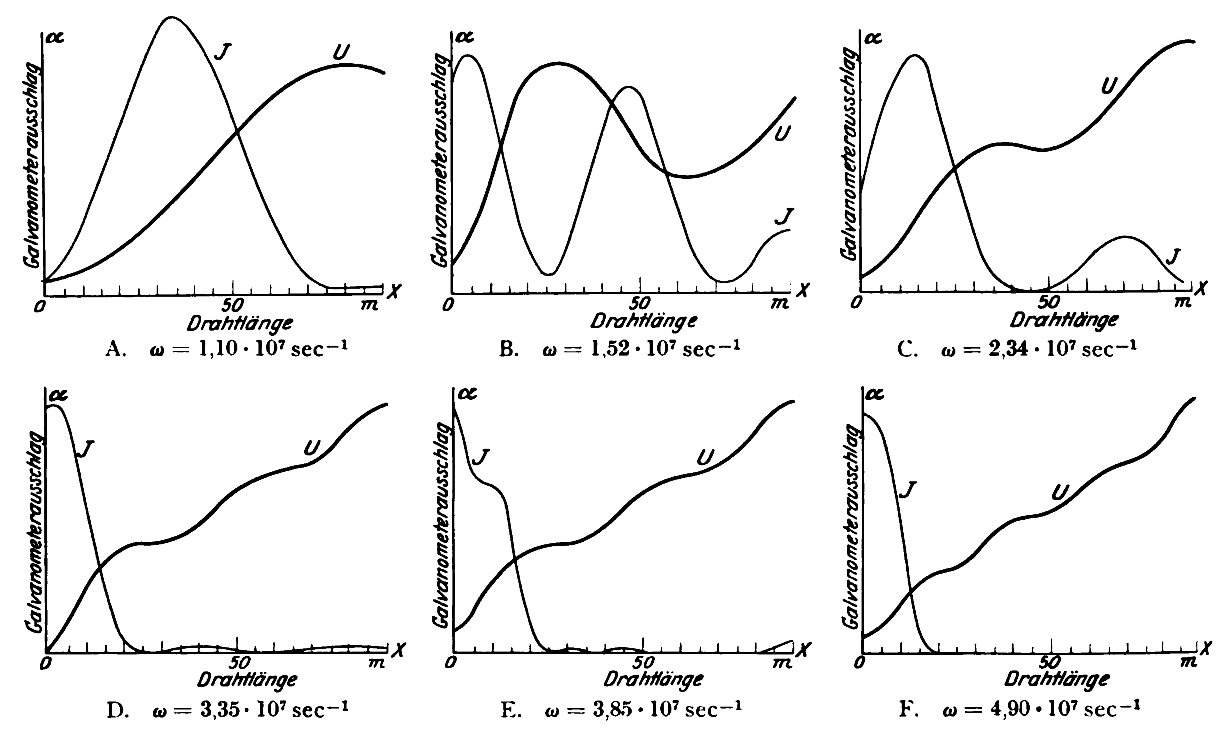
A. $\omega = 1{,}35 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
B. $\omega = 2{,}80 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
C. $\omega = 3{,}38 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
D. $\omega = 4{,}02 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
E. $\omega = 9{,}17 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
F. $\omega = 12{,}9 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$

Bild 20. Strom- und Spannungsverteilung bei Spule 1 (Flachkupfer).
Windungsabstand $a = 1{,}7$ mm. Erdkapazität durch eingeschobene Messingbleche vergrößert.



A. $\omega = 1{,}66 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
B. $\omega = 2{,}75 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
C. $\omega = 4{,}45 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
D. $\omega = 6{,}60 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
E. $\omega = 9{,}15 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$
F. $\omega = 11{,}6 \cdot 10^7\ \mathrm{sec}^{-1}$

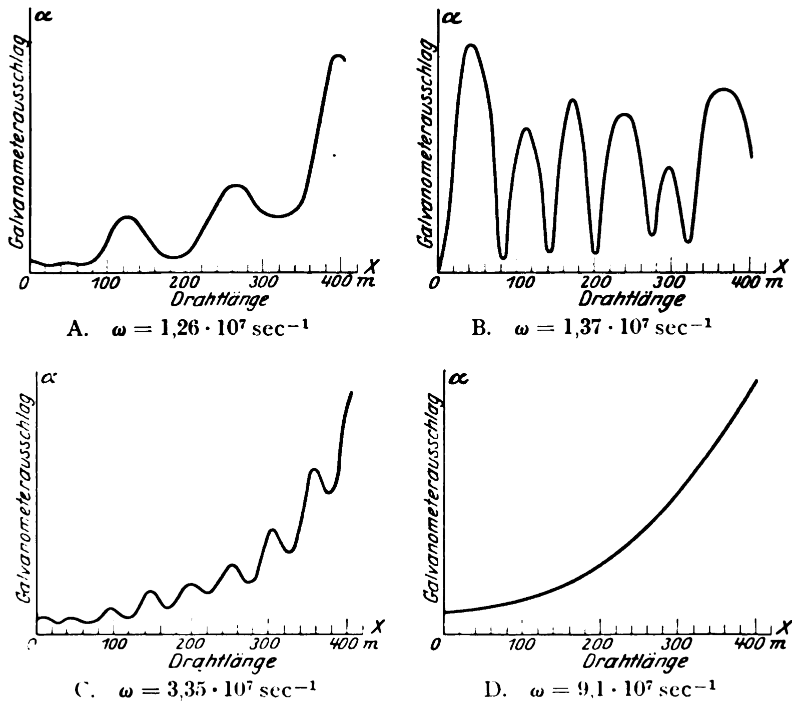
Bild 21. Strom- und Spannungsverteilung bei Spule 2 (Spule auf Pappe).



A. $\omega = 1{,}10 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ B. $\omega = 1{,}52 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ C. $\omega = 2{,}34 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

D. $\omega = 3{,}35 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ E. $\omega = 3{,}85 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ F. $\omega = 4{,}90 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

Bild 22. Strom- und Spannungsverteilung bei Spule 3 (Flachspule).



A. $\omega = 1{,}26 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ B. $\omega = 1{,}37 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

C. $\omega = 3{,}35 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$ D. $\omega = 9{,}1 \cdot 10^7 \text{ sec}^{-1}$

Bild 23. Spannungsverteilung bei Spule 4 (Glaszylinder).

Sämtliche Kapazitäten wurden mit der Kapazitätsmeßbrücke ermittelt. Erdkapazität der Spule 1: die Kapazität der Spule bei kurzgeschlossenen Windungen gegen das geerdete Blech der Versuchsanordnung; Erdkapazität der Spule 2: die Kapazität zwischen den kurzgeschlossenen Windungen und den zur Messung untereinander leitend verbundenen Kupferfolie-Einlagen. Die Gegenkapazität zwischen den Windungen der Spule 1 wurde an den beiden Einzelwindungen gemessen.

II. Abschnitt.

Die Ergebnisse und ihr Vergleich mit denen anderer Arbeiten.

1. Strom- und Spannungsverteilung, kritische Frequenz.

a) Spule 1 (Bild 7, 18 bis 20) (Flachkupfer).

Bei einem Windungsabstand von 0,3 mm (Bild 18) befinden wir uns ganz im Gebiet jenseits der kritischen Frequenz. Die abgegriffene Spannung nimmt bei allen Frequenzen, mit Ausnahme der niedrigsten, ständig mit der Drahtlänge zu, bei den höchsten Frequenzen ist der sinusförmige Anteil der Spannung von der Größenordnung der Meßfehler. Der Übergang der Spannung zur reinen Sinusform kann bei diesem Abstand nicht mehr nachgewiesen werden, da die Viertelwellenlänge vorher größer als die gesamte Drahtlänge wird.

Beim Strom ist der sinusförmige Anteil gegenüber dem exponentiellen stärker ausgeprägt, bei Frequenzen kleiner als etwa $4 \cdot 10^7$ sec^{-1} überwiegt die Sinusverteilung. Diese Erscheinung ist nicht weiter verwunderlich, wir messen ja nur die der Spulenachse parallele Komponente der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$, die dem „Windungsstrom" proportional ist, der „Querstrom" wird nicht mitgemessen (vgl. L. 8, S. 311).

Beim Abstand 1,7 mm (Bild 19) ist dieser Übergang in die Mitte des Bereiches unserer Messungen gerückt. Bei der Frequenz von $1,52 \cdot 10^7$ sec^{-1} haben Strom und Spannung fast rein sinusförmigen Verlauf (Bild 19 A). Vergrößern wir nun noch die Erdkapazität (Bild 20), so ist der periodische Anteil der Spannungsverteilung noch bei den höchsten Frequenzen beträchtlich.

b) Spule 2 (Bild 11, 21) (Spule auf Pappe).

Es überrascht hiernach nicht, daß bei Spule 2 die Sinusform bis zu den höchsten Frequenzen überwiegt.

c) Spule 3 (Bild 12, 22) (Flachspule).

Bei Spule 3 erhalten wir wegen der großen Windungskapazität erst bei den niedrigsten Frequenzen Sinusform. Eine Eigenheit zeigt die Scheibenspule bei der Stromverteilung. Bei den höchsten Frequenzen ist nur entlang der innersten Windungen Strom nachzuweisen. Verursacht wird diese Erscheinung dadurch, daß die inneren Windungen mit der übrigen Spule induktiv viel schwächer verkettet sind als die äußeren.

d) Spule 4 (Bild 13, 23) (Glaszylinder).

Die Messungen an Spule 4 wurden vorgenommen, um mit den Messungen von Ridder und Gothe vergleichen zu können. Auch hier besteht kritische Frequenz im Gegensatz zu Gothes Angaben, der die kritische Frequenz nach Wagner zu $\omega = 3,53 \cdot 10^7$ sec^{-1} berechnet hat und aus dem Umstand, daß er bei $6,1 \cdot 10^7$ sec^{-1} noch Resonanzstellen nachweisen kann, schließt, daß sie nicht vorhanden ist (L. 9, S. 13). Wie die Bilder zeigen, sind Resonanzstellen auch jenseits der kritischen Frequenz durchaus möglich (vgl. L. 14): Spannungsresonanz besteht, wenn der sinus-

förmige Anteil der Spannung am Spulenanfang einen Knoten besitzt. Interessant sind die Kurven der Bilder 23 A und B, von denen die zweite bei Resonanz, die erste bei erheblicher Verstimmung aufgenommen ist. Bei beiden überlagert sich über die exponentielle Spannungsverteilung eine sinusförmige, das Verhältnis von beiden unterscheidet sich aber stark.

In der Umgebung der Frequenz $3{,}35 \cdot 10^7$ sec^{-1} (Bild 23 C) ließ sich dieses Verhältnis durch Verstimmen nur noch ganz wenig ändern. Diese Erscheinung läßt sich bei den anderen Spulen wegen der geringen Windungszahl nicht verfolgen.

2. Phasengeschwindigkeit.

Die „innere Wellenlänge", das ist die entlang dem Spulendraht gemessene Wellenlänge, kann aus den Bildern unmittelbar abgegriffen werden. Aus ihr berechnet sich die Phasengeschwindigkeit v entlang der Wicklung nach der Beziehung

$$v = \frac{\Lambda \omega}{2 \pi}, \qquad (1)$$

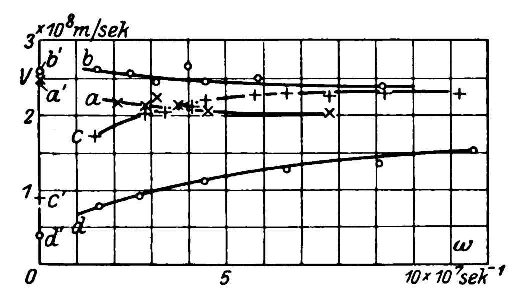


Bild 24. Phasengeschwindigkeit und Frequenz.

a = Spule 1; Windungsabstand a = 0,3 mm
b = Spule 1; Windungsabstand a = 1,7 mm
c = Spule 1; Windungsabstand a = 1,7 mm; vergrößerte Erdkapazität
d = Spule 2.

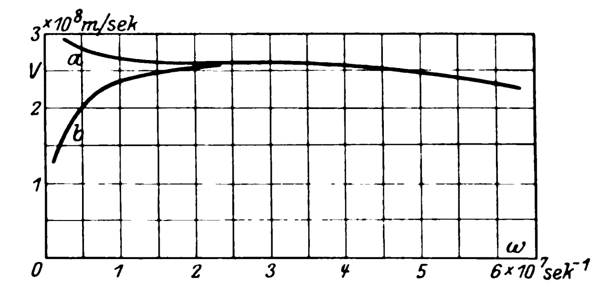


Bild 25. Phasengeschwindigkeit und Frequenz bei der Spule von Gothe (aus Resonanzfrequenzen berechnet).

a = Spule frei aufgehängt
b = Vergrößerte Erdkapazität.

wo Λ die innere Wellenlänge. Die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit von der Frequenz zeigt Bild 24. Bei überwiegender Windungskapazität (a, b) erhalten wir eine Abnahme, bei überwiegender Erdkapazität (c, d) eine Zunahme der Phasengeschwindigkeit mit wachsender Frequenz. Für hohe Frequenzen wird v fast konstant. Zum Vergleich sind hier die entsprechenden Kurven für die von Gothe untersuchte einlagige Zylinderspule beigefügt (Bild 25), die aus den Resonanzfrequenzen (L. 9, S. 10, Tab. 1, Sp. 2 und S. 16, Tab. 9, Sp. 1) nach der Beziehung

$$v = \frac{S \omega}{\nu \pi} \qquad (2)$$

berechnet wurden (S = Gesamtlänge des Spulendrahtes, ν = Ordnungszahl der Eigenfrequenz). Die nach Steidinger (L. 4, S. 272) aufgestellte Beziehung (2) setzt voraus, daß beim ν-ten Resonanzpunkt ν Halbwellen auf der Wicklung liegen. In Wirklichkeit sind die Halbwellen an den Spulenenden nur unvollkommen ausgebildet, die Formel liefert also eine zu große Phasengeschwindigkeit. Der Fehler ist für niedere ν am größten. Bild 26 zeigt diese Verhältnisse, hier ist die Kurve b von Bild 24 wiederholt, außerdem sind die aus den Resonanzfrequenzen berechneten Phasengeschwindigkeiten als Punkte eingetragen.

Bild 27 ist dieselbe Kurve für die von Böhm untersuchte Transformatorwicklung mit Eisen (L. **11**, S. 436).

Unsere Ergebnisse stimmen hiernach mit denen früherer experimenteller Arbeiten völlig überein. Darüber hinaus geben sie einen Einblick in das Verhalten der Spule

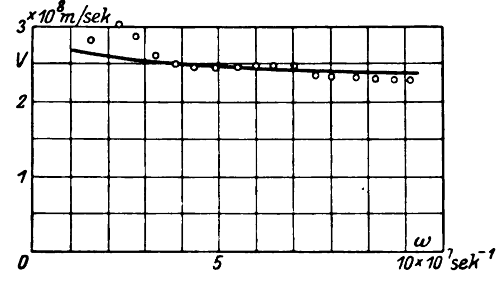


Bild 26. Phasengeschwindigkeit und Frequenz bei Spule 1 aus Resonanzfrequenzen berechnet.

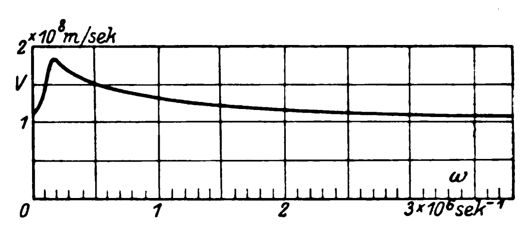


Bild 27. Phasengeschwindigkeit und Frequenz für eine Transformatorwicklung mit Eisen nach Böhm.

bei sehr hohen Frequenzen und zeigen den Einfluß des Größenverhältnisses von Windungs- und Erdkapazität.

III. Abschnitt.

Die Theorien der Spule.

Von den zahlreichen Theorien der einlagigen Zylinderspule sind nur wenige zu einem Vergleich mit unseren Versuchen geeignet. Wir müssen daher eine Auswahl treffen und wollen bei dieser Gelegenheit auf die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Theorien etwas näher eingehen, mit denen sich bisher nur Rogowski (L. **3**, S. 248) und Steidinger (L. **4**, S. 264) befaßt haben.

1. Das elektromagnetische Verhalten der Spule.

Bei Niederfrequenz fließt durch alle Leiterquerschnitte der Spule derselbe Strom. Die Stromdichte verläuft, wenn wir von der Steigung der Windungen absehen, überall in tangentialer Richtung, d. h. senkrecht zu den Meridianebenen, das magnetische Feld ist daher meridianeben.

Die elektrische Feldstärke besitzt zwar wegen des Ohmschen Spannungsabfalls eine kleine tangentiale Komponente, für Kupferspulen von nicht zu großem Windungsabstand verlaufen aber auch die elektrischen Feldlinien innerhalb der Meridianebenen.

Bei hoher Frequenz wird nun der Verschiebungsstrom von der Größenordnung des Leitungsstroms. Jetzt ändert sich die Stromstärke entlang der Wicklung. Die Dichte des Verschiebungsstroms $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$ ($\mathfrak{D}$ = dielektrische Verschiebung) ist ein magnetischer Wirbel. Die magnetische Feldstärke hat also innerhalb der Drähte tangentiale, in der Umgebung der Drähte meridianebene Wirbel; die magnetische Feldstärke selbst erhält eine Tangentialkomponente, das magnetische und mit ihm natürlich auch das elektrische Feld sind jetzt nicht mehr meridianeben. Außerdem tritt in den Leitern Stromverdrängung auf.

2. Vereinfachungen.

In dieser allgemeinsten Form ist das Problem bis heute noch nicht gelöst; wir müssen, je nach der Erscheinung, die wir verfolgen wollen, vereinfachen. So berücksichtigt Sommerfeld (L. **15**, **16**), um die Erhöhung des Widerstandes der Spule durch Stromverdrängung zu berechnen, den Verschiebungsstrom überhaupt nicht, wendet dagegen auf das Leiterinnere die Maxwellschen Gleichungen exakt an.



Dagegen brauchen die Theorien, die sich mit der Strom- und Spannungsverteilung und den Eigenfrequenzen befassen, die Vorgänge im Leiterinnern nicht genauer zu kennen, sie müssen dagegen unbedingt den Verschiebungsstrom berücksichtigen.

Am stärksten vereinfacht Lenz (L. 1) die Vorgänge im Leiterinnern: er ersetzt die Leiter durch eine unendlich dünne Schicht vom Widerstand 0, in der ein tangential gerichteter Strombelag besteht. Strombelag und Ladungsdichte bestimmen die Grenzbedingungen für das äußere Feld. Für unsere Zwecke geht diese Vereinfachung zu weit, wir müssen den Einfluß von Windungsabstand und Drahtquerschnitt berücksichtigen. Wir nehmen an, die Stromdichte $\mathfrak{G}$ sei über den ganzen Leiter gleichmäßig verteilt, parallel der Leiterachse und der Widerstand ϱ des Leiters sei 0.

Den Theorien, die Strom-, Spannungsverteilung und Eigenfrequenzen berechnen wollen, ist nun allen gemeinsam, daß sie quasistationär rechnen, d. h. daß sie die vom Verschiebungsstrom herrührenden magnetischen Wirbel vernachlässigen, dagegen berücksichtigen, daß für jede, insbesondere für eine ein Leiterstück einschließende Hülle

$$\oint \left(\mathfrak{G} + \frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}\right) d\mathfrak{f} = 0 \tag{1}$$

sein muß. Die vereinfachten Ausgangsgleichungen gelten dann nur noch bis zu solchen Frequenzen, bei denen die Wellenlänge in Luft von der Größenordnung der Spulenabmessungen ist. Weiter aber setzen die Theorien voraus, daß auch die Wellenlänge entlang dem Spulendraht groß gegenüber der Windungslänge w ist. Dann ändert sich die Stromstärke und ihre Ableitung nach der Zeit entlang einer Windung sehr wenig, elektrisches und magnetisches Feld werden axial-symmetrisch. Aus der Gleichung

$$\mathfrak{E} = -\frac{\Pi_0}{4\pi \Gamma^2} \int^{L} \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t} \frac{dv}{l} - \operatorname{grad} P \tag{2}$$

(Π_0 = Permeabilität der Luft, Γ = Konstante, l = Abstand vom Aufpunkt zum Volumelement dv; P = elektrisches Potential) sehen wir, daß der quellenfreie Teil der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ vorwiegend zur Spule tangentiale Richtung hat. Die in die Meridianebene fallende Komponente der elektrischen Feldstärke ist also durch den wirbelfreien Teil der elektrischen Feldstärke, der von den Ladungen herrührt, allein bestimmt.

Wir denken uns nun die Spule durch einen beliebigen Meridianschnitt in einzelne Windungen zerlegt. Verstehen wir unter der mittleren Spannung u_μ der μ-ten Windung die mittlere Potentialdifferenz zwischen der Windung und einer geeigneten „Erde", so können wir die mittleren Spannungen der Windungen durch Teilkapazitäten mit den Ladungen q verknüpfen:

$$q_\nu = \sum_\mu C_{\mu\nu} u_\mu. \tag{3}$$

Fließt durch die μ-te Windung der mittlere Strom i_μ, so können wir eine analoge Beziehung

$$\Phi_\nu = \sum_\mu L_{\mu\nu} i_\mu \tag{4}$$

zwischen den magnetischen Flüssen und den Stromstärken der einzelnen Windungen aufstellen. Zwischen Ladungen und Strömen ergibt die Kontinuitätsgleichung (1) die Beziehung

$$-i_\nu + i_{\nu-1} = \frac{d q_\nu}{d t} \tag{5}$$

und endlich gilt das Induktionsgesetz

$$-u_\nu + u_{\nu-1} = \frac{d\Phi_\nu}{dt}. \tag{6}$$



Durch diese Gleichungen haben wir die Spule auf das Ersatzschema Bild 28 zurückgeführt. Die Windungen sollen kapazitätsfrei sein, die kapazitive Verkettung der Windungen wird durch ein System von Kondensatoren hergestellt, die in dem Bilde durch Kreise dargestellt sind. Der Durchmesser dieser Kreise soll ein Maß für die Kapazität sein.

Die Theorien, welche die einzelnen Windungselemente miteinander kapazitiv und induktiv verketten, reichen nach der kurzwelligen Seite nicht weiter als unser Ersatzschema. Dies soll an Steidingers erster Spulengleichung gezeigt werden.

Wegen $\varrho = 0$ steht die elektrische Feldstärke überall senkrecht auf den Windungen; ist $\mathfrak{t}_x$ der Tangenteneinheitsvektor an der Leiterachse, so gilt auf der Leiteroberfläche $\mathfrak{E}\,\mathfrak{t}_x = 0$ oder nach Gleichung (2)

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = \mathfrak{t}_x \operatorname{grad} P = -\frac{\Pi_0}{4\pi\Gamma^2}\int^{L} \mathfrak{t}_x \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t}\frac{dv}{l}. \qquad (7)$$

x bzw. ξ seien hier und im folgenden die von einem beliebigen Anfangspunkt gemessenen Drahtlängen bis zum Aufpunkt bzw. Volumelement dv.

Bild 28. Allgemeines Ersatzschema.

Ist nun $\mathfrak{G}$ gleichmäßig über den Leiterquerschnitt F verteilt:

$$\mathfrak{G} = \frac{\mathfrak{J}}{F}\,\mathfrak{t}_\xi, \qquad (8)$$

so kommt

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -\int_{\xi=a}^{b} M(x-\xi)\,\frac{\partial \mathfrak{J}(\xi)}{\partial t}\,d\xi \qquad (9)$$

mit

$$M(x-\xi) = \frac{\Pi_0}{4\pi\Gamma^2}\,\frac{\mathfrak{t}_x\,\mathfrak{t}_\xi}{F}\int^{F}\frac{dF}{l} \qquad (10)$$

oder für größere Entfernungen $x - \xi$

$$M(x-\xi) = \frac{\Pi_0}{4\pi\Gamma^2}\,\frac{\mathfrak{t}_x\,\mathfrak{t}_\xi}{l}. \qquad (11)$$

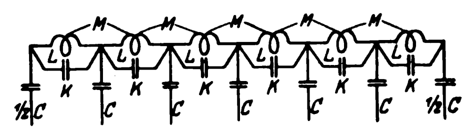


Bild 29. Kettenleiter nach Wagner.

Steidinger hat nun einfach an Stelle von M die Gegeninduktivität zweier Drahtringe, dividiert durch das Quadrat der Windungslänge w gesetzt, deren Durchmesser gleich dem Spulendurchmesser und deren Abstand gleich dem Abstand zweier zur Spulenachse senkrechter Ebenen ist, die durch die Punkte x und ξ gehen; analytisch ausgedrückt, er hat an Stelle der Gleichung (11) die Mittelwertsbildung

$$\overline{M}(x-\xi) = \frac{\Pi_0}{4\pi\Gamma^2}\,\frac{1}{w^2}\oint^{K_x}\oint^{K_\xi}\frac{d\mathfrak{r}_x\,d\mathfrak{r}_\xi}{l} \qquad (12)$$

gesetzt. Diese Mittelwertsbildung ist nur zulässig, wenn der Strom sich innerhalb einer Windung nicht merklich ändert.

Steidingers Gleichungen verdienen nur deshalb vor dem Ersatzschema den Vorzug, weil wir sie nicht so stark zu vereinfachen brauchen wie das Ersatzschema, um zu einer übersichtlichen Lösung zu gelangen.

Wir beschränken in unserem Ersatzschema die Verkettung auf unmittelbar benachbarte Windungen und kommen so zu Wagners Ersatzschema (Bild 29, L. 8). Dieser „Kettenleiter" läßt sich immer noch der Spule ganz gut anpassen, da wir die

Kapazitäten der Windungen unter sich und gegen Erde getrennt berücksichtigen können. Durch Wagners Kettenleiter kommen wir auf die Begriffe der Windungskapazität K, d. h. der Kapazität zwischen unmittelbar benachbarten Windungen und der Erdkapazität C. Diese Darstellung der kapazitiven Verkettung wird im allgemeinen, vor allem bei hochkant gewickelten Spulen (Spule 1) den tatsächlichen Verhältnissen ziemlich nahe kommen, während die induktive Verkettung in jedem Fall ungenügend berücksichtigt ist.

Ein solcher Kettenleiter von z Gliedern hat nun z Eigenfrequenzen, während bei der Spule als einem System mit verteilter Kapazität und Induktivität unendlich viele Eigenfrequenzen zu erwarten sind. Bei der „Grenzfrequenz", d. h. der höchsten Eigenfrequenz (L. **8**, S. **313**) sind nun die sinusförmigen Anteile der Ströme in benachbarten Windungen gegeneinander um **180°** phasenverschoben. Wir haben also hier bereits den Gültigkeitsbereich unserer Theorie weit überschritten. Unberührt hiervon bleibt die von Wagner, Rüdenberg und Böhm festgestellte „kritische Frequenz". Sie ist einfach auf das Überhandnehmen des „Querstroms", d. h. des Verschiebungsstroms quer zur Wicklung, zurückzuführen. Wagner hat übrigens auch gezeigt, wie sich der Übergang zum Kontinuum ermöglichen läßt (L. **8**, Abschn. **12**, S. **315**). Der Nachteil, den Wagners Voraussetzungen gegenüber denen Steidingers haben, ist nur die mangelhafte Verkettung der Windungen.

Daß die Theorie innerhalb der angegebenen Grenzen die Verhältnisse qualitativ richtig wiedergibt, zeigen ja unsere Versuche; daß der Übergang von sinusförmiger zu exponentieller Verteilung nicht so schroff ist, wie es Wagners Theorie angibt, war auch zu erwarten: Wagner behandelt die Spule ohne und mit induktiver Verkettung benachbarter Windungen. Das Verhältnis von Windungsstrom zu Querstrom ändert sich im ersten Fall bei der kritischen Frequenz unstetig, im zweiten zwar ziemlich plötzlich, aber immerhin stetig. Rüdenbergs und Böhms Ausgangsgleichungen gehen unmittelbar durch Übergang zur Differentialgleichung aus der Differenzengleichung Wagners hervor.

3. Quasistationäre und nichtquasistationäre Rechnung.

Rogowski bezeichnet in seinem Aufsatz über „Überspannungen und Eigenfrequenzen der Spule" seine Theorie im Gegensatz zu der von Lenz als nichtquasistationär (L. **3**, S. **248**). In der Tat stimmen Rogowskis Gleichungen mit den Ausgangsgleichungen der nichtquasistationären Theorie der Fortpflanzung elektromagnetischer Wellen entlang parallelen zylindrischen Leitern überein. Für die Zylinderspule erhalten wir diese Gleichungen durch folgende Überlegung: Die Anschlüsse der Spule mögen mit der Spulenachse in einer Meridianebene liegen. Diese Ebene E_1 zerlegt dann die Spule in zwei Hälften (Bild 30). Die Verkettung der Windungselemente sei nun auf Ebenen E_2 beschränkt, die senkrecht auf E_1 stehen. Bei passender Wahl der Größen für die spezifischen Teilinduktivitäten und -kapazitäten wird Rogowskis Spulenmodell mit dem von Bild 28 im angegebenen Frequenzbereich gleichwertig; es gelten für Rogowskis Gleichungen dieselben vereinfachenden Annahmen wie für unser Ersatzschema, von einer nichtquasistationären Rechnung kann daher keine Rede sein.

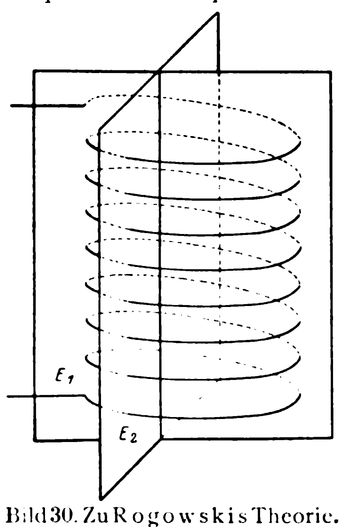


Bild 30. Zu Rogowskis Theorie.

Rogowskis Theorie besitzt den Vorzug, daß wir mit ihr das Eindringen von Wanderwellen in die Spule in elementarer Weise verfolgen können (L. 17); dies Problem hat außer ihm nur Wagner gelöst (L. 18).

Nun hat aber Rogowski die für die Vielfachleitung gültige Beziehung

$$H_{\mu\nu} = c^2 M_{\mu\nu} \tag{5}$$

zwischen elektrischer Steifheit[1] H, Lichtgeschwindigkeit c und Gegeninduktivität M zweier beliebig herausgegriffener Leiter mit übernommen. Durch sie wird Rogowskis Gleichungssystem erst lösbar, durch sie wird aber auch die Brauchbarkeit seiner Theorie in Frage gestellt. Man wird die Theorie nur auf lange, schmale Rechteckspulen, die aus wenigen, nahe beieinander liegenden Windungen bestehen, anwenden dürfen. Nur bei diesen dürfen die Vorgänge an den Schmalseiten als reine Reflexionen aufgefaßt werden.

Die Theorie von Dreyfus (L. 19) und die neuere Theorie von Böhm (L. 7) arbeiten im wesentlichen mit denselben Voraussetzungen. Interessant ist bei Böhm die Erklärung der kritischen Frequenz: Die Ursachen sind hier die Reflexionen beim Übergang von Windung zu Windung, die infolge des nach dem Spuleninnern zu allmählich anwachsenden Wellenwiderstandes eintreten (L. 7, S. 349).

4. Spuleninduktivität und Spulenkapazität.

Für niedere Frequenzen ist die Spannung zwischen benachbarten Windungen sehr klein, es genügt dann, nur noch die Erdkapazität zu berücksichtigen. Ist die Erdkapazität pro Längeneinheit des Drahtes konstant, so sind die elektromagnetischen Vorgänge auf der Spule durch dieselben Gleichungen zu beschreiben, wie die auf einer Leitung mit verteilter Kapazität und Induktivität. Ist c die Erdkapazität, l die Induktivität pro Längeneinheit der Wicklung entlang dem Draht gemessen, so gilt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit die Beziehung

$$v = \frac{1}{\sqrt{l\,c}} \tag{6}$$

(L. 6, S. 451) und hieraus die Dauer der Grundschwingung für die beiderseits offene Spule

$$T = 2\,w\,z\,\sqrt{l\,c} = 2\sqrt{L\,C}, \tag{7}$$

worin L die Selbstinduktivität, C die Erdkapazität der gesamten Spule bedeuten. Wir sind damit zum Begriff der Spulenkapazität und -induktivität gelangt. Für Frequenzen unterhalb der Grundfrequenz können wir den Einfluß des Verschiebungsstroms näherungsweise dadurch berücksichtigen, daß wir die Spule als konzentrierte Induktivität mit parallelgeschalteter Kapazität auffassen.

Wir müssen uns aber bewußt bleiben, daß sich die Spule oberhalb der Grundschwingung wie eine Leitung mit verteilter Kapazität und Induktivität verhält, daß bei höheren Frequenzen die Verkettung sehr kompliziert wird und daß bei den höchsten Frequenzen die Begriffe Kapazität und Induktivität überhaupt nicht mehr existieren.

IV. Abschnitt.

Experiment und Theorie.

Wir fassen die Bedingungen, die eine Theorie erfüllen muß, um mit unseren Versuchsergebnissen verglichen werden zu können, kurz zusammen:

Die Kapazitäten der Windungen gegeneinander und gegen Erde müssen berücksichtigt werden können, und zwar unabhängig voneinander und von den entsprechenden Gegeninduktivitäten.

Zu einem Vergleich geeignet sind hiernach die Theorien von Wagner, Rüdenberg, die ältere Theorie von Böhm und die von Steidinger. Die drei erstgenannten

[1] Von Rogowski und Wagner elektrische Induktivität genannt. Definition (L 20).

stimmen sachlich überein, wir beschränken uns deshalb auf die Theorien Rüdenbergs und Steidingers.

1. Vergleich mit Rüdenbergs Theorie (L. 6).

Die in der Tabelle S. 527 noch fehlenden Werte wurden errechnet: Die Gegeninduktivität zweier Windungen der Spule 2 wurde mit Hilfe elliptischer Integrale berechnet (L. 21), für die Induktivität beim Abstand 0 wurde die Formel

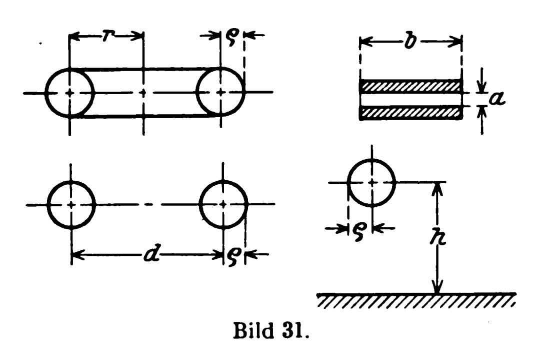


Bild 31.

$$L(0) = \frac{\Pi_0 r}{l^2}\left(ln\frac{8r}{\varrho} - 2\right) \qquad (1)$$

(L. 13, S. 471; Bezeichnungen Bild 31) verwendet. Das Bild 32 zeigt den Verlauf. Im Gegensatz zu Bild 17 wurde hier die Induktivität als Funktion der Drahtlänge x aufgetragen, die zwei senkrecht zur Spulenachse stehende Ebenen vom Abstand X aus der Spule herausschneiden. Ist g die Ganghöhe der Spule, so ist

$$x = X\frac{w}{g} \qquad (2)$$

(vgl. L. 4, S. 239). Zur Berechnung der Windungskapazität wurde bei Spule 3 die Formel für den Plattenkondensator

$$K = \Delta_0\,\varepsilon\,\frac{w\,b}{a} \qquad (3)$$

bei Spule 2 und 4 die für parallele Runddrähte

$$K = \frac{\pi\,\Delta_0\,\varepsilon\,w}{ln\,\frac{d}{\varrho}} \qquad (4)$$

angewandt (Δ_0 = Dielektrizitätskonstante des Vakuums). Die Bedeutung der Zeichen kann dem Bild 31 und der nebenstehenden Tabelle entnommen werden.

Die relative Dielektrizitätskonstante ε wurde bei Spule 2 zu 1,5 (teils Luft, teils Papier), bei Spule 3 zu 2 und bei Spule 4 zu 1 angenommen. Mit der Formel (4) kann auch die Gegenkapazität der Spule 1, mit der Formel

$$C = \frac{2\,\pi\,\Delta_0\,\varepsilon\,w\,z}{ln\,2\,\frac{h}{\varrho}} \qquad (5)$$

kann die Erdkapazität der Spule 2 nachgeprüft werden; Abweichungen von den Meßergebnissen werden durch die Vernachlässigungen in den Formeln und die Unsicherheit bei der Wahl der Dielektrizitätskonstanten verursacht.

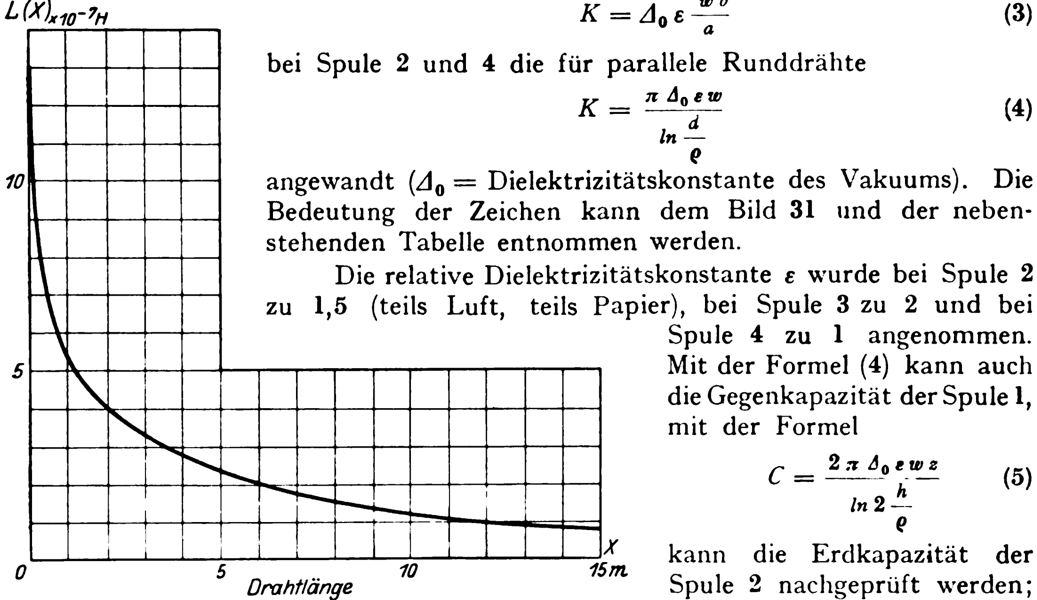


Bild 32. Gegeninduktivität zweier Windungen der Spule 2.

Induktivität und Erdkapazität ergeben, durch die Drahtlänge wz dividiert, die Konstanten l und c, Gegeninduktivität und -kapazität ergeben, durch die Windungslänge w dividiert, die Konstanten μ und γ. Die Windungslänge wurde bei Spule 3 gleich dem arithmetischen Mittel aus der Länge der innersten und der äußersten Windung gesetzt.

Zusammenstellung der Spulendaten.

		Einheit	Spule 1			Spule 2	Spule 3	Spule 4
			$a = 0{,}3$ mm	$a = 1{,}7$ mm	$a = 1{,}7$ mm vgr. Erdkap.			
Induktivität der Spule		H	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$	$2{,}4 \cdot 10^{-4}$	$4{,}85 \cdot 10^{-3}$	$2{,}86 \cdot 10^{-2}$
Gegeninduktiv. benachb. Windungen		H	$1{,}03 \cdot 10^{-6}$	$9{,}7 \cdot 10^{-7}$	$9{,}7 \cdot 10^{-7}$	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$*	—	—
Kapazität der Spule gegen Erde		F	$6{,}0 \cdot 10^{-11}$	$6{,}5 \cdot 10^{-11}$	$5{,}2 \cdot 10^{-10}$	$2{,}48 \cdot 10^{-9}$	—	—
Gegenkapazität benachb. Windungen		F	$4{,}45 \cdot 10^{-10}$	$1{,}38 \cdot 10^{-10}$	$1{,}38 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-11}$*	$7 \cdot 10^{-10}$*	$1{,}15 \cdot 10^{-11}$*
Windungszahl z			100	100	100	34	144	590
Windungslänge w		cm	126	126	126	96,5	62,5	69
Rüdenbergs Konstanten	l	H/cm	$3{,}4 \cdot 10^{-7}$	$2{,}9 \cdot 10^{-7}$	$2{,}9 \cdot 10^{-7}$	$7{,}3 \cdot 10^{-8}$	$5{,}4 \cdot 10^{-7}$	$7{,}0 \cdot 10^{-7}$
	μ	H/cm	$8{,}2 \cdot 10^{-9}$	$7{,}7 \cdot 10^{-9}$	$7{,}7 \cdot 10^{-9}$	$5{,}6 \cdot 10^{-9}$	—	—
	c	F/cm	$4{,}8 \cdot 10^{-15}$	$5{,}2 \cdot 10^{-15}$	$4{,}1 \cdot 10^{-14}$	$7{,}6 \cdot 10^{-13}$	—	—
	γ	F/cm	$3{,}5 \cdot 10^{-12}$	$1{,}1 \cdot 10^{-12}$	$1{,}1 \cdot 10^{-12}$	$1{,}0 \cdot 10^{-13}$	$1{,}1 \cdot 10^{-11}$	$1{,}7 \cdot 10^{-13}$
Kritische Frequenz		sec^{-1}	$7{,}3 \cdot 10^{6}$	$1{,}4 \cdot 10^{7}$	$1{,}4 \cdot 10^{7}$	$1{,}9 \cdot 10^{8}$	$6{,}6 \cdot 10^{6}$	$4{,}2 \cdot 10^{7}$
Phasengeschw. f. niedere Frequenz		cm/sec	$2{,}5 \cdot 10^{10}$	$2{,}6 \cdot 10^{10}$	$9{,}2 \cdot 10^{9}$	$4{,}2 \cdot 10^{9}$	—	—

Aus diesen Konstanten wurde die kritische Frequenz und die Phasengeschwindigkeit für kleine Frequenzen nach den Beziehungen

$$\omega_K = \frac{1}{w\sqrt{l\gamma - \mu c}}\ ^{1} \tag{6}$$

und

$$v = \frac{1}{\sqrt{l c}} \tag{7}$$

berechnet.

Wie aus den Versuchsergebnissen zu ersehen, ist die Gleichung (6) sehr wohl geeignet, über die Lage des kritischen Bereiches Aufschluß zu geben.

Die berechneten Phasengeschwindigkeiten für niedere Frequenz wurden in Bild 24, S. 520 auf der Ordinatenachse abgetragen. Die experimentell ermittelten Werte streben für die Frequenz 0 diesen Werten zu.

Aus der vollständigen Gleichung

$$\left.\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{n} \quad \text{mit} \quad n = \frac{1}{w}\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}\left[\left(\frac{\nu_1}{\omega}\right)^2 - \frac{l}{\mu}\right]^2 + \frac{l c}{\mu \gamma}} - \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\nu_1}{\omega}\right)^2 - \frac{l}{\mu}\right]} \\ \text{worin} \quad \nu_1 &= \frac{1}{w\sqrt{\mu\gamma}} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

wurde die Phasengeschwindigkeit als Funktion der Frequenz für Spule 1 mit $a = 1{,}7$ und vergrößerter Erdkapazität berechnet (Bild 33). Hier kann von einer auch nur annähernden Übereinstimmung mit den Meßergebnissen (vgl. Bild 24, Kurve c) keine Rede sein. Beim Durchgang durch die kritische Frequenz nimmt die berechnete Phasengeschwindigkeit sehr rasch ab, um dann der Frequenz proportional wieder anzusteigen, während die gemessene Phasengeschwindigkeit von Anfang an mit der Frequenz erst rasch, dann immer langsamer ansteigt.

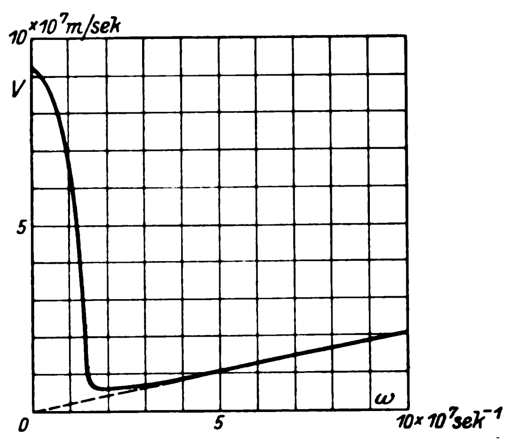


Bild 33. Frequenz und Phasengeschwindigkeit bei Spule 1 mit Windungsabstand $a = 1{,}7$ mm und vergrößerter Erdkapazität, nach Rüdenberg berechnet.

Dies abweichende Verhalten läßt sich so erklären: Der Fluß

$$\Phi_\nu = l\, i_\nu = (\lambda + \Sigma\, \mu)\, i_\nu \tag{9}$$

(vgl. L. 6, S. 448) ist eben nur dann in der ν-ten Windung vorhanden, wenn der Strom i in der ganzen Spule gleich i_ν ist. Dies gilt aber nur für den Fall niederer Frequenz (vgl. auch Abschnitt IV, 2; Verlauf der Funktion $L^*(n)$). Im Gebiet überwiegend exponentieller Stromverteilung ist der Strom auf der einen Seite größer, auf der anderen kleiner als i_ν, die Fehler heben sich teilweise auf, daher die gute Übereinstimmung von gemessener und berechneter kritischer Frequenz.

2. Vergleich mit Steidingers Theorie (L. 4).

Steidingers Theorie läßt sich am besten an den Versuchsergebnissen der Spule mit überwiegender Erdkapazität (Spule 2) nachprüfen. Wir wenden die im II. Abschnitt der Dissertation Steidingers abgeleiteten Beziehungen für die beiderseits unendliche Spule auf unsere Spule 2 (auf Pappe) an, da die im III. Abschnitt angegebenen Ersatzfunktionen für $L(x)$, mit deren Hilfe wir die beiderseits endliche

[1] Der Wert $\mu\, c$, den Rüdenberg im Gegensatz zu Wagner vernachlässigt, mußte nur bei Spule 2 (auf Pappe) berücksichtigt werden.

Spule in Angriff nehmen könnten, mit den tatsächlich vorhandenen Funktionen schlecht übereinstimmen.

Die in Frage kommenden Formeln sind hier zusammengestellt:

$$v = \frac{\omega}{n}, \tag{10}$$

wo

$$\omega = \frac{n\,w}{\sqrt{C\,L^*(n)}} \tag{11}$$

und

$$L^*(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(x)\cos(n\,x)\,d\,x = 2\int_0^{\infty} L(x)\cos(n\,x)\,d\,x \tag{12}$$

$L(x)$ ist die Gegeninduktivität zweier Windungen im Abstand $X = x\frac{g}{w}$ [siehe Gleichung (2)] und C die Kapazität gegen Erde pro Längeneinheit (c der Tabelle S. 527). Die Funktion L^* berechnen wir numerisch aus $L(x)$ nach Gleichung (12). Wir formen um:

$$L^*(n) = \frac{2}{n}\mathfrak{J} \tag{13}$$

mit

$$\mathfrak{J} = \int_0^{\infty} L\left(\frac{x}{n}\right)\cos x\,d\,x \tag{14}$$

und wenden auf das Integral $\mathfrak{J}$ die Simpsonregel an.

Es ist naheliegend, das Intervall π in eine gerade Anzahl 2μ Teile einzuteilen und die Glieder, deren cos den gleichen Betrag haben, zusammenzufassen. Wir wählen zusammengehörige Glieder durch folgende Anordnung aus:

$$\mathfrak{J} = \frac{\pi}{6\mu}\times$$

$$\times\left\{\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{llll}
L_0{}^{[1]}\cos 0 & +4L_1\cos\frac{\pi}{2\mu} & +2L_2\cos\frac{2\pi}{2\mu} & +\ldots+2L_\mu\cos\frac{\pi}{2}+ \\
+2L_{4\mu}\cos 2\pi & +4L_{4\mu-1}\cos\frac{(4\mu-1)\pi}{2\mu} & +2L_{4\mu-2}\cos\frac{(4\mu-2)\pi}{2\mu} & +\ldots+2L_{3\mu}\cos\frac{3\pi}{2}+ \\
 & +4L_{4\mu+1}\cos\frac{(4\mu+1)\pi}{2\mu} & +2L_{4\mu+2}\cos\frac{(4\mu+2)\pi}{2\mu} & +\ldots+2L_{5\mu}\cos\frac{5\pi}{2}+ \\
 & & & +\ldots+2L_{7\mu}\cos\frac{7\pi}{2}+
\end{array}\right. \\
\left.\begin{array}{lll}
+\ldots+2L_{2\mu-2}\cos\frac{(2\mu-2)\pi}{2\mu} & +4L_{2\mu-1}\cos\frac{(2\mu-1)\pi}{2\mu} & \\
 & & +2L_{2\mu}\cos\pi \\
+\ldots+2L_{2\mu+2}\cos\frac{(2\mu+2)\pi}{2\mu} & +4L_{2\mu+1}\cos\frac{(2\mu+1)\pi}{2\mu} & \\
+\ldots+2L_{6\mu-2}\cos\frac{(6\mu-2)\pi}{2\mu} & +4L_{6\mu-1}\cos\frac{(6\mu-1)\pi}{2\mu} & \\
 & & +2L_{6\mu}\cos 3\pi \\
+\ldots+2L_{6\mu+2}\cos\frac{(6\mu+2)\pi}{2\mu} & +4L_{6\mu+1}\cos\frac{(6\mu+1)\pi}{2\mu} &
\end{array}\right|
\end{array}\right\} \tag{15}$$

Der Kosinus hat für alle in derselben Spalte stehenden Glieder denselben Wert, in den von der Mitte gleich weit entfernten Spalten ist der Betrag derselbe, aber das Vorzeichen umgekehrt; die mittlere Spalte selbst ist mit $\cos\frac{\pi}{2} = 0$ multipliziert, bei der numerischen Berechnung schreiben wir sie aber der Bequemlichkeit halber mit an. Die Rechnung läuft nun so:

[1] $L_0 = L(x_0)$.

Wir zeichnen $L(x)$ in geeignetem Maßstab auf (Bild 32, S. 526) und greifen aus der Zeichnung in gleichen Abständen Werte heraus. Die Abstände h wählen wir beliebig, jedoch mindestens so klein, daß wir $L^*(n)$ für das größte in Frage kommende n noch berechnen können. n hängt mit h und μ durch die Beziehung

$$n = \frac{\pi}{2\,\mu\,h} \tag{16}$$

zusammen. μ darf mit Rücksicht auf die Genauigkeit nicht zu klein gewählt werden, in unserem Fall wurde $\mu = 12$ angenommen. Wir stellen jetzt die L nach folgendem Schema zusammen:

L_0 [1]	L_h	L_{2h}	......	$L_{\mu h}$	......	$L_{(2\mu-2)h}$	$L_{(2\mu-1)h}$	$L_{2\mu h}$
$L_{4\mu h}$	$L_{(4\mu-1)h}$	$L_{(4\mu-2)h}$	......	$L_{3\mu h}$	......	$L_{(2\mu+2)h}$	$L_{(2\mu+1)h}$	$L_{2\mu h}$
$L_{4\mu h}$	$L_{(4\mu+1)h}$	$L_{(4\mu+2)h}$	......	$L_{5\mu h}$	......	$L_{(6\mu-2)h}$	$L_{(6\mu-1)h}$	$L_{6\mu h}$
			......	......	......	$L_{(6\mu+2)h}$	$L_{(6\mu+1)h}$	$L_{6\mu h}$

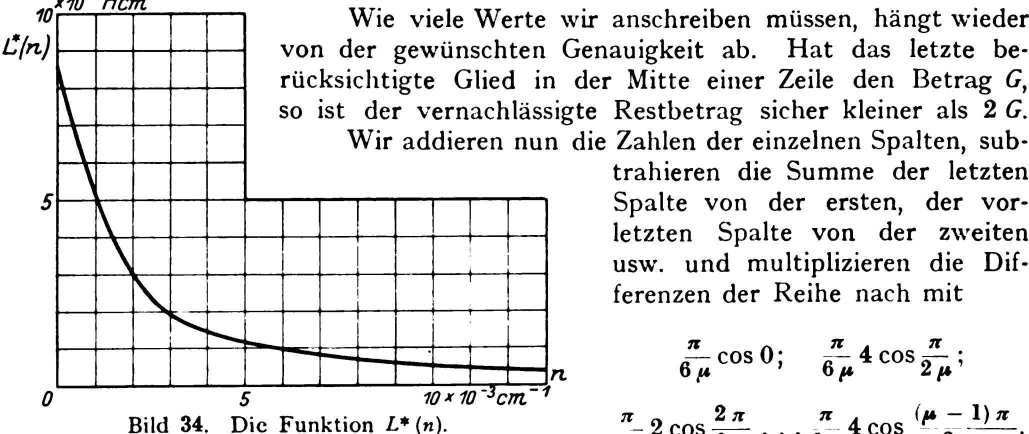


Bild 34. Die Funktion $L^*(n)$.

Wie viele Werte wir anschreiben müssen, hängt wieder von der gewünschten Genauigkeit ab. Hat das letzte berücksichtigte Glied in der Mitte einer Zeile den Betrag G, so ist der vernachlässigte Restbetrag sicher kleiner als $2\,G$.

Wir addieren nun die Zahlen der einzelnen Spalten, subtrahieren die Summe der letzten Spalte von der ersten, der vorletzten Spalte von der zweiten usw. und multiplizieren die Differenzen der Reihe nach mit

$$\frac{\pi}{6\,\mu}\cos 0;\quad \frac{\pi}{6\,\mu}\,4\cos\frac{\pi}{2\,\mu};$$

$$\frac{\pi}{6\,\mu}\,2\cos\frac{2\,\pi}{2\,\mu}\;\ldots\;\frac{\pi}{6\,\mu}\,4\cos\frac{(\mu-1)\,\pi}{2\,\mu}.$$

Die Summe der so erhaltenen Produkte ergibt $\mathfrak{J}$, aus dem wir $L^*(n)$ nach Gleichung (13) und (16) berechnen. Nun wiederholen wir das Verfahren mit dem doppelten, dreifachen usw. Abstand h und gewinnen so einzelne Punkte der Funktion $L^*(n)$, durch die wir eine stetige Kurve legen (Bild 34). Nach Gleichung (10) und (11) können wir nun zusammengehörige Werte von ω und v berechnen (Bild 35). Der Wert $L^*(0)$ wurde nach Gleichung (12) ebenfalls nach der Simpsonregel berechnet, um das zu $\omega = 0$ gehörige v zu berechnen, setzen wir Gleichung (10) in (11) ein und erhalten

$$v_0 = \frac{w}{\sqrt{C}\,L^*(0)}. \tag{17}$$

Diese Formel stimmt genau mit der überein, die sich nach Rüdenberg für die unendlich lange Spule ergeben würde. Nach seiner Theorie gilt für niedere Frequenzen die Formel

$$v = \frac{1}{\sqrt{l\,c}} \tag{7}$$

mit

$$l = \lambda + \Sigma\,\mu, \tag{18}$$

[1] $L_0 = L(0)$.

worin λ die Selbstinduktivität einer Windung, μ die Gegeninduktivitäten der übrigen Windungen auf die betrachtete pro Längeneinheit bedeuten. Ersetzen wir die Summe durch ein Integral, so wird

$$l = \frac{1}{w} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \, d\, x. \tag{18a}$$

Nun ist aber

$$L(x) = w\, \mu(x), \tag{19}$$

also

$$l = \frac{1}{w^2} \int_{-\infty}^{+\infty} L(x)\, d\, x = \frac{1}{w^2} L^*(0). \tag{20}$$

Einsetzen in die Gleichung (7) ergibt Gleichung (17).

Im Bild 35 sind zur Nachprüfung die gemessenen Punkte eingetragen. Sie liegen sämtlich etwas über der berechneten Kurve, was vor allem durch die Vernachlässigung der endlichen Spulenlänge verursacht wird.

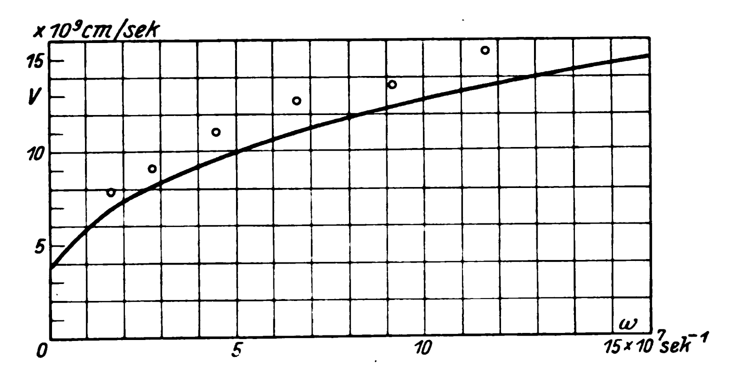


Bild 35. Phasengeschwindigkeit und Frequenz bei Spule 2 nach Steidinger.

Steidingers Theorie beschreibt also den Zusammenhang zwischen Frequenz und Phasengeschwindigkeit für die Spule mit überwiegender Erdkapazität sehr gut. Da in den Gleichungen für die Spule mit Windungskapazität nichts weiter vernachlässigt ist, so werden auch sie zu richtigen Ergebnissen führen.

Leider konnte noch keine Lösung der Spulengleichungen für die endliche Spule mit Windungskapazität gefunden werden. Denn die Spule ohne kapazitive Verkettung der Windungen ist ein Extremfall, für den auch nach Rüdenberg und Wagner keine kritische Frequenz existiert, während die Theorie der beiderseits unendlichen Spule über das Größenverhältnis von sinusförmigem und exponentiellem Spannungsanteil keinen Aufschluß gibt.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Zusammenfassend stellen wir fest: Steigern wir bei der wechselstromgespeisten einlagigen (Zylinder- oder Flach-) Spule die Frequenz, so gelangen wir in einen kritischen Frequenzbereich, in dem die räumliche Strom- und Spannungsverteilung von einer periodischen allmählich in eine beständig ansteigende übergeht. Die „kritische" Frequenz

$$\omega_K = \frac{w}{\sqrt{l\,\gamma}} \tag{1}$$

liegt in den untersuchten Fällen innerhalb dieses Bereichs.

Die Phasengeschwindigkeit entlang der Wicklung läßt sich für niedere Frequenzen in guter Näherung nach der Formel

$$v = \frac{1}{\sqrt{l c}} \tag{2}$$

berechnen. Sie nähert sich, soweit zu verfolgen, mit wachsender Frequenz einem Grenzwert, der bei überwiegender Erdkapazität oberhalb, bei überwiegender Windungskapazität unterhalb der für niedere Frequenzen berechneten Phasengeschwindigkeit liegt. Steidingers Theorie gestattet eine Berechnung der Phasengeschwindigkeit für höhere Frequenzen.

Die Resonanzstellen lassen sich ein Stück weit in den kritischen Bereich hinein verfolgen, werden aber mit wachsender Frequenz immer undeutlicher und sind zuletzt nicht mehr festzustellen.

Literatur.

1. Lenz, Berechnung der Eigenschwingungen einlagiger Spulen. Ann. d. Phys. **43**, S. 749, 1914. — **2.** Rogowski, Die Spule bei Wechselstrom. Arch. f. Elektrot. VII, S. 17, 1919. — **3.** Rogowski, Überspannungen und Eigenfrequenzen einer Spule. Arch. f. Elektrot. VII, S. 240, 1919. — **4.** Steidinger, Das elektromagnetische Verhalten der einlagigen Zylinderspule. Arch. f. Elektrot. XIII, S. 237, 1924. — **5.** Rüdenberg, Entstehung und Verlauf elektrischer Sprungwellen. E. u. M. XXXII, S. 729, 1914. — **6.** Rüdenberg, Elektrische Schaltvorgänge. Springer S. 446, 1926. — **7.** Böhm, Die stationären Schwingungen der wechselstromgespeisten Spule. Arch. f. Elektrot. IX, S. 341, 1921. — **8.** Wagner, Wanderwellen-Schwingungen in Transformatorwicklungen. Arch. f. Elektrot. VI, S. 301, 1918. — **9.** Gothe, Kritische Frequenz und Eigenfrequenzen einlagiger Spulen. Arch. f. Elektrot. IX, S. 1, 1921. — **10.** Ridder, Eigenfrequenzen von Spulen. Arch. f. Elektrot. X, S. 339, 1922. — **11.** Böhm, Rechnerische und experimentelle Untersuchung der Einwirkung von Wanderwellen-Schwingungen auf Transformatorwicklungen. Arch. f. Elektrot. V, S. 383, 1917. — **12.** Giebe und Alberti, Störende Kapazitätswirkungen bei Hochfrequenzmeßanordnungen. Jahrb. f. drahtl. Telegr. 16, S. 242, 1920. — **13.** Zenneck, Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. Enke, Stuttgart 1925. — **14.** Wagner, Bemerkungen zu meiner Arbeit: Wanderwellen-Schwingungen in Transformatorwicklungen. Arch. f. Elektrot. VII, S. 32, 1919. — **15.** Sommerfeld, Über das Wechselfeld und den Wechselstromwiderstand von Spulen und Rollen. Ann. d. Phys. 15, S. 673, 1904. — **16.** Sommerfeld, Über den Wechselstromwiderstand der Spulen. Ann. d. Phys. 24, S. 609, 1907. — **17.** Rogowki, Spulen und Wanderwellen I bis V. Arch. f. Elektrot. VI, S. 265, 377, 1918; VII, S. 33, 161, 320, 1919. — **18.** Wagner, Das Eindringen einer elektromagnetischen Welle in eine Spule mit Windungskapazität. E. u. M. XXXIII, S. 89, 105, 1915. — **19.** Dreyfus, Einschaltspannungen der Spule aus zwei Windungen. Arch. f. Elektrot. VII, S. 175, 1919. — **20.** Wagner, Induktionswirkungen von Wanderwellen in Nachbarleitungen. ETZ XXXV, S. 639, 1914. — **21.** Jahnke und Emde, Funktionentafeln. Teubner S. 77, 1923.



Verlängerungsleitungen zur elektrischen Ergänzung von Pupinkabeln.

Von

A. Byk, Berlin.

(Mitteilung aus dem Kabelwerk Oberspree der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft, Berlin-Oberschöneweide).

Auf einer mit Verstärkern ausgerüsteten Leitung soll bekanntlich ein jeder Verstärker den Strom- und Spannungsverlust ausgleichen, den der zu übertragende Strom durch Dämpfung auf der Strecke bis zum nächsten Verstärkeramt erleidet. Konstruktion und Einstellung des einzelnen Verstärkers sind somit von den Werten abhängig, die die Dämpfung der fraglichen Strecke über das in Betracht kommende Gebiet der Sprechfrequenzen hin annimmt. Man ist daher zu einer recht mühsamen Anpassung des Verstärkers an die Leitung gezwungen, falls der Abstand zweier Verstärkerämter, wie es häufig aus geographischen Gründen unvermeidlich sein wird, kleiner ist als der normale. Man hat schon frühzeitig diesem Übelstand dadurch abzuhelfen gesucht [1], daß man Leitungen mit abnorm kleiner Dämpfung eine künstliche Leitung in Form einer H-Schaltung aus Ohmschen Widerständen vorschaltete, deren Dämpfung zu derjenigen der Leitung hinzutritt und diese gewissermaßen in elektrischer Beziehung verlängert. Derartige Kunstleitungen werden daher als Verlängerungsleitungen bezeichnet.

Nun gelingt es mit Hilfe einer derartigen H-Schaltung aus Ohmschen Widerständen zwar, die Dämpfung für eine bestimmte Frequenz, z. B. die mittlere von $\omega = 5000$ für $2\,\pi$ Sekunden, auf ihren Wert für normalen Verstärkerabstand zu bringen. Aber der Verlauf der Dämpfung auf der durch die Verlängerungsleitung ergänzten Leitung als Funktion der Frequenz wird anders sein wie unter normalen Verhältnissen. Denn auf der verkürzten natürlichen Leitung ist im Verhältnis zur Leitung normaler Länge jeder Dämpfungswert proportional seiner Größe vermindert, während die Verlängerungsleitung einen frequenzunabhängigen Dämpfungszuwachs bedingt. Zu diesem tritt dann noch in bezüglich der Frequenzabhängigkeit unübersichtlicher Weise die Dämpfungsänderung hinzu, die von der Reflexion an der Grenze natürliche Leitung — Verlängerungsleitung herrührt. Auch erschwert diese Reflexion, die sich namentlich bei Pupinleitungen aus der Abweichung des frequenzunabhängigen Wellenwiderstandes der H-Schaltung von dem frequenzabhängigen Wellenwiderstand der natürlichen Leitung ergibt, die Nachbildung des Scheinwiderstandes der verlängerten Leitung am Ausgleichsüberträger.

Die Frequenzunabhängigkeit der Dämpfung und des Wellenwiderstandes der H-Schaltung, die für die erwähnten Unvollkommenheiten dieser Anordnung als Verlängerungsleitung verantwortlich zu machen ist, beruht indes nur auf dem Umstand, daß für ihren Aufbau ausschließlich frequenzunabhängige Ohmsche Widerstände verwendet wurden. Läßt man dagegen in dem Vierpol der H-Schaltung auch frequenzabhängige Scheinwiderstände, also Selbstinduktionen, gegenseitige Induktionen und Kapazitäten zu, so gelingt es, von den genannten Übelständen freie Verlängerungsleitungen zu konstruieren, besonders wenn man sich zugleich vorbehält, den H-Typus nötigenfalls durch andere Formen von Kettenleitern zu ersetzen.

Zurückführung der charakteristischen Größen der Verlängerungsleitung auf Scheinwiderstände.

In den praktisch wichtigsten Fällen handelt es sich um die Verlängerung von Pupinleitungen, die mit einer Leitungsstrecke von der halben Länge eines Spulen-

[1] Vgl. K. Höpfner, Telegraphen- und Fernsprechtechnik Bd. 9, 1920, S. 139.

abstandes abschließen, um ein Leitungsstück mit einer mehr oder minder großen Anzahl von Pupinspulen, das ebenfalls wieder mit einer derartigen Strecke vom halben Spulenabstand schließt. Denkt man sich also das durch die Verlängerungsleitung wiederzugebende Stück der Pupinleitung durch den entsprechenden Kettenleiter ersetzt, wobei man den Ohmschen Widerstand der Leitungsstücke mit demjenigen der Spulen zusammenfassen und die Ableitung vernachlässigen kann (Bild 1), so erscheint die Pupinleitung aus Π-Schaltungen, Kettenleitern erster Art, aufgebaut; dabei stellen L, ϱ, C bzw. die gesamte Selbstinduktion, den gesamten Ohmschen Widerstand und die gesamte Kapazität je Spulenfeld dar. Es erscheint daher zweckmäßig, als Typus einer frequenzabhängigen Verlängerungsleitung nicht eine H-Schaltung, d. h. einen Kettenleiter zweiter Art, sondern eine Π-Schaltung, einen Kettenleiter erster Art, zu wählen, dessen Längs- und Querbalken so zu bemessen sind, daß er das fragliche Leitungsstück in elektrischer Beziehung ersetzt.

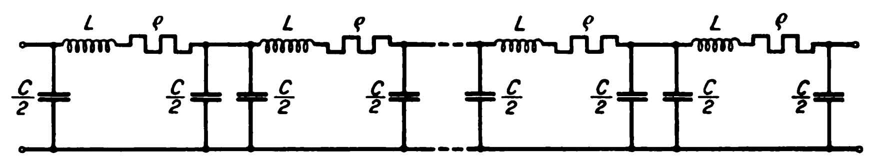


Bild 1. Pupinleitung als Kettenleiter.

Ein nach Art des Bildes 1 aufgebautes Stück einer Pupinleitung ist elektrisch durch einen Wellenwiderstand $\mathfrak{Z}$ und ein komplexes Fortpflanzungsmaß $g = b + i\,a$ gekennzeichnet, wobei b die Dämpfung des gesamten n-gliedrigen Leitungsstückes, a sein Winkelmaß darstellt. $\mathfrak{Z}$ ist zwar ebenfalls komplex; hier überwiegt aber der reelle Anteil den imaginären außerordentlich stark.

Wollen wir die Pupinleitung durch eine eingliedrige Π-Schaltung vom Typus des Bildes 2 ersetzen, so müssen wir dafür sorgen, daß zwischen den Parametern $\mathfrak{Z}$

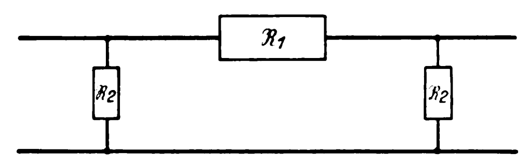


Bild 2. Π-Schaltung der Verlängerungsleitung.

und g der Pupinleitung und den Längs- und Quer-Scheinwiderständen $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ der Π-Schaltung diejenigen Beziehungen bestehen, die für eine eingliedrige Π-Schaltung charakteristisch sind, nämlich die folgenden[1]:

$$\mathfrak{Cof}\, g = \mathfrak{Cof}\,(b + a\,i) = 1 + \frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_2}, \tag{1}$$

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_1 \cdot \mathfrak{R}_2}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\mathfrak{R}_1}{2\,\mathfrak{R}_2}}}. \tag{2}$$

Die von der Π-Schaltung zu erfüllenden Bedingungen erhält man durch Auflösung von (1) und (2) nach $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$. Aus (1)

$$\frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_2} = 2\,\mathfrak{Sin}^2\left(\frac{g}{2}\right),$$

eingesetzt in (2):

$$\mathfrak{R}_1 \cdot \mathfrak{R}_2 = 2 \cdot \mathfrak{Z}^2 \cdot \mathfrak{Cof}^2\left(\frac{g}{2}\right),$$

[1] Vgl. z. B. Breisig, Theoretische Telegraphie, 2. Aufl., 1924, S. 377.

somit

$$\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Sin}(g), \tag{3}$$

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Ctg}\left(\frac{g}{2}\right); \tag{4}$$

(3) und (4) gelten allgemein für beliebige, auch komplexe Werte von $\mathfrak{Z}$ und für Kettenleiter erster Art von beliebigem Aufbau, nicht nur für solche des Typus des Bildes 1. Ist indes wie bei Pupinleitungen $\mathfrak{Z}$ praktisch zunächst mit ausreichender Annäherung als rein reell zu betrachten, so lassen sich $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ in ihren reellen und imaginären Anteil folgendermaßen zerlegen:

$$\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{Z}\,\mathfrak{Sin}\,b\cos a + i \cdot \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Cos}\,b \cdot \sin a = (\mathfrak{R}_1)_r + i\,(\mathfrak{R}_1)_i, \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{R}_2 &= \mathfrak{Z} \cdot \frac{\mathfrak{Sin}(g)}{\mathfrak{Cos}(g) - 1} = \mathfrak{Z} \cdot \frac{(\mathfrak{Sin}\,b \cdot \cos a + \mathfrak{Sin}\,b\,\mathfrak{Cos}\,b) - i\,(\mathfrak{Cos}\,b \sin a + \cos a \sin a)}{\mathfrak{Sin}^2(b) \cdot \cos^2(a) + \mathfrak{Cos}^2(b) \cdot \sin^2(a)} \\ &= \mathfrak{Z} \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\,b}{\mathfrak{Cos}\,b - \cos a} - i \cdot \mathfrak{Z}\,\frac{\sin a}{\mathfrak{Cos}\,b - \cos a} \\ &= (\mathfrak{R}_2)_r - i\,(\mathfrak{R}_2)\,i\end{aligned}\right\} \tag{6}$$

a, b und $\mathfrak{Z}$ sind für das nachzubildende Stück der Pupinleitung als gegebene Funktionen von ω anzusehen. Werden $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ als Funktionen von ω gemäß (5) und (6) bestimmt, so wird die eingliedrige Π-Schaltung nach außen hin sich in jeder Beziehung wie die nachzubildende Leitung verhalten. Indes lassen sich die Hauptübelstände zu kurzer, durch H-Schaltungen aus Ohmschen Widerständen ergänzter Leitungen, nämlich die anomale Dämpfungsverzerrung und die Schwankungen des Wellenwiderstandes bei gewissen kritischen Frequenzen, bereits beseitigen, wenn man b und $\mathfrak{Z}$ die durch die zu ersetzende Leitung vorgeschriebenen Werte gibt; das Winkelmaß a dagegen darf, wenigstens bei den heute an die technischen Übertragungen zu stellenden Anforderungen, eine beliebige von der der Pupinleitung abweichende Frequenzabhängigkeit zeigen. Der letztere Umstand erleichtert wesentlich die Konstruktion praktisch brauchbarer Verlängerungsleitungen. Für solche kommt es natürlich nicht nur darauf an, daß die Frequenzabhängigkeit von b und $\mathfrak{Z}$ überhaupt in befriedigender Weise, sondern daß sie gleichzeitig mit einem möglichst geringen Aufwand von Schaltelementen nachgebildet wird. Insbesondere ist die Zahl der verhältnismäßig kostspieligen Selbstinduktionsspulen nach Möglichkeit zu beschränken.

Es ist nicht zu erwarten und auch für die Bedürfnisse der Praxis nicht nötig, daß die Verlängerungsleitung über ein beliebig großes Gebiet der Dämpfungswerte hin die Eigenschaften der Leitungsstücke nachbildet. Tatsächlich ist Bedarf für Verlängerungsleitungen nur etwa auf einem Wertegebiet von b_{5000} (Dämpfung für eine Kreisfrequenz von $\omega = 5000$) zwischen 0,2 und 2,0. Indes ist auch die untere Grenze 0,2 im Verhältnis zu der Dämpfung eines einzigen Spulenfeldes keineswegs klein; so beträgt für eine normale Stammleitung der deutschen Reichspost von 1,4 mm Durchmesser (S 1,4) für ein einzelnes Spulenfeld $b_{5000} = 0{,}021$; auf die Dämpfung 0,2 entfallen also etwa 10 Spulenfelder. Es wird somit als Nachteil einer Schaltung anzusehen sein, wenn für sie die günstigsten Nachbildungsverhältnisse bei verschwindenden b-Werten liegen. Es scheidet daher von vorneherein der naheliegende Gedanke aus, als Π-Schaltung diejenige eines Einzelgliedes der als Kettenleiter gemäß Bild 1 betrachteten Pupinleitung zu wählen und etwa die Größe der einzelnen Schaltelemente gemäß den geforderten Werten von b_{5000} zu variieren.

Ähnlichen Bedenken unterliegt eine als Verlängerungsleitung vorgeschlagene Π-Schaltung[1], bei welcher die Querschaltung durch einen einzigen Ohmschen Widerstand gebildet wird. Hierin liegt die Annahme, daß der imaginäre Teil der Querschaltung bei allen in Betracht kommenden Frequenzen verschwindet, daß also, wie

[1] Vgl. Deutschmann und Nottebrock, Elektrot. Zeitschr. 1926, S. 1540, Bild 25.

Gleichung (6) zeigt, $\sin a$ und demnach auch a für sämtliche Betriebsfrequenzen gleich 0 ist. Nach (4) wird dann

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Ctg}\left(\frac{b}{2}\right) = \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Tg}\left(\frac{b}{2}\right)} . \tag{7}$$

Nun ist bekanntlich für eine n-gliedrige Pupinleitung bei Auffassung als Kettenleiter gemäß Bild 1 unter Benutzung der dort angeschriebenen Bezeichnungen[1]

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 L C}{4}}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}, \tag{8}$$

$$b = \frac{n\varrho}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2 L C}{4}}} = \frac{n\varrho}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}, \tag{9}$$

wenn man die Grenzfrequenz der Pupinleitung

$$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{L C}}$$

einführt[2].

Nach (8) und (9) wird:

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Tg}\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}}{\mathfrak{Tg}\left(\frac{n\varrho}{4} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}\right)};$$

für sehr kleine b-Werte wird:

$$\frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Tg}\left(\frac{b}{2}\right)} = \frac{\mathfrak{Z}}{\frac{b}{2}} = \frac{L}{C} \cdot \frac{4}{n\varrho}$$

und damit nach (7) $\mathfrak{R}_2$ konstant, also durch einen rein Ohmschen Widerstand darstellbar. Je größer aber b wird, desto mehr entfernt sich der Gang von $\mathfrak{Tg}\left(\frac{b}{2}\right)$ mit der Frequenz von demjenigen von $\frac{b}{2}$ selbst, und um so weniger wird es zulässig, die Querschaltung auf einen rein Ohmschen Widerstand zu reduzieren. Die genannte Schaltung hat also ihr Optimum im Gebiet der verschwindenden, für die Praxis nicht in Betracht kommenden Dämpfungswerte.

Um diese Schwierigkeiten zu beseitigen, gehen wir für die Querschaltung von einem frequenzabhängigen Scheinwiderstande aus. Wir wählen dazu, um die kostspieligen Selbstinduktionen nach Möglichkeit zu vermeiden, eine Kombination von Kapazität und Ohmschem Widerstand. Über die noch freie Frequenzabhängigkeit von a wollen wir so verfügen, daß das Optimum der Anpassung des komplexen Schein-

---

[1] Vgl. z. B. Breisig, Theoretische Telegraphie, 2. Aufl., 1924, S. 382, Formel 306 sowie S. 381.

[2] Die Gleichungen (8) und (9) setzen ihrer Ableitung nach voraus, daß

$$\frac{\varrho}{\omega L} \ll 1 \tag{9a}$$

und daß

$$\frac{\varrho}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \ll 1 - \frac{\omega^2 LC}{4} = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \tag{9b}$$

ist, Bedingungen, die in den praktisch vorkommenden Fällen etwa von $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}1$ bis 0,9, d. h. im ganzen Übertragungsgebiet erfüllt sind. Bei geeigneten Zahlenwerten der Leitungskonstanten kann das Gültigkeitsgebiet von (8) und (9) nahezu von $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ bis 1 ausgedehnt werden.

widerstandes der Querschaltung an seinen Sollwert in dem Gebiet der b_{5000} oberhalb 0,2 liegt. Nun trifft es sich glücklich, daß die letztgenannte Bedingung sich auf eine solche Art und Weise erfüllen läßt, daß zugleich die gemäß (5) zu bemessende Längsschaltung mit einfachen Schaltmitteln, insbesondere mit einer einzigen Selbstinduktion darstellbar wird. Man braucht nämlich, um beiden Gesichtspunkten gerecht zu werden, nur die Forderung zu stellen, daß der reelle Teil der Längsschaltung frequenzunabhängig werden, also durch einen rein Ohmschen Widerstand R darstellbar sein soll. Aus dieser Festsetzung ergibt sich gemäß (5) die Forderung:

$$a = \arc\cos\left(\frac{R}{\mathfrak{Z}\cdot\mathfrak{Sin}\, b}\right). \tag{10}$$

Setzen wir für $\sin a$ das positive Vorzeichen an, so liegt nunmehr beim Einsetzen des Wertes (10) von a in $(\mathfrak{R}_1)_i$, $(\mathfrak{R}_2)_r$, $(\mathfrak{R}_2)_i$ die Frequenzabhängigkeit der beiden komplexen Scheinwiderstände $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ bis auf die noch zu bestimmende Konstante R fest.

Bei Einführung von (10) erhält man

$$(\mathfrak{R}_1)_i = \mathfrak{Z}\cdot\mathfrak{Cof}\, b\cdot\sin a = \sqrt{\mathfrak{Z}^2\cdot\mathfrak{Cof}^2(b) - R^2\cdot\mathfrak{Ctg}^2(b)}. \tag{11}$$

Aufbau und Bemessung der Scheinwiderstände der Längs- und Querschaltung.

Die Eigenschaften einer Pupinleitung hängen im allgemeinen von sieben Bestimmungsgrößen ab, nämlich den kilometrischen Werten der Kapazität, der Selbstinduktion, des Ohmschen Widerstandes und der Ableitung der Leitung, von Selbstinduktion und Ohmschem Widerstand der Spulen, endlich vom Spulenabstand. Natürlich erscheint es praktisch nicht möglich, die Anpassung der Schaltung an beliebige Werte dieser sieben Parameter allgemein zu diskutieren.

Wenn wir indes an die Gleichungen (8) und (9) anknüpfen, die $\mathfrak{Z}$ und b als Funktionen von ω explizit darstellen, so gelingt es, die an die Längs- und Querschaltung der Verlängerungsleitung zu stellenden Forderungen auf einen einzigen Parameter zurückzuführen. Die $\mathfrak{Z}$ und b für wirkliche Pupinleitungen, wie sie unmittelbar durch den Versuch gegeben sind, werden sich hiervon etwas unterscheiden. Indes ist die Berechnungsmethode (vgl. unten S. 555) auch auf empirisch gegebene $\mathfrak{Z}$ und b von Pupinleitungen anwendbar.

Unter Berücksichtigung von (8) und (9) liefert (11), wenn man $\mathfrak{Z}$ als Funktion von b betrachtet,

$$\frac{d(\mathfrak{R}_1)_i}{d b} = \frac{\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Cof}\, b\left(\mathfrak{Z}\,\mathfrak{Sin}\, b + \frac{2}{n\varrho}\cdot\frac{L}{C}\cdot\mathfrak{Cof}\, b\right) + R^2\cdot\mathfrak{Ctg}\, b\cdot\frac{1}{\mathfrak{Sin}^2(b)}}{\sqrt{\mathfrak{Z}^2\cdot\mathfrak{Cof}^2(b) - R^2\cdot\mathfrak{Ctg}^2(b)}}.$$

Der Ausdruck ist wesentlich reell und positiv, wenn der Radikand im Nenner, bzw. derjenige in (11) positiv ist, wofür durch geeignete Verfügung über das noch unbestimmte R zu sorgen ist. Da

$$\frac{d(\mathfrak{R}_1)_i}{d\omega} = \frac{d(\mathfrak{R}_1)_i}{d b}\cdot\frac{d b}{d\omega}$$

und da nach (9):

$$\frac{d b}{d\omega} = \frac{n\varrho}{8}\cdot C^{3/2}\cdot L^{1/2}\cdot\omega\cdot\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-3/2}$$

zwischen $\omega = 0$ und der Grenzfrequenz $\omega = \omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ ebenfalls wesentlich reell und positiv ist, so gilt dies auch für $\frac{d(\mathfrak{R}_1)_i}{d\omega}$. Unter Berücksichtigung von (11) ist also $(\mathfrak{R}_1)_i$ eine mit wachsendem ω zunehmende positive Funktion von ω.

Ein derartiger Verlauf von $(\mathfrak{R}_1)_i$ läßt sich durch einen einfachen Schwingungskreis mit parallel geschalteter Kapazität C_0 und Selbstinduktion L_0 verwirklichen, vorausgesetzt, daß $(\mathfrak{R}_1)_i$ für $\omega = 0$ verschwindet und daß $\frac{d^2(\mathfrak{R}_1)_i}{d\omega^2}$ im ganzen Bereich

der Sprechfrequenzen positiv ist; denn dies gilt bekanntlich bis herauf zur Resonanzfrequenz für den Scheinwiderstand eines derartigen Schwingungskreises, der die Form hat:

$$i \cdot (\mathfrak{R}_1')_i = \frac{i\,\omega\, L_0}{1 - \omega^2 L_0 C_0}, \tag{12}$$

aus der sich als zweiter Differentialquotient der positive Ausdruck ergibt

$$\frac{d^2 (\mathfrak{R}_1')_i}{d\,\omega^2} = \frac{2\,L_0^2\, C_0\, \omega}{(1 - \omega^2 L_0 C_0)^2} \cdot \left(3 + \frac{4\,L_0\, C_0\, \omega^2}{1 - L_0\, C_0\, \omega^2}\right). \tag{13}$$

Das Verschwinden von $(\mathfrak{R}_1)_i$ für $\omega = 0$ erfordert nach (11), da nach (8) und (9) $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Cos}\, b$ für $\omega = 0$ nicht verschwinden, $\sin a = a = 0$ und nach (10)

$$R = \{\mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Sin}\,(b)\}_{\omega = 0}, \tag{14}$$

bzw.

$$a = \arccos \left[\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \cdot \frac{\mathfrak{Sin}\left(\frac{n\,\varrho}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}\right)}{\mathfrak{Sin}\left(\frac{n\,\varrho}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}\right)} \right]. \tag{15}$$

Damit sind $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ in ihrem reellen und imaginären Teil vollständig festgelegt. Zugleich ist durch (14) im Verein mit (8) und (9) das positive Vorzeichen im Radikanden von Gleichung (11) gesichert.

Zur Beurteilung des Vorzeichens von $\frac{d^2 (\mathfrak{R}_1)_i}{d\,\omega^2}$ können wir den Umstand benutzen, daß $(\mathfrak{R}_1)_i$, auf eine geeignete Einheit reduziert, eine Funktion von b mit einem einzigen Parameter ist und daß gleichzeitig b sich als eine Funktion von ω mit dem gleichen einzigen Parameter darstellt, wenn wir ω auf ω_0 als Einheit reduzieren. Es ist nämlich nach (8) und (9):

$$\mathfrak{Z} = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{2\sqrt{\frac{L}{C}}}{n\,\varrho} \cdot b \tag{16}$$

und nach (8), (9), (10), (14)

$$\left.\begin{aligned} \sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} &= \sqrt{1 - \left[\left(\frac{n\,\varrho}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\right) \cdot \mathfrak{Sin}\left(\frac{n\,\varrho}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}\right)\right]^2 \frac{1}{(b\,\mathfrak{Sin}\,b)^2}} = \\ &= \chi\left(b,\ \frac{n\,\varrho}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}\right) = \chi\,(b,\ b_0) \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

wenn wir χ als Abkürzung für die durch die Wurzel ausgedrückte Funktion von b mit dem einzigen Parameter $\frac{n\,\varrho}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$ einführen und diesen Parameter selbst abgekürzt mit b_0 bezeichnen. Dabei ist b_0 gleich dem bekannten Näherungswerte der Dämpfung der dem nachzubildenden Leitungsstücke gleichwertigen homogenen ableitungsfreien Leitung, d. h. derjenigen Leitung, die in stetiger Verteilung ebensoviel Ohmschen Widerstand, Induktivität und Kapazität besitzt wie das Leitungsstück. Da dieser Näherungswert in seinem Gültigkeitsgebiet merklich frequenzunabhängig ist, so können wir b_0 als verzerrungsfreie Dämpfung bezeichnen. $2\,b_0$ ist der auf $\sqrt{\frac{L}{C}}$, den Wellenwiderstand der verlustfreien gleichwertigen homogenen Leitung, als Einheit reduzierte gesamte Ohmsche Widerstand des n-gliedrigen Pupinleitungsstückes.

Da nach (5) $(\mathfrak{R}_1)_i = \mathfrak{Z} \cdot \mathfrak{Cos}\, b \cdot \sin a$, so erscheint nach (16) und (17) $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ als Funktion von b mit dem einzigen Parameter b_0 in der Form:

$$\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{b}{b_0}\,\mathfrak{Cos}\, b \cdot \chi\,(b,\ b_0). \tag{18}$$

$\sqrt{\frac{L}{C}}$ ist dabei die natürliche Einheit für $(\mathfrak{R}_1)_i$. Da nach (9) auch b, das wir in der Form schreiben können

$$b = b_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}, \tag{19}$$

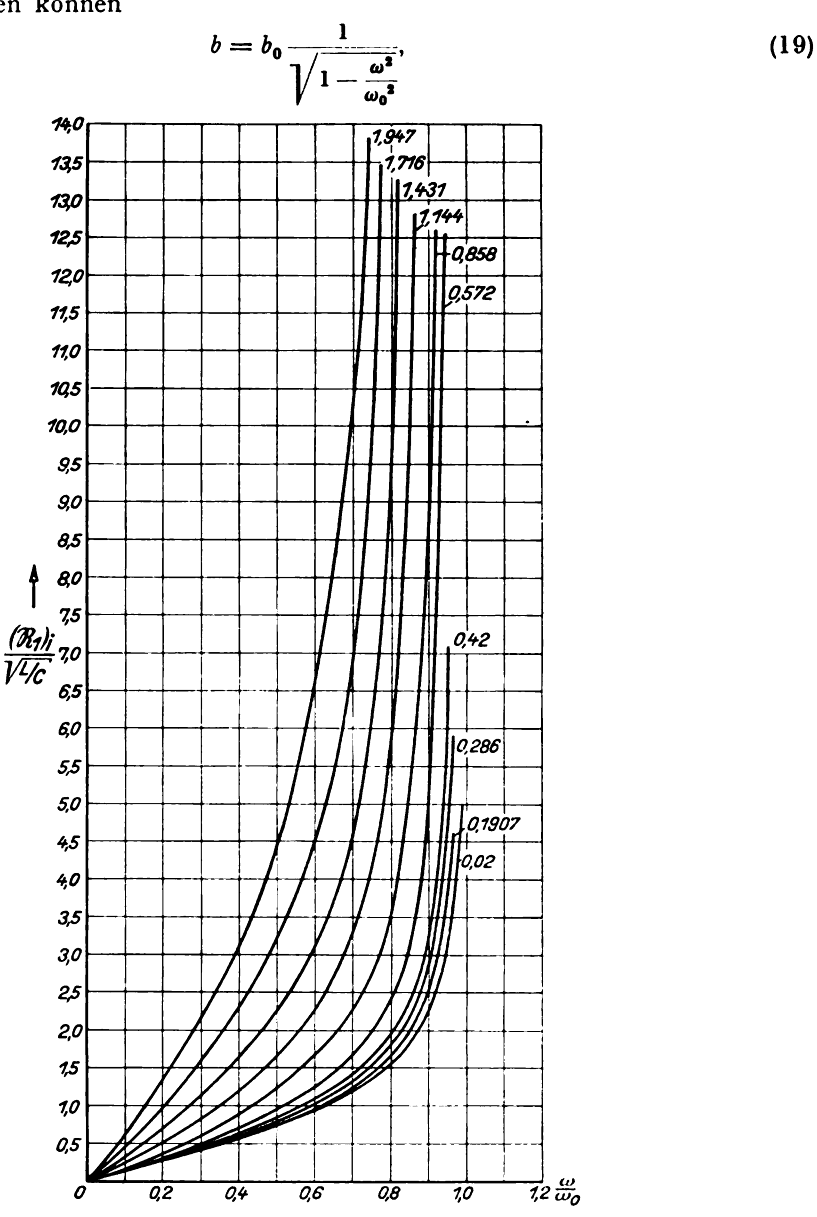


Bild 3. Sollwerte des imaginären Scheinwiderstandsanteils der Längsschaltung für verschiedene b_0.

als Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ nur den einzigen Parameter b_0 enthält, so wird $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ eine Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ mit dem einzigen Parameter b_0.

Nach (14) gilt dies unter Berücksichtigung von (8) und (9) auch für

$$\frac{(\mathfrak{R}_1)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \mathfrak{Sin}\,(b_0)\,. \tag{20}$$

Dabei fällt wegen der Frequenzunabhängigkeit von $(\mathfrak{R}_1)_r$ (vgl. oben S. 537) die Abhängigkeit von $\frac{\omega}{\omega_0}$ weg, und es bleibt nur diejenige vom Parameter b_0 bestehen. In dem unten durchgeführten Beispiel $b_0 = 0{,}858$ wird $\frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = 0{,}967$.

Bild 3 stellt die Funktion $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$, den Sollwert des imaginären Scheinwiderstandsanteils der Längsschaltung, für verschiedene, an die einzelnen Kurven angeschriebene Werte des Parameters b_0 dar. Die Kurvenschar umfaßt den gesamten

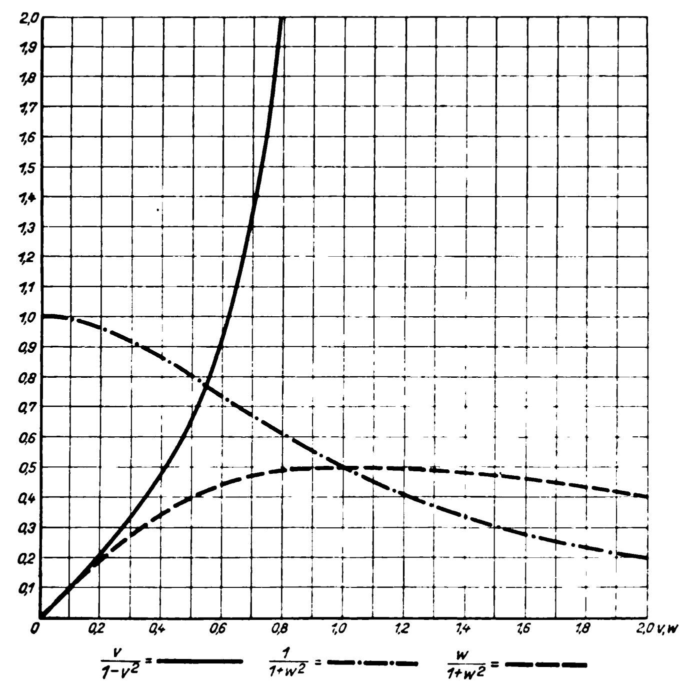


Bild 4. Istwerte des imaginären Scheinwiderstandsanteils der Längsschaltung sowie des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Parallelschaltung der Querschaltung.

Bereich der b_0-Werte, die für die Stamm- und Vierer-Leitungen der deutschen Reichspost mit leichter, normaler und starker Pupinisierung und für Werte von $b_{5000} = 0{,}2$ bis $b_{5000} = 2{,}0$ in Betracht kommen. Nach (19) ist dabei b_0 um so größer, je größer b_{5000} und je größer ω_0 ist. Das Bild zeigt, daß, im gesamten in Betracht kommenden Wertebereich von $\frac{\omega}{\omega_0}$ und b_0, $\frac{d^2 \frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}}{\left[d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]^2}$ und damit auch $\frac{d^2 (\mathfrak{R}_1)_i}{[d\,\omega]^2}$, wie für die Nachbildung durch den Schwingungskreis erforderlich, positiv ist.

Soweit $(\mathfrak{R}_1)_i$ und $(\mathfrak{R}_1')_i$ im Gebiete der Sprechfrequenzen miteinander übereinstimmen, soweit also $(\mathfrak{R}_1)_i = (\mathfrak{R}_1')_i$ gesetzt werden darf, ergibt sich aus (12)

$$log_{10}(\mathfrak{R}_1)_i - log_{10}\left(\frac{\omega}{1 - \omega^2 L_0 C_0}\right) = log_{10}(L_0)\,. \tag{21}$$

Die rechte Seite (von 21) ist von ω unabhängig und der zweite Summand auf der linken eine Funktion von ω mit dem einzigen Parameter $L_0 \cdot C_0$. Man kann also

$L_0 \cdot C_0$ bestimmen, indem man denjenigen Wert dieses Produkts aufsucht, für welchen die linke Seite möglichst unabhängig von ω wird. Der Wert der linken Seite in diesem Falle liefert dann zugleich $log_{10} L_0$ bzw. L_0.

Anschaulicher, wenn auch nicht ganz so genau, führt eine graphische Methode zur Bestimmung von L_0 und C_0, bei welcher nicht nur bei der abhängigen Veränderlichen $(\mathfrak{R}_1)_i$, sondern auch bei der unabhängigen Veränderlichen ω zu den Logarithmen übergegangen wird[1].

Wenn wir (12) in der Form schreiben:

$$\frac{(\mathfrak{R}_1')_i}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}} = \frac{\omega \sqrt{L_0 \cdot C_0}}{1 - (\omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0})^2} = \frac{v}{1 - v^2}, \tag{22}$$

wobei $v = \omega \sqrt{L_0 \cdot C_0} = \frac{\omega.}{1/\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$ ist, wobei also ω auf die Frequenzgröße $\frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$, die Eigenfrequenz des Schwingungskreises, als Einheit reduziert ist, so erscheint der auf $\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ als Widerstandseinheit reduzierte Wert von $(\mathfrak{R}_1')_i$, der Istwert des imaginären Scheinwiderstandsanteils der Längsschaltung, als Funktion lediglich des reduzierten Frequenzwertes. Diese Funktion ist in Bild 4 durch die Kurve $\frac{v}{1 - v^2}$ dargestellt. Andererseits ist nach (18) und (19) der auf $\sqrt{\frac{L}{C}}$ als Widerstandseinheit reduzierte Wert von $(\mathfrak{R}_1)_i$ eine Funktion der auf ω_0 als Einheit reduzierten Frequenz mit b_0 als einzigem Parameter.

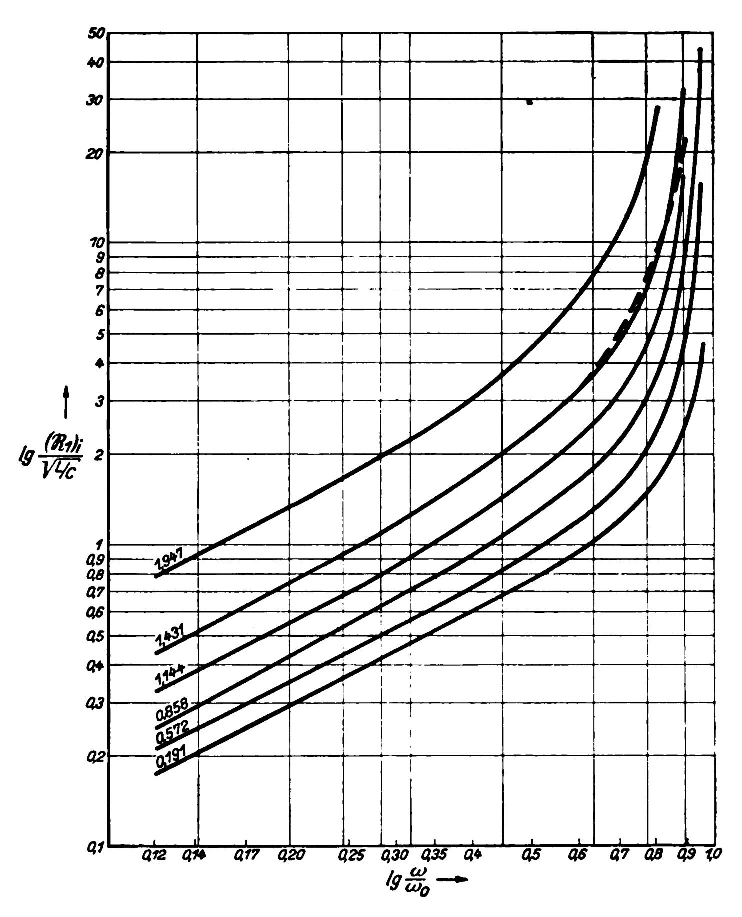
Um zu beurteilen, wieweit durch geeignete Verfügung über L_0 und C_0 die Kurven $(\mathfrak{R}_1)_i$ und $(\mathfrak{R}_1')_i$ als Funktionen von ω zur Deckung gebracht werden können, kann man ein Verfahren benutzen, das bereits in einem ähnlichen Falle verwandt worden ist, wo es sich ebenfalls um die empirische Bestimmung von Bezugseinheiten in reduzierten Gleichungen handelte, nämlich bei der Prüfung des thermodynamischen Theorems der übereinstimmenden Zustände[2]. Das Kurvensystem der $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ mit b_0 als Parameter sowie auch die $\frac{(\mathfrak{R}_1')_i}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}$-Kurve werden aus Bild 3 auf doppeltlogarithmisches (**Briggisches**) Koordinatenpapier umgezeichnet (vgl. Bild 5). Die $(\mathfrak{R}_1')_i$-Kurven als Funktionen von ω mit vorgeschriebenen Werten L_0 und C_0 würden dann eine zweifachunendliche Schar paralleler Kurven bilden, und zwar derart, daß Multiplikation von $\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ mit irgendeinem Faktor die Kurve parallel zur Ordinatenachse um den Briggischen Logarithmus dieses Faktors in Richtung der wachsenden oder der abnehmenden Ordinaten verschiebt, je nachdem dieser Faktor > 1 oder < 1 ist, und ebenso die Multiplikation von $\frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$ mit einem beliebigen Faktor parallel zur Abszissenachse um den Briggischen Logarithmus des letzteren Faktors, und zwar im Sinne der wachsenden oder abnehmenden Abszissen, je nachdem dieser letztere Faktor > 1 oder < 1 ist.

Bringt man also die Kurve $\frac{(\mathfrak{R}_1')_i}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}$ als Funktion von v mit derjenigen der Kurven $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ zur Deckung, deren b_0 dem vorgeschriebenen Wert von b_{5000} entspricht, wobei

[1] Den Hinweis hierauf verdanke ich Herrn Prof. Busch.

[2] Vgl. C. Raveau, Journ. d. phys. [3] 6, 432 (1897).

diese Kurven auf doppeltlogarithmischem Papier zu zeichnen sind, so kann man die Verhältnisse $\frac{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ und $\frac{1/\sqrt{L_0 \cdot C_0}}{\omega_0}$ aus dem Abstand der Abszissen- und Ordinaten-achsen der beiden reduzierten Kurven ermitteln. Die reinen Zahlenausdrücke $\frac{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ sowie $\omega_0 \sqrt{L_0 \cdot C_0}$ sind dabei Funktionen des einzigen Parameters b_0, der die Sollkurven



Biild 5. Sollwerte des imaginären Scheinwiderstandsanteils der Längsschaltung (doppelt-logarithmische Darstellung) für verschiedene b_0.

kennzeichnet, während die Scheinwiderstandskurve des realisierenden Schwingungs-kreises bei den gewählten Einheiten überhaupt keinen Parameter mehr enthält. Aus obigen beiden Ausdrücken lassen sich auch die reinen Zahlen $\frac{L_0 \omega_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ sowie $C_0 \omega_0 \sqrt{\frac{L}{C}}$ als Funktionen von b_0 allein darstellen. L_0 erscheint dabei bezogen auf die Selbst-induktionsgröße $\frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\omega_0}$ als Einheit, C_0 auf die Kapazitätsgröße $\frac{1}{\omega_0 \sqrt{\frac{L}{C}}}$. Z. B. ist in

dem durchgeführten Fall für $b_0 = 0{,}858$, welcher Wert bei einer Grenzfrequenz $\omega_0 = 16\,620$ einer Dämpfung $b_{5000} = 0{,}9$ entspricht,

$$\frac{L_0\,\omega_0}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = f_1(b_0) = 2{,}02; \tag{23}$$

$$C_0\omega_0\sqrt{\frac{L}{C}} = f_2(b_0) = 3{,}82; \tag{24}$$

$$\omega_0\sqrt{L_0\cdot C_0} = f_3(b_0) = 2{,}78; \tag{25}$$

$$\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\Big/\sqrt{\frac{L}{C}} = f_4(b_0) = 0{,}728. \tag{26}$$

Das fragliche b_0 berechnet sich dabei aus dem gegebenen b_{5000} nach (19) zu $b_{5000}\cdot\sqrt{1-\frac{(5000)^2}{\omega_0^2}}$. Mit den Beziehungen (25) und (26) läßt sich (22) in der Form schreiben:

$$\frac{(\mathfrak{R}_1')_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = f_3(b_0)\cdot f_4(b_0)\cdot\frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{1-f_3^2(b_0)\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}, \tag{27}$$

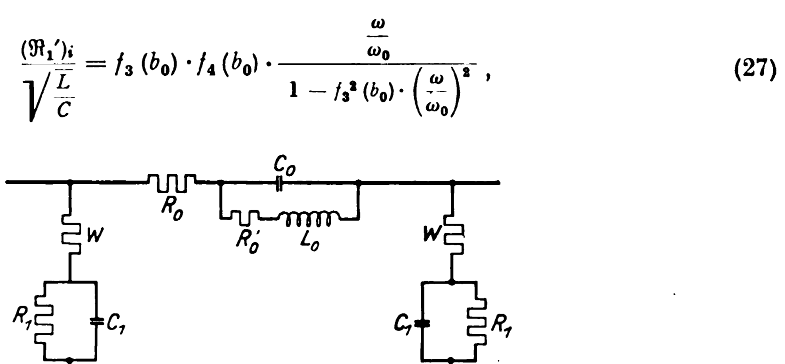


Bild 6. Schaltung der Verlängerungsleitung (unsymmetrische Form).

womit der imaginäre Scheinwiderstandsanteil der Längsschaltung (Istwert), auf $\sqrt{\frac{L}{C}}$ reduziert, als Funktion der auf die Grenzfrequenz der Leitung reduzierten Frequenz mit dem einzigen Parameter b_0 erscheint.

Die $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$-Kurven für die einzelnen b_0 in dem praktisch in Betracht kommenden Bereich von etwa b_0 gleich $0{,}2-2{,}0$ unterscheiden sich bei doppeltlogarithmischer Darstellung (vgl. Bild 5) in ihrer Form nur wenig voneinander, wenn man sich auf den praktisch interessierenden Bereich der Werte von $\frac{\omega}{\omega_0}$ beschränkt, welcher von etwa $0{,}1-0{,}7$ reicht. Alle Kurven dieser Schar lassen sich mit der Istkurve der $\frac{(\mathfrak{R}_1')_i}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}}$ in sehr befriedigender Weise zur Deckung bringen. Die letztere Kurve (gestrichelt) ist in Bild 5 bei Parallelismus der Achsen auf die Kurve der erstgenannten Schar mit dem Parameter $b_0 = 1{,}431$ geschoben; sie weicht von dieser nur in dem Gebiete oberhalb $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}55$, und zwar auch nur ganz unbedeutend ab.

Bild 6 zeigt die Längsschaltung, die sich so ergibt[1]. Der Ohmsche Widerstand R erscheint dabei in einen vor den Schwingungskreis geschalteten Widerstand R_0 und

[1] Bei der praktischen Ausführung wird die Längsschaltung der Symmetrie halber auf Hin- und Rückweg verteilt (vgl. unten S. 556).

den unvermeidlichen Widerstand R_0' der Spule L_0 zerlegt, da die Zeitkonstante der Spule aus wirtschaftlichen Gründen nicht allzu groß gewählt werden darf. Durch Verlegung eines wenn auch kleinen Teiles von R in den Schwingungskreis verliert $(\mathfrak{R}_1)_r$ strenggenommen seine Frequenzunabhängigkeit, ein Umstand, auf den bei der quantitativen Bestimmung von R_0, R_0', L_0, C_0 Rücksicht zu nehmen ist.

Nach Bild 3 zeigen die Kurven $\frac{(\mathfrak{R}_1)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ bis hinauf zu $\frac{\omega}{\omega_0} = 0,7$ eine mit b_0 deutlich zunehmende Krümmung. Da diese für kleine b_0 in diesem Frequenzbereich nahezu verschwindet, so ist dann der imaginäre Widerstandsanteil der Längsschaltung annähernd proportional der Frequenz, und es ist unter Umständen möglich, den Schwingungskreis L_0, C_0 durch die Selbstinduktion L_0 allein zu ersetzen; dabei verschmelzen dann natürlich die Widerstände R_0 und R_0' wieder zu dem einzigen Ohmschen Widerstand R.

Ebenso wie $(\mathfrak{R}_1)_i$ lassen sich auch $(\mathfrak{R}_2)_r$ und $(\mathfrak{R}_2)_i$ als Funktionen von b allein mit b_0 als einzigem Parameter darstellen, wenn man ebenfalls auf $\sqrt{\frac{L}{C}}$ als spezifische Widerstandseinheit reduziert. Nach (6), (16), (17) wird

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{1}{b_0} \cdot \frac{(b \operatorname{\mathfrak{Sin}} b)^2}{b \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b - b_0 \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} (b_0)} \tag{28}$$

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{1}{b_0} \cdot \frac{b^2 \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot \chi(b;\, b_0)}{b \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b - b_0 \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} (b_0)} . \tag{29}$$

Nach (19) sind beide Größen auch als Funktionen von $\frac{\omega}{\omega_0}$ mit b_0 als einzigem Parameter darzustellen.

Um den Verlauf des reellen Widerstandsanteiles der erforderlichen Querschaltung genauer zu übersehen, bilden wir die Ableitung nach b:

$$\frac{d\left(\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right)}{d b} = \frac{b \operatorname{\mathfrak{Sin}} b}{b_0} \cdot \frac{b \operatorname{\mathfrak{Sin}} b\,(\operatorname{\mathfrak{Sin}} b \operatorname{\mathfrak{Cos}} b + b) - b_0 \operatorname{\mathfrak{Sin}} b_0\,(\operatorname{\mathfrak{Sin}} b + b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b)}{[b \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b - b_0 \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b_0]^2} . \tag{30}$$

Da b_0 endlich und $b \gtreqless b_0$, so kann der Faktor $\frac{b \operatorname{\mathfrak{Sin}} b}{b_0}$ für keinen Wert von $\frac{\omega}{\omega_0}$ verschwinden. Der Nenner in (30) ist zwar ∞ für $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$, und zwar liefert (9) für hinreichend großes n beliebig große, mit Gleichung (9b) verträgliche Werte. Aber auch der Zähler von (30) ist für $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ gleich ∞, und die ganze rechte Seite von (30) wird in diesem Falle unter Vernachlässigung von Größen niedrigerer Ordnung $\frac{e^{2b}}{4 b_0} = \infty$. Als Bedingung des Extremums von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ bleibt also nach (30):

$$\frac{b \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot (\operatorname{\mathfrak{Sin}} b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b + b)}{2 (\operatorname{\mathfrak{Sin}} b + b \cdot \operatorname{\mathfrak{Cos}} b)} = b_0 \cdot \operatorname{\mathfrak{Sin}} (b_0) . \tag{31}$$

Für Werte von b_0, die so klein sind, daß nicht nur für b_0 selbst, sondern auch für den der Gleichung (31) entsprechenden Wert von b der $\mathfrak{Sin}$ gleich seinem Argument und der $\mathfrak{Cos}$ gleich 1 gesetzt werden darf, liefert (31): $b^2 = 2\, b_0^2$ und bei Berücksichtigung von (9):

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707 .$$

Dies also ist für kleine Werte von b_0 die Frequenz des Extremums von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ als Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ betrachtet.

Sind b und $\frac{\omega}{\omega_0}$ einander entsprechende Werte gemäß (9) und hat $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ als Funktion von b bei einem bestimmten b-Wert ein Extremum, so hat es als Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ betrachtet bei dem entsprechenden $\frac{\omega}{\omega_0}$-Werte ebenfalls ein Extremum. Da nämlich

$$\frac{d\left\{\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right\}}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{d\left\{\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right\}}{d b}\cdot\frac{d b}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{d\left\{\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right\}}{d b}\cdot b_0\cdot\frac{\omega}{\omega_0}\cdot\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-3/2},$$

so verschwindet für $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$ der Differentialquotient nach $\frac{\omega}{\omega_0}$ zugleich mit demjenigen nach b, also für solche Werte von $\frac{\omega}{\omega_0}$ und b, die durch Gleichung (9) verbunden sind. Es tritt aber für $\frac{\omega}{\omega_0}$ noch ein neues, bei b nicht vorhandenes Extremum für $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ auf.

Bei Vergrößerung von b_0 rückt die Frequenz des (31) entsprechenden Extremums nach kleineren Werten von $\frac{\omega}{\omega_0}$. Man erkennt dies, wenn man unter Einführung von (9) in (31) $\frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{d b_0}$ bildet. Differentiation von (31) gibt

$$\left.\begin{aligned}&\left\{\frac{\mathfrak{Sin}\,b\cdot\mathfrak{Cof}\,b+b}{2}\cdot\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - b_0\cdot\mathfrak{Cof}\,(b_0) - \mathfrak{Sin}\,(b_0) + \right.\\ &\left. + \frac{(b\,\mathfrak{Sin}\,b)^2}{2}\cdot\frac{(\mathfrak{Cof}\,b\,\mathfrak{Sin}\,b - b)\cdot\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-1/2}}{(\mathfrak{Sin}\,b + b\,\mathfrak{Cof}\,b)^2}\right\}\cdot d\,(b_0)\\ &+\left\{\frac{\mathfrak{Sin}\,b\cdot\mathfrak{Cof}\,b+b}{2}\cdot\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-3/2}\cdot b_0\cdot\frac{\omega}{\omega_0} + \right.\\ &\left. + \frac{(b\cdot\mathfrak{Sin}\,b)^2}{2}\cdot\frac{\mathfrak{Cof}\,b\cdot\mathfrak{Sin}\,b - b}{(\mathfrak{Sin}\,b + b\,\mathfrak{Cof}\,b)^2}\cdot b_0\cdot\frac{\omega}{\omega_0}\cdot\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-3/2}\right\}\cdot d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 0\end{aligned}\right\} \quad (32)$$

Der erste Summand des Faktors von $d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ ist für $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$, wie unmittelbar ersichtlich, positiv. Das Vorzeichen des zweiten Summanden in diesem Faktor und des vierten Summanden im Faktor von $d(b_0)$ hängt vom Vorzeichen von $\mathfrak{Cof}\,b\,\mathfrak{Sin}\,b - b$ ab, das notwendig positiv ist, da allgemein $\mathfrak{Sin}\,b \geqq b$ und $\mathfrak{Cof}\,b \geqq 1$ ist. Das Vorzeichen der zusammengefaßten ersten drei Summanden des Faktors von $d(b_0)$ läßt sich beurteilen, wenn man für $\mathfrak{Sin}\,b\,\mathfrak{Cof}\,b + b$ den sich aus (31) ergebenden Wert einführt. Dann wird nämlich die Summe dieser ersten drei Summanden bei Einführung von $\frac{\omega}{\omega_0}$ an Stelle von b als Variablen:

$$b_0\cdot\mathfrak{Sin}\,(b_0)\cdot\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}\cdot\mathfrak{Ctg}\left(b_0\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}\right) - \mathfrak{Ctg}\,(b_0)\right\} \quad (33)$$

Nun ist, wenn wir vorübergehend $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}$ mit δ bezeichnen,

$$\frac{\partial\,[\delta\cdot\mathfrak{Ctg}\,(b_0\cdot\delta)]}{\partial\,\delta} = \frac{\mathfrak{Cof}\,(b_0\cdot\delta)\cdot\mathfrak{Sin}\,(b_0\cdot\delta) - b_0\cdot\delta}{\mathfrak{Sin}^2\,(b_0\cdot\delta)}$$



stets positiv, da dies nach obigem für die im Zähler stehende Funktion mit beliebigem Argument gilt. Da für $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ die geschweifte Klammer in (33) verschwindet, so ist sie also zwischen $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ und $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ stets positiv. Somit ist der gesamte Faktor von

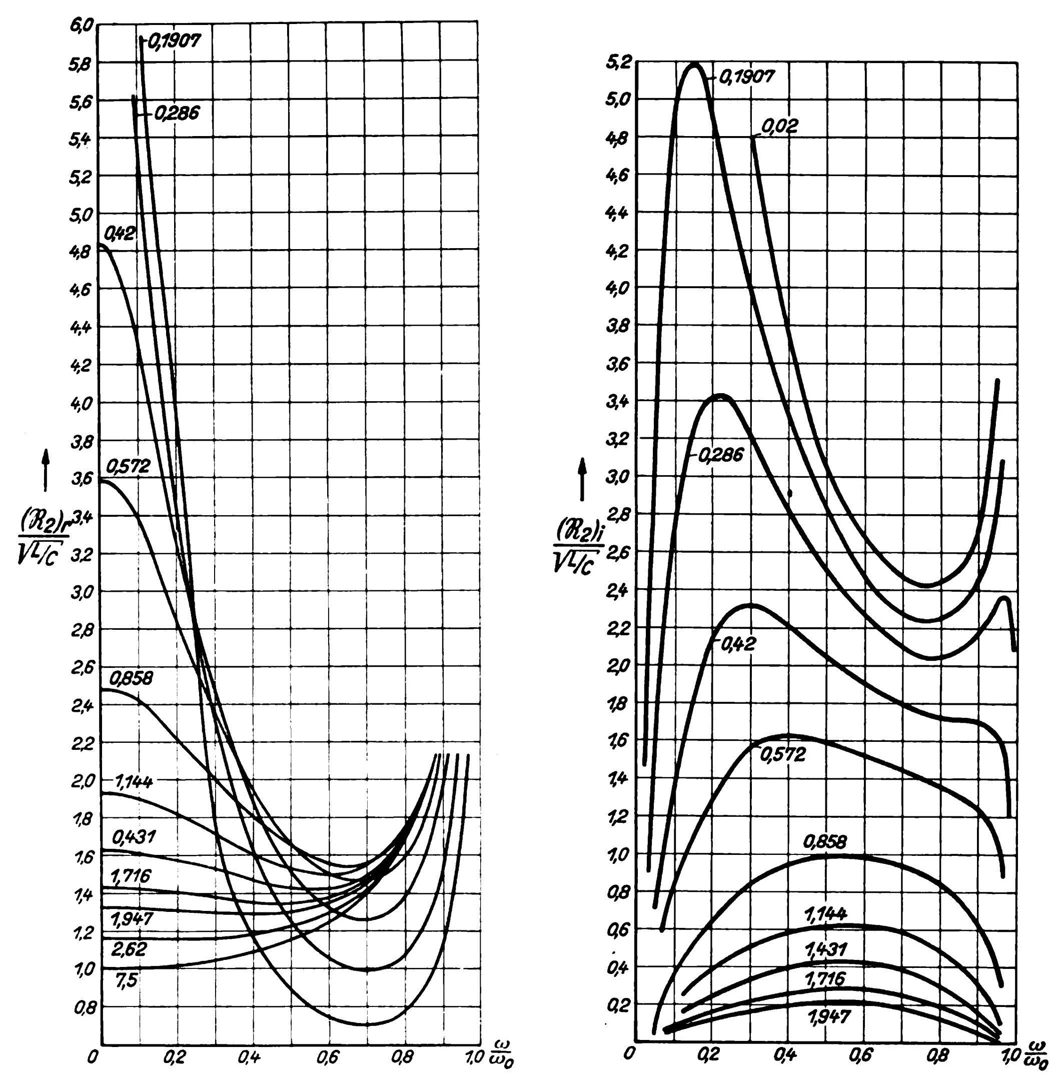


Bild 7. Sollwerte des reellen Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für verschiedene b_0.

Bild 8. Sollwerte der imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für verschiedene b_0.

$d\,(b_0)$ wie auch derjenige von $d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ in (32) wesentlich positiv, und $\frac{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}{d\,b_0}$ ist wesentlich negativ, d. h. die nach (31) berechnete Frequenz des Extremums von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ rückt mit wachsendem b_0 immer weiter nach kleineren Werten von $\frac{\omega}{\omega_0}$. Das Extremum gemäß (31) ist ein Minimum, da für größere Werte von $\frac{\omega}{\omega_0}$ sicherlich größere Werte

von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ auftreten, als diesem Extremum entsprechen, sofern nämlich bei $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ $(\mathfrak{R}_2)_r = \infty$ ist. Das Extremum bei $\frac{\omega}{\omega_0}$ ist dann offenbar, von seiten der positiven $\frac{\omega}{\omega_0}$ aus betrachtet, ein Maximum.

Bild 7 zeigt den Verlauf von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ als Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ mit b_0 als Parameter. Man sieht das mit wachsendem b_0 nach kleineren Werten von $\frac{\omega}{\omega_0}$ wandernde Minimum sowie das Maximum auf der Ordinatenachse. Mit steigendem b_0 nähern sich beide einander immer mehr. Setzt man in (31) $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$, d. h. $b = b_0$, so erhält man die Bedingung, daß beide Extrema zusammen auf die Ordinatenachse fallen, in der Form:

$$\mathfrak{Sin}(b_0) \cdot \mathfrak{Cof}(b_0) + b_0 = 2\{\mathfrak{Sin}(b_0) + b_0\,\mathfrak{Cof}(b_0)\}. \tag{34}$$

Die Lösung dieser Gleichung ist $b_0 = 2{,}62$. Bei etwas kleineren Werten von b_0, z. B. $b_0 = 1{,}716$, verläuft $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ auf einem ziemlich breiten Gebiet der $\frac{\omega}{\omega_0}$ fast parallel der Abszissenachse, ein Umstand, der die Realisierung durch einen rein Ohmschen Widerstand nahelegt. Für b_0-Werte oberhalb 2,62 ist das Minimum gänzlich verschwunden; man hat dann einen monotonen Anstieg von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ mit der Frequenz.

Für $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ wird nach (28):

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{\mathfrak{Sin}(b_0)}{\mathfrak{Cof}(b_0) - 1} = \mathfrak{Ctg}(b_0). \tag{35}$$

Der Sollwert des reellen Widerstandsanteiles der Querschaltung nimmt also von ∞ für $b_0 = 0$ auf 1 für $b_0 = \infty$ stetig ab.

In Bild 8 ist ferner der Verlauf von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ in Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ mit b_0 als Parameter dargestellt. Die Kurven beginnen sämtlich im Nullpunkt des Koordinatensystems entsprechend dem Umstand, daß, für $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$, $\sin a = 0$ wird und damit [vgl. Gleichung (6)] der imaginäre Teil des Sollwertes des Scheinwiderstandes der Querschaltung verschwindet.

Die Neigung der Kurven im Nullpunkt kann man erhalten, indem man $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ nach $\frac{\omega}{\omega_0}$ bis auf die Glieder erster Ordnung entwickelt. Für kleine $\frac{\omega}{\omega_0}$ wird

$$\chi = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \sqrt{1 + b_0 \cdot \mathfrak{Ctg}(b_0)}.$$

Da in χ hiernach $\frac{\omega}{\omega_0}$ als Faktor auftritt, so kann für die Entwicklung bis zu den Gliedern erster Ordnung in $\frac{\omega}{\omega_0}$ in den übrigen Faktoren von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ [vgl. Gleichg. (29)] $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ gesetzt werden, so daß man in der Nähe von $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ erhält:

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{\sqrt{1 + b_0\,\mathfrak{Ctg}(b_0)}}{\mathfrak{Cof}(b_0) - 1} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}.$$

und somit

$$\frac{d}{d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}\left[\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}\right]_{\left(\frac{\omega}{\omega_0}=0\right)} = \frac{\sqrt{1 + b_0 \cdot \mathfrak{Ctg}\,(b_0)}}{\mathfrak{Cof}\,(b_0) - 1} \tag{36}$$

Der Ausdruck ist für endliche b_0 endlich; für $b_0 = 0$ wird er $+\infty$, für $b_0 = \infty$ gleich 0.

Die Funktion $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ steigt von $\frac{\omega}{\omega_0} = 0$ an zu einem Maximum auf, das um so höher und bei um so kleineren Werten von $\frac{\omega}{\omega_0}$ liegt, je kleiner b_0 ist. Der Abstieg von diesem Maximum führt nur für b_0-Werte unterhalb einer gewissen Grenze zu einem Minimum, auf welches wieder ein Maximum folgt. Mit wachsendem b_0 nähern sich diese beiden letzten Extremwerte einander immer mehr; sie verschmelzen bei $b_0 = 0{,}42$ zu einem Wendepunkt. Bei größeren b_0 fällt die Kurve jenseits des ersten Maximums dauernd ab und geht für $\frac{\omega}{\omega_0}$-Werte in der Nähe von 1 auf 0 herunter. Das gleiche gilt auch für die kleineren b_0, bei welchen der Abstieg zu 0 von dem zweiten Maximum aus erfolgt. Allgemein wird bei $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$, da $b = \infty$:

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{b}{b_0} \cdot \frac{1}{\mathfrak{Cof}\, b} = 0.$$

Wir setzen in der Nähe von $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ die auf ω_0 als Einheit reduzierte Frequenz gleich $1 - \delta'$; dann ist bei dieser Frequenz bis auf Größen höherer Ordnung $b = b_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\delta'}}$ und

$$\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2\delta'}}}{e^{b_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\delta'}}}}.$$

Die Tangente des Winkels gegen die Abszissenachse, mit dem die Kurve in den Wert für $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ einläuft, ist dann für jeden endlichen Wert von b_0

$$-\frac{4}{b_0^3} \cdot \frac{\left[b_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\delta'}}\right]^3}{e^{b_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\delta'}}}} = 0,$$

da die Exponentialfunktion für sehr großes Argument stärker ∞ wird als jede endliche Potenz des gleichen Argumentes.

Bilder 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 enthalten (ausgezogen) die einander entsprechenden Sollkurven des reellen und imaginären Teiles der Querschaltung bei gleichen b_0-Werten für $b_0 = 0{,}191$; $0{,}286$; $0{,}572$; $0{,}858$; $1{,}144$; $1{,}431$; $1{,}716$. Für $b_0 = 0{,}286$ [1] schneidet die Kurve des reellen Teiles diejenige des imaginären merklich in ihrem ersten Maximum. Für größere b_0 müßten die Sollkurven des reellen Teiles parallel der Ordinatenachse nach unten verschoben werden, wenn sie die des imaginären Teiles in ihrem Maximum schneiden sollten. Für kleinere b_0 müßte eine Verschiebung im umgekehrten Sinne stattfinden; doch ist diese so klein, daß sie vernachlässigt werden kann.

---

[1] Die b_0 sind sämtlich aus runden, auf den betreffenden Kurvenblättern mit angegebenen Werten von b_{5000} für die normale Pupinstammleitung der Deutschen Reichspost vom Durchmesser 1,4 mm (S 1,4) gemäß Gleichung (19) abgeleitet.

Die Sollkurven für $b_0 = 0{,}286$ erinnern an das Verhalten einer Parallelschaltung aus einem Ohmschen Widerstande R_1 und einer Kapazität C_1. Eine solche besitzt bekanntlich den Scheinwiderstand

$$\mathfrak{R}_2' = \frac{R_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} - i \cdot \frac{\omega \cdot R_1^2 C_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2} = (\mathfrak{R}_2')_r - i \cdot (\mathfrak{R}_2')_i \tag{37}$$

was wir auch schreiben können,

$$\frac{(\mathfrak{R}_2')}{R_1} = \frac{1}{1 + w^2} - i \cdot \frac{w}{1 + w^2}, \tag{38}$$

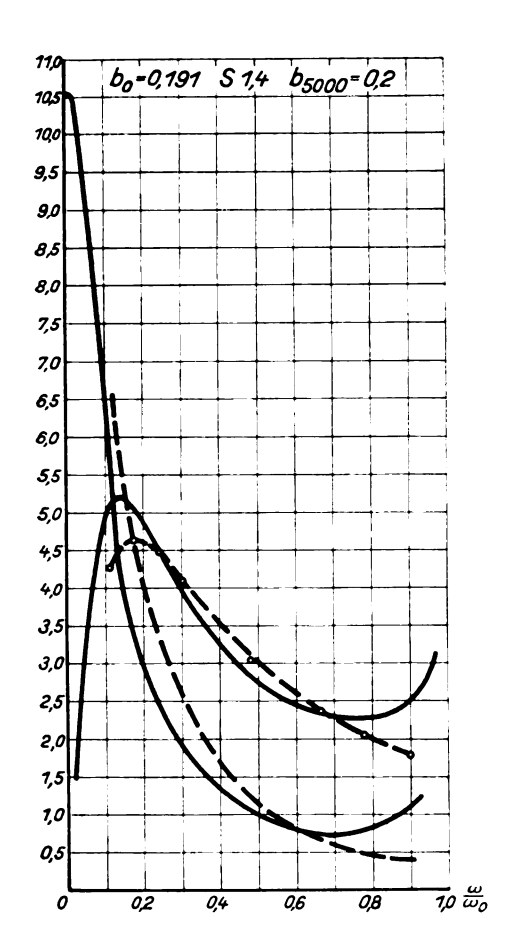


Bild 9. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 0{,}191$.

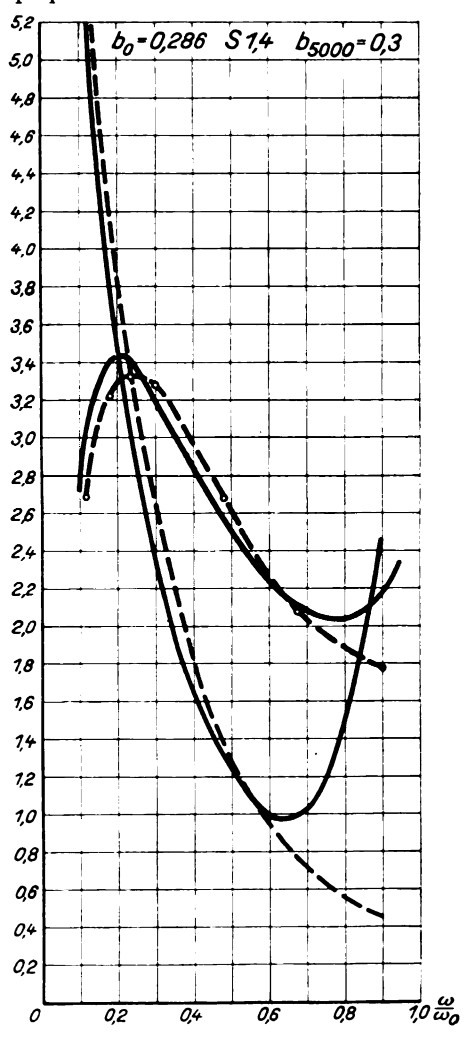


Bild 10. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 0{,}286$.

wenn wir $w = \omega R_1 C_1$ einführen. Die Ableitungen des reellen und imaginären Teiles der Funktion sind

$$\frac{d\left[\frac{(\mathfrak{R}_2')_r}{R_1}\right]}{d w} = - \frac{2 w}{(1 + w^2)^2}, \tag{39}$$

$$\frac{d\left[\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1}\right]}{d w} = + \frac{1}{1 + w^2} - \frac{2 w^2}{(1 + w^2)^2}. \tag{40}$$

Bild 4 gibt die Istwerte $\frac{(\mathfrak{R}_2')_r}{R_1} = \frac{1}{1 + w^2}$ und $\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1} = \frac{w}{1 + w^2}$ als Funktionen von w an.

Gemäß (40) existiert ein Extremum von $\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1}$ bei $w = 1$ und ein solches bei $w = \infty$. Da der imaginäre Teil nach (38) für $w = 0$ und $w = \infty$ verschwindet, so muß das erste Extremum ein Maximum sein. Das zweite Extremum bedeutet, daß der imaginäre Teil bei $w = \infty$ parallel der Abszissenachse in seinen Nullwert einläuft. Nach (40) steigt die Kurve des imaginären Teiles bei $w = 0$ unter einem Winkel von $\frac{\pi}{4}$ gegen die Abszissenachse an. Der reelle Teil besitzt nach (39) Extrema für $w = 0$ und $w = \infty$. Da er nach (38) für $w = 0$ endlich gleich 1, bei $w = \infty$ aber gleich 0

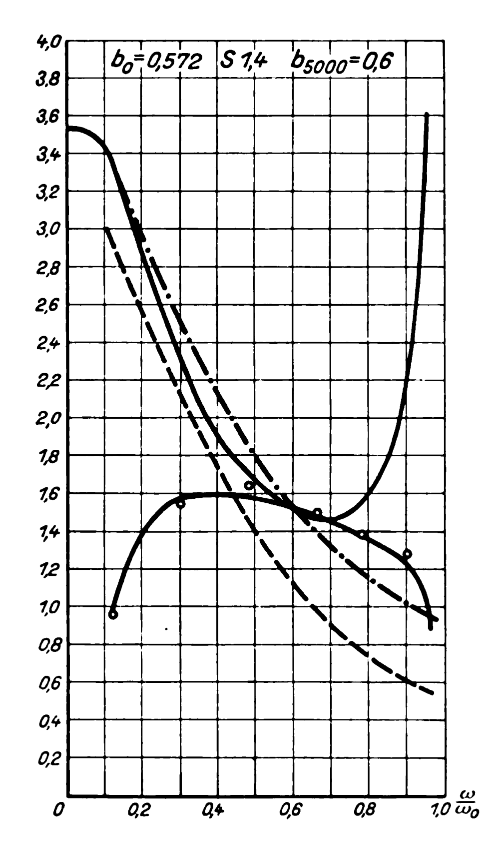


Bild 11. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 0,572$.

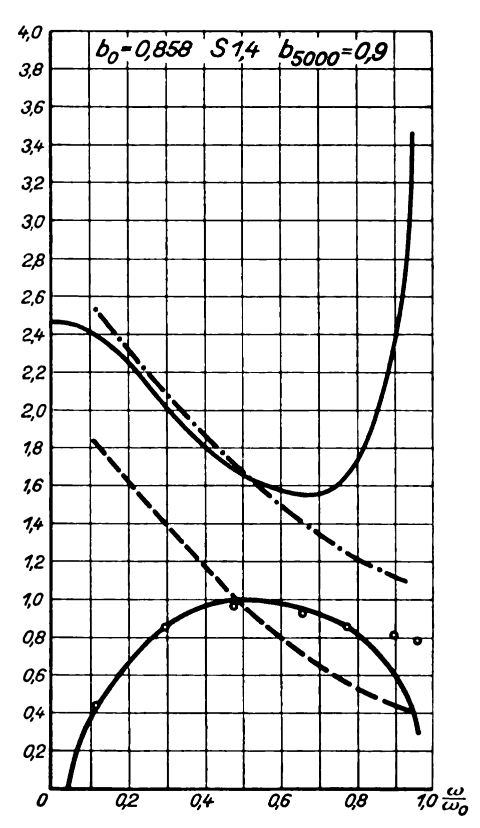


Bild 12. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 0,858$.

ist, so ist das erste Extremum ein Maximum, das zweite ein Minimum, zwischen denen sich die Funktion in kontinuierlicher Abnahme vermindert. Nach (38) ist

$$\frac{\frac{(\mathfrak{R}_2')_r}{R_1}}{\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1}} \gtrless 1,$$

je nachdem $w \lesseqgtr 1$ ist. Die Kurve des reellen Teiles schneidet also die des imaginären beim Maximum des letzteren an der Stelle $w = 1$ und der Ordinate gleich 0,5. Das Schaubild des komplexen Widerstandes der Parallelschaltung von Widerstand und Kapazität besitzt also in der Tat einen sehr ähnlichen Charakter wie das der Sollkurve des Scheinwiderstandes der Querschaltung für $b_0 = 0,286$.

Zur Bestimmung der Werte von R_1 und C_1 kann man sich des gleichen rechnerischen oder graphischen Verfahrens bedienen wie oben (S. 540ff.) zur Bestimmung der Schaltelemente L_0 und C_0 der Längsschaltung, und zwar benutzt man dazu zweckmäßig den durch sein Maximum in höherem Grade charakteristischen imaginären Teil der Querschaltung. Aus (37) folgt für $(\mathfrak{R}_2)_i = (\mathfrak{R}_2')_i$ entsprechend (21)

$$\log_{10}(\mathfrak{R}_2)_i - \log_{10}\left(\frac{\omega R_1 C_1}{1 + \omega^2 R_1^2 C_1^2}\right) = \log_{10}(R_1). \tag{41}$$

$R_1 C_1$ ist so zu bestimmen, daß die linke Seite möglichst unabhängig von ω wird; der Wert der linken Seite für dieses $R_1 C_1$ liefert dann weiterhin R_1.

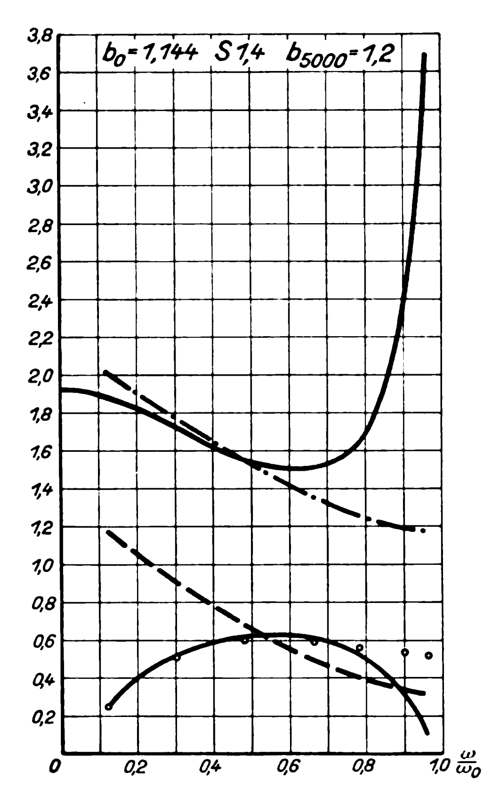


Bild 13. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 1,144$.

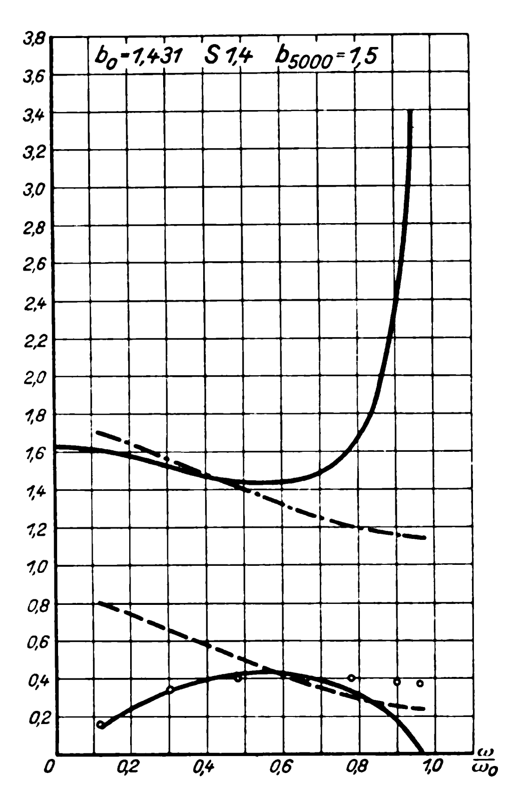


Bild 14. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 1,431$.

Bei der graphischen Methode wird die Schar der $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$-Kurven mit b_0 als Parameter in Funktion von $\frac{\omega}{\omega_0}$ auf doppeltlogarithmischem Koordinatenpapier aufgetragen (Bild 16) und die dem gewünschten b_0 entsprechende Kurve der Schar mit der in gleicher Weise als Funktion von w gezeichneten Kurve $\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1}$ bei Parallelismus der Abszissen- und Ordinaten-Achsen zur Deckung gebracht. Hieraus ergeben sich die Werte von $\frac{R_1}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$, $\omega_0 C_1 \sqrt{\frac{L}{C}}$ und $\omega_0 R_1 C_1$ als Funktionen des einzigen Parameters b_0. Die Widerstandsgröße R_1 erscheint dabei bezogen auf die Ein-

heit $\sqrt{\frac{L}{C}}$, die reziproke Frequenz $R_1 \cdot C_1$ auf $\frac{1}{\omega_0}$, die Kapazität C_1 auf die Kapazitätsgröße $\frac{1}{\omega_0 \sqrt{\frac{L}{C}}}$. In dem besonderen Falle $b_0 = 0{,}858$ wird:

$$\frac{R_1}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = f_5(b_0) = 1{,}933\,; \qquad (42)$$

$$\omega_0 C_1 \sqrt{\frac{L}{C}} = f_6(b_0) = 1{,}032\,, \qquad (43)$$

$$\omega_0 R_1 C_1 = f_7(b_0) = 1{,}995. \qquad (44)$$

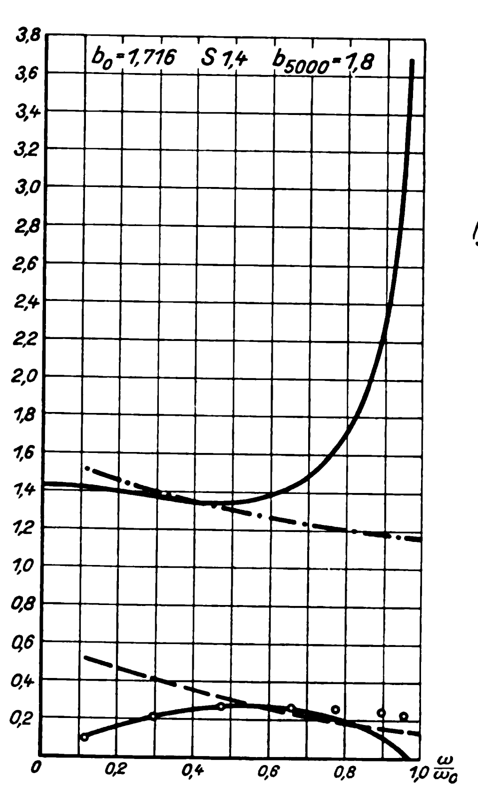


Bild 15. Soll- und Istwerte des reellen und imaginären Scheinwiderstandsanteils der Querschaltung für $b_0 = 1{,}716$.

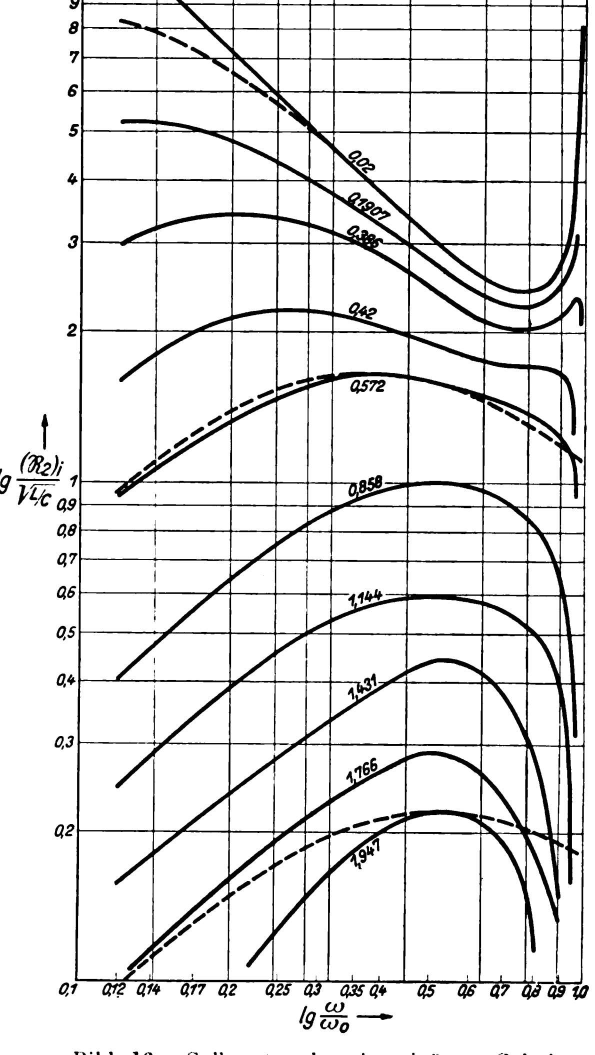


Bild 16. Sollwerte des imaginären Scheinwiderstandsanteil der Querschaltung (doppelt-logarithmische Darstellung) für verschiedene b_0.

Mit diesen Daten kann man (38) mit $\sqrt{\frac{L}{C}}$ als Widerstandseinheit, ω_0 als Frequenzeinheit und b_0 als einzigem Parameter folgendermaßen schreiben:

$$\frac{\mathfrak{R}_2'}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = f_5(b_0)\frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0} f_7(b_0)\right)^2} - i\, f_5(b_0)\frac{\frac{\omega}{\omega_0} f_7(b_0)}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0} f_7(b_0)\right)^2}. \qquad (45)$$

Die Eintragung der Istkurven (gestrichelte Kurven) der Parallelschaltung Widerstand-Kapazität gemäß dieser Gleichung in das Diagramm des Bildes 10, der Soll-

kurven für $b_0 = 0{,}286$, zeigt, daß nicht nur der imaginäre Teil der Sollkurve, der zur Berechnung von R_1 und C_1 diente, sondern zugleich auch der Realteil im Gebiet $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}1$ bis $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}7$ in befriedigender Weise dargestellt wird. Für $b_0 = 0{,}191$; $0{,}572$; $0{,}858$; $1{,}144$; $1{,}431$; $1{,}716$ sind ebenfalls der reelle und imaginäre Teil von $\frac{\mathfrak{R}_2'}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ berechnet und gestrichelt in die Bilder 9; 11—15 eingezeichnet. Mit Ausnahme von $b_0 = 0{,}191$ und $0{,}286$ sind dabei für den imaginären Teil nur einzelne Punkte durch Kreise angedeutet. Die unteren, gestrichelten Kurven stellen $\frac{(\mathfrak{R}_2')_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ dar. Da, wie bereits erwähnt, für die großen b_0 die reellen Teile der Sollkurven höher liegen, als sie liegen würden, wenn sie die Kurven des Imaginärteiles in deren erstem Maximum schneiden würden, so erscheinen die $\frac{(\mathfrak{R}_2)_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ regelmäßig gegenüber den $\frac{(\mathfrak{R}_2')_r}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ parallel zur Ordinatenachse nach oben verschoben. Da es sich indes, wie der Anblick lehrt, wesentlich um eine Parallelverschiebung handelt, so kann diese durch Zufügung eines geeigneten Widerstandes W zur Querschaltung, der vor die Parallelschaltung von Widerstand und Kapazität zu legen ist, ausgeglichen werden. Die oberen, strichpunktierten Kurven in den Abbildungen 11—15 geben den Realteil des so ergänzten Scheinwiderstandes der Querschaltung an. Die gesamte Querschaltung erhält somit die Form des Bildes 6. Natürlich liefert unsere Darstellung den Widerstand W bezogen auf die spezifische Widerstandseinheit $\sqrt{\frac{L}{C}}$. So hat man für $b_0 = 0{,}858$ einen Widerstand

$$\frac{W}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = f_8(b_0) = 0{,}69. \tag{46}$$

$\frac{W}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ ist wie alle reduzierten Schaltelemente eine Funktion von b_0 allein.

Prüfung der Nachbildungsgüte.

Prüfung der Nachbildungsgüte durch Berechnung.

Da mit wachsendem b_0 das Minimum des reellen Teiles der Sollkurve des Scheinwiderstandes der Querschaltung, dem kein solches im reellen Teil der Istkurve entspricht, nach kleineren $\frac{\omega}{\omega_0}$ zu rückt, so wird die Nachbildung dieses reellen Teiles mit wachsendem b_0 allmählich bei höheren Werten von $\frac{\omega}{\omega_0}$ etwas schlechter. Doch ist jedenfalls etwa bis hinauf zu $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}7$ und $b_0 = 0{,}9$ die Nachbildung noch durchaus befriedigend. Die Nachbildung des imaginären Teiles der Sollkurve ist am besten etwa bei $b_0 = 0{,}6$. Im Gebiete $b_0 = 0{,}2$ bis $b_0 = 0{,}9$ ist bis hinauf zu $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}7$ noch kaum eine Abweichung von Sollkurve und Istkurve zu bemerken. In Bild 16 ist bei Parallelismus der Achsen in die doppeltlogarithmische Darstellung von $\frac{(\mathfrak{R}_2)_i}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ die Kurve $\frac{(\mathfrak{R}_2')_i}{R_1}$ als Funktion von w gestrichelt an drei Stellen längs der Sollkurven mit den Parametern $b_0 = 0{,}02$; $0{,}572$; $1{,}947$ eingetragen. Bei dem mittleren Werte $b_0 = 0{,}572$

stimmen Sollkurve und Istkurve etwa für das Gebiet von $\frac{\omega}{\omega_0} = 0,1$ bis 0,9 miteinander überein; für $b_0 = 1,947$ erstreckt sich diese Übereinstimmung nur auf die unmittelbare Nachbarschaft des bei $\frac{\omega}{\omega_0} = 0,55$ liegenden Maximus der Sollkurve; für sehr kleine b_0-Werte ($b_0 = 0,02$) ist die Übereinstimmung ebenfalls ausgesprochen schlecht, weil hier ein nach oben zu, wenn auch nicht sehr ausgesprochen konkaves Stück der Sollkurve mit einem wenn auch nicht sehr stark nach oben zu konvexen Stück der Istkurve zur Deckung gebracht werden muß. Es handelt sich eben (vgl. oben S. 535ff.) um eine Methode zur Nachbildung der Vierpoleigenschaften, die ihr Optimum nicht bei den verschwindenden, sondern bei mittleren Dämpfungswerten hat.

Die berechneten und graphisch dargestellten Werte von $\frac{(\mathfrak{R}_1')}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ und $\frac{(\mathfrak{R}_2')}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$, wobei bei letzteren der Zusatz-Widerstand $\frac{W}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ mit zu berücksichtigen ist, gestatten die Dämpfungen und Wellenwiderstände der Verlängerungsleitung b' und $\frac{\mathfrak{Z}'}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$, letztere in relativem Maße, zu berechnen und mit den vorgeschriebenen Werten für die Pupinleitung zu vergleichen. Dabei ist es zweckmäßig, statt des reellen und imaginären Teiles der beiden komplexen Widerstände ihre Beträge ϱ_1 und ϱ_2 und ihre Phasen φ_1 und φ_2 einzuführen.

Für die Berechnung von b' ist auszugehen von der komplexen Gleichung (1), wobei an Stelle des Fortpflanzungsmaßes der natürlichen Leitung $b + i\,a$ dasjenige der Verlängerungsleitung $b' + i\,a'$ und an Stelle des Quotienten $\frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_2}$ der Sollwerte der vorgeschriebenen Scheinwiderstände der Längs- und Querschaltung das Verhältnis der auf $\sqrt{\frac{L}{C}}$ als Einheit bezogenen Scheinwiderstände der Verlängerungsleitung

$$\frac{\mathfrak{R}_1'/\sqrt{\frac{L}{C}}}{\mathfrak{R}_2'/\sqrt{\frac{L}{C}}}$$

zu setzen ist. Zerlegung in den reellen und imaginären Teil und Elimination von a' liefert eine in $\mathfrak{Sin}^2(b')$ quadratische Gleichung, deren einzige brauchbare positive Lösung lautet

$$\mathfrak{Sin}^2(b') = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\cdot\left\{\frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2} + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\right\} + \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\sqrt{\left(\frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2} + \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\right)^2 + \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)}. \quad (47)$$

An Stelle von (2) tritt bei Einführung von absoluten Beträgen und Phasen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{Z}'}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{\sqrt{\frac{\varrho_1\varrho_2}{2}}}{\sqrt[4]{1 + \frac{\varrho_1^2}{4\,\varrho_2^2} + \frac{\varrho_1}{\varrho_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}} \Bigg\{ \cos\left[\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2}\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{1 + \frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}\right)\right] + \\ + i\sin\left[\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2}\sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{1 + \frac{\varrho_1}{2\,\varrho_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}\right)\right]\Bigg\} \end{aligned}\right\} \quad (48)$$

In den Bildern 17 und 18 sind die nach (47) und (48) berechneten Werte von b' und $\frac{\mathfrak{Z}'}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$, letztere Größen mit ihrem reellen und imaginären Anteil, für $b_0 = 0{,}858$ strichpunktiert aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven sind die b und $\frac{\mathfrak{Z}}{\sqrt{\frac{L}{C}}}$ der als Kettenleiter betrachteten Pupinleitung gemäß (8) und (9). Die Übereinstimmung bis hinauf zu $\frac{\omega}{\omega_0} = 0{,}7$ ist sehr befriedigend.

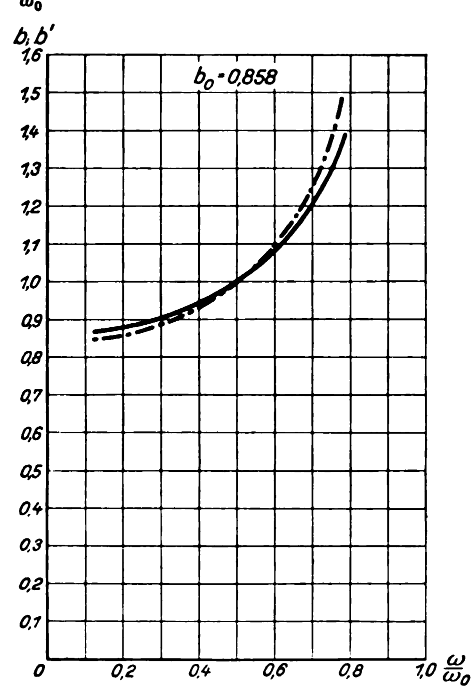


Bild 17. Soll- und Istwerte der Dämpfung der als Kettenleiter betrachteten Pupinleitung für $b_0 = 0{,}858$.

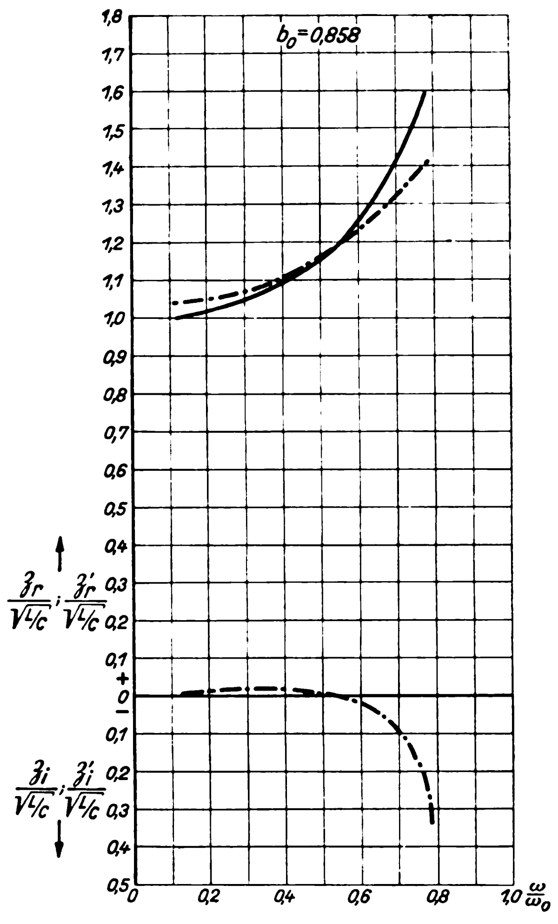


Bild 18. Soll- und Istwerte des Wellenwiderstandes der als Kettenleiter betrachteten Pupinleitung für $b_0 = 0{,}858$.

Prüfung der Nachbildungsgüte durch Versuche.

Bei Berechnung von Verlängerungsleitungen in der Praxis geht man für die Sollwerte von Dämpfung und Wellenwiderstand nicht von den Formeln (8) und (9) aus, sondern von den empirischen b- und $\mathfrak{Z}$-Werten des nachzubildenden Kabels. Diese weichen aus verschiedenen Gründen von den nach den Kettenleiterformeln berechneten etwas ab, z. B. b wegen der stetigen Verteilung des Ohmschen Widerstandes auf der Leitung und $\mathfrak{Z}$, weil der Ohmsche Widerstand auch in einem einzigen Spulenfeld einer Pupinleitung nicht vollständig gegen den induktiven zu vernachlässigen ist. Da $\sqrt{\frac{L}{C}}$ und ω_0 dann nicht mehr genau bekannte Werte sind, rechnet man Widerstand und Frequenz zweckmäßig in absolutem, nicht in relativem Maße, d. h. in Ω bzw. in Schwingungszahlen je $2\,\pi$ Sekunden.

Die Berechnungen wurden für 10 Typen von Pupinleitungen des Kabels München-Regensburg durchgeführt und die betreffenden Verlängerungsleitungen unter

gleichmäßiger Verteilung der Längsschaltung auf Hin- und Rückweg zwecks Verbesserung der Symmetrie aufgebaut; in jeder Hälfte der Längsschaltung sind dabei die Ohmschen Widerstände und Selbstinduktionen halbiert, die Kapazitäten verdoppelt. Die Selbstinduktionen von Hin- und Rückweg können auf einen gemeinschaftlichen Kern aufgewickelt werden. Bilder 19 und 20 enthalten in dem praktisch erforderlichen Bereich der Sprechfrequenzen die Sollwerte von b, $\mathfrak{Z}_r$ und $\mathfrak{Z}_i$ (ausgezogen) für den Phantomkreis der Leitung vom Durchmesser 1,4 mm (V 1,4) für eine Dämpfung von $b_{5000} = 0,3$, Bilder 21 und 22 für die Stammleitung vom Durchmesser 0,9 mm (S 0,9) für eine Dämpfung $b_{5000} = 1,8$. In letzterem Falle wurde die Berechnung tatsächlich für $b_{5000} = 0,9$ durchgeführt und zwei Verlängerungsleitungen für diese Dämpfung unter Vereinigung der mittleren Querschaltungen hintereinandergeschaltet (vgl. Bild 23). Dabei sind die Ohmschen Widerstände der Querschaltung zu halbieren, die Kapazitäten zu verdoppeln. Bild 24 und 23 zeigen die Schaltungen der beiden Verlängerungsleitungen für $b_{5000} = 0,3$ und $b_{5000} = 1,8$ mit den Zahlenwerten der Schaltelemente. Für $b_{5000} = 0,3$ ist dabei (vgl. oben S. 544) der Kondensator der Längsschaltung praktisch weggefallen.

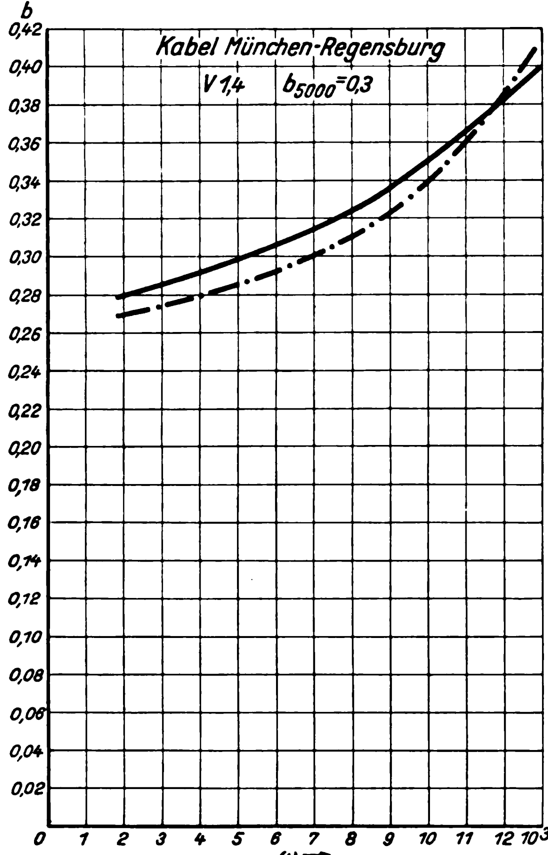


Bild 19. Soll- und Istwerte der Dämpfung des Pupinkabels München-Regensburg (Viererleitung).

Die Dämpfungen und Wellenwiderstände der Verlängerungsleitungen wurden aus Kurzschluß- und Leerlaufmessungen nach bekannten Formeln berechnet, wobei für die höheren Dämpfungen von $b_{5000} = 0,9$ ab der b'-Wert mit Hilfe eines Streckendämpfungsmessers[1] kontrolliert wurde. Die so erhaltenen Istwerte der Wellenwiderstände und Dämpfungen sind in den Bildern 19—22 strichpunktiert eingetragen. Die maximale Abweichung zwischen Istwert und Sollwert der Dämpfungen liegt zwischen 0,01 und 0,02; dabei ist bereits berücksichtigt, daß zwischen $b_{5000} = 1,0$ und 2,0 im allgemeinen zwei einfache Π-Schaltungen hintereinander geschaltet werden, wobei sich die Dämpfungsabweichungen der einfachen Schaltungen addieren. Die maximalen Abweichungen zwischen Istwert und Sollwert im reellen und imaginären Teil des Wellenwiderstandes betragen 100—150 Ω. Die Güte der Nachbildung sowohl von b wie von $\mathfrak{Z}$ durch die Verlängerungsleitung erscheint den Anforderungen der Praxis gegenüber vollkommen ausreichend[2]. In besonderen Fällen, etwa für Meßschaltungen, in denen eine höhere Genauigkeit der Nachbildung der Eigenschaften

[1] Vgl. W. Wolff, Telegraphen- und Fernsprechtechnik, 1925, S. 337.

[2] Eigentlich kommt es nicht auf den Wellenwiderstand der Verlängerungsleitung selbst an, sondern auf den Scheinwiderstand der durch die wirkliche, als lang anzusehende Leitung abgeschlossenen Verlängerungsleitung. Dieser letztere aber liegt zwischen dem Istwert $\mathfrak{Z}'$ der Verlängerungsleitung und dem Sollwert $\mathfrak{Z}$, so daß die tatsächlich in Betracht kommenden Widerstandsabweichungen geringer sind, als es nach den Bildern 18, 20, 22 erscheint.

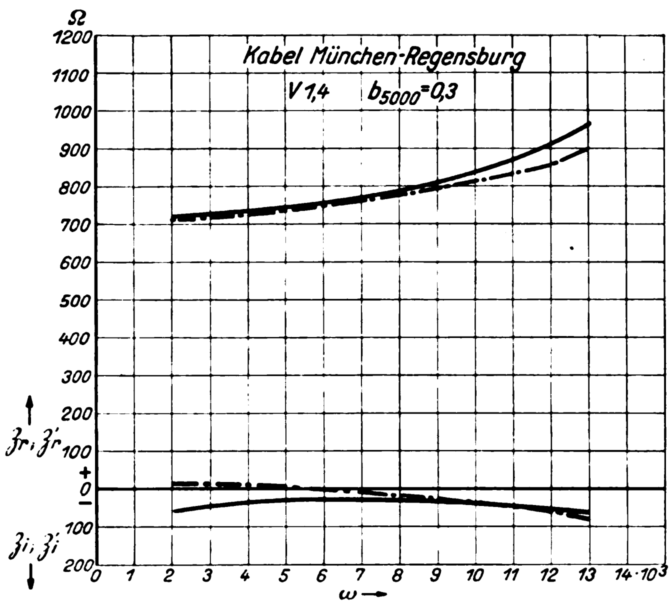


Bild 20. Soll- und Istwerte des Wellenwiderstandes des Pupinkabels München-Regensburg (Viererleitung).

Bild 21. Soll- und Istwerte der Dämpfung des Pupinkabels München–Regensburg (Stammleitung).

Bild 22. Soll- und Istwerte des Wellenwiderstandes des Pupinkabels München–Regensburg (Stammleitung).

der Pupinleitungen gefordert werden sollte, kann man diese stets durch Diskussion der Gleichungen (3) und (4), allerdings unter Vermehrung der Schaltelemente namentlich der Selbstinduktionen erreichen.

Den Herren Dr. Ising und Dr. Joachim bin ich für verständnisvolle Unterstützung bei Durchführung der Berechnungen verpflichtet.

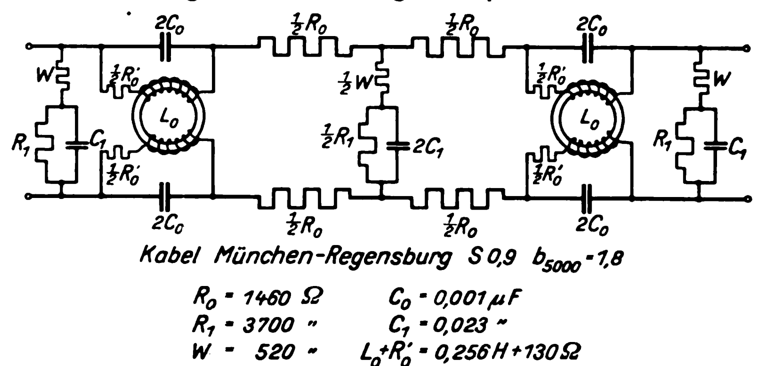


Bild 23. Symmetrische Schaltung der zweigliedrigen Verlängerungsleitung.

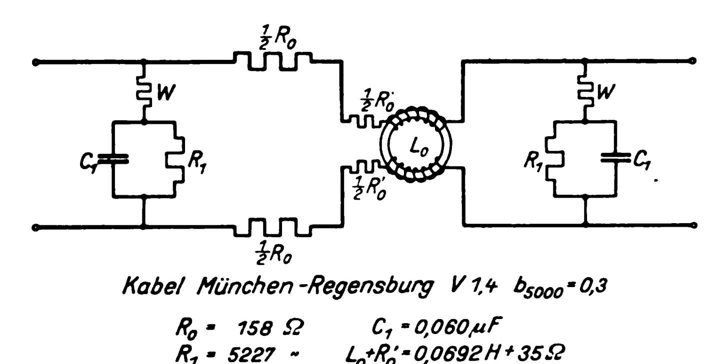


Bild 24. Symmetrische Schaltung der eingliedrigen Verlängerungsleitung.

Zusammenfassung.

Nach Schilderung der Nachteile der frequenzunabhängigen Verlängerungsleitungen werden die Forderungen auseinandergesetzt, die an eine Verlängerungsleitung bezüglich der Frequenzabhängigkeit ihrer charakteristischen Konstanten gestellt werden müssen. Es wird eine einfache Π-Schaltung angegeben, die eine Nachbildung der Dämpfung und des Wellenwiderstandes von mit halbem Spulenabstand beginnenden und endigenden Pupinleitungen im Gebiete der auf $\omega = 5000$ bezogenen Dämpfungen von 0,2 bis 2,0 leistet. Die charakteristischen Eigenschaften dieser Schaltung werden für die als Kettenleiter betrachtete Pupinleitung entwickelt. Dabei läßt sich das Verhalten der nachzubildenden Pupinleitung und der nachbildenden Π-Schaltung auf einen einzigen Parameter, den bekannten Näherungswert der Dämpfung der dem nachzubildenden Leitungsstück gleichwertigen, homogenen, ableitungsfreien Leitung, die verzerrungsfreie Dämpfung, zurückführen, wenn man als Einheit der Widerstände den Wellenwiderstand der verlustfreien gleichwertigen homogenen Leitung und als Frequenzeinheit die Grenzfrequenz der Pupinleitung einführt. Die Güte der Nachbildung wird durch Berechnungen und Versuche geprüft. Die Dämpfungen lassen sich bis hinauf zu $b_{5000} = 2,0$ mit einer Genauigkeit von 0,01—0,02, die Wellenwiderstände mit einer solchen von 100—150 Ω nachbilden. Bis hinauf zu $b_{5000} = 1,0$ ist hierzu nur eine Spule, bis hinauf zu $b_{5000} = 2,0$ sind zwei Spulen erforderlich.

Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.

Von

Dr.-Ing. **M. Liwschitz**, Charlottenburg.

1. Einleitung.

In einer früheren Arbeit [1] ist vom Verfasser das Drehmoment der Dämpferwicklung einer Mehrphasen-Synchronmaschine im Parallelbetrieb berechnet und die Gesichtspunkte für den Entwurf der Dämpferwicklung sind erläutert worden. Es wurde darauf hingewiesen, daß die Dämpferwicklung einen Einfluß auf das synchronisierende Moment der Maschine hat, und zwar wird das synchronisierende Moment durch die Wirkung der Streuung der Dämpferwicklung vergrößert. Es war demnach anzunehmen, daß die Dämpferwicklung auch auf die Eigenschwingungszahl der Maschine nicht ohne Einfluß bleiben wird. Die Feststellung der Größe dieses Einflusses ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Die früher abgeleiteten Formeln sollen umgeformt und ergänzt werden. Es ist infolgedessen erforderlich, den seinerzeit gewählten Rechnungsgang kurz zu erläutern.

Die Dämpferwicklung, deren Stäbe normalerweise unsymmetrisch über den Umfang verteilt sind, wird zunächst durch eine ideelle Zweiphasenwicklung ersetzt. Der eine der beiden Wicklungsstränge, die Dämpfer-Längswicklung, hat seine Achse über der Polmitte (Bild 1), der andere Wicklungsstrang, die Dämpfer-Querwicklung, hat seine Achse über der Mitte der Pollücke. Unter Vernachlässigung der Streuung und des Ohmschen Widerstandes der Ankerwicklung wird dann das von den 3 Wicklungssträngen des Ankers, der Gleichstrom-Erregerwicklung und der Dämpferwicklung erzeugte resultierende Feld durch 2 Felder ersetzt, deren Amplituden um 90 elektrische Grade gegeneinander verschoben sind. Das eine dieser beiden Felder, das Längsfeld, hat seine Amplitude ($\mathfrak{B}_l$) über der Polmitte, das andere, das Querfeld, hat seine Amplitude ($\mathfrak{B}_q$) über der Mitte der Pollücke. Die Größe der Feldamplituden $\mathfrak{B}_l$ und $\mathfrak{B}_q$ ist gegeben durch die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{B}_l &= \sqrt{2}\,\frac{P}{\omega\, w_a}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\tau\, l_i}\,10^8 \cos\Theta \\ \mathfrak{B}_q &= -\sqrt{2}\,\frac{P}{\omega\, w_a}\,\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\tau\, l_i}\,10^8 \sin\Theta \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Hierin bedeutet:

P den Effektivwert der Ankerspannung pro Phase,
w_a die effektive Windungszahl des Ankers pro Phase,
ω die Kreisfrequenz des Ankerstromes,
τ die Polteilung und
l_i die ideelle Ankerlänge der Maschine.

Der Winkel Θ ist gegeben durch

$$\Theta = \Theta_m + \varepsilon = \Theta_m + \varepsilon_0 \sin z\,t\,. \tag{2}$$

Im pendelfreien Zustande ist Θ konstant ($= \Theta_m$) und stellt die Phasenverschiebung zwischen der vom Magnetfelde induzierten EMK und der Klemmenspannung der Maschine dar. Pendelt die Maschine, so ist Θ eine Funktion der Zeit. z bedeutet die Kreisfrequenz der Pendelungen. Θ ist ein Maß für die Leistung bzw. das Drehmoment der Maschine. Im Generatorzustand ist Θ positiv, im Motorzustand ist Θ negativ.

[1] Arch. f. Elektrot. Bd. X, 1921, Heft 3/4.

Mit Hilfe der Gleichung (1) erhält man für die Flüsse in der Längs- bzw. in der Querachse der Maschine

$$\left.\begin{aligned}\Phi_l &= \sqrt{2}\,\frac{P}{\omega\, w_a}\,10^8 \cos\Theta\\ \Phi_q &= -\sqrt{2}\,\frac{P}{\omega\, w_a}\,10^8 \sin\Theta\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

und hiermit den Strom in der Dämpfer-Längswicklung, den Längsfeldstrom,

$$i_{dl} = \sqrt{2}\,P\,\frac{w_{dl}}{w_a}\,\frac{z}{\omega}\,\varepsilon_0 \sin\Theta_m \frac{1}{\sqrt{r_{dl}^2 + (z\,S_{dl})^2}} \cos\left(z\,t - \operatorname{arctg}\frac{z\,S_{dl}}{r_{dl}}\right) \tag{4a}$$

und den Strom in der Dämpfer-Querwicklung, den Querfeldstrom,

$$i_{dq} = \sqrt{2}\,P\,\frac{w_{dq}}{w_a}\,\frac{z}{\omega}\,\varepsilon_0 \cos\Theta_m \frac{1}{\sqrt{r_{dq}^2 + (z\,S_{dq})^2}} \cos\left(z\,t - \operatorname{arctg}\frac{z\,S_{dq}}{r_{dq}}\right). \tag{4b}$$

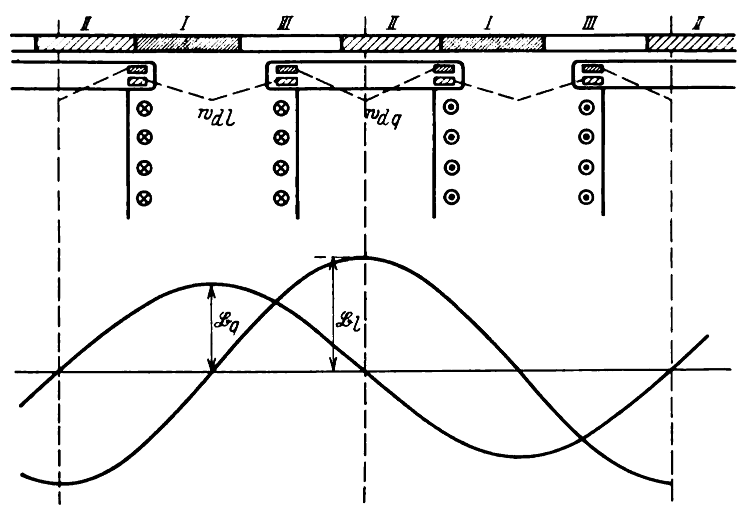


Bild 1. Die Wicklungen und Felder der Synchronmaschine mit Dämpferwicklung.

r_{dl}, r_{dq}, S_{dl} und S_{dq} sind die Ohmschen Widerstände bzw. Streukoeffizienten der beiden Phasen der ideellen Dämpferwicklung. w_{dl} und w_{dq} sind deren Windungszahlen.

Bezeichnet man mit c den Proportionalitätsfaktor zwischen dem Strom, der in der Wicklung fließt, und der Amplitude des von der Wicklung erzeugten Feldes, so erhält man für das Drehmoment der Maschine die Gleichung

$$M = \frac{2\,p\,\tau\,l_i}{\pi}\,w_a\left(-\frac{c_m}{c_1}\,i_m\,\mathfrak{B}_q - \frac{c_{dl}}{c_1}\,i_{dl}\,\mathfrak{B}_q + \frac{c_{dq}}{c_2}\,i_{dq}\,\mathfrak{B}_l - \frac{c_1 - c_2}{c_1\,c_2}\,\mathfrak{B}_l\,\mathfrak{B}_q\right)\frac{10^{-8}}{9{,}81}\,\text{mkg}. \tag{5}$$

c_1 und c_2 sind die Proportionalitätsfaktoren der Ankerwicklung (aller 3 Ankerphasen) in der Längs- bzw. in der Querachse der Maschine. c_m, c_{dl} und c_{dq} sind die Proportionalitätsfaktoren der Gleichstrom-Erregerwicklung, der Dämpfer-Längswicklung und der Dämpfer-Querwicklung. p bedeutet die Polpaarzahl der Maschine, i_m den Strom in der Erregerwicklung[1].

Setzt man in Gleichung (5) die Werte von i_{dl}, i_{dq}, $\mathfrak{B}_l$ und $\mathfrak{B}_q$ aus den Gleichungen (1) und (4) ein und berücksichtigt die Gleichung (2), so erhält man eine Reihe von Summanden, die den Pendelausschlag ε und die Pendelgeschwindigkeit $\frac{d\,\varepsilon}{dt}$ enthalten. Die Glieder, die ε in der zweiten und höheren Potenz proportional sind, können vernachlässigt werden. Die Summanden, die dem Pendelausschlag ε proportional sind,

[1] Aus den gleichen Gründen wie in der vorangegangenen Arbeit wird dieser gleich dem im pendelfreien Zustand in der Erregerwicklung fließenden Gleichstrom angenommen.

stellen das synchronisierende Moment der Maschine dar; die Summanden, die der Pendelgeschwindigkeit $\frac{d\varepsilon}{dt}$ proportional sind, geben das Dämpfungsmoment, das Drehmoment der Dämpferwicklung, an. Wir betrachten zunächst die letzteren.

2. Das Drehmoment der Dämpferwicklung.

Das Dämpfungsmoment besteht aus 2 Summanden und ist gleich

$$\left.\begin{aligned} M_d = 2p \frac{p^2}{\omega^2 w_a^2} w_{dl}^2 \frac{r_{dl}}{r_{dl}^2 + (z S_{dl})^2} \sin^2 \Theta_m \frac{1}{9{,}81} \frac{d\varepsilon}{dt} + \\ + 2p \frac{p^2}{\omega^2 w_a^2} w_{dq}^2 \frac{r_{dq}}{r_{dq}^2 + (z S_{dq})^2} \cos^2 \Theta_m \frac{1}{9{,}81} \frac{d\varepsilon}{dt} \text{mkg} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Das erste Glied wird vom Längsfeldstrom i_{dl} mit dem Querfeld $\mathfrak{B}_q$, das zweite Glied vom Querfeldstrom i_{dq} mit dem Längsfeld $\mathfrak{B}_l$ erzeugt. Das zweite Glied ist bekanntlich bedeutend größer als das erste. Da den Hauptteil des Längsfeldes das Magnetfeld bildet, so wird das Dämpfungsmoment hauptsächlich vom Querfeldstrom mit dem Magnetfeld erzeugt.

Wie oben erwähnt wurde, sind bei der Ableitung der Gleichung (1) der Ohmsche Widerstand und die Streuung der Ankerwicklung vernachlässigt worden. Wir wollen diese durch einen Korrektionsfaktor in der Gleichung (6) berücksichtigen. Bild 2 stellt das Spannungsdiagramm eines Synchronmotors bei Untererregung dar. OA ist die Klemmenspannung, AB der Ohmsche Spannungsabfall, BC die Streuspannung, CD die vom Querfluß der Maschine in der Ankerwicklung induzierte EMK, OD die vom Längsfluß der Maschine in der Ankerwicklung induzierte EMK und OF die vom Magnetfluß in der Ankerwicklung induzierte EMK. Vernachlässigt man den Ohmschen Spannungsabfall AB und die Streuspannung BC, so beträgt die vom Querfluß in der Ankerwicklung induzierte EMK AG statt CD und die vom Längsfluß in der Ankerwicklung induzierte EMK OG statt OD. Der Vernachlässigung des Ohmschen Widerstandes und der Streuung der Ankerwicklung entspricht also eine Änderung des Querflusses im Verhältnis $a_q = \frac{CD}{AG}$ und eine Anderung des Längsflusses im Verhältnis $a_l = \frac{OD}{OG}$. Das Diagramm Bild 2, das für den stationären Zustand gilt, kann auch auf die pendelnde Synchronmaschine übertragen werden. Sollen der Widerstand und die Streuung der Ankerwicklung berücksichtigt werden, so muß man die Summanden der Gleichung (6) mit $a = a_q a_l = \frac{CD}{AG} \frac{OD}{OG}$ multiplizieren.

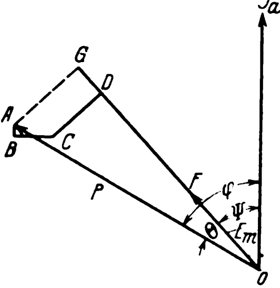


Bild 2. Spannungsdiagramm zur Ermittlung der Faktoren a_l und a_q.

w_{dl} und w_{dq} sind die effektiven Windungszahlen der Dämpfer-Längs- bzw. der Dämpfer-Querwicklung. Die Leiter der Dämpfer-Längswicklung liegen in der Nähe der Amplitude des Längsfeldes und werden schlecht ausgenutzt. Die Leiter der Dämpfer-Querwicklung liegen dagegen dort, wo das Querfeld klein ist, und werden fast vom ganzen Querfluß induziert. Wie in der früheren Arbeit gezeigt worden ist, gilt

$$w_{dl} = 2p \frac{\sin^2 \frac{N}{4} \frac{a}{\tau} \pi}{\sin \frac{1}{2} \frac{a}{\tau} \pi}, \tag{7}$$

wenn die Stabzahl pro Pol N eine gerade Zahl ist,

$$w_{d\,l} = 2\,p\,\frac{\sin\frac{N-1}{4}\frac{a}{\tau}\pi\cdot\sin\frac{N+1}{4}\frac{a}{\tau}\pi}{\sin\frac{1}{2}\frac{a}{\tau}\pi}, \tag{7a}$$

wenn die Stabzahl pro Pol N eine ungerade Zahl ist, und

$$w_{d\,q} = 2\,p\,\frac{\sin\frac{N}{2}\frac{a}{\tau}\pi}{2\sin\frac{1}{2}\frac{a}{\tau}\pi}, \tag{8}$$

sowohl bei geradzahligem wie ungeradzahligem N. In diesen Formeln bedeutet a den Abstand zwischen je 2 Stäben.

An Stelle der Windungszahlen $w_{d\,l}$ und $w_{d\,q}$ wollen wir in die Gleichung (6) die Windungszahlen $\zeta_l\,w_d$ wie $\zeta_q\,w_d$ einführen, wo w_d die effektive Windungszahl einer über den Umfang symmetrisch verteilten Wicklung ist, die die gleiche Stabzahl hat wie die unsymmetrisch über den Umfang verteilten Dämpfer-Längs- und Dämpfer-Querwicklung. Die Größe von w_d findet man, indem man in den Gleichungen (7) und (8) $a = \frac{\tau}{N}$ setzt. Für größeres N ergeben alle 3 Gleichungen den Wert

$$w_d = \frac{2}{\pi}\,p\,N. \tag{9}$$

Führt man diesen Wert ein, so werden die Faktoren $\zeta_l = \frac{w_{d\,l}}{w_d}$ und $\zeta_q = \frac{w_{dq}}{w_d}$

$$\zeta_l = \frac{\pi}{N}\,\frac{\sin^2\frac{N}{4}\frac{a}{\tau}\pi}{\sin\frac{1}{2}\frac{a}{\tau}\pi}, \tag{10}$$

wenn N eine gerade Zahl ist,

$$\zeta_l = \frac{\pi}{N}\,\frac{\sin\frac{N-1}{4}\frac{a}{\tau}\pi\cdot\sin\frac{N+1}{4}\frac{a}{\tau}\pi}{\sin\frac{1}{2}\frac{a}{\tau}\pi}, \tag{10a}$$

wenn N eine ungerade Zahl ist, und

$$\zeta_q = \frac{\pi}{N}\,\frac{\sin\frac{N}{2}\frac{a}{\tau}\pi}{2\sin\frac{1}{2}\frac{a}{\tau}\pi}, \tag{11}$$

sowohl für geradzahliges wie ungeradzahliges N. ζ_l ist stets kleiner als 1, ζ_q ist stets größer als 1.

Die Gleichung (6) können wir, wenn $r_{d\,l} = r_{d\,q} = r_d$ und $S_{d\,l} = S_{d\,q} = S_d$ gesetzt wird, wie folgt schreiben:

$$\left.\begin{aligned} M_d = a\,\zeta_l^2\sin^2\Theta_m\frac{d\,\varepsilon}{dt}\left[2\,p\left(\frac{P}{\omega}\right)^2\left(\frac{w_d}{w_a}\right)^2\frac{r_d}{r_d^2+(z\,S_d)^2}\,\frac{1}{9{,}81}\right] + \\ + a\,\zeta_q^2\cos^2\Theta_m\frac{d\,\varepsilon}{dt}\left[2\,p\left(\frac{P}{\omega}\right)^2\left(\frac{w_d}{w_a}\right)^2\frac{r_d}{r_d^2+(z\,S_d)^2}\,\frac{1}{9{,}81}\right]\text{ mkg.}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Der Klammerausdruck

$$\left[2\,p\left(\frac{P}{\omega}\right)^2\left(\frac{w_d}{w_a}\right)^2\frac{r_d}{r_d^2+(z\,S_d)^2}\,\frac{1}{9{,}81}\right]$$

bezieht sich nunmehr auf eine über den Umfang symmetrisch verteilte Wicklung und ist, wie gezeigt werden soll, annähernd gleich dem Drehmoment einer Asynchronmaschine mit Käfiganker, deren Primärteil die gleiche Wicklung hat wie der Anker der Synchronmaschine, deren Käfig die Stabzahl $2\,p\,N$ besitzt und deren Schlupf σ gleich $\frac{z}{\omega}$ ist.

An Stelle der Größen r_d und $z\,S_d$, die sich auf die hintereinandergeschalteten Stäbe eines Stranges der Zweiphasen-Ersatzwicklung beziehen, führen wir den Ohm-



schen Widerstand und den Streu-Blindwiderstand eines einzelnen Stabes mit dem zugehörigen Ringsegment (R_2 bzw. $z S_2$) ein. Es ist dann

$$r_d = 2 p N R_2, \quad z S_d = 2 p N z S_2 \tag{14}$$

und somit der Klammerausdruck

$$\frac{8}{\pi^2} \frac{P^2}{4 w_a^2} \frac{z}{\omega} \frac{p}{\sqrt{R_2^2 + (z S_2)^2}} 2 N \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (z S_2)^2}} \frac{1}{\frac{\omega}{p} 9{,}81} \frac{1}{z}.$$

Führt man hier an Stelle der Klemmenspannung P die pro Leiter induzierte $EMK\ E_L$, also $P = k_1 2 w_a E_L$ ein und berücksichtigt, daß

$$\frac{E_L}{\sqrt{R_2^2 + (z S_2)^2}} \frac{z}{\omega} = J_L \quad \text{und} \quad \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (z S_2)^2}} = \cos \psi_{2\sigma},$$

wo J_L der Leiterstrom und $\psi_{2\sigma}$ der Phasenverschiebungswinkel zwischen induzierter EMK und Strom beim Schlupf $\sigma = \frac{z}{\omega}$ ist, so ergibt sich

$$k_1^2 \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{z} \left(2 N E_L p J_L \cos \psi_{2\sigma} \frac{1}{\frac{\omega}{p} 9{,}81} \right).$$

Der Ausdruck in der runden Klammer ist nichts anderes als das Drehmoment einer Käfigwicklung mit $2N$ Phasen (N Stäben pro Pol). Man findet also den Klammerausdruck der Gleichung (12), indem man in der üblichen Weise das Drehmoment eines symmetrischen Käfigankers mit $2pN$ Stäben berechnet und dieses Moment mit der Größe $\frac{8}{\pi^2} k_1^2 \frac{1}{z}$ multipliziert. Die Größe $k_1 P$ ist gleich dem Spannungsabfall in der Ankerwicklung der Synchronmaschine, den ihr Ohmscher Widerstand und ihre Streuung hervorrufen würden, wenn sie als reine Asynchronmaschine mit dem symmetrischen Käfig von $2pN$ Stäben und dem Schlupf $\sigma = \frac{z}{\omega}$ gelaufen wäre; daraus berechnet man den Faktor k_1.

Bezeichnet man das Moment dieses symmetrischen Käfigs mit M_k, so gilt demnach für das Moment der Dämpfer-Querwicklung die Beziehung

$$M_{dq} = \frac{8}{\pi^2} a k_1^2 \zeta_q^2 \cos^2 \Theta_m M_k \frac{1}{z} \frac{d\varepsilon}{dt} = D_q \frac{d\varepsilon}{dt} \text{ mkg}, \tag{15a}$$

und entsprechend für das Moment der Dämpfer-Längswicklung

$$M_{dl} = \frac{8}{\pi^2} a k_1^2 \zeta_l^2 \sin^2 \Theta_m M_k \frac{1}{z} \frac{d\varepsilon}{dt} = D_l \frac{d\varepsilon}{dt} \text{ mkg}. \tag{15b}$$

D_l und D_q sind Größen, die beim Pendeln der Maschine konstant bleiben. Es ist

$$D_q = \frac{8}{\pi^2} a (k_1 \zeta_q \cos \Theta_m)^2 M_k \frac{1}{z} \tag{16a}$$

und

$$D_l = \frac{8}{\pi^2} a (k_1 \zeta_l \sin \Theta_m)^2 M_k \frac{1}{z}. \tag{16b}$$

Das totale Moment der Dämpferwicklung ist gleich

$$M_d = M_{dq} + M_{dl} = D \frac{d\varepsilon}{dt}. \tag{17}$$

D ist die Größe, die als Konstante in die Differentialgleichung der Pendelbewegung einzuführen ist. Sie ist

$$D = \frac{8}{\pi^2} a M_k \frac{1}{z} k_1^2 (\zeta_q^2 \cos^2 \Theta_m + \zeta_l^2 \sin^2 \Theta_m). \tag{18}$$

3. Das synchronisierende Moment.

Die dem Pendelausschlag ε proportionalen Glieder aus der Gleichung (5) sind:

$$\left.\begin{aligned}&\sqrt{2}\,\frac{c_m}{c_1}\,i_m\,p\,\frac{P}{\omega}\cos\Theta_m\,\frac{1}{9{,}81}\,\varepsilon+2\,\frac{c_1-c_2}{c_1\,c_2}\,p\,\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\tau\,l_i}\,\frac{P^2}{\omega^2 w_a}\cos 2\,\Theta_m\,\frac{10^8}{9{,}81}\,\varepsilon+\\&+2\,p\,\frac{P^2}{\omega^2\,w_a{}^2}\,w_{d\,l}{}^2\,\frac{z\,S_{d\,l}}{r_{d\,l}{}^2+(z\,S_{d\,l})^2}\,z\sin^2\Theta_m\,\frac{1}{9{,}81}\,\varepsilon+\\&+2\,p\,\frac{P^2}{\omega^2\,w_a{}^2}\,w_{d\,q}{}^2\,\frac{z\,S_{d\,q}}{r_{d\,q}{}^2+(z\,S_{d\,q})^2}\,z\cos^2\Theta_m\,\frac{1}{9{,}81}\,\varepsilon\ \text{mkg}\end{aligned}\right\}\qquad(19)$$

Das erste Glied rührt von der Änderung des Arbeitsmomentes der Maschine beim Pendeln her. Das zweite Glied ist eine Folge der Verschiedenheit der magnetischen Leitfähigkeiten in der Längs- und der Querachse der Maschine. Das dritte und vierte Glied sind durch das Vorhandensein der Dämpferwicklung bedingt, und zwar durch deren Streuung.

Die ersten 2 Glieder wollen wir auf eine in der Literatur üblichere Form bringen, das dritte und vierte Glied können durch das Dämpfungsmoment ausgedrückt werden.

Die Proportionalitätsfaktoren c_m, c_1 und c_2 findet man aus den Beziehungen

$$\mathfrak{B}_m=c_m\,i_m\,,\quad \mathfrak{B}_{a\,l}=c_1\,\frac{m}{2}\,\sqrt{2}\,J_a\sin\psi\quad\text{und}\quad\mathfrak{B}_{a\,q}=c_2\,\frac{m}{2}\,\sqrt{2}\,J_a\cos\psi\,,\qquad(20)$$

wo J_a den Ankerstrom und ψ den Winkel zwischen der vom Magnetfeld in der Ankerwicklung induzierten EMK E_m und dem Ankerstrom bedeuten. Führt man die Werte der Konstanten c_m und c_1 in den ersten Summanden der Gleichung (19) ein, so ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{B}_m}{\mathfrak{B}_{a\,l}}\,J_a\sin\psi\,m\,P\cos\Theta_m\,\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81}\ \text{mkg}.$$

Berücksichtigt man weiter, daß

$$\frac{2}{\pi}\,\tau\,l_i\,\mathfrak{B}_m=\Phi_m\qquad\sqrt{2}\,\pi\,\Phi_m\,w_a\,\frac{\omega}{2\,\pi}\,10^{-8}=E_m\,,$$

$$\frac{2}{\pi}\,\tau\,l_i\,\mathfrak{B}_{a\,l}=\Phi_{a\,l}\qquad\sqrt{2}\,\pi\,\Phi_{a\,l}\,w_a\,\frac{\omega}{2\,\pi}\,10^{-8}=x_l\,J_a\sin\psi\,,$$

wo x_l der Blindwiderstand der Ankerwicklung in der Längsachse ist, so ergibt sich für den ersten Summanden

$$\frac{m\,P\,E_m}{x_l}\cos\Theta_m\,\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81}\ \text{mkg}.$$

In den zweiten Summanden, der $\cos 2\,\Theta_m$ proportional ist,

$$2\,\frac{1-\frac{c_2}{c_1}}{c_2}\,p\,\frac{\pi}{2}\,\frac{1}{\tau\,l_i}\,\frac{P^2}{\omega^2\,w_a}\cos 2\,\Theta_m\,\frac{10^8}{9{,}81}\,,$$

führen wir zunächst aus Gleichung (20) ein

$$\frac{c_2}{c_1}=\frac{\mathfrak{B}_{a\,q}}{\mathfrak{B}_{a\,l}}\,\mathrm{tg}\,\psi\quad\text{und}\quad c_2=\frac{\mathfrak{B}_{a\,q}}{\frac{m}{2}\,\sqrt{2}\,J_a\cos\psi}\,.$$

Da außerdem

$$\frac{2}{\pi}\,\tau\,l_i\,\mathfrak{B}_{a\,q}=\Phi_{a\,q}\qquad\sqrt{2}\,\pi\,\Phi_{a\,q}\,w_a\,\frac{\omega}{2\,\pi}\,10^{-8}=x_q\,J_a\cos\psi,$$

$$\frac{2}{\pi}\,\tau\,l_i\,\mathfrak{B}_{a\,l}=\Phi_{a\,l}\qquad\sqrt{2}\,\pi\,\Phi_{a\,l}\,w_a\,\frac{\omega}{2\,\pi}\,10^{-8}=x_l\,J_a\sin\psi$$

ist, wo x_q den Blindwiderstand der Ankerwicklung in der Querachse bedeutet, so wird

$$\frac{\mathfrak{B}_{a\,q}}{\mathfrak{B}_{a\,l}}=\frac{x_q}{x_l}\,\frac{1}{\mathrm{tg}\,\psi}\quad\text{und}\quad\mathfrak{B}_{a\,q}=\frac{x_q\,J_a\cos\psi\,10^8}{\frac{\sqrt{2}}{\pi}\,\tau\,l_i\,\omega\,w_a}\,,$$

mithin der zweite Summand

$$\frac{m\,P\,E_m}{x_l}\left[\frac{P}{E_m}\left(\frac{x_l}{x_q}-1\right)\cos 2\,\Theta_m\right]\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81}\,.$$



Sowohl bei dem ersten wie bei dem zweiten Summanden wollen wir den Einfluß der Streuung der Ankerwicklung berücksichtigen. Wir müssen dann an Stelle der Größen x_l und x_q die Größen

$$x_b = x_1 + x_l \text{ und } x_w = x_1 + x_q$$

einführen. x_b ist der Blindwiderstand des Blindstromes, x_w der Blindwiderstand des Wirkstromes. Für die ersten beiden Glieder der Gleichung (19) ergibt sich dann:

$$\frac{m\,P\,E_m}{x_b}\left[\cos\Theta_m + \frac{P}{E_m}\left(\frac{x_b}{x_w} - 1\right)\cos 2\,\Theta_m\right]\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81}\text{ mkg.}$$

Diese Formel stimmt bis auf einen weiteren Summanden, der dem Ohmschen Widerstand der Ankerwicklung proportional ist, mit der von Arnold-la Cour[1] für das synchronisierende Moment der Synchronmaschine angegebenen Formel überein.

Drückt man die Glieder 3 und 4 der Gleichung (19) durch die Gleichung (15) aus, so erhält man für diese

$$D_q z \frac{z S_2}{R_2}\varepsilon \quad\text{bzw.}\quad D_l z \frac{z S_2}{R_2}\varepsilon$$

und somit für das synchronisierende Moment

$$\left.\begin{aligned} M_s = \frac{m\,P\,E_m}{x_b}\left[\cos\Theta_m + \frac{P}{E_m}\left(\frac{x_b}{x_w} - 1\right)\cos 2\,\Theta_m\right]\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81}\,\varepsilon \\ + z D_q \frac{z S_2}{R_2}\varepsilon + z D_l \frac{z S_2}{R_2}\varepsilon = S\,\varepsilon \text{ mkg} \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Die Größe S ist in die Differentialgleichung der Pendelbewegung einzuführen. Sie ist

$$S = \frac{m\,P\,E_m}{x_b}\left[\cos\Theta_m + \frac{P}{E_m}\left(\frac{x_b}{x_w} - 1\right)\cos 2\,\Theta_m\right]\frac{1}{\frac{\omega}{p}\,9{,}81} + z\frac{z S_2}{R_2}\left(D_q + D_l\right) \qquad (22)$$

Bezeichnet man die letzten beiden Summanden dieser Gleichung entsprechend den Gleichungen (16a) und (16b) mit S_q und S_l, so ist

$$S_q = D_q z \frac{z S_2}{R_2} \qquad (22)$$

und

$$S_l = D_l z \frac{z S_2}{R_2}. \qquad (22\text{b})$$

D_q und S_q rühren vom Querfeldstrom und dem Längsfeld, D_l und S_l vom Längsfeldstrom und dem Querfeld her.

4. Die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine und das logarithmische Dekrement der Schwingungen.

Die Pendelgleichung einer am starren Netz hängenden Synchronmaschine lautet

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} + D\frac{d\Theta}{dt} + S(\Theta - \Theta_m) = 0 \qquad (23)$$

oder

$$\frac{d^2(\omega - \omega_m)}{dt^2} + \frac{p\,D}{J}\frac{d(\omega - \omega_m)}{dt} + \frac{p\,S}{J}(\omega - \omega_m) = 0. \qquad (23\text{a})$$

Mit

$$z^2 = \frac{p\,S}{J} - \frac{1}{4}\frac{p^2 D^2}{J^2} \text{ und } \delta = \frac{1}{2}\frac{p\,D}{J}$$

erhält man unter der Voraussetzung $z^2 > 0$, d. h. $D < 2\sqrt{\frac{J\,S}{p}}$, als Lösung der Pendelgleichung

$$\omega - \omega_m = A\,e^{-\delta t}\sin(zt + \gamma).$$

[1] Wechselstromtechnik, Bd. IV, S. 310.

Für die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine gilt also

$$f_{ei} = \frac{z_{ei}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{pS}{J} - \frac{1}{4}\frac{p^2 D^2}{J^2}} \tag{25}$$

und für das logarithmische Dekrement zweier aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten

$$\ln \frac{\left(\omega - \omega_m\right)^{\nu}_{\max}}{\left(\omega - \omega_m\right)^{\nu+1}_{\max}} = \frac{\pi D}{\sqrt{4\frac{J}{p}S - D^2}}. \tag{26}$$

Die Größen D und S [Gleichungen (18 und 22)] sind von der Kreisfrequenz der Pendelungen z abhängig. Führt die Maschine erzwungene Schwingungen aus, so ist z gegeben und somit auch D und S. Schwingt die Maschine frei, so muß in den Gleichungen für D und S $z = z_{ei}$ gesetzt werden. Nach Gleichung (25) kann aber z_{ei} erst dann bestimmt werden, wenn D und S bekannt sind. Um die Kreisfrequenz z_{ei} zu berechnen, verfährt man nun wie folgt: Man läßt zunächst den Einfluß der Dämpferwicklung außer acht, setzt also in den Gleichungen (18) und (22) $D = D_l = D_q = 0$ und berechnet einen Näherungswert für z_{ei}. Mit diesem Wert von z_{ei} berechnet man dann die Größen D und S und nach Gleichung (25) nochmals die Kreisfrequenz z_{ei}. Weicht dieser letztere Wert von z_{ei} von dem Näherungswert wesentlich ab, so muß die Rechnung nochmals wiederholt werden. Aus der Gleichung (25) geht hervor, daß die Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl einen zweifachen Einfluß hat. Einerseits wird durch die Streuung der Dämpferwicklung das synchronisierende Moment (Größe S) erhöht und die Eigenschwingungszahl vergrößert, andererseits wird durch das von der Dämpferwicklung erzeugte Moment (Größe D) die Eigenschwingungszahl verkleinert. Wie wir sehen werden, sind normalerweise diese beiden Einflüsse klein, so daß der Näherungswert von z_{ei}, den man mit $D = D_l = D_q = 0$ findet, sich von dem genauen Wert nach Gleichung (25) nur unwesentlich unterscheidet.

Das Dämpfungsmoment der Dämpferwicklung ist am größten, wenn ihre Streuung klein ist und wenn $R_2 = zS_2$ ist. Unter den gleichen Verhältnissen ist auch der Einfluß der Dämpferwicklung auf das synchronisierende Moment am größten.

5. Versuche an einer Dämpferwicklung mit großer Streuung[1].

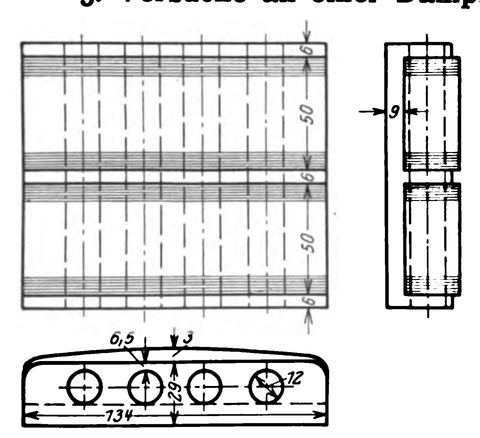


Bild 3.
Polschuh der untersuchten Synchronmaschine.

Die untersuchte Synchronmaschine hatte folgende Daten:

Leistung 95 kVA bei $\cos\varphi = 1{,}0$ bis $0{,}7$,
Spannung verkettet 2000 Volt,
$n = 214$ Umdr./Min., $p = 14$,
$\tau = 21{,}3$ cm, $l_i = 12{,}0$ cm,
Polbogen $= 13{,}5$ cm.

Die Ausführung der Dämpferwicklung geht aus Bild 3 hervor. Die Dämpferstäbe, 4 pro Pol, liegen in einer Entfernung von 6 bis 9 mm von der Polschuhoberfläche. Der Durchmesser eines Dämpferstabes beträgt 12 mm, der Querschnitt eines Kurzschlußringes 230 mm².

Die Erregung der Maschine erfolgte von einem Gleichstromgenerator, dessen Antriebsmotor vom vorhandenen Gleichstromnetz gespeist wurde. Mit der Synchronmaschine war starr eine Gleichstrommaschine gekuppelt, deren Leistung etwa 3mal

[1] Die Versuche sind von Herrn Dipl.-Ing. F. Reinhardt auf Veranlassung und unter Leitung von Herrn Prof. Rüdenberg durchgeführt worden. Für die Überlassung eines Teiles der Meßergebnise bin ich Herrn Prof. Rüdenberg zu Dank verpflichtet.



so groß war wie die der Synchronmaschine. Die Erregung der Gleichstrommaschine erfolgte ebenfalls vom Gleichstromnetz. Die Schwankungen dieses Netzes verhinderten die Durchführung der Versuche beim Lauf der Synchronmaschine als Generator. Sämtliche Versuche sind beim Lauf der Synchronmaschine als Motor ausgeführt worden. Die Maschine hing dabei über einen 2000 kVA-Transformator mit einer Kurzschlußspannung von 4,95% am starren Golpanetz.

Zur Bestimmung des Schwungmomentes des starr gekuppelten Aggregates wurden die Reibungsverluste und die Auslaufkurven sowohl bei unerregter wie erregter Gleichstrommaschine aufgenommen. Es ergab sich im Mittel $GD^2 = 5{,}36\ t\,m^2$.

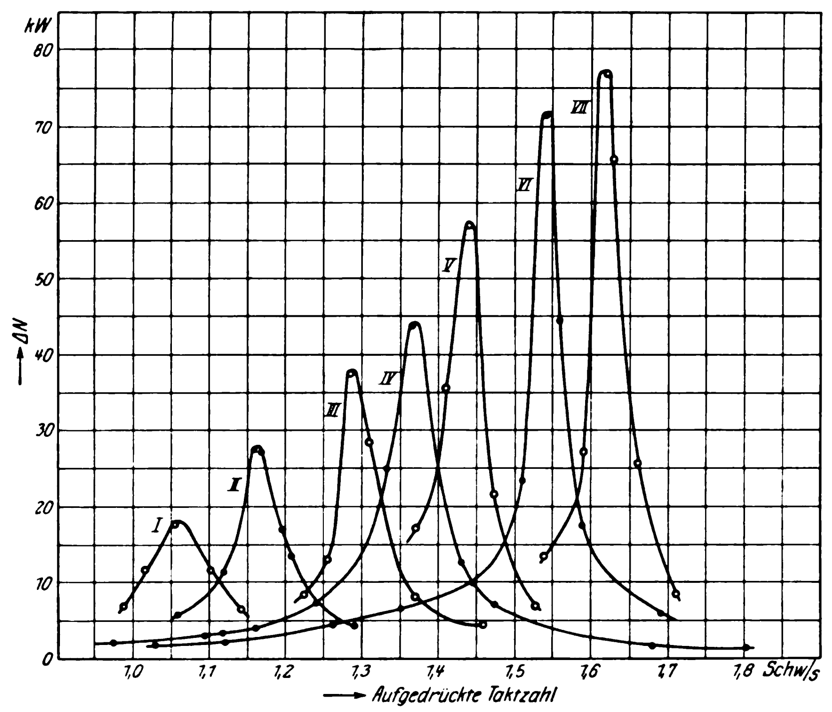


Bild 4. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 21,9 und 23,7 kW, die Wechselstromleistung zwischen 31,5 und 33,3 kW.

I. i_m	= 4,1 Amp.,	cos φ = 0,41 nacheilend,
II.	= 7,2 „	= 0,52 „
III.	= 12,2 „	= 0,80 „
IV.	= 15,5 „	= 1,0
V.	= 18,8 „	= 0,79 voreilend,
VI.	= 24,2 „	= 0,52 „
VII.	= 28,3 „	= 0,42 „

Zur Bestimmung der Eigenschwingungszahl wurden zwei verschiedene Methoden angewandt: Die Aufnahme von Resonanzkurven und die oszillographische Aufnahme des Auspendelns nach einem plötzlichen Ent- oder Belastungsstoß.

Bei der Aufnahme von Resonanzkurven wurden dem Maschinensatz periodische Lastschwankungen bestimmter Taktzahl aufgedrückt und die Schwingungswege der Zeiger in den verschiedenen Instrumenten des Synchronmotors (Wattmeter, Amperemeter im Ankerkreis und Amperemeter im Erregerkreis) abgelesen.

Um die Lastschwankungen zu erzeugen, wurde in den Ankerkreis der Gleichstrommaschine ein Widerstand eingebaut, der mittels eines Schützes periodisch kurzgeschlossen wurde. Das Schütz wurde gesteuert von einer Schaltwalze, deren

Antriebsmotor von einem kleinen Leonard-Aggregat gespeist war. Dadurch wurde eine weitgehende und feinstufige Drehzahlregelung des Antriebsmotors der Schaltwalze und somit eine genaue Einstellung der gewünschten Taktzahl ermöglicht. Um die Schwankungen des Gleichstromnetzes zu vermeiden, wurde das Leonard-Aggregat von einer Batterie gespeist. Die Schaltwalzenkonstruktion war derart, daß der Widerstand im Ankerkreis der Gleichstrommaschine $57^0/_0$ der Periode eingeschaltet und $43^0/_0$ der Periode kurzgeschlossen war.

Die aufgedrückte Taktzahl wurde durch das Resonanzgebiet hindurch variiert. Bei derjenigen aufgedrückten Taktzahl, die gleich der Eigenschwingungszahl der

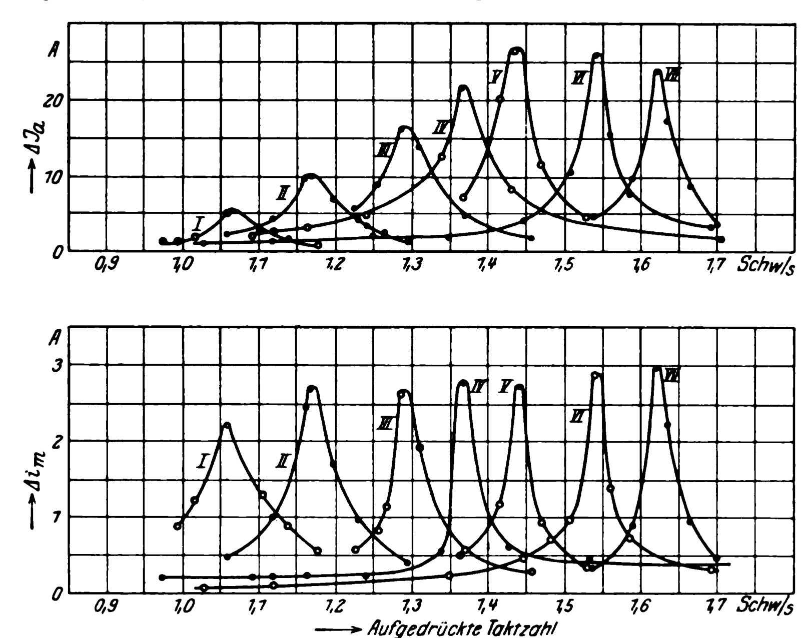


Bild 5. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 21,9 und 23,7 kW, die Wechselstromleistung zwischen 31,5 und 33,3 kW.

I. i_m =	4,1 Amp.,	$\cos\varphi$ = 0,41	nacheilend,
II.	= 7,2 „	= 0,52	„
III.	= 12,2 „	= 0,80	„
IV.	= 15,5 „	= 1,0	
V.	= 18,8 „	= 0,79	voreilend,
VI.	= 24,2 „	= 0,52	„
VII.	= 28,3 „	= 0,42	„

Maschine ist, weisen die Schwingungswege der Zeiger Maxima auf. Von den beiden Wattmetern in Aronschaltung wurde dabei nur das mit dem größeren Ausschlag abgelesen, weil im Wattmeter mit dem kleineren Ausschlag bei größeren Schwingungswegen der Zeiger den unteren Anschlag traf und so eine genaue Ablesung unmöglich machte.

Die benutzten Instrumente wurden dann dynamisch geeicht, indem periodisch verstärkter Gleichstrom durch sie geschickt und die Abhängigkeit des Schwingungsweges der Zeiger von der aufgedrückten Taktzahl festgestellt wurde. Mit den so ermittelten Eichkurven wurden die bei den Versuchen abgelesenen Werte korrigiert (dividiert).

Bei den oszillographischen Aufnahmen des Auspendelns wurden der Ankerstrom und die Ankerspannung nach einem Ent- oder Belastungsstoß aufgenommen, wobei die Periodenzahl der Ankerspannung (des Golpanetzes) als Zeitmaßstab diente.



Die Auswertung der Auspendeloszillogramme geschah durch Abzählen der Perioden, die auf eine Pendelung fallen, wobei die kleinen Schwingungen zugrunde gelegt worden sind. Die ersten großen Schwingungen fallen sowohl durch ihre größere Schwingungsdauer wie durch ihre von der Sinuskurve abweichende Form heraus.

Die Versuche wurden durchgeführt sowohl bei Käfigdämpfung wie bei Einzelpoldämpfung und auch ohne Dämpfung. Zur Herstellung der Einzelpoldämpfung wurden die Verbindungslaschen der Dämpferwicklung, die die einzelnen Pole miteinander verbanden, entfernt.

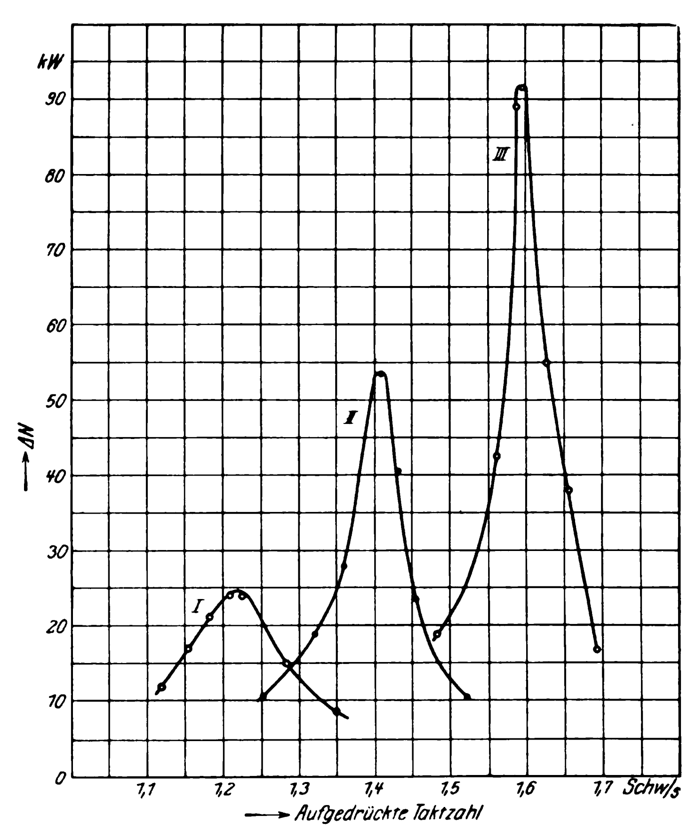


Bild 6. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 955$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 47,7 und 51,6 kW, die Wechselstromleistung zwischen 60,5 und 64,7 kW.

I.	$i_m = 8{,}8$ Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}74$ nacheilend,
II.	$= 16{,}6$ „	$= 1{,}0$
III.	$= 25{,}6$ „	$= 0{,}75$ voreilend.

Die Bilder 4 bis 7 zeigen Resonanzkurven, die bei Käfigdämpfung aufgenommen worden sind. Bei den Versuchen Bild 4 und 5 war die mittlere Last annähernd gleich der Halblast des Synchrongenerators, bei den Versuchen Bild 6 und 7 annähernd gleich seiner Vollast. Die Bilder 4 und 6 geben die am Wattmeter abgelesenen Leistungsschwankungen, die Bilder 5 und 7 die an den Amperemetern im Anker- und Erregerkreis abgelesenen Stromschwankungen an. Die Maximalwerte der Resonanzkurven sind die Eigenschwingungszahlen. Jedem Wert des Erregerstromes entspricht eine andere Resonanzkurve und eine andere Eigenschwingungszahl. Je größer der Erregerstrom ist, desto größer ist das synchronisierende Moment der Maschine und desto größer ihre Eigenschwingungszahl.

Die Bilder **8** und **9** stellen Resonanzkurven bei Einzelpoldämpfung dar. Die mittlere Last war wie bei den Bildern **4** und **5** annähernd gleich der Halblast des Generators. Bild **8** zeigt die Leistungsschwankungen, Bild **9** die Stromschwankungen im Anker- und Erregerkreis.

Die Resonanzkurven Bild **10** und **11** sind aufgenommen bei Lauf der Maschine ohne Dämpferwicklung. Die mittlere Last war wiederum gleich der Halblast.

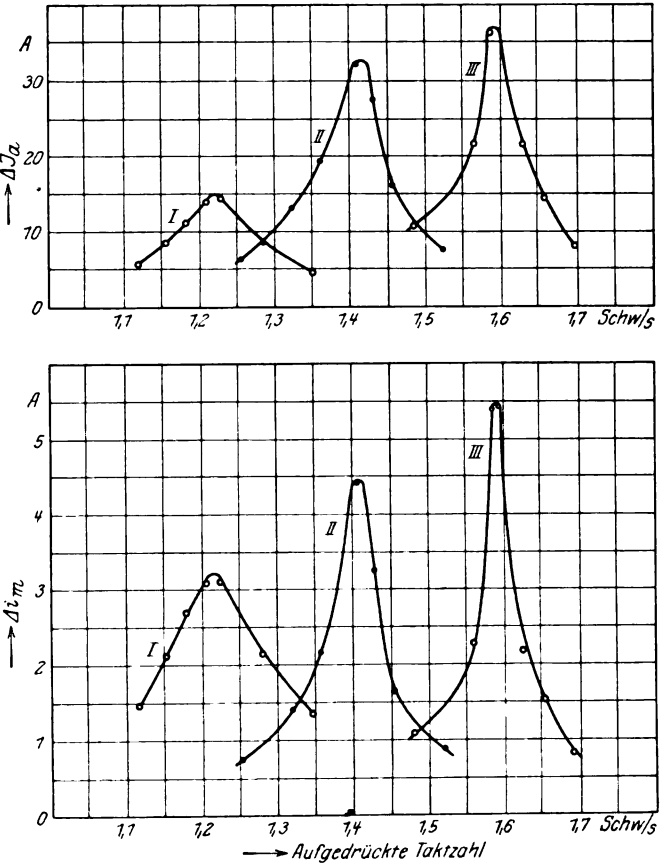


Bild 7. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 955$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen **47,7** und **51,6** kW, die Wechselstromleistung zwischen **60,5** und **64,7** kW.

I.	$i_m =$ **8,8** Amp.,	$\cos \varphi =$ **0,74** nacheilend,
II.	$=$ **16,6** „	$=$ **1,0**
III.	$=$ **25,6** „	$=$ **0,75** voreilend.

In Bild **12** ist die bei Käfigdämpfung aus Resonanzkurven bestimmte Eigenschwingungszahl als Funktion des Blindstromes aufgetragen, und zwar bei vier verschiedenen Werten des Wirkstromes $J_a \cos \varphi$. Die Meßwerte der Kurven **4** bis **7** sind im Bild **12** ebenfalls enthalten. Je größer der voreilende Blindstrom ist, desto größer ist die Eigenschwingungszahl der Maschine, weil mit zunehmendem Blindstrom der Erregerstrom der Maschine zunimmt. Dagegen hat die Größe des Wirkstromes wenig Einfluß auf die Größe der Eigenschwingungszahl, weil bei konstanter Spannung und konstantem Blindstrom eine Änderung des Wirkstromes eine nur geringe Änderung des Erregerstromes bedingt.

Bild **13** zeigt die aus Resonanzkurven gewonnenen Eigenschwingungszahlen in Abhängigkeit vom Blindstrom $J_a \sin \varphi$, und zwar beim Lauf der Maschine sowohl mit Käfigdämpfung wie mit Einzelpoldämpfung und ohne Dämpfung. Die **3** Geraden



fallen fast zusammen. Die Gerade für den Lauf der Maschine ohne Dämpferwicklung liegt etwas höher als die anderen beiden Geraden, so daß es scheinen könnte, als ob durch den Einfluß des Dämpferkäfigs hier die Eigenschwingungszahl verkleinert wird. Tatsächlich liegt aber die Ursache des etwas verschiedenen Verlaufes der Geraden für die Eigenschwingungszahl in den Ungenauigkeiten der Meßmethode. Die Stäbe der Dämpferwicklung liegen in vorliegendem Falle so tief im Polschuh (Bild 2), daß ihr Dämpfungsmoment vernachlässigbar klein ist und auch ihr Einfluß auf die Größe des synchronisierenden Momentes fast Null ist. Eine solche Dämpferwicklung ist praktisch unwirksam.

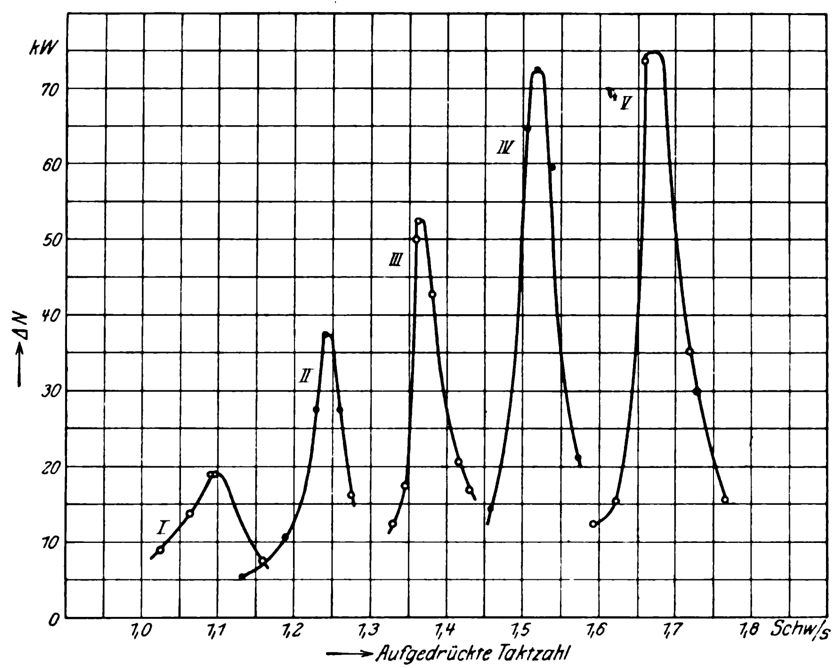


Bild 8. Einzelpoldämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 948$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 21,0 und 23,1 kW, die Wechselstromleistung zwischen 32,1 und 34,2 kW.

I.	$i_m =$ 4,4 Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}41$ nacheilend,
II.	= 9,8 „	= 0,64 „
III.	= 14,9 „	= 1,0
IV.	= 22,2 „	= 0,61 voreilend,
V.	= 29,6 „	= 0,40 „

Bild 14 stellt das Auspendeloszillogramm nach Abschalten von etwa Halblast bei $\cos\varphi = 1$ dar. Bild 15 zeigt die aus Auspendeloszillogrammen bestimmte Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit von der Phasenspannung der Synchronmaschine bei 3 verschiedenen Werten des Blindstromes und Leerlauf des Gleichstromgenerators. In Bild 16 sind die nach den beiden Methoden, aus den Resonanzkurven und aus den Auspendeloszillogrammen, bestimmten Eigenschwingungszahlen miteinander verglichen. In der Abszissenachse ist der Blindstrom $J_a \sin\varphi$ aufgetragen. Der Gleichstromgenerator lief in beiden Fällen leer. Wie aus Bild 16 hervorgeht, ergibt die Methode der Auspendeloszillogramme etwas höhere Eigenschwingungszahlen als die Methode der Resonanzkurven. Bild 14 wie Bild 15 und 16 beziehen sich auf Käfigdämpfung.

In Bild 17 sind die Meßwerte des Bildes 12 statt über dem Blindstrom über dem Erregerstrom der Maschine i_m aufgetragen. Noch deutlicher wie aus dem Bild 12

sieht man, daß bei konstanter Klemmenspannung der Einfluß der Größe des Wirkstromes auf die Eigenschwingungszahl unbedeutend ist. Dagegen nimmt die Eigenschwingungszahl mit zunehmendem Erregerstrom zu, und zwar angenähert in demselben Maße, wie die Wurzel aus der vom Magnetfeld in der Ankerwicklung induzierte EMK E_m zunimmt.

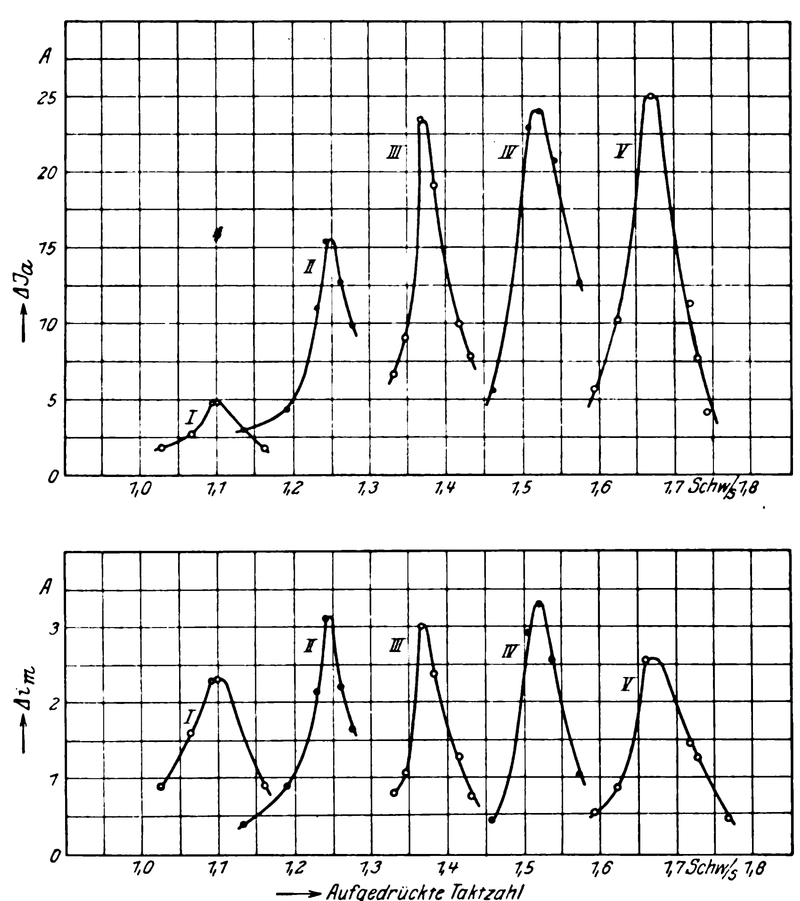


Bild 9. Einzelpoldämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 948$ Volt, $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 21,0 und 23,1 kW, die Wechselstromleistung zwischen 32,1 und 34,2 kW.

I.	i_m = 4.4 Amp.,	$\cos\varphi$ = 0,41 nacheilend,
II.	= 9.8 „	„ = 0 64 „
III.	= 14.9 „	„ = 1.0
IV.	= 22 2 „	„ = 0.61 voreilend,
V.	= 29.6 „	„ = 0,40 „

6. Versuche an einer Dämpferwicklung mit kleiner Streuung.

Die Dämpferwicklung Bild 2 wurde in eine solche mit kleiner Streuung geändert. Es sind pro Pol 5 Stäbe mit einem Durchmesser von 9,7 mm und einer Lochteilung von 20 elektrischen Graden angeordnet worden. Der Abstand der Stäbe von der Polschuhoberfläche betrug 1 mm, die Nutschlitzbreite 2 mm. Der Ringquerschnitt ist derselbe geblieben wie bei der alten Dämpferwicklung. Mit dieser Wicklung sind die unter 5. beschriebenen Versuche zum Teil wiederholt worden, und zwar in derselben Versuchsanordnung und nach denselben Versuchsmethoden wie dort.

Die Bilder 18 und 19 zeigen Resonanzkurven, die bei Käfigdämpfung aufgenommen worden sind. Im Bilde 18 sind die Leistungsschwankungen, im Bild 19



die Stromschwankungen aufgetragen. Die mittlere Last war angenähert gleich $^3/_4$ der Nennlast der Synchronmaschine. Die Resonanzkurven der Bilder 20 und 21 wurden bei gleicher mittlerer Last gemessen wie die der Bilder 18 und 19, jedoch waren die Verbindungslaschen zwischen den einzelnen Polen entfernt, so daß nur Einzelpoldämpfung statt Käfigdämpfung vorhanden war.

Im Bild 22 sind die Eigenschwingungszahlen aus den Bildern 18 bis 21 verglichen mit denen aus den Bildern 4 und 10. Bild 4 wurde aufgenommen bei Käfigdämpfung mit der Dämpferwicklung nach Bild 2, Bild 10 ohne Dämpferwicklung. In der Abszissenachse ist der Erregerstrom aufgetragen. Wie aus dem Bild 22 hervorgeht, ist der Einfluß der Dämpferwicklung mit der kleinen Streuung auf die Eigenschwingungszahl ebenso gering wie der der Dämpferwicklung mit der großen Streuung.

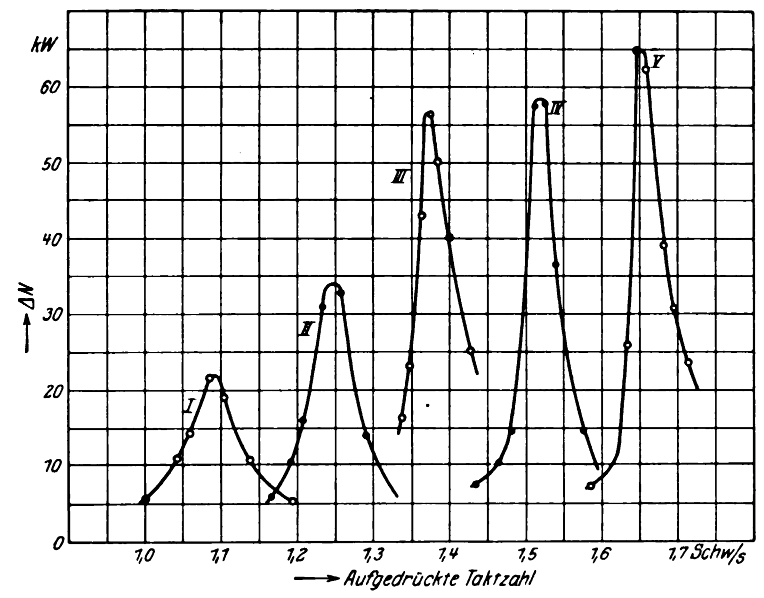


Bild 10. Ohne Dämpferwicklung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50,6$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 20,9 und 22,7 kW, die Wechselstromleistung zwischen 31,5 und 33,5 kW.

I.	$i_m =$ 4,35 Amp.,	$\cos\varphi = 0,38$ nacheilend,
II.	= 10,0 „	= 0,65 „
III.	= 15,3 „	= 1,0 „
IV.	= 22,0 „	= 0,62 voreilend,
V.	= 29,0 „	= 0,40 „

Das Oszillogramm Bild 23 zeigt den Auspendelvorgang bei Käfigdämpfung nach Zuschalten von etwa 50 kW im Ankerkreis der Gleichstrommaschine. Bei der Klemmenspannung $(\sqrt{3}\,P)$ von 1620 Volt betrugen bei der Synchronmaschine:

	kW	J_a	i_m	$\cos\varphi$
vor dem Zuschalten der Last	8,3	4,0	14,4	0,85
nach dem Zuschalten der Last	60	22,2	14,4	1,0

Bild 24 ist dem Oszillogramm Bild 23 entnommen und zeigt die Größe der aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten des Ankerstromes in Abhängigkeit von der Zahl der Halbschwingungen. Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten ist gleich 1,43 und somit das logarithmische Dekrement der Schwingungen 0,358.

Das Oszillogramm Bild 25 zeigt den Auspendelvorgang bei Einzelpoldämpfung nach Zuschalten von etwa 55 kW im Ankerkreis der Gleichstrommaschine. Bei der Klemmenspannung von 1640 Volt betrugen bei der Synchronmaschine:



	kW	J_a	i_m	$\cos\varphi$
vor dem Zuschalten der Last	7	~4	13,4	~0,5
nach dem Zuschalten der Last	65	23,5	13,4	~1

Bild 26 ist dem Bild 25 entnommen und zeigt wie Bild 24 die Größen der aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten des Ankerstromes in Abhängigkeit von der Zahl der Halbschwingungen. Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgenden Schwin-

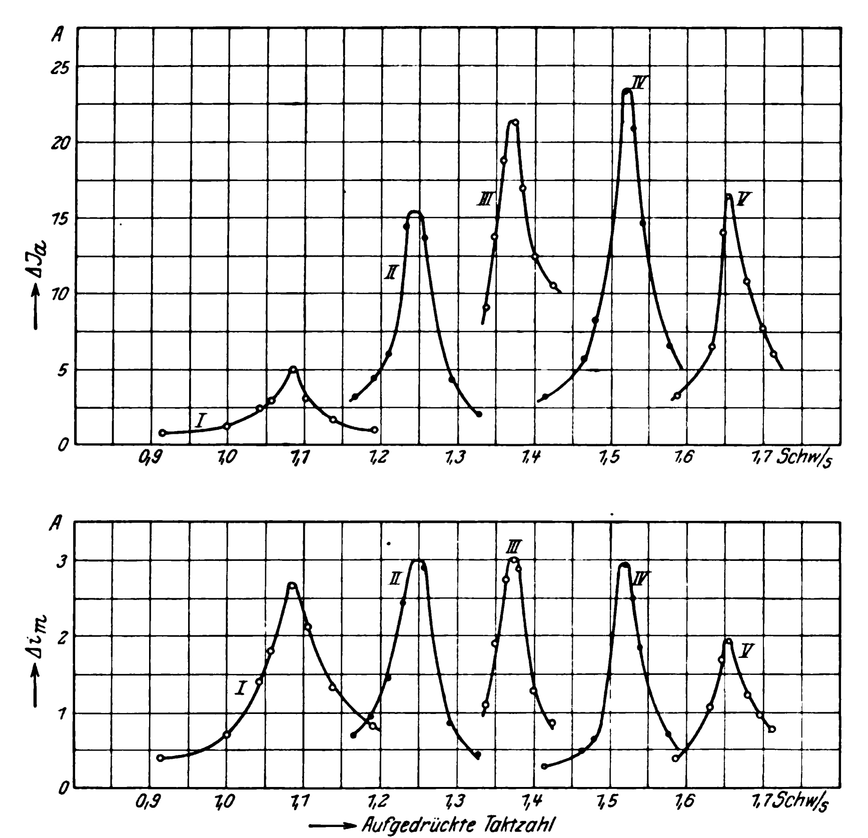


Bild 11. Ohne Dämpferwicklung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50{,}6$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 20,9 und 22,7 kW, die Wechselstromleistung zwischen 31,5 und 33,5 kW.

I.	$i_m = 4{,}35$ Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}38$ nacheilend,
II.	$= 10{,}0$ „	$= 0{,}65$ „
III.	$= 15{,}3$ „	$= 1{,}0$ „
IV.	$= 22{,}0$ „	$= 0{,}62$ voreilend,
V.	$= 29{,}0$ „	$= 0{,}40$ „

gungsweiten ist gleich 1,2 und somit das logarithmische Dekrement der Schwingungen 0,181.

In Bild 27 sind die Größen der aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten des Ankerstromes auf Grund eines Auspendeloszillogrammes aufgezeichnet, das an der Synchronmaschine ohne Dämpfung nach Zuschalten einer Last von 44,1 kW im Ankerkreis der Gleichstrommaschine aufgenommen worden ist. Die Klemmenspannung der Synchronmaschine betrug 1630 Volt, der Erregerstrom 16,3 Amp. und der Leistungsfaktor nach dem Zuschalten der Last etwa 1,0. Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgenden Schwingungsweiten beträgt hier 1,047 und das logarithmische Dekrement der Schwingungen 0,0458.

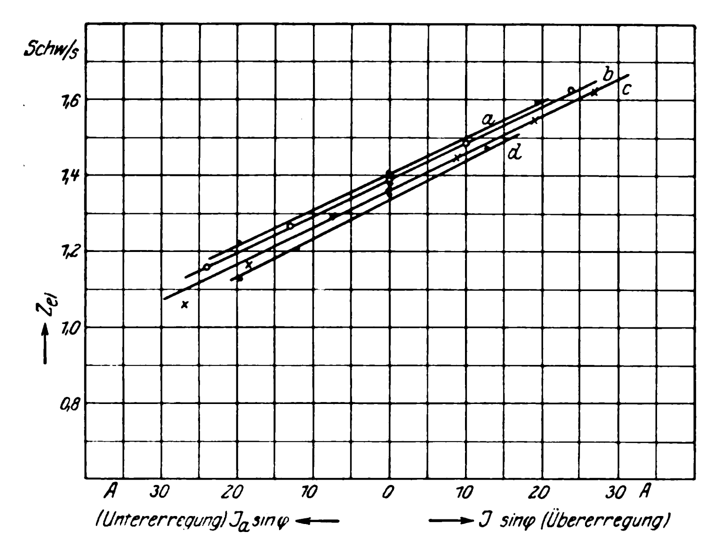


Bild 12. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit vom Blindstrom bei verschiedenen Wirkströmen (nach Resonanzkurven). Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit großer Streuung).
$P = 947$ Volt, $f = 51$ Per/sec.

a) $J_a \cos\varphi \approx 21$ Amp.
b) „ „ „ 17 „
c) „ „ „ 11 „
d) „ „ „ 3 „

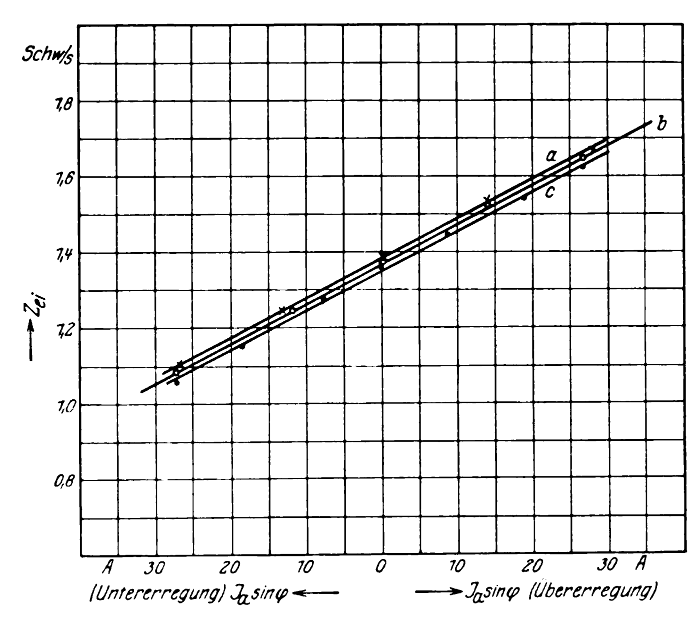


Bild 13. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit vom Blindstrom (nach Resonanzkurven). Vergleich zwischen Käfigdämpfung, Einzelpoldämpfung und ohne Dämpferwicklung (Dämpferwicklung mit großer Streuung).

a) Ohne Dämpferwicklung,
b) Einzelpoldämpfung,
c) Käfigdämpfung.

Die Größe des logarithmischen Dekrementes ist ein direktes Maß für die Stärke der Dämpfung (für die Größe des Drehmomentes der Dämpferwicklung). Unter sonst annähernd gleichen Verhältnissen betrug es nach obigem:

Käfigdämpfung (Dämpferwicklung mit kleiner Streuung) 0,358
Einzelpoldämpfung (Dämpferwicklung mit kleiner Streuung) 0,181
ohne Dämpferwicklung 0,0458

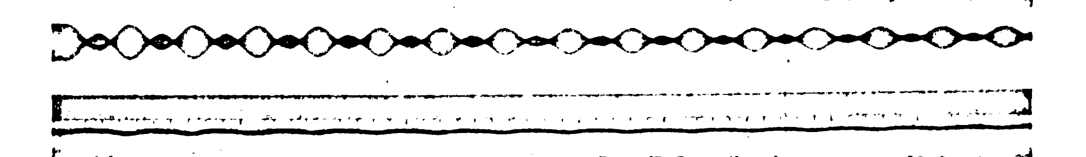


Bild 14. Auspendeloszillogramm nach Abschalten von etwa Halblast bei $\cos\varphi = 1$.

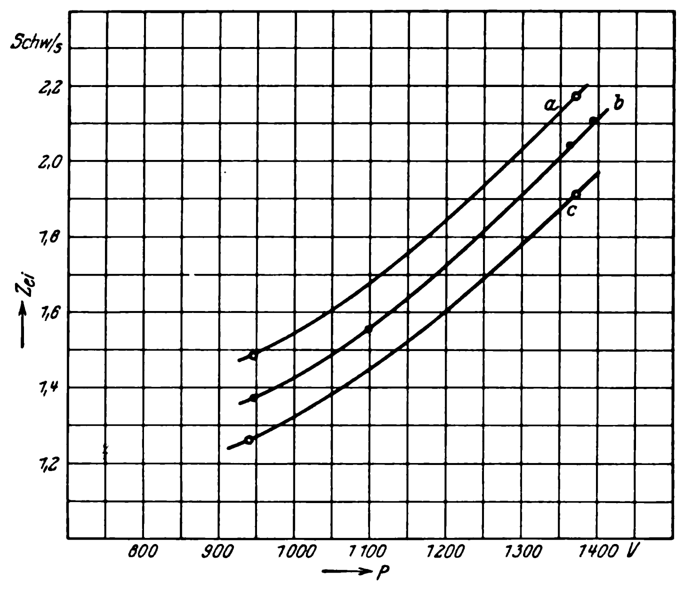


Bild 15. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit von der Phasenspannung (nach Auspendeloszillogrammen). Der Gleichstromgenerator läuft leer. $f = 51$ Per/sec. Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit großer Streuung).

a) $J_a \sin\varphi = 10$ Amp. (Übererregung)
b) „ „ „ $= 0$ „ ($\cos\varphi = 1$)
c) „ „ „ $= 10$ „ (Untererregung).

Aus Auspendeloszillogrammen, die nach Abschalten von Last aufgenommen worden sind, ergab sich:

	$\sqrt{3}\,P$	cos φ vor dem Abschalten	Abgeschaltete Last kW	Logarithm. Dekrement
Einzelpoldämpfung (Dämpferwicklung mit kleiner Streuung)	1640	0,98	50	0,11
Käfigdämpfung (Dämpferwicklung mit großer Streuung)	1625	1,0	53	0,021
ohne Dämpferwicklung	1630	1,0	47	0,023

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, daß die Dämpferwicklung mit der großen Streuung unwirksam ist.

7. Berechnungbeispiele.

An Hand von einigen Beispielen soll noch die Rechnung mit der Messung verglichen werden.

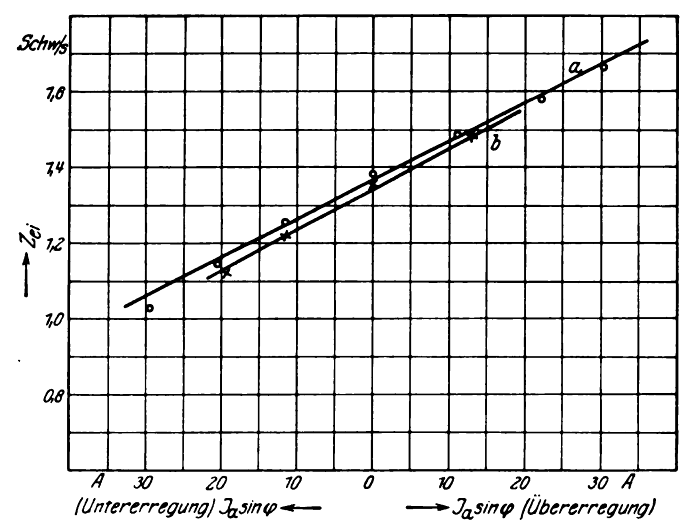


Bild 16. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit vom Blindstrom. Vergleich zwischen der Methode der Resonanzkurven und der Methode der Auspendeloszillogramme. Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit großer Streuung). $P = 948$ Volt, $f = 51$ Per/sec, Gleichstromleistung = 0.
a) Methode der Auspendeloszillogramme,
b) Methode der Resonanzkurven.

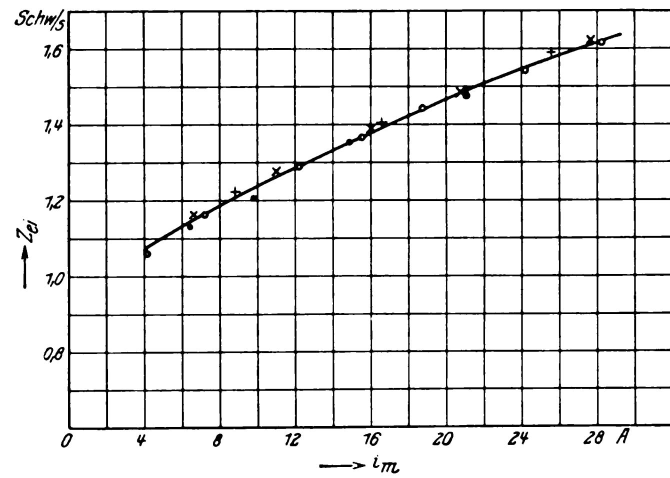


Bild 17. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit vom Erregerstrom (nach Resonanzkurven). Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit großer Streuung). $f = 51$ Per/sec.
Punkte: $P = 926$ Volt. Die Wechselstromleistung schwankt periodisch zwischen 8,1 und 10,4 kW.
Kreise: $P = 937$ Volt. Die Wechselstromleistung schwankt periodisch zwischen 31,5 und 33,3 kW.
Sterne: $P = 948$ Volt. Die Wechselstromleistung schwankt periodisch zwischen 48,5 und 51,8 kW.
Kreuze: $P = 955$ Volt. Die Wechselstromleistung schwankt periodisch zwischen 60,5 und 64,7 kW.

a) Wir betrachten zunächst die erste Resonanzkurve des Bildes 18, die an der Dämpferwicklung mit der kleinen Streuung unter folgenden Verhältnissen aufgenommen worden ist:

$P = 935$ Volt $\qquad \cos\varphi = 0,5$ nacheilend

$f = \frac{\omega}{2\pi} = 50$ Per/sec $\qquad i_m = 4,5$ Amp.

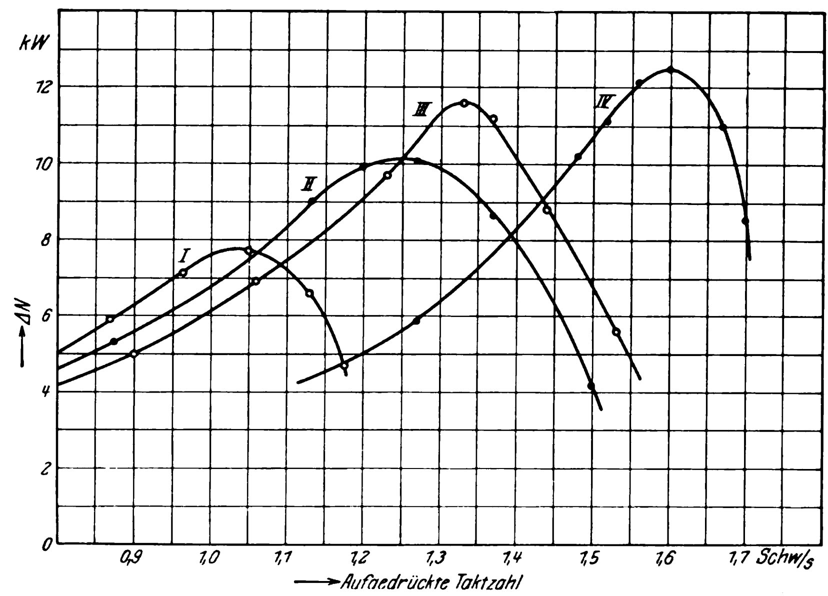


Bild 18. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 24 und 30 kW.

I. $i_m =$	4,5 Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}5$ nacheilend,
II.	$= 10{,}0$ „	$= 0{,}8$ „
III.	$= 14{,}5$ „	$= 1{,}0$
IV.	$= 26{,}0$ „	$= 0{,}5$ voreilend.

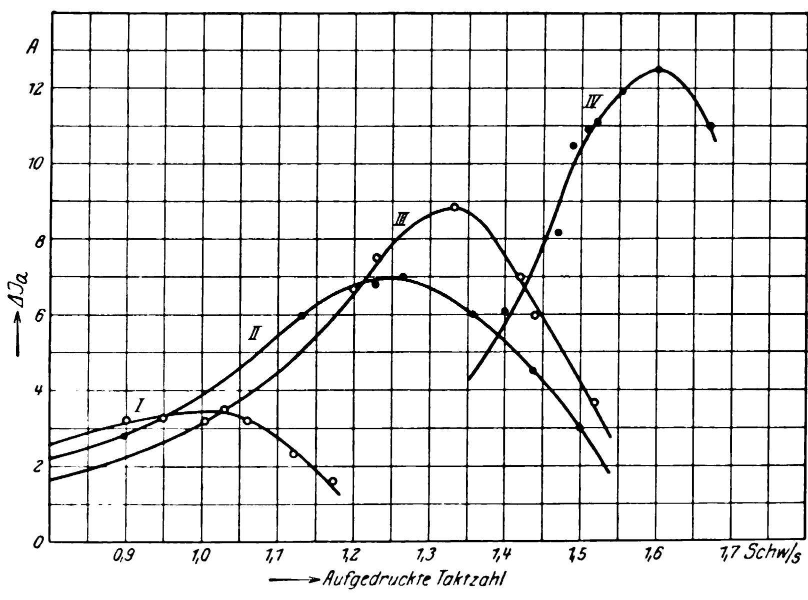


Bild 19. Käfigdämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 24 und 30 kW.

I. $i_m =$	4,5 Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}5$ nacheilend,
II.	$= 10{,}0$ „	$= 0{,}8$ „
III.	$= 14{,}5$ „	$= 1{,}0$
IV.	$= 26{,}0$ „	$= 0{,}5$ voreilend.

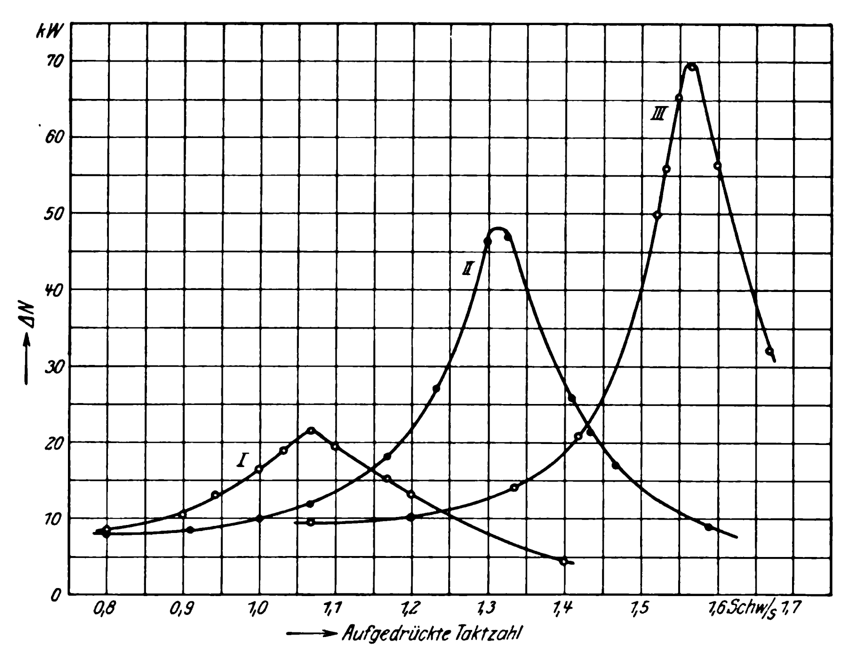


Bild 20. Einzelpoldämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 24 und 30 kW.

I. $i_m =$	4,85 Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}5$ nacheilend,
II.	$= 13{,}8$ „	$= 1{,}0$
III.	$= 23{,}6$ „	$= 0{,}5$ voreilend.

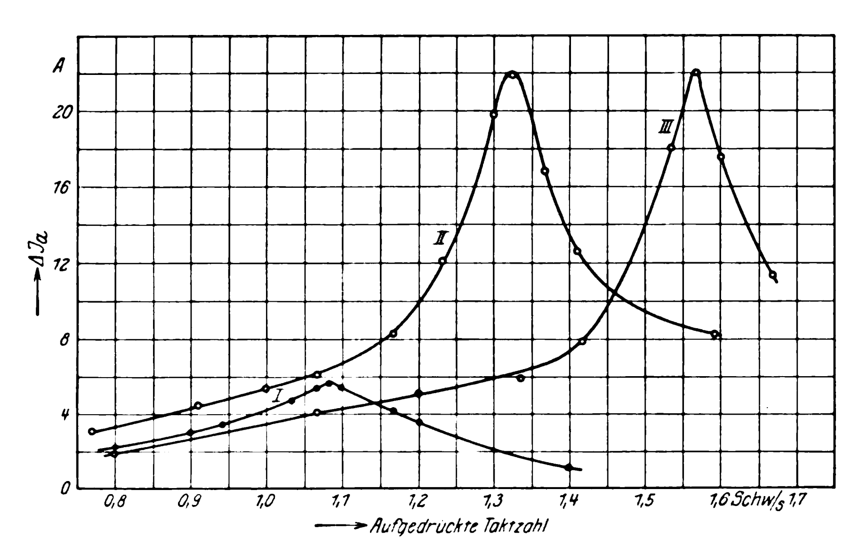


Bild 21. Einzelpoldämpfung. Resonanzkurven bei verschiedenen Erregerströmen. $P = 937$ Volt, $f = 50$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 24 und 30 kW.

I. $i_m =$	4,85 Amp.,	$\cos\varphi = 0{,}5$ nacheilend,
II.	$= 13{,}8$ „	$= 1{,}0$
III.	$= 23{,}6$ „	$= 0{,}5$ voreilend.

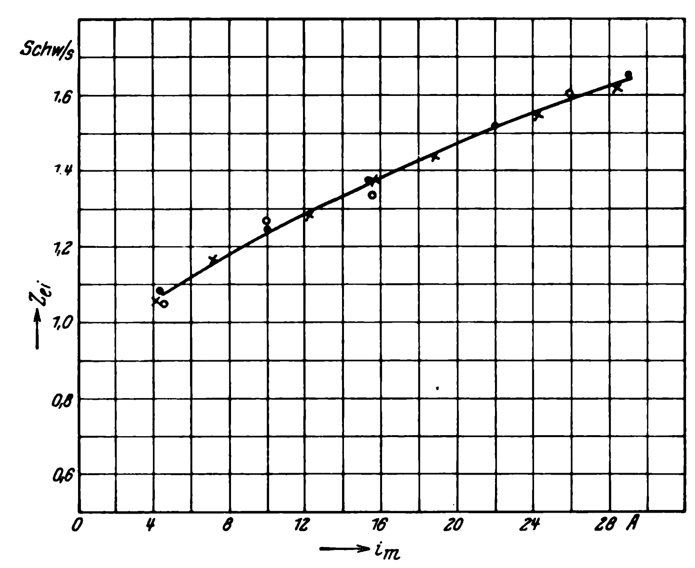


Bild 22. Eigenschwingungszahl in Abhängigkeit vom Erregerstrom (nach Resonanzkurven). $P = 937$ Volt.

Punkte: Ohne Dämpferwicklung. $f = 50{,}6$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 20,9 und 22,7 kW.

Sterne: Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit großer Streuung). $f = 51$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 21,9 und 23,7 kW.

Kreise: Käfigdämpfung (Dämpferkäfig mit kleiner Streuung). $f = 50$ Per/sec. Die Gleichstromleistung schwankt periodisch zwischen 24,0 und 30,0 kW.

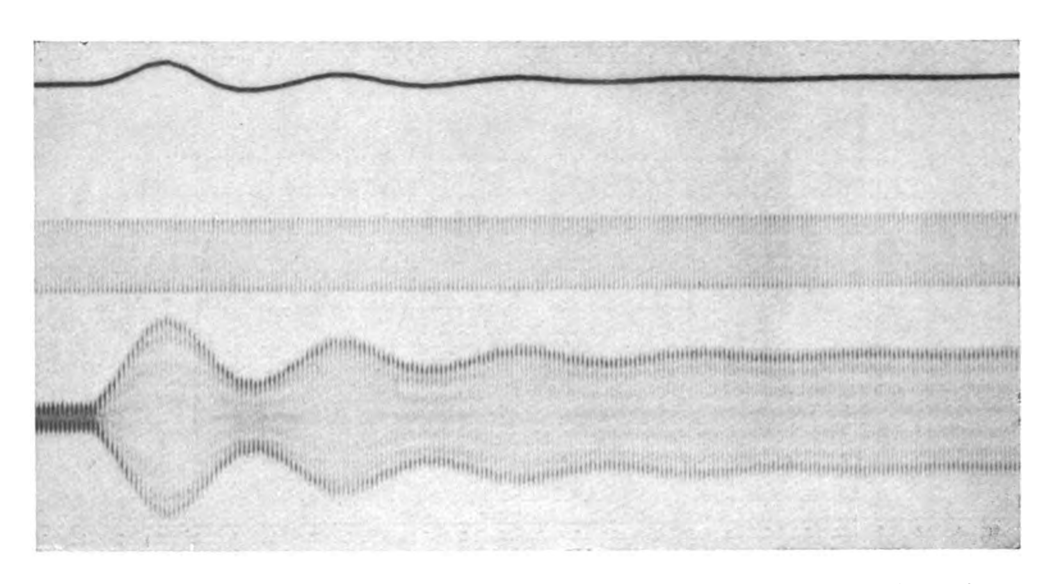


Bild 23. Auspendeloszillogramm nach Zuschalten von etwa 50 kW im Ankerkreis der Gleichstrommaschine. Käfigdämpfung.

Mittlere Leistungsaufnahme 37,0 kW

$$J_a = 26{,}4 \text{ Amp.}$$

Die untersuchte Synchronmaschine hatte pro Phase $504 \cdot 0{,}96 = 484$ effektive Windungen, einen Streu-Blindwiderstand $x_1 = 4{,}9$ Ohm und einen Ohmschen Wider-



stand $r_1 = 1{,}38$ Ohm. Der mittlere Luftspalt betrug $\frac{2{,}5 + 4{,}0}{2} = 3{,}25$ mm, der Zahnkontraktionsfaktor (Nuten durch Eisenkeile verschlossen) 1,41.

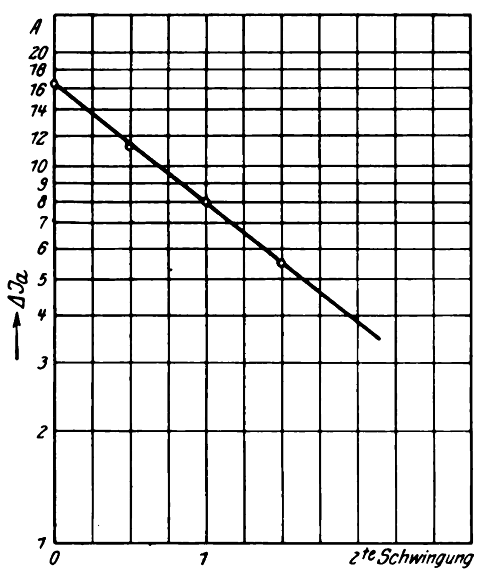


Bild 24. Käfigdämpfung. Dämpferwicklung mit kleiner Streuung. Aufeinanderfolgende Schwingungsweiten des Ankerstromes (nach einem Auspendeloszillogramm).

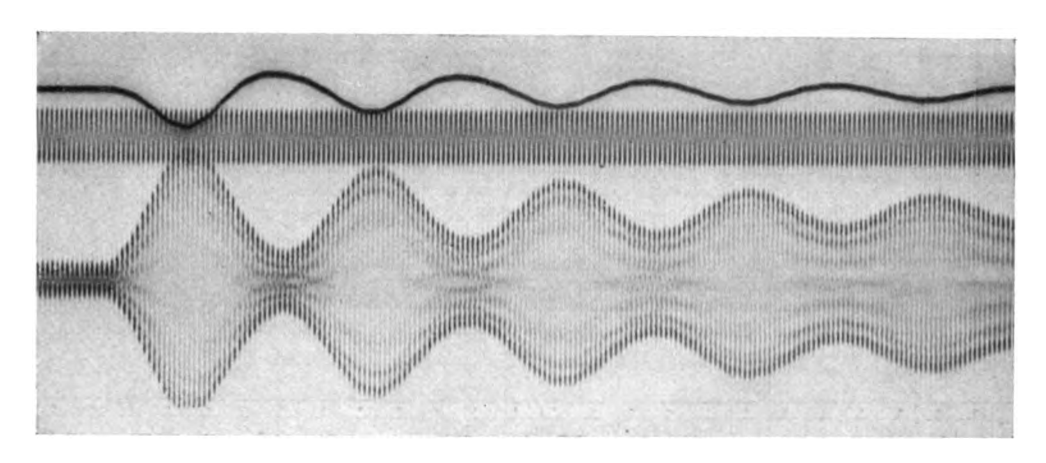


Bild 25. Auspendeloszillogramm nach Zuschalten von etwa 55 kW im Ankerkreis der Gleichstrommaschine. Einzelpoldämpfung.

Nach den bekannten Beziehungen [1] erhält man:

$$J_a\, x_q = 1{,}77 \cdot 0{,}44 \cdot 50 \cdot 484^2 \cdot 3 \cdot 26{,}4 \frac{21{,}3 \cdot 12}{0{,}325 \cdot 1{,}41 \cdot 14} 10^{-8} = 286 \text{ Volt},$$

$$J_a\, x_1 = 26{,}4 \cdot 4{,}9 \quad = 129 \text{ Volt},$$

$$J_a\, r_1 = 26{,}4 \cdot 1{,}38 = 36{,}5 \text{ Volt}.$$

[1] Arnold-la Cour, Wechselstromtechnik, Bd. IV.

Die Leerlaufcharakteristik der Maschine für 50 Per/sec zeigt Bild 28. Zu $i_m =$ 4,5 Amp. gehört $E_m = 335$ Volt.

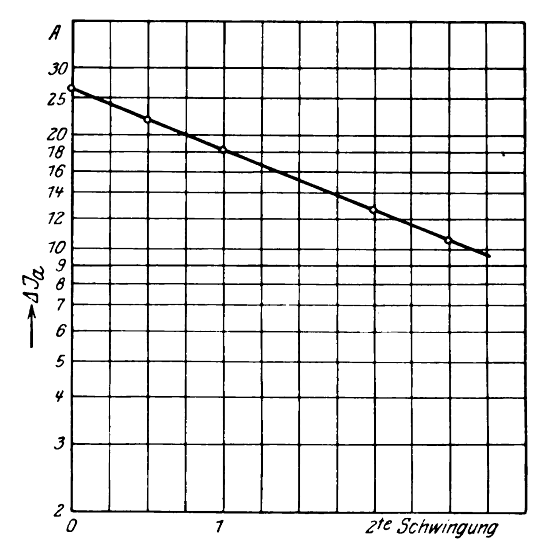


Bild 26. Einzelpoldämpfung. Dämpferwicklung mit kleiner Streuung. Aufeinanderfolgende Schwingungsweiten des Ankerstromes (nach einem Auspendeloszillogramm).

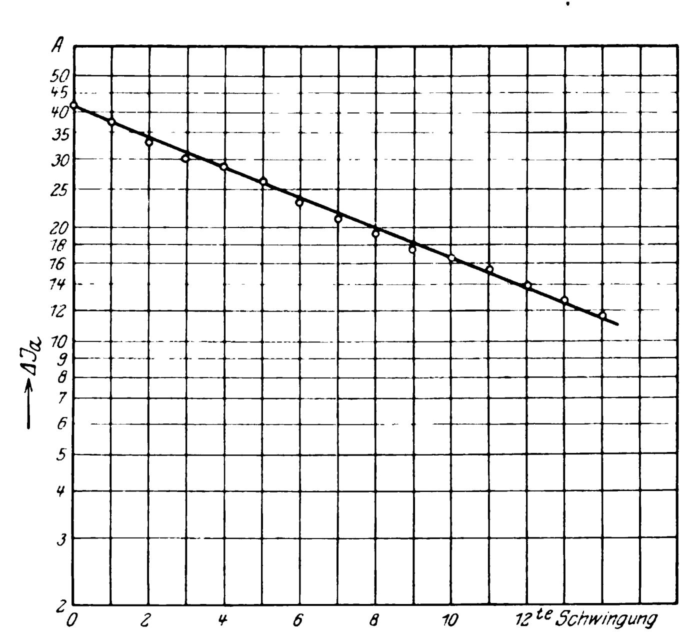


Bild 27. Maschine ohne Dämpferwicklung. Aufeinanderfolgende Schwingungsweiten des Ankerstromes (nach einem Auspendeloszillogramm).

Mit den gefundenen Werten von $J_a x_q$, $J_a x_1$, $J_a r_1$, E_m und $\cos\varphi = 0{,}5$ nacheilend erhält man das Spannungsdiagramm Bild 2, das maßstäblich gezeichnet ist. Diesem entnimmt man

$$x_q J_a \cos\psi = 210 \text{ Volt} \qquad \psi = 42^0\,20'$$
$$x_l J_a \sin\psi = 442 \text{ Volt} \qquad \Theta_m = 17^0\,40'$$

somit

$$x_q = \frac{210}{26{,}4 \cdot 0{,}74} = 10{,}73\,, \qquad x_l = \frac{442}{26{,}4 \cdot 0{,}672} = 24{,}9$$

und

$$x_w = 10{,}73 + 4{,}9 = 15{,}63\,, \qquad x_b = 24{,}9 + 4{,}9 = 29{,}8.$$

Für den ersten Summanden der Gleichung (22), der mit S' bezeichnet sei, ergibt sich

$$S' = 3\,\frac{935 \cdot 335}{29{,}8}\left[0{,}952 + \frac{935}{335}\left(\frac{29{,}8}{15{,}63} - 1\right)0{,}819\right]\frac{14}{314}\,\frac{1}{9{,}81} = 430 \text{ mkg.}$$

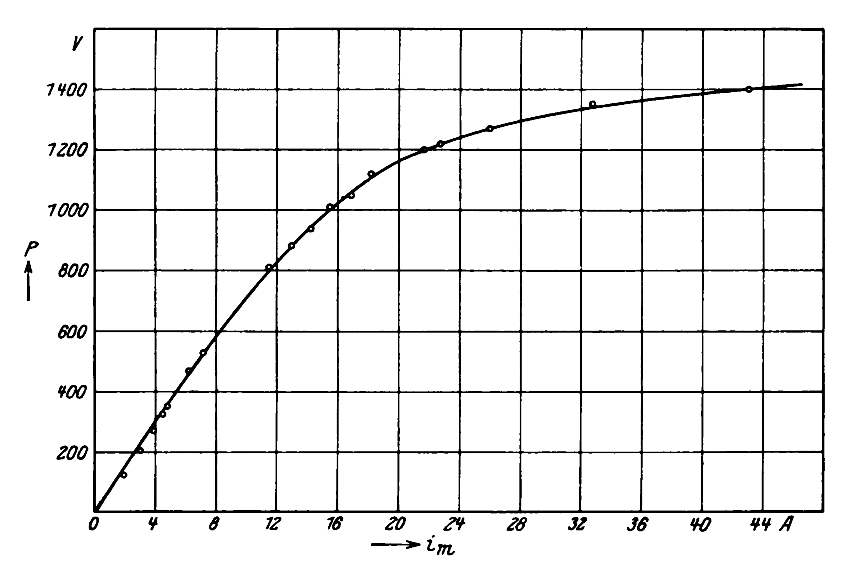


Bild 28. Leerlaufcharakteristik der untersuchten Synchronmaschine.

Läßt man den Einfluß der Dämpferwicklung außer acht, so erhält man nach Gleichung (25) für die Eigenschwingungszahl der Maschine

$$f_{ei} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{14 \cdot 430}{136{,}5}} = 1{,}053 \text{ Per/sec.}$$

Gemessen wurde $f_{ei} = 1{,}033$ Per/sec.

Wir berechnen nun nach Gleichung (16) die Größen D_q und D_l und dann mit Hilfe von diesen den zweiten und dritten Summanden der Gleichung (22).

$f_{ei} = 1{,}033$ entspricht ein Schlupf $\sigma = \frac{1{,}033}{50} = 0{,}0207$. Für diesen Schlupf ist die Größe M_k zu berechnen, d. h. es ist das Drehmoment der Maschine zu bestimmen für den Fall, daß bei $P = 935$ Volt, $f = 50$ Per/sec und $\sigma = 0{,}0207$ die Erregerwicklung offen und die Dämpferwicklung gleichmäßig verteilt ist. Für diese Verhältnisse gilt nach bekannten Beziehungen

$$x_1 = 5{,}85 \qquad x_2 = 2{,}52$$
$$r_1 = 1{,}38 \qquad r_2 = 1{,}3$$
$$\tau_1 = 0{,}228.$$

Der Index 1 bezieht sich auf die Ständerwicklung, der Index 2 auf die Läuferwicklung (Käfigwicklung). In x_1 und x_2 ist je die halbe Zickzackstreuung enthalten. x_2 und r_2 sind auf den Primärkreis reduziert. τ_1 ist der primäre Heylandsche Streu-

faktor. Infolge des großen Luftspaltes ist r_1 groß. Wie x_1 gilt auch x_2 für 50 Per/sec. Für das Moment M_k ergibt sich

$$M_k = 3 \cdot 935^2 \frac{\frac{1{,}3}{0{,}0207}}{\left(1{,}3 + 1{,}228 \frac{1{,}3}{0{,}0207}\right)^2 + (5{,}85 + 1{,}228 \cdot 2{,}52)^2} = 121 \text{ mkg.}$$

Dem Spannungsdiagramm für asynchronen Lauf mit diesem Moment entnimmt man $k_1 = 1{,}11$ und dem Bild 2 $\alpha_l = 0{,}872$ und $\alpha_q = 0{,}737$, d. h. $\alpha = 0{,}643$.

Für die Wicklungsfaktoren ζ_q und ζ_l erhält man mit $N = 5$ und $a = 2{,}37$ cm aus den Gleichungen (10) und (11)

$$\zeta_q = \frac{\pi}{5} \frac{\sin 50^0}{2 \sin 10^0} = 1{,}388.$$

$$\zeta_l = \frac{\pi}{5} \frac{\sin 20^0 \cdot \sin 30^0}{\sin 10^0} = 0{,}62.$$

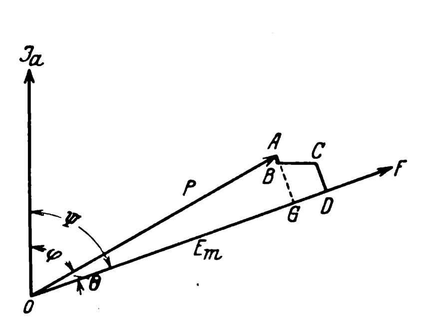


Bild 29. Spannungsdiagramm für eine Leistungsaufnahme von 37 kW bei $\cos \varphi = 0{,}5$ voreilend, $P = 937$ Volt und $f = 50$ Per/sec.

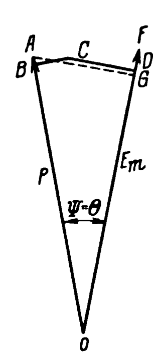


Bild 30. Spannungsdiagramm für eine Leistungsaufnahme von 60 kW bei $\cos \varphi = 1$, $P = 935$ Volt und $f = 50$ Per/sec.

Die Kreisfrequenz der Schwingungen z beträgt $2\pi \cdot 1{,}033 = 6{,}49$.

Die Gleichungen (16) und (18) ergeben nunmehr für die Größen D_q, D_l und D

$$D_q = \frac{8}{\pi^2} 0{,}643 \ (1{,}11 \cdot 1{,}388 \cdot 0{,}952)^2 \ 121 \frac{1}{6{,}49} = 20{,}9\,,$$

$$D_l = 20{,}9 \left(\frac{0{,}303}{0{,}952}\right)^2 \left(\frac{0{,}62}{1{,}388}\right)^2 = 0{,}42\,,$$

$$D = D_q + D_l = 21{,}3$$

und die Gleichung (22) für die Größen S_q, S_l und S

$$S_q = 6{,}49 \cdot 20{,}9 \frac{0{,}0207 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 5{,}56\,,$$

$$S_l = 6{,}49 \cdot 0{,}42 \frac{0{,}0207 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 0{,}11\,,$$

$$S = 430 + 5{,}56 + 0{,}11 = 435{,}7.$$

Nach Gleichung (25) folgt schließlich

$$f_{ei} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{14 \cdot 435 \cdot 7}{136{,}5} - \frac{1}{4}\left(\frac{14 \cdot 21{,}3}{136{,}5}\right)^2} = 1{,}048$$

gegenüber 1,053, wenn der Einfluß der Dämpferwicklung vernachlässigt wird, bzw. gegenüber 1,033 nach Messung.

b) Wir betrachten jetzt die letzte Resonanzkurve des Bildes 18. Diese ist ebenfalls an der Dämpferwicklung mit der kleinen Streuung aufgenommen worden, und zwar unter folgenden Verhältnissen:

$$P = 935 \text{ Volt} \qquad \cos\varphi = 0{,}5 \text{ voreilend}$$
$$f = 50 \text{ Per/sec} \qquad i_m = 26 \text{ Amp.}$$
Mittlere Leistungsaufnahme 37 kW.
$$J_a = 26{,}4 \text{ Amp.} \qquad E_m = 1273 \text{ Volt.}$$

Damit ergibt sich

$$J_a x_q = 1{,}77 \cdot 0{,}44 \cdot 50 \cdot 484^2 \cdot 3 \cdot 26{,}4 \frac{21{,}3 \cdot 12}{0{,}325 \cdot 1{,}41 \cdot 14} 10^{-8} = 286 \text{ Volt},$$

$$J_a x_1 = 26{,}4 \cdot 4{,}9 = 129, \qquad J_a r_1 = 26{,}4 \cdot 1{,}38 = 36{,}5.$$

Das Spannungsdiagramm für diese Verhältnisse zeigt Bild 29. Aus diesem erhält man

$$x_q J_a \cos\psi = 97 \text{ Volt}, \qquad \psi = 70^0\,40',$$
$$x_l J_a \sin\psi = 245 \text{ Volt}, \qquad \Theta_m = 10^0\,40'$$

und hiermit

$$x_q = \frac{97}{26{,}4 \cdot 0{,}331} = 11{,}08, \qquad x_l = \frac{245}{26{,}4 \cdot 0{,}943} = 9{,}85,$$

$$x_u = 4{,}9 + 11{,}08 = 15{,}98 \qquad x_b = 4{,}9 + 9{,}85 = 14{,}75.$$

Für den ersten Summanden der Gleichung (22) S' folgt

$$S' = 3 \frac{935 \cdot 1273}{14{,}75}\left[0{,}983 + \frac{935}{1273}\left(\frac{14{,}75}{15{,}98} - 1\right)0{,}931\right]\frac{14}{314}\frac{1}{9{,}81} = 1025 \text{ mkg}.$$

Damit errechnet sich eine Schwingungszahl

$$f_{ei}' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{14 \cdot 1025}{136{,}5}} = 1{,}63 \text{ Per/sec.}$$

Gemessen wurden $f_{ei} = 1{,}60$ Per/sec.

Für die Berechnung der Größe M_k sind dieselben Ohmschen Widerstände und Streu-Blindwiderstände maßgebend wie unter a).

Der Schlupf $\sigma = \frac{s}{\omega}$ ist hier gleich $\frac{2\pi \cdot 1{,}59}{314} = \frac{10{,}4}{314} = 0{,}0318$. Somit wird:

$$M_k = 3 \cdot 935^2 \frac{\frac{1{,}3}{0{,}0318}}{\left(1{,}38 + 1{,}228 \cdot \frac{1{,}3}{0{,}0318}\right)^2 + (5{,}85 + 1{,}228 \cdot 2{,}52)^2} \frac{0{,}975}{214} = 180 \text{ mkg}.$$

Dem Spannungsdiagramm für asynchronen Lauf mit diesem Moment entnimmt man $k_1 = 1{,}12$ und dem Bild 29 $a_l = 1{,}12$ bzw. $a_q = 0{,}575$, d. h. $a = 0{,}645$. Die Gleichungen (16) und (18) ergeben

$$D_q = \frac{8}{\pi^2} 0{,}645\ (1{,}12 \cdot 1{,}388 \cdot 0{,}983)^2\ 180\ \frac{1}{10{,}04} = 21{,}9,$$

$$D_l = 21{,}9 \left(\frac{0{,}185}{0{,}983}\right)^2 \left(\frac{0{,}62}{1{,}388}\right)^2 = 0{,}15,$$

$$D = 22{,}0$$

und die Gleichungen (22)

$$S_q = 10{,}04 \cdot 21{,}9 \frac{0{,}0318 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 13{,}6,$$

$$S_l = 10{,}4 \cdot 0{,}15 \frac{0{,}0318 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 0{,}1,$$

$$S = 1025 + 13{,}6 + 0{,}1 = 1038{,}7.$$

Hiermit folgt nach Gleichung (25)

$$f_{ei} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{14 \cdot 1038{,}7}{136{,}5} - \frac{1}{4}\left(\frac{14 \cdot 22}{136{,}5}\right)^2} = 1{,}63 \text{ Per/sec.}$$

In gleicher Weise wie die erste und letzte Resonanzkurve sind auch die zweite und dritte Resonanzkurve des Bildes 18 berechnet worden. Die Resultate sind in der Tabelle I zusammengestellt. Die aufgenommene Wirkleistung, die Klemmen-

Tabelle I.

Mittlere Leistungsaufnahme = 37 kW, Phasenspannung = 935 Volt, Ständerfrequenz = 50 Per/sec

	$\cos\varphi =$	0,5 nacheilend	0,8 nacheilend	1,0	0,5 voreilend
	$i_m =$	4,5	10	14,5	26,0 Amp.
	$x_1 =$	4,9	4,9	4,9	4,9 Ohm
	$x_l =$	24,9	21,05	20,8	9,85 Ohm
	$x_q =$	10,73	11	10,9	11,08 Ohm
	$x_b =$	29,8	25,95	25,7	14,75 Ohm
	$x_w =$	15,63	15,9	15,8	15,98 Ohm
	$\Theta_m =$	17°40′	14°20′	12°50′	10°40′
	$S' =$	430	598	730	1025 mkg
$D = 0$:	$f_{ei}' =$	1,053	1,244	1,375	1,63 Per/sec
Gemessen	$f_{ei} =$	1,033	1,248	1,332	1,60 Per/sec
	$\sigma =$	0,0207	0,025	0,0267	0,0318
	$M_k =$	121	143	150	180 mkg
	$D_q =$	20,9	21,9	22,2	21,9
	$D_l =$	0,42	0,28	0,23	0,15
	$D =$	21,3	22,2	22,4	22,0
	$S_q =$	5,6	8,4	9,7	13,6 mkg
	$S_l =$	0,11	0,11	0,10	0,10 mkg
	$S =$	435,7	606,5	739,8	1038,7 mkg
$D \neq 0$:	$f_{ei} =$	1,048	1,244	1,375	1,63 Per/sec
Abweichung vom gemessenen Wert		+ 1,5 %	—	+ 3 %	+ 2 %

spannung und die Ständerfrequenz sind für alle 4 Resonanzkurven die gleichen. Veränderlich ist der Erregerstrom. Der Blindwiderstand des Anker-Querflusses ist vom Erregerstrom unabhängig, der Blindwiderstand des Anker-Längsflusses nimmt mit zunehmendem Erregerstrom ab. Das synchronisierende Moment S' nimmt mit zunehmendem Erregerstrom stark zu und infolgedessen auch die Eigenschwingungszahl f_{ei}'. Der Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl ist hier vernachlässigbar klein. Der Teil D_l der Dämpfungskonstante und der Teil S_l des synchronisierenden Momentes, die vom Längsfeldstrom mit dem Querfeld erzeugt werden, sind klein. Während der Teil D_q der Dämpfungskonstante, der vom Querfeldstrom mit dem Längsfeld erzeugt wird, vom Erregerstrom unabhängig ist, nimmt der entsprechende Teil des synchronisierenden Momentes mit zunehmendem Erregerstrom zu. Die gesamte Erhöhung des synchronisierenden Momentes durch die Dämpferwicklung beträgt hier nur 1 bis 2%.

Wie aus der Tabelle I hervorgeht, stimmt die gerechnete Eigenschwingungszahl mit der gemessenen sehr gut überein.

c) Zum Schluß soll noch die Eigenschwingungszahl und das logarithmische Dekrement nachgerechnet werden für den Belastungsfall des Auspendeloszillogrammes Bild 23. Der Vergleich zwischen dem gemessenen und dem gerechneten logarithmischen Dekrement wird zeigen, mit welcher Genauigkeit es möglich ist, nach



den oben abgeleiteten Formeln das Drehmoment der Dämpferwicklung zu bestimmen.

Nach dem Zuschalten von 50 kW auf der Gleichstromseite betrug die mittlere Leistungsaufnahme auf der Drehstromseite 60 kW, und zwar bei

$$P = 935 \text{ Volt}, \quad f = 50 \text{ Per/sec}, \quad J_a = 22{,}2 \text{ Amp.}$$
$$\cos\varphi \approx 1{,}0, \quad i_m = 14{,}4 \text{ Amp.}$$

Hiermit ergibt sich

$$J_a x_1 = 22{,}2 \cdot 4{,}9 = 109 \text{ Volt},$$
$$J_a r_1 = 22{,}2 \cdot 1{,}38 = 30{,}6 \text{ Volt}$$
$$J_a x_q = 1{,}77 \cdot 0{,}44 \cdot 50 \cdot 484^2 \cdot 3 \cdot 22{,}2 \frac{21{,}3 \cdot 12}{0{,}325 \cdot 1{,}41 \cdot 14} 10^{-8} = 241 \text{ Volt}.$$

Aus dem Spannungsdiagramm Bild 30 folgt:

$$x_q J_a \cos\psi = 228 \text{ Volt}$$
$$x_l J_a \sin\psi = 79 \text{ Volt}, \quad \psi = \Theta = 20^0\,45',$$

d. h.

$$x_q = \frac{228}{22{,}2 \cdot 0{,}935} = 11{,}0, \qquad x_l = \frac{79}{22{,}2 \cdot 0{,}354} = 10{,}1,$$
$$x_w = 4{,}9 + 11{,}0 = 15{,}9, \qquad x_b = 4{,}9 + 10{,}1 = 15{,}0.$$

Da $i_m = 14{,}4$ Amp. $E_m = 962$ Volt entspricht, wird der erste Summand der Gleichung (22)

$$S' = 3 \frac{935 \cdot 962}{15{,}0} \left[0{,}935 + \frac{935}{962}\left(\frac{15{,}0}{15{,}9} - 1\right) 0{,}749\right] \frac{14}{314} \frac{1}{9{,}81} = 730 \text{ mkg}$$

und die entsprechende Eigenschwingungszahl

$$f_{ei}' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{14 \cdot 730}{136{,}5}} = 1{,}375 \text{ Per/sec}.$$

Dem Oszillogramm Bild 23 entnimmt man $f_{ei} = 1{,}32$ Per/sec.

Der Schlupf $\sigma = \frac{z}{\omega}$ ist hier gleich $\frac{1{,}32 \cdot 2\pi}{314} = \frac{8{,}28}{314} = 0{,}0264$. Weiter ist

$$k_1 = 1{,}11 \qquad a_q = 0{,}675 \qquad a_l = 1{,}01 \qquad a = 0{,}68.$$

Somit

$$M_k = 3 \cdot 935^2 \frac{\frac{1{,}3}{0{,}0264}}{\left(1{,}38 + 1{,}228 \frac{1{,}3}{0{,}0264}\right)^2 + (5{,}85 + 1{,}228 \cdot 2{,}52)^2} \frac{0{,}975}{214} = 151 \text{ mkg},$$

$$D_q = \frac{8}{\pi^2} 0{,}68 (1{,}11 \cdot 1{,}338 \cdot 0{,}935)^2\, 151 \frac{1}{8{,}28} = 20{,}8,$$

$$D_l = 20{,}8 \left(\frac{0{,}354}{0{,}935}\right)^2 \left(\frac{0{,}62}{1{,}388}\right)^2 = 0{,}60,$$

$$D = 21{,}4,$$

$$S_q = 8{,}28 \cdot 20{,}8 \frac{0{,}0264 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 8{,}83,$$

$$S_l = 8{,}28 \cdot 0{,}60 \frac{0{,}0264 \cdot 2{,}52}{1{,}3} = 0{,}25,$$

$$S = 730 + 8{,}83 + 0{,}25 = 739{,}1$$

und nach Gleichung (25)

$$f_{ei} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{14 \cdot 739{,}1}{136{,}5} - \frac{1}{4}\left(\frac{14 \cdot 21{,}4}{136{,}5}\right)^2} = 1{,}372 \text{ Per/sec}.$$

Die Abweichung von der gemessenen Eigenschwingungszahl beträgt hier + 4%.

Nach Gleichung (26) ergibt sich für das logarithmische Dekrement der Schwingungen

$$\ln \frac{(\omega - \omega_m)^{\nu}_{\max}}{(\omega - \omega_m)^{\nu+1}_{\max}} = \frac{\pi D}{\sqrt{4 \frac{J}{p} S - D^2}} = \frac{\pi \cdot 21{,}4}{\sqrt{4 \frac{136{,}5}{14} 739{,}1 - 21{,}4^2}} = 0{,}397.$$

Das gemessene logarithmische Dekrement beträgt 0,358 (Bild 24). Sieht man von dem Einfluß der Wirbelströme im Polschuheisen, der hier gering ist, ab, so beträgt die Differenz zwischen Rechnung und Messung 11%. Die tatsächliche Differenz ist aber etwas größer, weil durch die Wirbelströme im Polschuheisen in vorliegendem Falle das Dämpfungsmoment erhöht wird. Da in den oben abgeleiteten Formeln die Stromverteilung in den Stäben und Ringen der Dämpferwicklung nicht genau berücksichtigt worden ist und auch die Lötstellen eine gewisse Unsicherheit in die Berechnung des Käfigwiderstandes hineinbringen, so war von den abgeleiteten Formeln eine größere Genauigkeit nicht zu erwarten.



Untersuchungen über den elektrischen Durchschlag und Überschlag im unhomogenen Felde.

Von

Erwin Marx, Braunschweig.

Mitteilung aus dem Institut für elektrische Meßkunde und Hochspannungstechnik der Technischen Hochschule Braunschweig.

Eingegangen am 24. März 1928.

Übersicht.

Gase, Flüssigkeiten und feste Körper werden zwischen einer Spitze und einer Platte mit Gleichspannung und Spannungstößen auf Durchschlag untersucht. Es zeigt sich bei allen untersuchten Stoffen ein starker Einfluß der Polarität auf die Durchschlagspannung; die Durchschlagspannung zwischen positiver Spitze und negativer Platte liegt stets tiefer als bei umgekehrter Polarität. Aus den Versuchen geht hervor, daß dem Durchschlag in Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern ganz ähnliche Vorgänge zugrunde liegen. Der Einfluß der Zeitdauer der Spannungstöße ist in vielen Fällen sehr beträchtlich.

Der elektrische Überschlag entlang der Oberfläche eines festen Körpers erfolgt in Gasen und Flüssigkeiten zwischen Spitze und Platte bei niedrigerer Spannung als der reine Durchschlag. Es liegen dem Überschlag jedoch ähnliche Gesetze zugrunde wie dem Durchschlag. Die Entwicklung des Überschlages wird auf photographischen Platten gezeigt.

Es wurde vom Verfasser bereits darauf hingewiesen [1], daß die Durchschlagspannung des Wassers zwischen einer Spitze und einer Platte sehr stark von der Polarität abhängt. Dieser Polaritätseinfluß, der für die Klärung des Durchschlagvorganges von großer Wichtigkeit ist, wurde nunmehr bei den verschiedensten Stoffen untersucht. Die Versuche und ihre Ergebnisse sind nachstehend näher beschrieben [2].

I. Versuchsanordnung.

1. Gleichspannung.

Die Schaltung zur Erzeugung der Gleichspannung ist in Bild 1 dargestellt. Die beiden Kondensatoren von je 0,009 μF wurden über Ventilrohre *VR* und Wider-

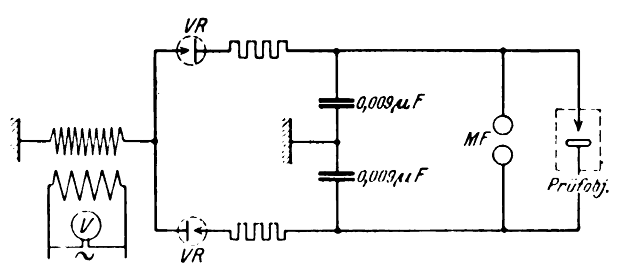


Bild 1. Schaltung zur Gleichspannungserzeugung.

stände aufgeladen. Die Kondensatoren sind in der Mitte geerdet. Die Meßfunkenstrecke *MF* dient zur Bestimmung der Spannungshöhe am Prüfobjekt. Vor der Untersuchung eines neuen Prüfobjektes wurde jedesmal eine Eichkurve aufgenommen, die die Spannung an der Meßfunkenstrecke in Abhängigkeit von der Angabe des Spannungsmessers auf der Unterspannungseite des Transformators enthielt. Die Durchschlagspannungen konnten dann bei den Versuchen durch Ablesung des Spannungsmessers ermittelt werden. Die Spannung wurde etwa um 1 kV je Sekunde gesteigert.

[1] Vgl. ETZ 1928, S. 52.

[2] Die Versuche wurden durch die Herren Großmann, Garke, Morajne durchgeführt, die mir auch bei der Auswertung der Ergebnisse sehr wertvolle Hilfe leisteten.

2. Spannungsstöße.

Die Versuchschaltung zeigt Bild 2[1]. Die im stark gezeichneten eigentlichen Stoßkreise vorhandene Kapazität setzt sich aus der Reihenschaltung der beiden Einzelkondensatoren zusammen. Sie beträgt also 0,0045 μ F. Der Aufbau der Stoßschaltung erfolgte mit möglichst kurzen Leitungen, so daß Schwingungen nach Möglichkeit vermieden wurden. Bei sehr gedrängtem Aufbau kann man es erreichen, daß die Spannung an der Meßfunkenstrecke *MF* nur wenig größer ist als die Spannung

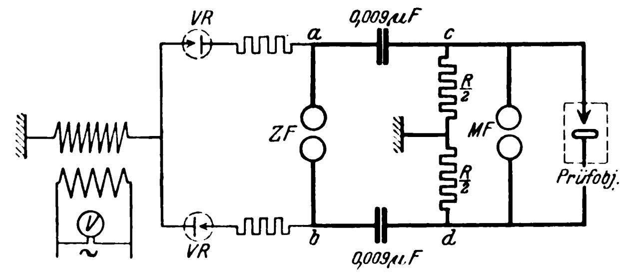


Bild 2. Schaltung zur Erzeugung der Spannungsstöße.

an der Zündfunkenstrecke *ZF*. (Bei Verlängerung der Zuleitung zu *MF* wird die Spannung an dieser Funkenstrecke größer, bis sie bei etwa 20—30 m ungefähr den doppelten Wert der Zündspannung erreicht.) Parallel zur Meßfunkenstrecke liegt die Reihenschaltung zweier Widerstände mit dem Gesamtwert *R*. Durch Änderung des Widerstandes *R* wurde die Zeitdauer des Abklingens der Spannungsstöße ver-

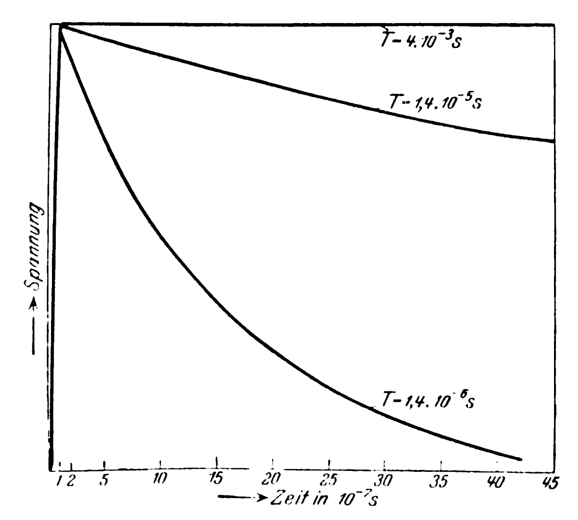


Bild 3. Verlauf der benutzten Spannungsstöße.

ändert. Sobald zwischen den Punkten *c* und *d* eine Spannung entsteht, beginnt durch *R* ein Strom zu fließen, der die Kondensatoren zu entladen beginnt. Die Zeitkonstante für diese Kondensatorenentladung ist gleich dem Produkt aus Kapazität und Gesamtwiderstand des Stromkreises. Vernachlässigt man den Widerstand der Zündfunkenstrecke, so kommt für die Entladung nur der Widerstand *R* in Frage. Die Zeitdauer des Abklingens der Spannungsstöße ist dementsprechend bei den Versuchen durch die Zeitkonstante *T* gekennzeichnet, mit der sich die Kondensatoren entladen.

[1] Die Wirkungsweise solcher Schaltung ist beispielsweise beschrieben bei: Max Toepler, Mitt. d. Hermsd. Schomb. Isol. G. m. b. H., H. 9; Erwin Marx, ETZ 1924, S. 652; Mitt. d. Hermsd. Schomb. Isol. G. m. b. H., H. 10.

Die Größe von R ist bei den hier benutzten Werten auf die Steilheit des Spannungsanstieges nur von sehr geringem Einfluß, da dieser Spannungsanstieg in sehr kurzer Zeit erfolgt. Bild 3 zeigt den Verlauf der Spannungsstöße bei den 3 Zeitkonstanten, die bei den Versuchen benutzt wurden. In diesem Bilde ist angenommen, daß der Spannungsanstieg in 10^{-7} Sekunden erfolgt.

Wenn das Prüfobjekt, wie bei den Versuchen mit Wasser, einen geringen Widerstand besaß, so ist unter R der gesamte, zur Meßfunkenstrecke parallel geschaltete Widerstand zu verstehen.

Auch bei Spannungsstößen wurde jedesmal vor der Untersuchung eines neuen Prüfobjektes eine Eichkurve der Schaltung aufgenommen, die die Abhängigkeit der Spannung an der Meßfunkenstrecke von der Spannung an der Zündfunkenstrecke enthielt. Bei den eigentlichen Versuchen konnte dann die Spannungshöhe am Prüfobjekt aus dem Abstand der Zündfunkenstrecke ermittelt werden.

Die Spannung wurde so gesteigert, daß jeder Spannungstoß um etwa 3 kV höher lag als der vorhergehende.

Bei den Versuchen mit Gleichspannung und mit Spannungstößen wurde die Polarität am Prüfobjekt durch Vertauschen der Anschlüsse an diesem vorgenommen. Die Schaltung blieb im übrigen unverändert. Es wurde stets derjenige Spannungswert als maßgebend angesehen, bei dem bei allmählicher Spannungsteigerung der erste Durchschlag oder Überschlag eintrat.

3. Elektrodengestalt.

Als Spitzen wurden Nähnadeln (Stärke Nr. 10) benutzt. Nach jeder Messung wurde eine neue Nadel verwendet. Die Gestalt und Befestigung der Nadeln stellt Bild 4 dar.

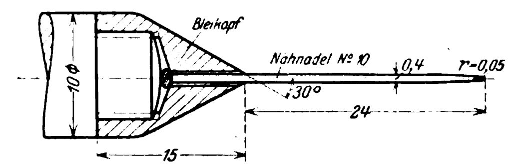


Bild 4. Gestalt der benutzten Spitzen.

Die Plattenelektrode besaß eine ebene Fläche, die in allen Fällen erheblich größer war als der Abstand der Elektroden. Diese Elektrode war an den Rändern gut abgerundet.

II. Versuche mit Luft.

1. Durchschlagspannungen.

Die Ergebnisse der Versuche mit Gleichspannung zeigt Bild 5, die der Versuche mit Spannungstößen verschiedener Zeitkonstante Bild 6—8. Die Aufnahmen ergeben, daß bei Gleichspannung die Durchschlagspannung bei negativer Spitze mehr als doppelt so hoch liegt als bei positiver Spitze. Bei Spannungstößen ist dieser Unterschied etwas geringer. Er verschwindet bei kleiner werdender Zeitkonstante mehr und mehr. Die Durchschlagspannung bei positiver Spitze wächst bei kleiner werdender Zeitkonstante an, während sich die Durchschlagspannung bei negativer Spitze nur wenig ändert. In Bild 8 sind zum Vergleich die Durchschlagspannungen der Luft im homogenen Felde nach Schumann[1] aufgezeichnet. Der Unterschied zwischen diesen Werten und den Durchschlagspannungen zwischen negativer Spitze und positiver Platte ist nicht mehr sehr beträchtlich.

[1] Schumann, Elektrische Durchbruchsfeldstärke von Gasen, S. 25.

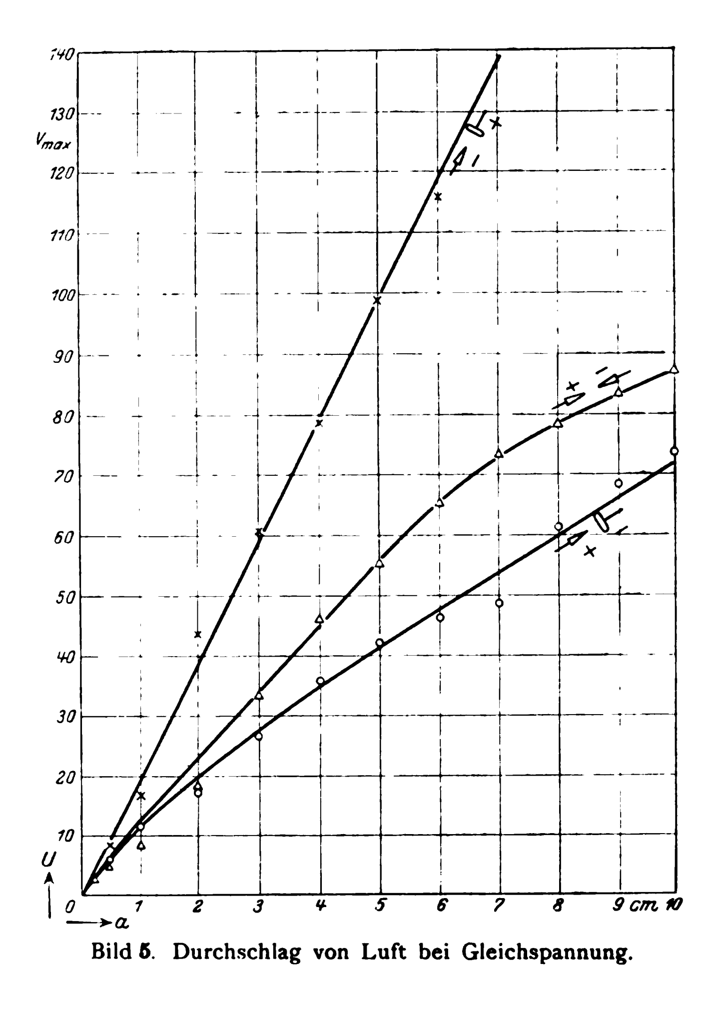


Bild 5. Durchschlag von Luft bei Gleichspannung.

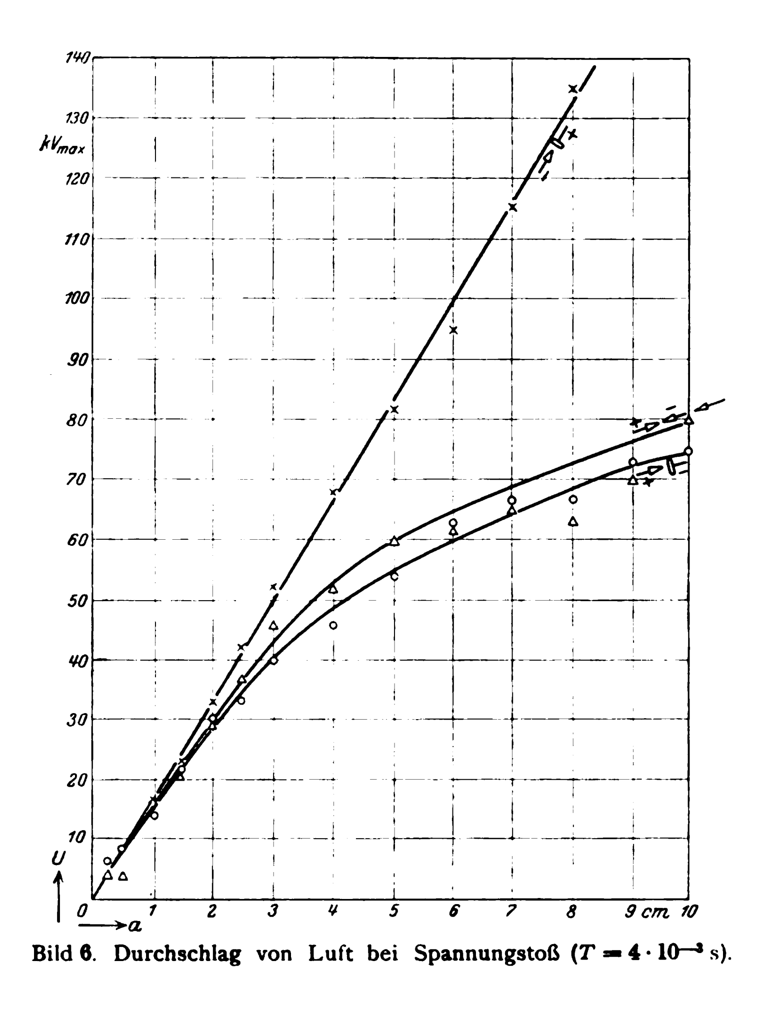


Bild 6. Durchschlag von Luft bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

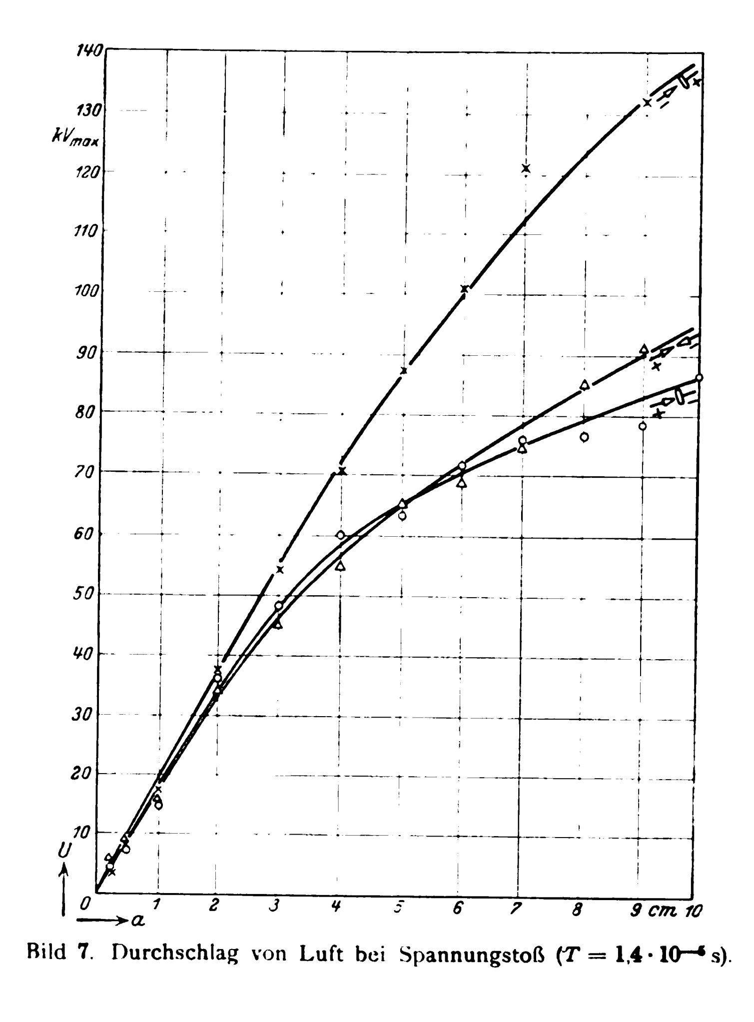


Bild 7. Durchschlag von Luft bei Spannungsstoß ($T = 1,4 \cdot 10^{-6}$ s).

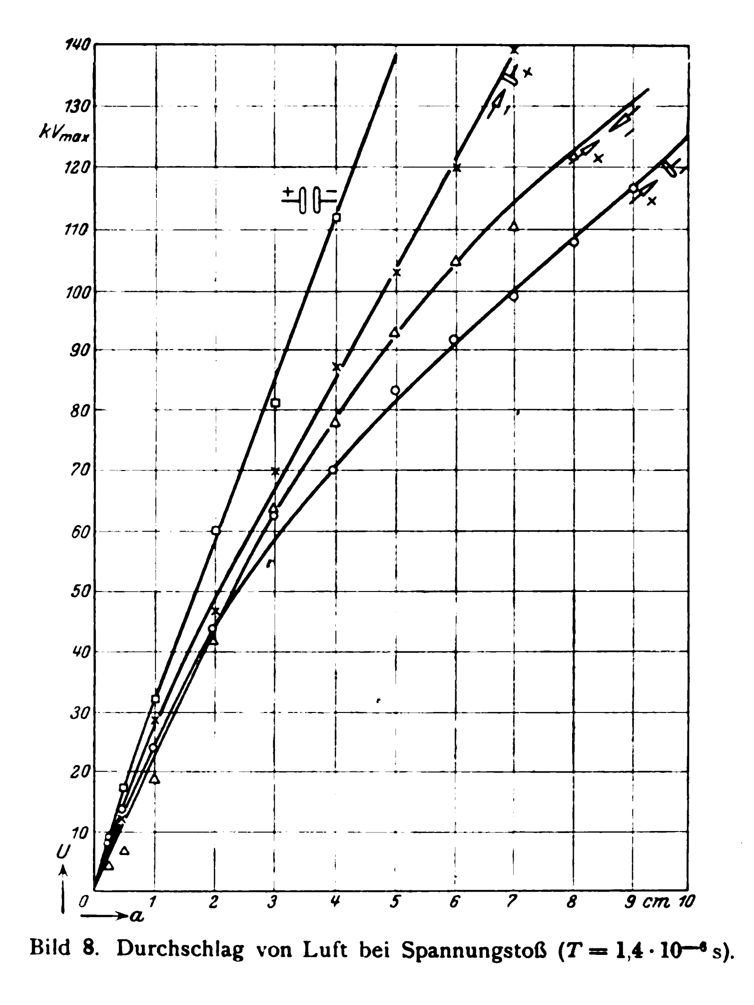


Bild 8. Durchschlag von Luft bei Spannungsstoß ($T = 1,4 \cdot 10^{-6}$ s).

Die Polaritätsunterschiede zeigen sich bei Spannungsstößen erst bei höheren Spannungen. Das ist wohl auch der Grund dafür, daß dieser starke Einfluß der Polarität bisher meines Wissens nicht beobachtet wurde [1].

2. Vorentladungen.

Die Anfangspannungen wurden durch Beobachtung mit dem Auge festzustellen versucht. Es scheint, als ob bei Gleichspannung, auch bei den hier benutzten Abständen, die Anfangspannung bei negativer Spitze etwas niedriger liegt als bei positiver [2].

Bei negativer Spitze zeigt sich bei Gleichspannung zunächst ein leuchtender Punkt, der sich bei Spannungsteigerung zu einer gleichmäßig leuchtenden Aureole vergrößert. Die Aureole nimmt vor dem Durchschlag etwa den vierten Teil des bis zur Gegenelektrode zur Verfügung stehenden Raumes ein. Kurz vor dem Durchschlag wächst an einzelnen Stellen ein gleichmäßig leuchtender dicker Strahl auf der kürzesten Linie bis zur Platte. Es ist ein schwaches, pfeifendes Geräusch zu hören.

Bei positiver Spitze ist das Leuchten bei Gleichspannung von der Anfangspannung an stärker. Es bilden sich bald einzelne dünne Stiele aus, die sich schon weit vor der Überschlagspannung bis zur Gegenelektrode erstrecken. Es tritt hier ein wesentlich stärkeres Pfeifen auf als bei negativer Spitze.

Bei Spannungstößen liegen die Anfangspannungen bei verschiedener Polarität im allgemeinen etwa gleich hoch, nur bei sehr kleiner Zeitkonstante wird die Anfangspannung bei negativer Spitze beträchtlich höher als bei positiver.

Die Entladungen an der negativen Spitze sind denen bei Gleichspannung ähnlich.

Bei positiver Spitze treten viele stielförmige Entladungen gleichzeitig auf. Das Gebiet zwischen Spitze und Platte wird in einem glockenförmig begrenzten Raum dicht von diesen Entladungen durchsetzt. Schon weit vor dem Überschlag gehen diese Stiele in fast unverminderter Stärke bis an die Gegenelektrode heran. Die Platte leuchtet überall dort, wo diese Entladungen auftreffen, hell auf. Auch dies ist eine für den Durchschlagvorgang sehr wichtige Beobachtung.

Die Veränderung der Erscheinungen durch Bestrahlung der Funkenstrecken mit ultravioletten Strahlen, sowie der Einfluß der Luftfeuchtigkeit wurden bisher nicht untersucht.

III. Versuche mit Flüssigkeiten.

1. Wasser.

Die Bilder 9—11 stellen die Versuchsergebnisse mit Wasser dar. Der Kurvencharakter und die gegenseitige Lage der Kurven ist ganz ähnlich wie bei den Luftdurchschlägen. Der Polaritätsunterschied bei Wasser ist bei Spannungstößen mit einer Zeitkonstante von $4 \cdot 10^{-3}$ Sekunden noch erheblich größer als bei Luft. Die Durchschlagspannung wächst auch bei Wasser mit kleiner werdender Zeitkonstante. Das Anwachsen der Durchschlagspannungen ist bei der positiven Spitze größer als bei der negativen. Bei jedem Spannungstoß war an den Spitzen eine Gasentwicklung zu beobachten.

Auch unter Wasser waren bei Spannungen unterhalb der Durchschlagspannung starke Vorentladungen sichtbar. Die Entladungen bestanden bei positiver und negativer Spitze aus Büscheln mit rötlichen Stielen. Die Büschel haben bei negativer

[1] Versuche von Tamm, die im Institut von Rogowski ausgeführt wurden, ergeben bis zu etwa 5 kV anscheinend keine Polaritätsunterschiede in der Höhe der Durchschlagspannung, jedoch einen starken Einfluß der Polarität auf die zum Durchschlag nötige Zeit. Vgl. Archiv für Elektrotechnik, Bd. XIX, S. 247.

[2] Vgl. auch Schumann a. a. O., S. 68.



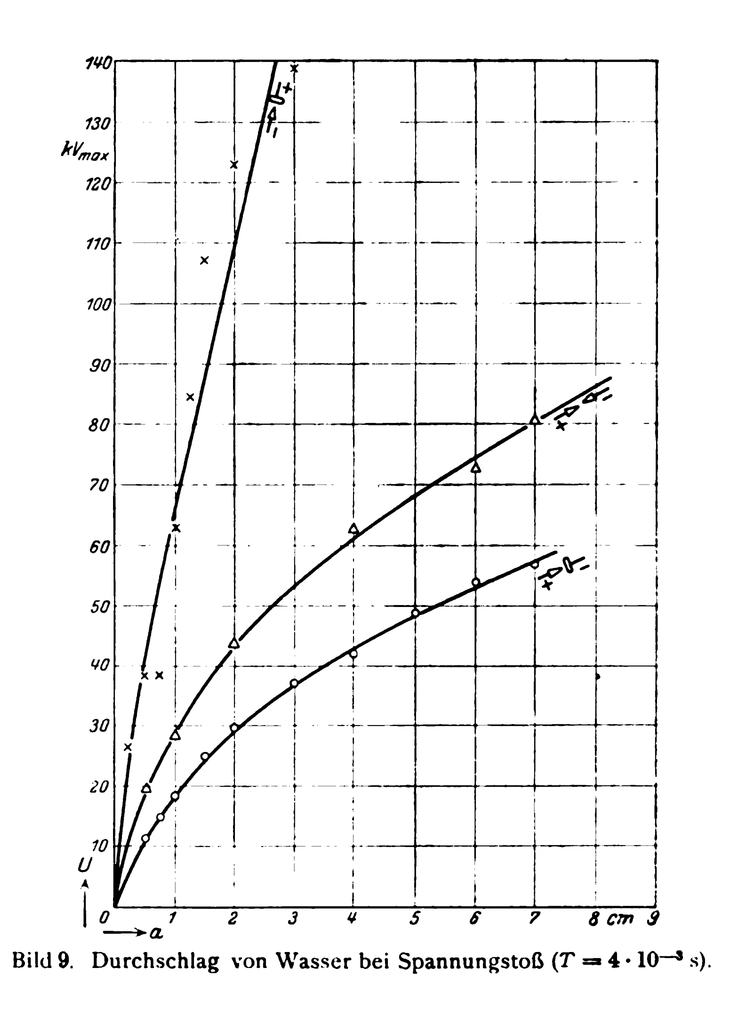


Bild 9. Durchschlag von Wasser bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

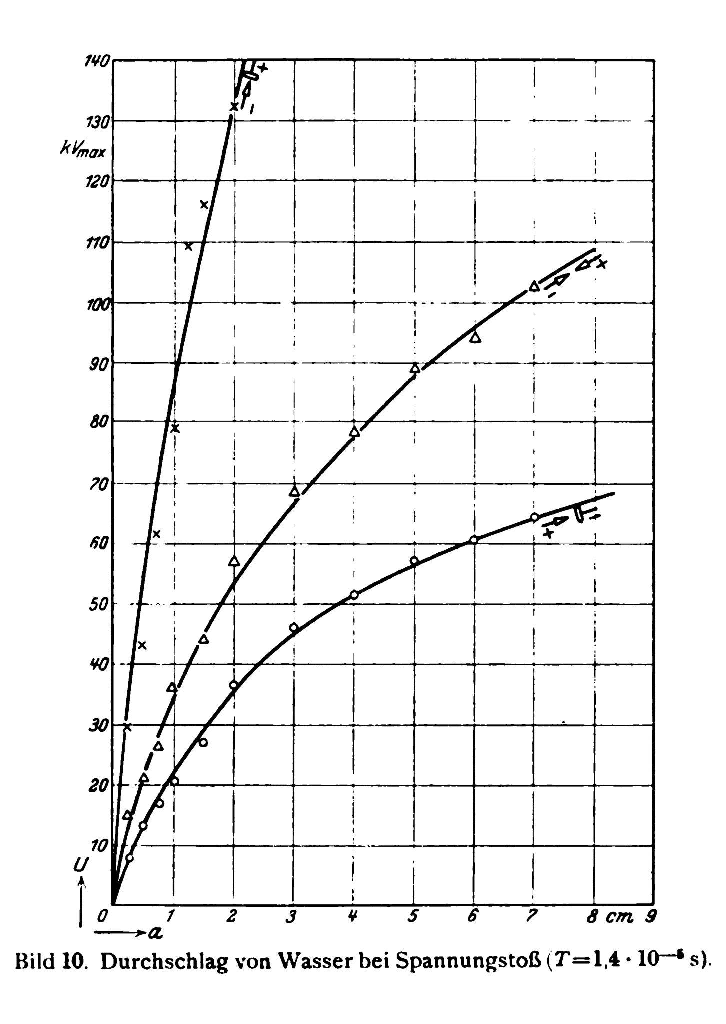


Bild 10. Durchschlag von Wasser bei Spannungstoß ($T = 1{,}4 \cdot 10^{-5}$ s).

Spitze geringe Ausdehnung gegenüber den positiven Büscheln. Das Verhältnis der Entladungen ist also ähnlich wie in Luft. Es kommt unter Wasser allerdings nicht vor, daß die Entladungen die Gegenelektrode erreichen, ohne daß ein Durchbruch stattfindet.

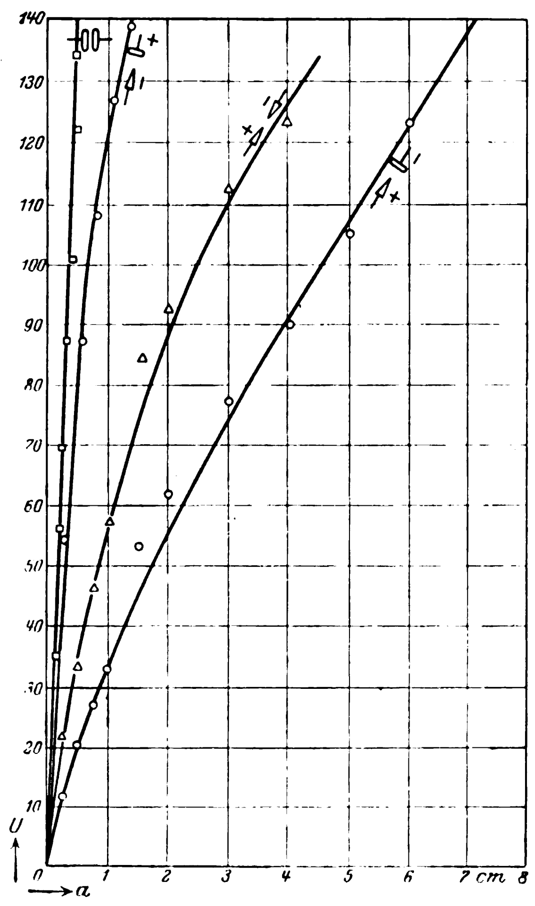


Bild 11. Durchschlag von Wasser bei Spannungstoß ($T = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ s).

2. Öl.

Es wurde ferner Schalteröl mit einer zwischen Kugelkalotten gemessenen Durchschlagfestigkeit von etwa 100 kV/cm untersucht. Die Ergebnisse der Versuche sind in den Bildern 12—15 aufgezeichnet. Diese Ergebnisse unterscheiden sich in einigen Hinsichten von denen bei Luft und Wasser. Die Durchschlaggleichspannungen liegen hier höher als die Durchschlagspannungen bei Spannungstößen mit großer Zeitkonstante. Ein Polaritätsunterschied ist bei Gleichspannung und bei allen Spannungstößen vorhanden. Er ist jedoch nicht so groß wie bei Luft und Wasser. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannungen von der Zeit ist bei positiver und bei negativer Spitze etwa gleich groß.

Auch bei den Versuchen mit Öl trat an den Spitzen eine Gasentwicklung auf. Ferner wurde besonders bei Gleichspannung, jedoch auch bei Spannungstößen, eine starke Ölbewegung vor dem Durchschlag beobachtet.

Die Vorentladungen waren unter Öl wesentlich kleiner als im Wasser. Bei Gleichspannung trat ein flackerndes Aufleuchten der Spitzen auf, wie es bereits an anderer Stelle beobachtet wurde [1].

[1] Vgl. Townsend, Die Ionisation der Gase, Erich Marx, Handb. d. Rad. Bd. I, S. 339 und Roth, Hochspannungstechnik, S. 130.

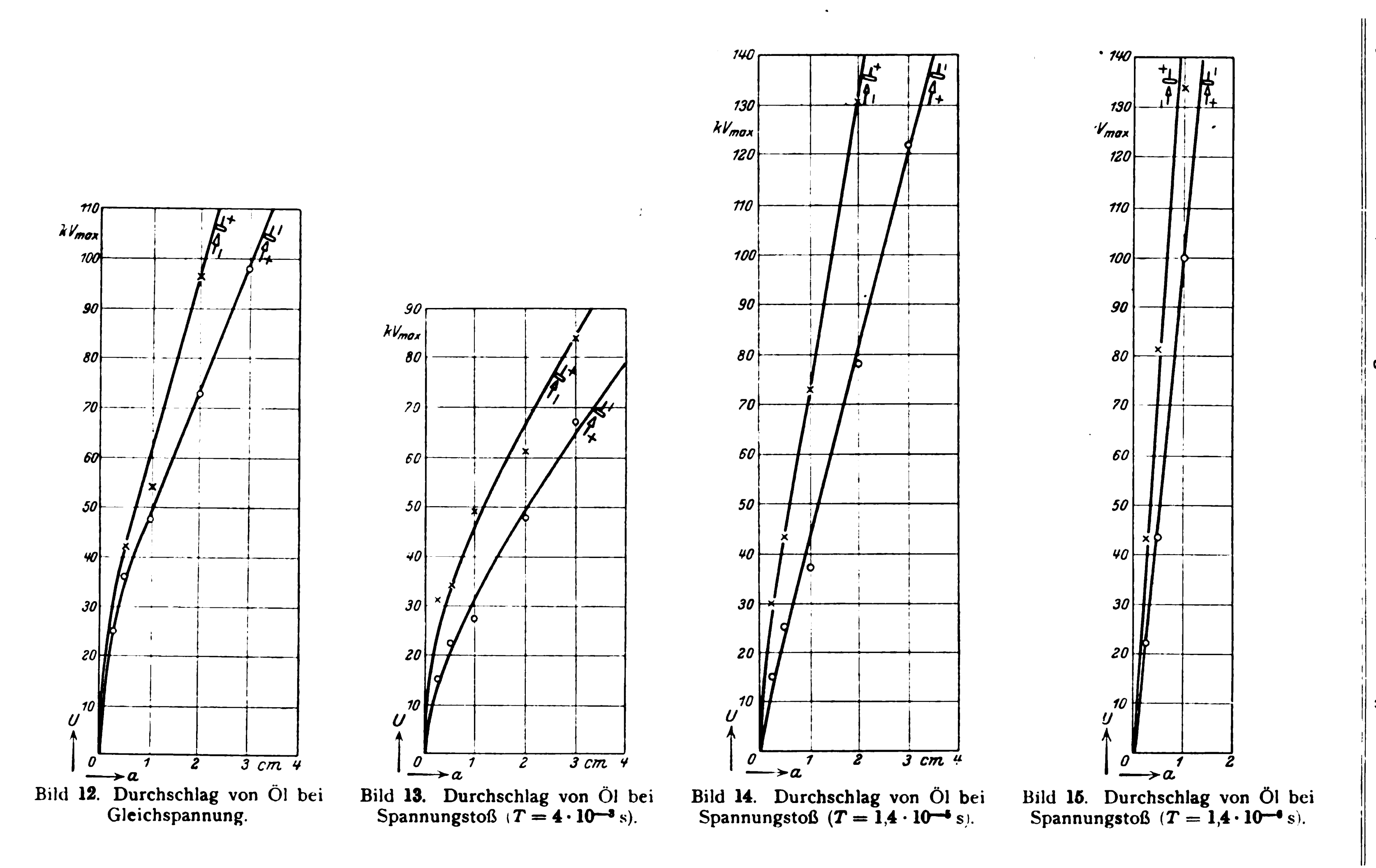


Bild 12. Durchschlag von Öl bei Gleichspannung.

Bild 13. Durchschlag von Öl bei Spannungsstoß ($T = 4 \cdot 10^{-8}$ s).

Bild 14. Durchschlag von Öl bei Spannungsstoß ($T = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ s).

Bild 15. Durchschlag von Öl bei Spannungsstoß ($T = 1{,}4 \cdot 10^{-8}$ s).

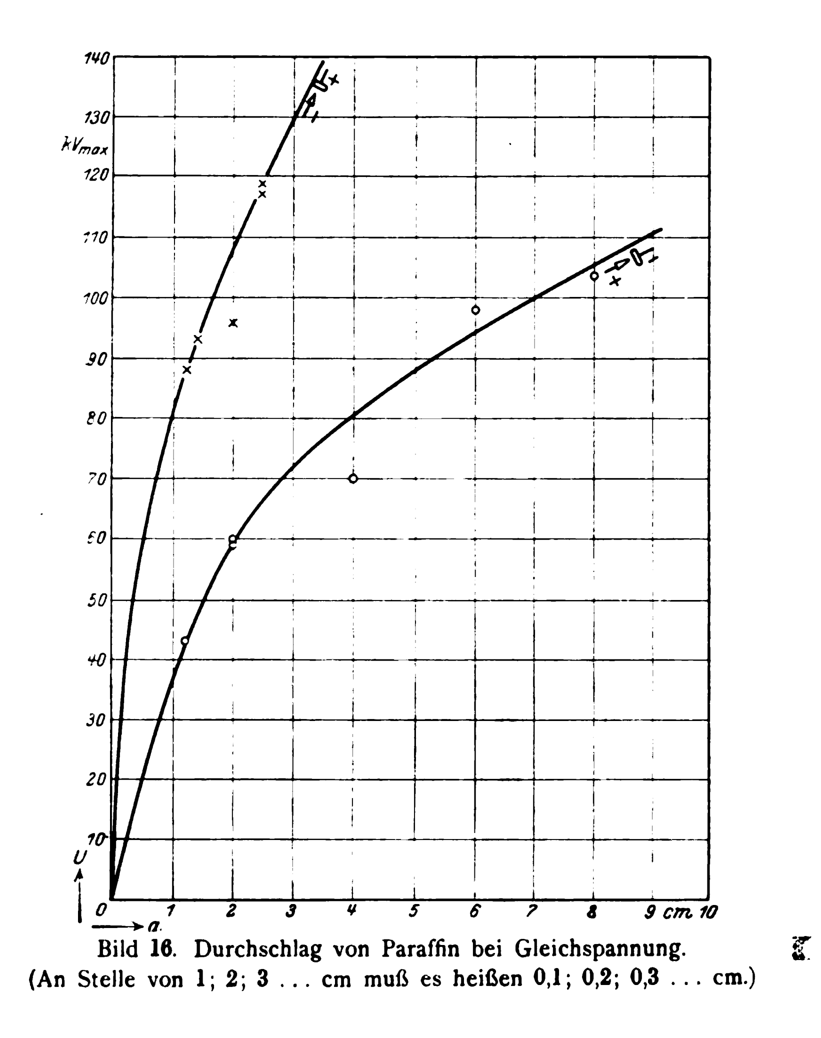


Bild 16. Durchschlag von Paraffin bei Gleichspannung.
(An Stelle von 1; 2; 3 ... cm muß es heißen 0,1; 0,2; 0,3 ... cm.)

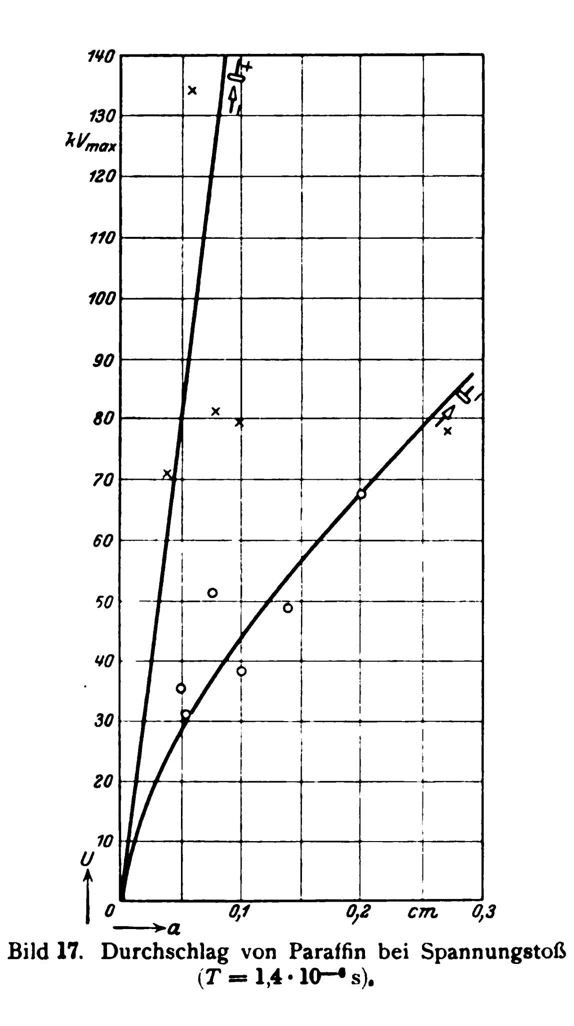


Bild 17. Durchschlag von Paraffin bei Spannungstoß
($T = 1{,}4 \cdot 10^{-6}$ s).

Außer Wasser und Öl wurden Xylol und Rizinusöl untersucht. Die Polaritätsunterschiede entsprachen etwa denen bei Schalteröl. Bei Xylol wurden sehr stark streuende Werte erhalten, während, wie die Bilder zeigen, die Werte bei den sonstigen flüssigen, sowie gasförmigen Stoffen nur wenig streuen.

IV. Versuche mit festen Stoffen.

Es wurde zunächst Paraffin mit Gleichspannung und mit Spannungsstößen von sehr kleiner Zeitkonstante untersucht. Die Ergebnisse zeigen die Bilder **16** und **17**. Die Durchschlagwerte bei Gleichspannung liegen demnach etwa ebenso hoch wie bei Spannungsstößen. Polaritätsunterschiede sind bei beiden Spannungsarten in der bereits bei Gasen und Flüssigkeiten beobachteten Weise vorhanden.

Die Versuchskörper wurden auf folgendem Wege hergestellt. Flüssiges Paraffin wurde in eine Blechdose gegossen und unter Vakuum abgekühlt. Nach der völligen

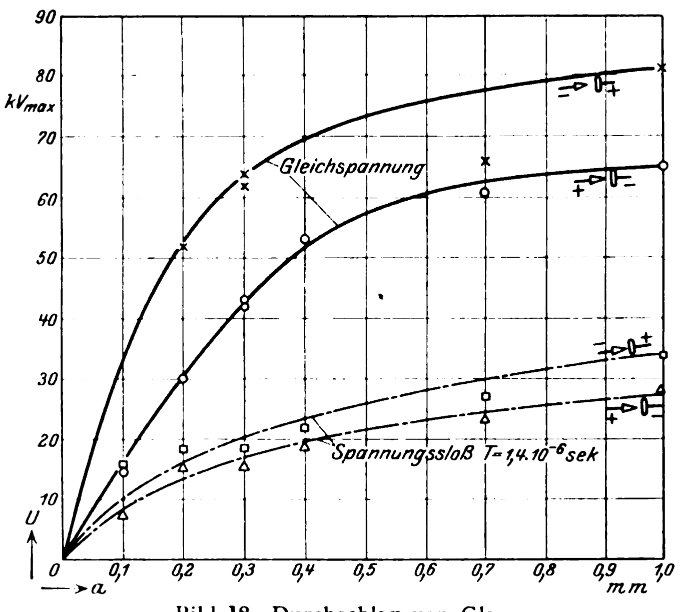


Bild **18**. Durchschlag von Glas.

Erstarrung wurde das Paraffin aus der Blechdose entfernt und die Elektroden (Platte und Spitze) vorsichtig eingeschmolzen. Die Körper waren so groß, daß die Untersuchung in Luft erfolgen konnte, ohne daß dabei ein Überschlag eintrat. Von den auf diesem Wege hergestellten Paraffinkörpern wurden dünne Schnitte unter dem Mikroskop untersucht. Es waren dabei keine Luftblasen zu beobachten.

Nach erfolgtem Durchschlag bei Spannungsstößen zeigten sich auf der vom Paraffinkörper losgelösten Plattenelektrode kleine helle Kreise, die rings um die Durchschlagstelle, die ebenfalls auf der Platte deutlich zu erkennen war, verteilt waren. Die hellen Kreise waren bei hohen Spannungswerten größer als bei niedrigen. Die Beobachtung deutet darauf hin, daß auch im Paraffin vor dem vollen Durchschlag bereits Entladungen die Plattenelektrode erreichen und dort Spuren hinterlassen. Ob und inwieweit diese Entladungen das Paraffin verändern, soll durch spätere Untersuchungen geklärt werden.

Bild 18 stellt Durchschlagwerte von Glasplatten dar. Es liegt bei Gleichspannung ein wesentlicher, bei Spannungsstößen ein verhältnismäßig geringer Polaritätsunterschied vor. Als Versuchskörper wurden Glasplatten von 5 cm Durchmesser



und 0,12 bzw. 0,35 cm Dicke benutzt. Die Dicke der Platte hat auf das Versuchsergebnis keinen Einfluß. In diese Platten wurden einseitig mit feinem Bohrer Löcher eingebohrt; auf der anderen Seite wurde Stanniol, möglichst ohne Lufteinschluß, aufgeklebt. In das Bohrloch wurde dann die Nadel eingesetzt und die Platte unter Öl untersucht. Da die Nadel dünner ist als das Bohrloch, so berührt diese nur an ihrer Spitze das Glas, an den anderen Stellen befindet sich zwischen Nadel und Glas noch eine Ölschicht.

Untersucht wurde ferner Hartpapier, Kabelausgußmasse und Kolophonium. Bei allen Stoffen liegt die Durchschlagspannung bei positiver Spitze niedriger. Bei Hartpapier wurde auch der Einfluß der Dauer der Spannungstöße durch Veränderung der Zeitkonstanten festgestellt. Die Durchschlagspannungen liegen bei kurzen Spannungstößen erheblich höher als bei langen. Schließlich kamen Steinsalzkristalle zur Untersuchung, die ebenfalls an einer Fläche mit Stanniol beklebt und gegenüber angebohrt wurden. Es traten in den Körpern starke Glimmerscheinungen auf, die im allgemeinen bei positiver und negativer Spitze sehr stark verschieden waren. Offenbar entstanden diese Entladungen in den mehr oder weniger großen Spalten zwischen den einzelnen Kristallen. Einheitliche Durchschlagwerte ließen sich nicht erzielen, weil die Steinsalzkörper zu stark verschieden waren.

V. Überschlagversuche.

Überschlagversuche wurden nur mit Spannungstößen bei einer Zeitkonstante $4 \cdot 10^{-3}$ s. angestellt. Diese Versuche wurden durchgeführt, um die Entladungen auf photographischen Platten untersuchen zu können. Es mußte hierzu festgestellt werden, ob die Überschläge entlang von Platten im unhomogenen Felde ähnlichen Gesetzen folgen wie die reinen Luftdurchschläge.

Die Bilder 19 und 20 zeigen die Ergebnisse solcher Überschlagversuche mit Glas- und Hartpapierplatten. Die Nadelspitze wurde hierbei so fest wie möglich auf die betreffende Platte aufgelegt und die Platte aus Isolierstoff senkrecht auf die plattenförmige Elektrode gestellt. Die Beanspruchung erfolgte also längs der Oberfläche des Isolierstoffes.

Es zeigen sich zwischen Glas und Hartpapier keine erheblichen Unterschiede. Die Überschlagspannung liegt bei positiver Spitze wiederum niedriger, die Werte Spitze-Spitze liegen zwischen den für Spitze-Platte gewonnenen Durchschlagspannungen. Die Überschlagvorgänge gehorchen also den gleichen Gesetzen wie die Durchschlagvorgänge [1].

Es wurden schließlich Versuche mit photographischen Platten in entsprechender Anordnung gemacht. Die Spitze war dabei in die lichtempfindliche Schicht eingebettet. Die Schicht reichte bis zur Plattenelektrode. Der Abstand zwischen Spitze und Platte betrug bei allen photographischen Aufnahmen 7 cm. Die ebene Fläche der Plattenelektrode befindet sich in den Bildern 21 und 22 an dem der Spitze gegenüberliegenden Rande der Aufnahme. Der Wirkwiderstand der Schicht wurde in dieser Anordnung gemessen. Er ist so groß, daß dadurch die Versuchsergebnisse nur wenig beeinflußt wurden. Auf den Bildern sind die Vorgänge in großer Deutlichkeit zu erkennen. Die positiven und negativen Entladungsformen erinnern an die von Max. Toepler in zahlreichen Arbeiten [2] untersuchten Gleitfunken. Die Gleitfunken wurden dort bekanntlich dadurch erzeugt, daß die der lichtempfindlichen Schicht gegenüberliegende Seite einer photographischen Platte leitend gemacht und eine Spitze senkrecht auf die lichtempfindliche Schicht aufgesetzt wurde. Diese von

[1] Diese Beobachtung entspricht der von Schwaiger (vgl. Lehrbuch der elektrischen Festigkeit, S. 223 ff.) für das homogene Feld gefundenen Tatsache, daß für Überschläge und Durchschläge die gleichen Gesetzmäßigkeiten vorliegen.

[2] Vgl. z. B. Archiv für Elektrotechnik 1921, Bd. X, S. 157 ff.



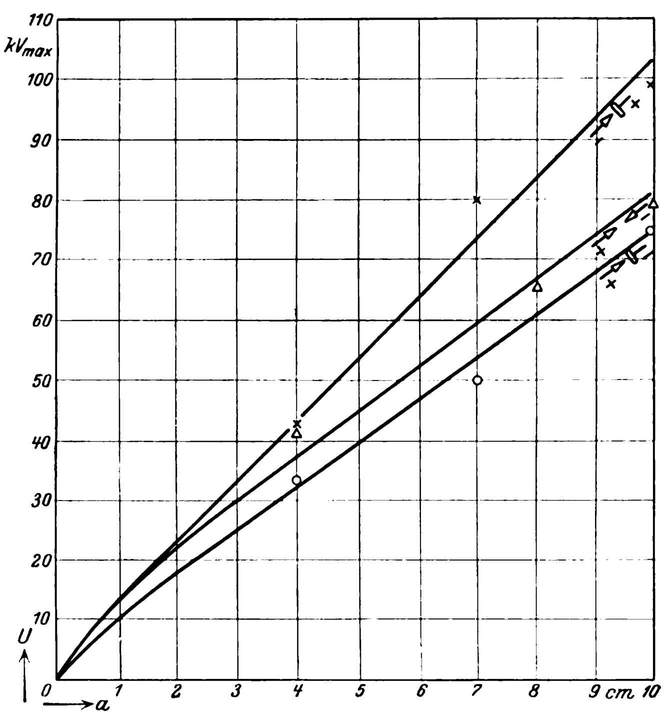


Bild 19. Überschlag einer Glasplatte in Luft bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

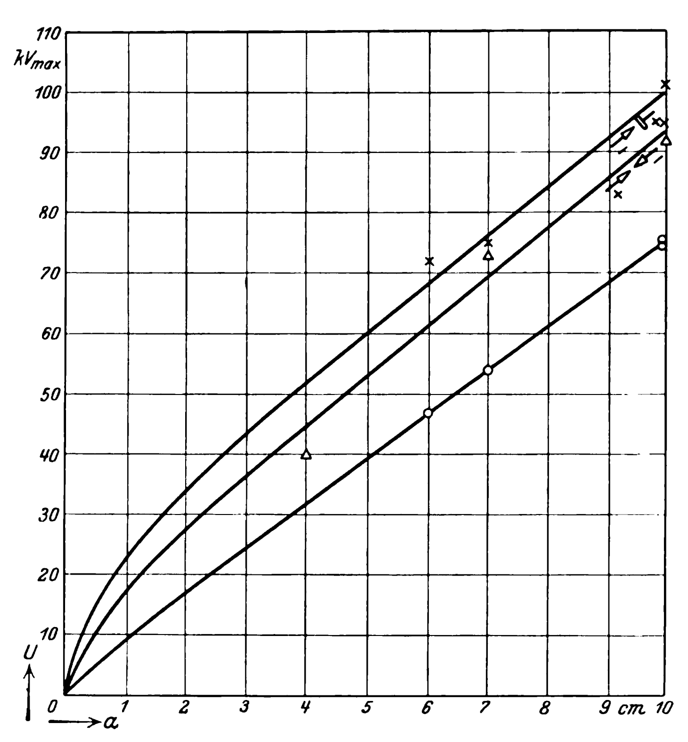


Bild 20. Überschlag einer Hartpapierplatte in Luft bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).



Bild 21 a. $U = 20$ kV$_{max}$.

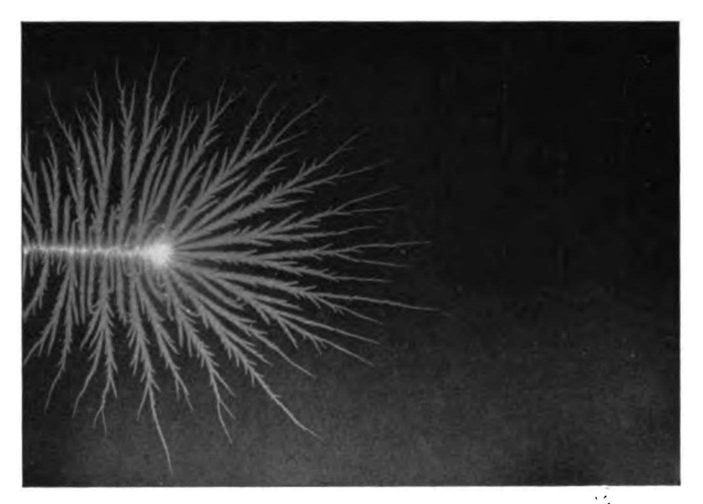


Bild 21 b. $U = 30$ kV$_{max}$.

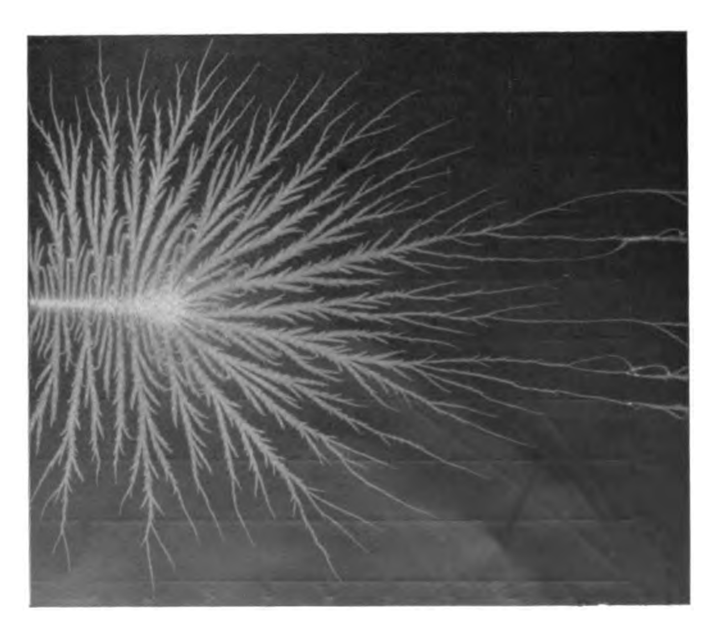


Bild 21 c. $U = 40$ kV$_{max}$.

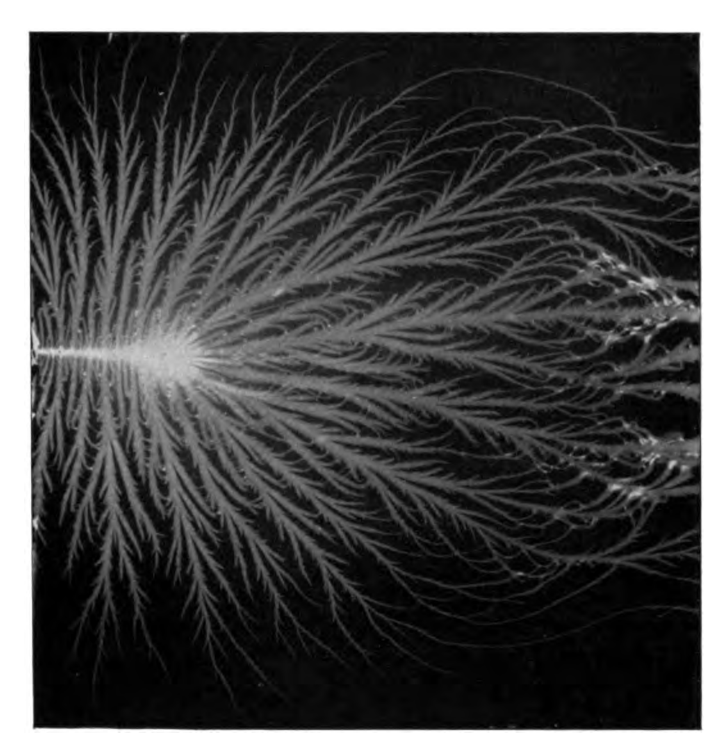


Bild 21 d. $U = 54$ kV$_{max}$.
Bild 21. Positive Entladungen zwischen Spitze und Platte bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

Toepler untersuchten Gleitfunken spielen sich also auf einer Platte mit sehr großer Oberflächenkapazität ab, während die Oberflächenkapazität hier sehr klein ist. Das



Bild 22 a. $U = 15$ kV$_{max}$.



Bild 22 b. $U = 30$ kV$_{max}$.

wesentlichste an den Bildern ist die Bestätigung der bereits mit dem Auge gemachten Beobachtungen, daß die positiven Entladungen schon bei weit unter der Überschlag-

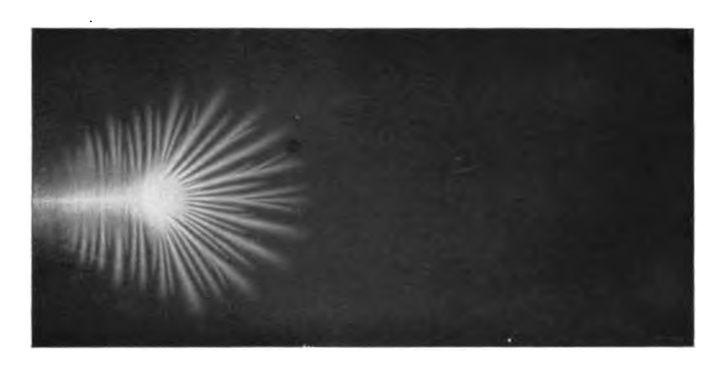


Bild 22c. $U = 55$ kV$_{max}$.



Bild 22d. $U = 86$ kV$_{max}$.

Bild 22. Negative Entladungen zwischen Spitze und Platte bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

spannung liegenden Werten bis an die Gegenelektrode herangehen, ohne den Überschlag einzuleiten. Die negativen Entladungen breiten sich im Gegensatz hierzu nur in einem kleinen Teil des Bereiches zwischen den Elektroden aus. Es bilden sich,

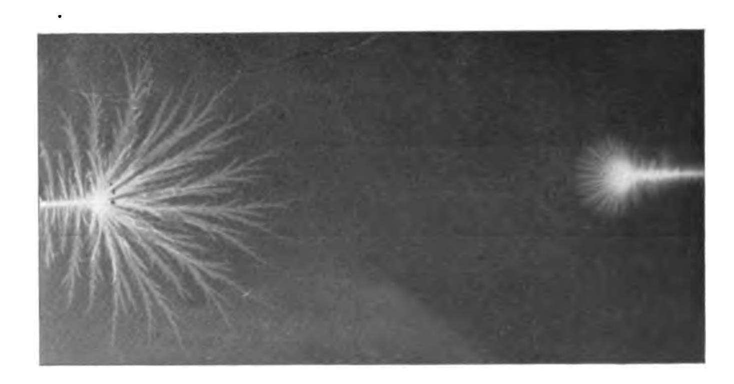


Bild 23a. $U = 20$ kV$_{max}$.

wie in dem Bild 22d zu sehen ist, kurz unterhalb der Überschlagspannung Zwischenentladungen, die nicht von einer Elektrode ausgehen.

Die Aufnahmen Bild 23 wurden zwischen zwei Spitzen in einem Abstand von 6 cm gewonnen (links die positive, rechts die negative Spitze). Bereits bei der Aufnahme 23b, die bei 20 kV, also bei etwa dem 3. Teil der Überschlagspannung,

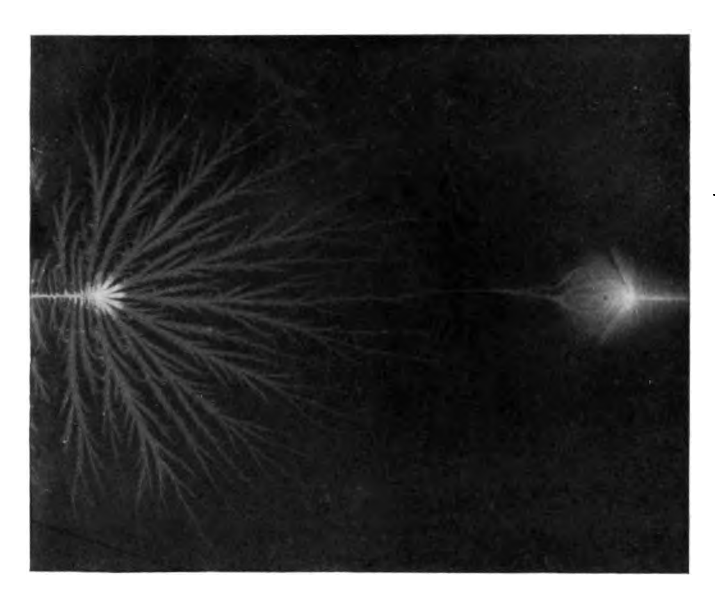


Bild 23 b. $U = 40$ kV$_{max}$.

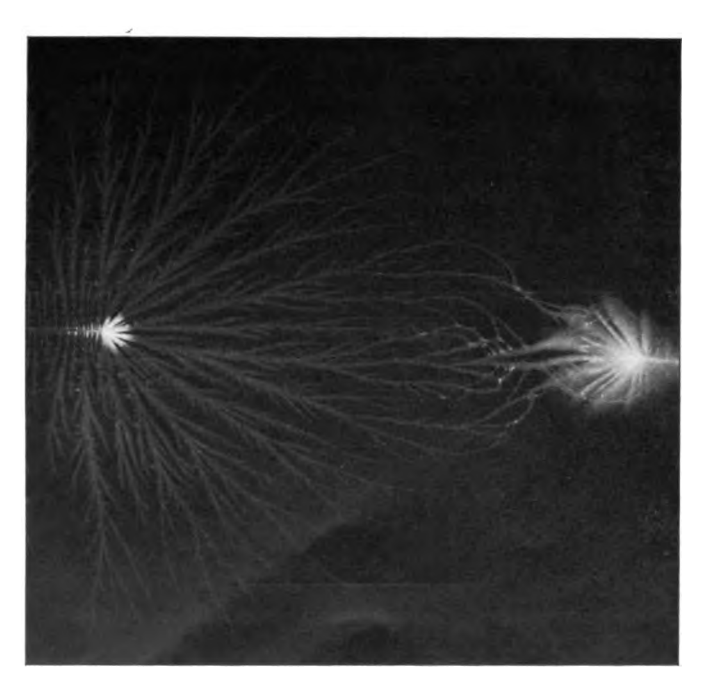


Bild 23 c. $U = 50$ kV$_{max}$.

gemacht wurde, geht eine Entladung von einer Elektrode bis zur anderen. Man sieht, wie innig die Entladungen erst miteinander verknüpft sein müssen, ehe der Überschlag erreicht wird. Zu beachten ist hierbei, daß die Aufnahmen mit Spannungstößen von großer Zeitkonstante ($4 \cdot 10^{-3}$ s.) gemacht wurden.

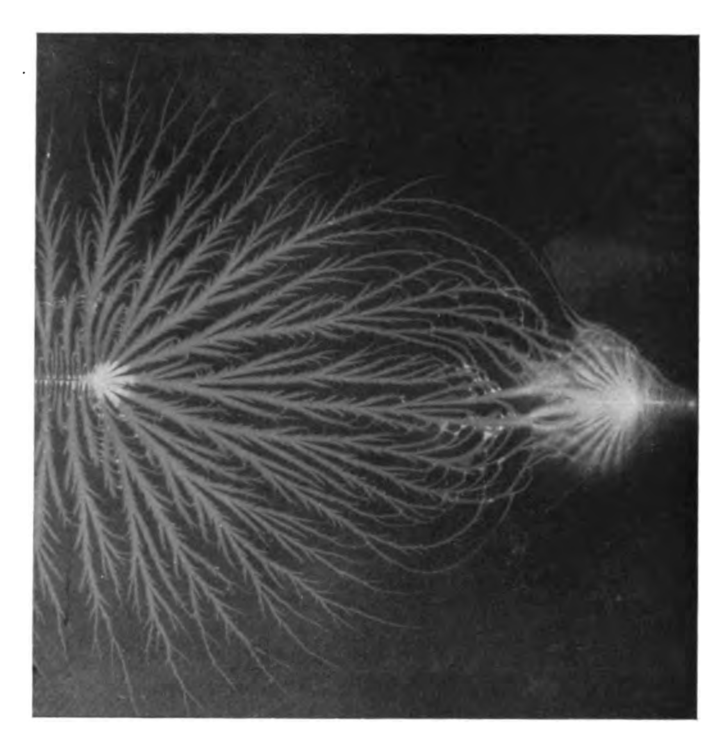


Bild **23** d. $U = 61$ kV_{max}.

Bild **23**. Entladungen zwischen 2 Spitzen bei Spannungstoß ($T = 4 \cdot 10^{-3}$ s).

Die auf den Photographien sichtbaren Entladungen übertreffen weit die dem Auge sichtbaren Entladungen. Bei niedrigen Spannungen, wo die Entladungen auf der Platte bereits recht beträchtlich sind, ist mit dem Auge noch nichts zu sehen.

Die Versuche sind in der Hauptsache mit Apparaten ausgeführt worden, die aus Mitteln der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft beschafft werden konnten. Der Notgemeinschaft sei hierfür auch an dieser Stelle herzlich gedankt.

Uber einen Kathodenoszillographen hoher Spannungsempfindlichkeit[1].

Von

E. Sommerfeld.

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

Zusammenfassung. Es wird ein Kathodenoszillograph mit Glühkathode, Beschleunigungsgitter und Innenphotographie beschrieben, mit dem einmalig ablaufende Vorgänge geringer Spannungsgröße oszillographiert werden können. Größte Spannungsempfindlichkeit etwa 0,1 cm/Volt. Es besteht Aussicht, die Leistung in bezug auf Spannungsempfindlichkeit und aufzeichenbare Frequenz noch zu erhöhen.

1. Ziel. In der elektrischen Meßtechnik besteht das Bedürfnis, nach einem Oszillographen, der bei möglichst großer Spannungsempfindlichkeit einmalige, sehr schnell ablaufende Vorgänge festzuhalten vermag[2]. Die Braunsche Röhre mit Glühkathode erscheint für solche Zwecke als das gegebene Instrument. Die Anodenspannung und damit die Härte der Kathodenstrahlen kann man bei einer Glühkathodenröhre ganz frei wählen, wir brauchen niedrige Anodenspannung, um hohe Spannungsempfindlichkeit zu erreichen. Die Versuche von Rogowski und Größer[3] haben gezeigt, daß die Glühkathode bei geeigneter Formgebung in der Lage ist, Elektronen auf dem Fluoreszenzschirm in bis dahin ungeahnter Menge zu liefern. Da die hohe Schreibgeschwindigkeit im wesentlichen mit großen Elektronenmengen zu erreichen sein muß, erscheint die Möglichkeit, eine Röhre der geforderten Eigenschaften zu bauen, in einem neuen Lichte. Um der Tatsache Rechnung zu tragen, daß weiche Kathodenstrahlen gegebener Menge geringere Energie darstellen, als die von Rogowski und Größer verwendeten harten, soll die photographische Platte auch ins Vakuum gebracht und direkt mit Elektronen beschossen werden. Zu Erhöhung der Energie am Orte des Leuchtschirmes haben wir schließlich noch einen von Prof. Rogowski vorgeschlagenen Kunstgriff[4], nämlich ein Beschleunigungsnetz, wie es von Lenard zur Untersuchung von weichen Kathodenstrahlen benutzt wurde, vor dem Leuchtschirm anzubringen[5] und zwischen dieses Netz und den Leuchtschirm eine beschleunigende Spannung zu legen, so daß die Elektronen mit geringer Geschwindigkeit abgelenkt, aber mit großer Geschwindigkeit auf den Fluoreszenzschirm auftreffen.

In der vorliegenden Arbeit soll der experimentelle Nachweis dafür erbracht werden, daß, im wesentlichen mit den angegebenen Mitteln, eine Braunsche Röhre hoher Spannungsempfindlichkeit und Schreibgeschwindigkeit gebaut werden kann. Die im einzelnen bei den Versuchen noch zutage getretenen Gesichtspunkte werden besprochen.

Die Spannungsempfindlichkeit kann unter sonst gleichen Umständen (d. h. bei fester Anodenspannung und fester Röhrenlänge) noch durch geeignete geometrische

[1] Aachener Dissertation.

[2] Im folgenden wird zur Kennzeichnung der Leistung eines Oszillographen der Begriff der Schreibgeschwindigkeit verwendet (vgl. Rogowski und Flegler, Arch. f. Elektrot. Bd. 14, S. 529, 1925). Diese Größe, die Geschwindigkeit, mit der der Fluoreszenzfleck über den Leuchtschirm läuft, ist ein gerechteres Maß für die Leistungsfähigkeit als die Angabe der Frequenz des aufgezeichneten Vorgangs.

[3] Rogowski und Größer, Arch. f. Elektrot. Bd. 15, S. 377, 1925.

[4] Rogowski, Arch. f. Elektrot. Bd. 9, S. 115, 1920.

[5] Wie mir Herr Scheller mitteilt hat auch er das Beschleunigungsgitter für Braunsche Röhren im Jahre 1920 vorgeschlagen (D. R. P. 349334), aber aus Zeitmangel nie ausprobieren können.

Bemessung, z. B. durch Verlängerung der Ablenkplatten, erhöht werden, in der Glasröhre mußte davon aus konstruktiven Gründen abgesehen werden. Da die Aufgabe der zweckmäßigsten geometrischen Bemessung schon aus diesem Grunde verschoben werden mußte, ist bei den Oszillogrammen (Abschnitt 7) immer auch die Anodenspannung als Maß für die Empfindlichkeit mit angegeben.

2. Die Versuchsröhre und der Schalter. Bild 1a und b zeigen in schematischer Darstellung Versuchsröhre und Schaltbild. Oben befinden sich an einem ab-

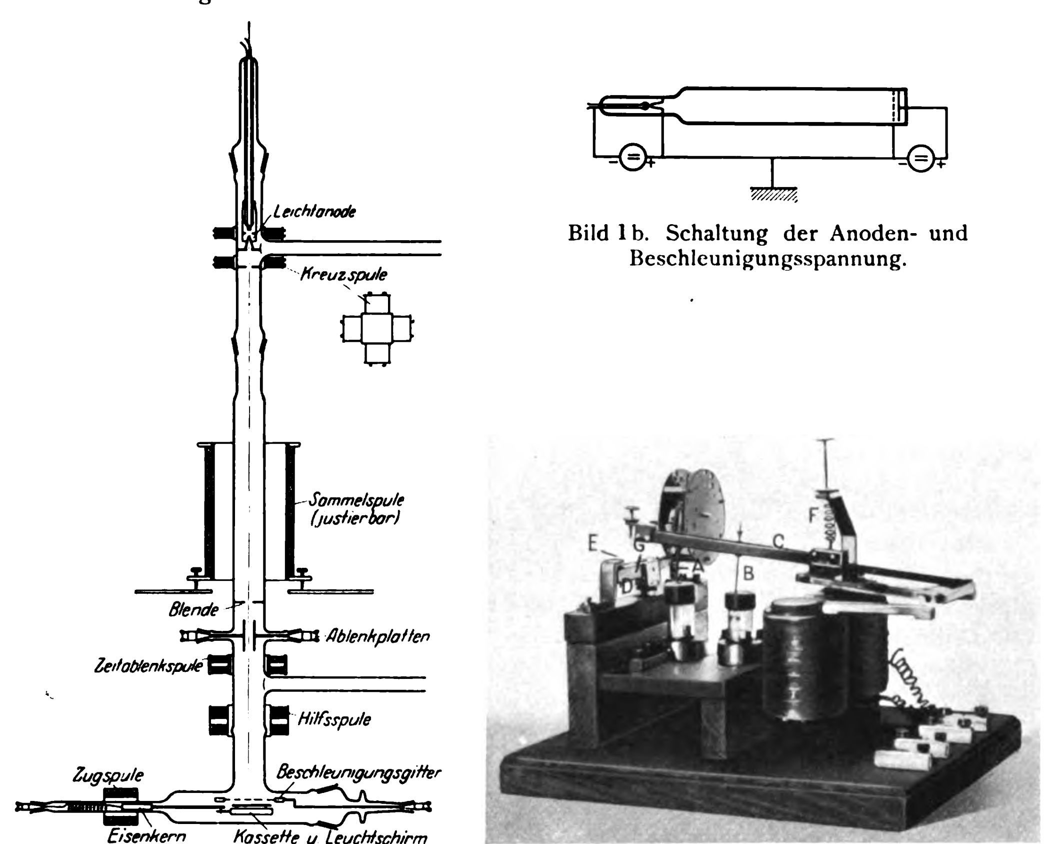


Bild 1a. Die Versuchsröhre.

Bild 1b. Schaltung der Anoden- und Beschleunigungsspannung.

Bild 2. Schalter.

nehmbaren Glasteil Kathode und Anode (vgl. auch Bild 3) unmittelbar an der einen Pumpstelle. Außerhalb des einen Glasrohres liegen zwei Kreuzspulen, die zum Ausgleich von Justierfehlern dienen. Weiter unten folgt eine Blende, die den Kathodenstrahl auf einen nutzbaren Durchmesser ausblendet, und die einstellbare Sammelspule. Oberhalb der Ablenkplatten befindet sich noch eine Blende, die dazu bestimmt ist, das Auftreffen von Kathodenstrahlen auf die Ablenkplatten zu verhüten. An Ablenkorganen sind vorhanden: die Ablenkplatten, die gewöhnlich zur Schwingungsablenkung dienten, und eine Ablenkspule, welche die Zeitablenkung besorgt. Weiter unten folgen noch zwei Hilfsspulen (nur eine gezeichnet), die dazu benutzt wurden, den Anfangsfleck an die gewünschte Stelle des Leuchtschirmes zu rücken. Die von Rogowski und Größer beschriebenen Erdfeldspulen[1] sind benützt, aber nicht eingezeichnet worden. Unter dem Beschleunigungsgitter befindet sich die Kassette, auf deren Deckel der Leuchtschirm befestigt ist. Öffnen und Schließen des Kassetten-

[1] Rogowski und Größer, a. a. O.

deckels geschieht im Vakuum durch Bewegen der Zugspule. Die Röhre war innen ganz mit berußtem Aluminiumblech ausgekleidet. Die Entlüftung geschah mit zwei dreistufigen Diffusionspumpen, die Quecksilberfallen waren mit flüssiger Luft gekühlt.

Zum Betrieb der Röhre ist noch ein Schalter nötig, der den Kathodenstrahl kurz vor dem Ablauf der Schwingung einschaltet und nachher wieder unterbricht. Von der Länge der gesamten Betriebszeit hängt die Schwärzung des Anfangs- und Endflecks ab. Unter Umständen muß, wenn eine besondere Vorablenkung vermieden werden soll, diese Zeitspanne nach Möglichkeit abgekürzt werden. Die zu diesem Zwecke gewählte Bauart des Schalters ist in Bild 2 zu sehen. Der Stift A schaltet die Anodenspannung ein, der Kathodenstrahlfleck ruht auf dem Anfangspunkt. Der Stift B schaltet etwa 1 mm später (an der Bewegung des Armes C gemessen) die Zeitablenkung ein. Nach abermals 1 mm unterbricht der Stift D die Anodenspannung an der Stelle E. Die Röhre ist wieder außer Betrieb; der Strom im Zeitablenkungskreise fließt noch, wie es sein muß. Wird nun der Arm C von der Zugspule wieder losgelassen, so zieht ihn die Spiralfeder F nach oben; solange der Stift A noch eintaucht, darf der Schalter E sich nicht wieder schließen, sonst würde der Kathodenstrahl von neuem eingeschaltet sein. Deshalb befindet sich an dem Hebel G eine Klinke, die in ein Zahnrad eingreift und bei jeder Abwärtsbewegung von C bzw. D um einen Zahn weitergreift. Bei der Aufwärtsbewegung von C schließt sich der Kontakt E erst wieder, nachdem ein mit dem Zahnrad gekuppeltes Flügelrad sich einige Male gedreht hat. Der Stift A verläßt den Quecksilbernapf lange, bevor der Schalter E wieder schließt. Auf diese Weise haben sich Gesamtbetriebszeiten der Röhre zwischen $^1/_{500}$ und $^1/_{1000}$ Sekunde erzielen lassen. Die entsprechende Überstrahlung des Anfangspunktes ist gering genug, um auch Feinheiten des zu untersuchenden Schaltvorgangs, die in der Nähe des Anfangspunktes liegen, noch erkennbar aufzuzeichnen (vgl. den ersten Anstieg bei der Wanderwelle Bild 13).

3. Vakuum und Strahlensammlung. Für die Strahlensammlung diente die Anordnung von Rogowski und Größer zum Vorbild: Sammelspule in der Mitte zwischen Anode und Leuchtschirm (vgl. Bild 1a)[1]. Mit dieser Anordnung läßt sich einwandfreie Strahlensammlung erreichen, wenn das Vakuum hoch genug ist. Bezüglich des notwendigen Druckes bestand zunächst die Ansicht, daß die freie Weglänge der Luftmoleküle von der Größenordnung der Röhrenlänge werden müßte. Wir wollen überschlagen, bei welchem Druck dies der Fall ist. In Luft von Atmosphärendruck ist die freie Weglänge der Luftmoleküle 10^{-5} cm. Da sie umgekehrt proportional dem Druck ist, beträgt sie also bei 10^{-4} mm Hg:

$$10^7 \frac{1000}{760} 10^{-5} = 1{,}3 \cdot 10^2 \text{ cm.}$$

Die freie Weglänge zwischen Elektronen und Molekülen ist noch $4\sqrt{2}$ mal größer, sie beträgt also für 10^{-4} mm Hg

$$4\sqrt{2} \cdot 1{,}3.\ 10^2 \text{ cm gleich 7 Metern.}$$

Wir würden also erwarten, daß von 10^{-4} oder mindestens 10^{-5} mm Hg (freie Stoßlänge = 70 m) der Gasgehalt keinerlei Einflüsse auf den Kathodenstrahl mehr ausübt. Die Erfahrung zeigt uns aber, daß wir noch einen anderen Effekt, nämlich die Gaskonzentrierung[2], als für den notwendigen Druck bestimmend berücksichtigen und daß wir aus diesem Grunde noch tiefer als auf 10^{-5} mm evakuieren müssen.

Zur Erläuterung des Begriffes der Gaskonzentrierung diene uns folgender Versuch: Wir lassen ein paralleles Kathodenstrahlbündel in einen schwach gashaltigen Raum eintreten. Der größte Teil der Elektronen durchfliegt den Raum, ohne ein Gasmolekül zu ionisieren. Nur ein kleiner Teil der Elektronen ist an der Ionenbildung

[1] Rogowski und Größer, a. a. O. Bezüglich der Lage der Sammelspule vgl. auch Busch, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 583, 1927.

[2] Johnson, J. O. S. A. Bd. 6, S. 701, 1922.



beteiligt. Die bei der Ionisierung freiwerdenden sekundären Elektronen verlassen verhältnismäßig schnell (jedenfalls viel schneller als die Ionen) den Querschnitt des Bündels und sollen deshalb außerhalb unserer Betrachtungen bleiben. Im Querschnitt selbst bleibt eine positive Raumladung zurück, deren Größe abhängt

1. von der Stromstärke des Kathodenstrahls,
2. von der Ionisierungsfähigkeit der Elektronen bei der betreffenden Spannung,
3. vom Druck des Gases und seiner Temperatur,
4. von der Zahl der je Sekunde sich wieder neutralisierenden Moleküle, soweit diese Neubildung im Strahlquerschnitt stattfindet, bzw. von der Zahl der den Strahlquerschnitt je Sekunde verlassenden Ionen.

Das Potential einer Raumladung nimmt nach innen hin zu, d. h. es besteht eine überall nach der Achse des Strahlenbündels hin gerichtete auf die Elektronen wirkende Kraft, die bestrebt ist, das Bündel konvergent zu machen. In unserer Versuchsröhre haben wir bei nicht ganz vollkommenem Vakuum den eben beschriebenen Fall mit dem einzigen unwesentlichen Unterschied, daß es sich nicht um ein paralleles, sondern von Anfang an divergentes Strahlenbündel handelt. Steigert man die Stromstärke im Strahle — und das ist der experimentelle Beweis für die Richtigkeit unserer Anschauungen — so wird der Fleck kleiner und zieht sich schließlich auf einen unscharfen Punkt von etwa 2 mm Durchmesser zusammen. Bei tieferem Druck oder bei härteren Strahlen tritt die Erscheinung erst bei höheren Stromstärken auf.

Es handelt sich nun um die Frage, ob und wie im Betriebe die Schärfe des Leuchtflecks durch den Gaseffekt beeinflußt wird.

Es erscheint naheliegend, die Frage durch folgenden Versuch zu entscheiden: Man erzeuge bei tiefem Druck (z. B. 10^{-7} mm) einen scharfen Leuchtfleck auf dem Schirm und messe den zugehörigen Strom in der Sammelspule. Dann erhöhe man langsam den Druck (z. B. indem man die Röhre von der Pumpe abtrennt, so daß infolge der kleinen Undichtigkeiten und der geringen Gasentwicklung an der Anode langsam der Druck steigt), stelle für jeden Druck mit der Sammelspule auf das Optimum an Fleckschärfe neu ein und messe die zusammengehörigen Drucke und Stromstärken. Anodenspannung und Strahlstrom sind dabei konstant zu halten. Es zeigt sich, daß bis zu verhältnismäßig hohen Drucken hinauf einwandfreie Schärfe des Leuchtfleckes (d. h. ein Durchmesser von etwa $^1/_2$ mm) durch Zusammenwirken von Gas- und Spulenkonzentrierung sehr wohl zu erreichen ist. Es war z. B. bei einem solchen Versuch (bei 750 Volt Anodenspannung und 10^{-6} Amp. im Strahle)

Druck in mm Hg	Sammelspulenstrom in 10^{-3} Amp.
10^{-6}	75
$5 \cdot 10^{-5}$	64

für gleichen Leuchtfleckdurchmesser ($^1/_2$ mm). Die ganz gleichmäßige Schärfe war nicht von vornherein zu erwarten, da die Gaskonzentrierung allein keinen so scharfen Brennfleck hervorzubringen vermag (siehe vorstehend). Nach diesem Ergebnis würden wir also die Frage, ob auch mit verhältnismäßig hohem Druck gearbeitet werden kann, zu bejahen haben. Wir hätten lediglich einen bestimmten Druck, eine bestimmte Strahlstromstärke und eine bestimmte zu diesen beiden Größen gehörige Sammelspulenstromstärke konstant zu halten. Wir prüfen jetzt die Frage, wie die Aufrechterhaltung eines bestimmten Druckes unter den betriebsmäßigen Verhältnissen — kurzzeitiges Einschalten mit dem in Abschnitt 2 beschriebenen Schalter statt des dauernden Strahlenübergangs im eben besprochenen Versuch — durchgeführt werden muß. Offenbar muß die Gasabgabe der Anode und Umgebung so klein gegenüber

den durch die Undichtigkeiten eintretenden und durch die Pumpen beseitigten Gasmengen gemacht werden, daß wir bei plötzlichem Einschalten der Anodenspannung keine Drucksteigerung erhalten; nur dann können wir nämlich vor Ablauf der Schwingung den Sammelspulenstrom mit Rücksicht auf den im Vakuummeter gemessenen Druck und die mittels des Glühfadenstromes zu regulierende Strahlstromstärke einstellen. Ändern wir dann z. B. den Strahlstrom, so muß der Sammelspulenstrom neu eingestellt werden. Bei dieser an sich möglichen Arbeitsweise müssen wir allerdings auf den wesentlichsten Vorteil der Glühkathode verzichten, nämlich auf die Möglichkeit, den Strahlstrom, d. h. die Helligkeit des Fluoreszenzbildes, unabhängig von allen anderen Größen nur nach den jeweiligen Erfordernissen des Oszillogrammes zu bemessen.

Es erscheint deshalb als der zweckmäßigste Weg, die tiefen Drucke, die bei dichtem Gefäß mit dem sowieso notwendigen Ausheizen der Anode von selber erreicht werden, auch für den Betrieb beizubehalten. Der Gaskonzentrierungseffekt fällt dann praktisch weg, der Sammelspulenstrom ist nur von der Härte der Strahlen abhängig, der Strahlstrom kann in beliebigen Grenzen verändert werden.

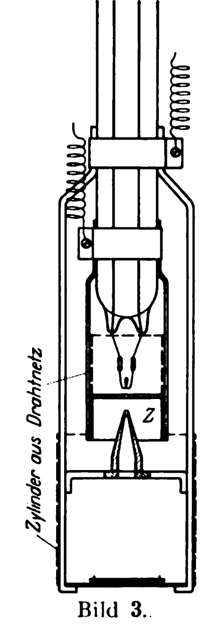


Bild 3. Kathode und Anode.

Wir wollen also die Regel aussprechen, daß wir bei den in der Versuchsröhre vorliegenden Verhältnissen einen Druck von ungefähr 10^{-6} mm Hg und tiefer nötig haben, und daß die sich im Betrieb erhitzenden Teile (Kathode, Anode und deren Umgebung) etwa in der von Verstärkerröhren her bekannten Weise ausgeheizt werden müssen. Aus den für die Gaskonzentrierung geltenden Gesetzmäßigkeiten ist zu vermuten, daß der notwendige Druck um so tiefer sein muß, je weicher die Kathodenstrahlen sind, je größer ihre Stromstärke und je länger ihre Flugstrecke ist.

Wir werden im nächsten Abschnitt sehen, daß man, um einwandfrei wiederherstellbare Verhältnisse bei der Erzeugung der Kathodenstrahlen zu bekommen, ebenfalls gutes Vakuum im eben beschriebenen Sinne nötig hat.

Der notwendige Druck hat sich in der ganz aus Glas gefertigten Versuchsröhre (Bild 1) mit zwei dreistufigen Diffusionspumpen bei Kühlung mit flüssiger Luft gut erreichen und bei Betrieb der Röhre aufrecht erhalten lassen. Es konnten bei gesteigerter Sorgfalt noch erheblich tiefere Drucke ($5 \cdot 10^{-8}$ mm) betriebsmäßig erzeugt werden. Die Röhre enthielt viele Kittstellen (Picein). Wenn man die Röhre beim Auswechseln der photographischen Platte stets nur etwa 15 Minuten mit Luft gefüllt stehen läßt, erfolgt keine störende Gasresorption. Die erforderliche Pumpzeit läßt sich erheblich abkürzen, wenn man stets nur vorgetrocknete Luft einläßt. Der Wassergehalt der photographischen Schicht hat es gelegentlich empfehlenswert gemacht, die Platten vor dem Einlegen in die Kassette in einem besonderen Vakuumgefäß auszutrocknen, man spart auch dadurch an Pumpzeit.

Die Druckmessungen geschahen mit einem Ionisationsvakuummeter, die Druckangaben sind aus dem Vakuumfaktor in bekannter Weise berechnet[1].

4. Die Herstellung des Strahlenbündels. Die gewählte Art der Sammelvorrichtung erfordert eine Anode, bei der das Strahlenbündel von einer möglichst kleinen Fläche ausgeht. Wir besitzen eine solche Anordnung in der von Rogowski und Größer beschriebenen Spitze und Kappe[2]. Sie wurde nur in zwei Punkten abgewandelt. Der Zylinder Z (Bild 3) schützt den Raum zwischen Glühdraht und Anode

[1] Vgl. z. B. Geyger-Scheel, Hdb. f. Phys. Bd. 2, S. 405.
[2] Rogowski und Größer, a. a. O.

vor der Wirkung von sich an den Glaswänden etwa bildenden Ladungen. Außerdem wurden die wesentlichen Teile der Form aus Molybdän, nicht aus Aluminium hergestellt, damit die hohen Ausheiztemperaturen ertragen werden können.

Die Versuche haben zunächst gezeigt, daß alle Beobachtungen nur dann reproduzierbar waren, wenn der Druck weniger als etwa 10^{-6} mm betrug. Das ist insofern

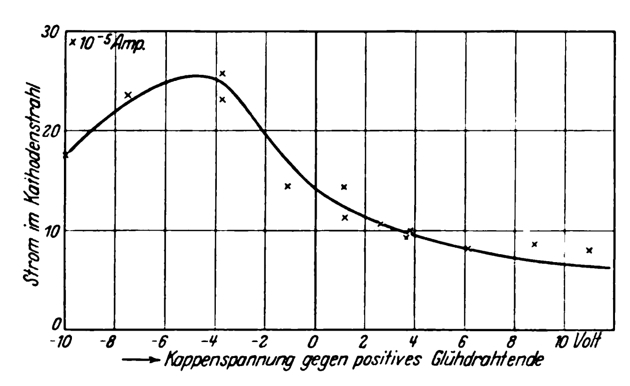


Bild 4. Einfluß der Kappenspannung auf die Elektronenemission.

ein zu erwartendes Ergebnis, als auch in Verstärkerröhren die bekannten Gesetzmäßigkeiten erst bei 10^{-6} bis 10^{-7} mm gelten[1].

Es bestand die Vermutung, daß man die Stromstärke im Kathodenstrahl dadurch steigern kann, daß zwischen die Kappe und den Glühfaden (Bild 3) eine geeignete Spannung gelegt wird. Ursprünglich war die Kappe an das positive Glüh-

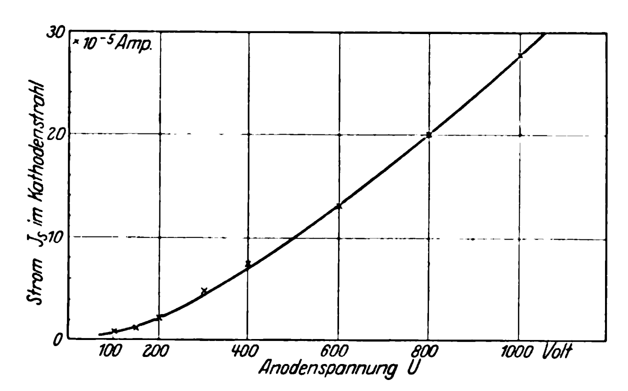


Bild 5. Maximal erreichte Strahlstromstärke, abhängig von der Anodenspannung.

fadenende angeschlossen. Welchen Einfluß verschiedene Spannungen auf die Stromstärke im Strahle ausüben, zeigt für 800 Volt Anodenspannung das Bild 4. Das Maximum des Strahlstromes tritt ein, wenn die Kappe das Potential der Glühfadenmitte hat. Dies gilt bei allen Anodenspannungen zwischen 100 und 800 Volt. Die im Kathodenstrahl erreichte Stromstärke beträgt $0{,}25 \cdot 10^{-3}$ A. bei 800 Volt; $0{,}25 \cdot 10^{-4}$ A. bei 200 Volt Anodenspannung. Der Abstand des Glühdrahtes von der Ebene der Kappe konnte zwischen 0 und 1 mm verändert werden ohne bemerkenswertes Ergebnis.

Auf weitere Abwandlung der geometrischen Größen wurde verzichtet, angesichts einer Erscheinung, die bei allen Spannungen zwischen 100 und 1000 Volt begrenzend auf den Strahlstrom einwirkt. Es handelt sich um ein Optimum der Glühfadentemperatur mit Rücksicht auf größten Strahlstrom. Unterschreitet man

[1] Vgl. z. B. Zenneck-Rukop, Drahtlose Telegraphie, 5. Aufl., S. 524.

diese Temperatur, so sinkt sowohl Anoden- wie Strahlstrom, überschreitet man sie, so steigt der Anodenstrom an, aber der Strahlstrom sinkt. Da die Möglichkeit bestand, daß diese Erscheinung von dem magnetischen Felde des Glühdrahtes herrührt, ist der Versuch wiederholt worden unter Benutzung eines Schalters, der 80 mal je Sekunde abwechselnd die Heiz- und Anodenspannung anlegt. Die genannte Erscheinung ist quantitativ auch dann noch zu beobachten. Sie findet wohl ihre Erklärung in der gegenseitigen Abstoßung der Elektronen während des Übergangs von Kathode zu Anode.

Im Bilde 5 ist für jede Anodenspannung die maximal erreichte Strahlstromstärke eingetragen, dieses Maximum ist für jede Anodenspannung durch Wahl der Fadentemperatur eingestellt. Wir können eine Betrachtung anstellen, die eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür gibt, daß der Verlauf dieser Kurve tatsächlich durch die gegenseitige Abstoßung bestimmt wird. Wir stellen uns vor, daß das Maximum der Strahlstromstärke bei zwei verschiedenen Anodenspannungen dann erreicht wird, wenn die Bahnkurven zwischen Kathode und Anode nicht mehr praktisch parallel verlaufen, wie das bei ganz geringen Anodenstromstärken zu erwarten ist, sondern eine gewisse Divergenz aufweisen, die wir, wie gesagt, den abstoßenden Kräften zuschreiben. Die gesamte zwischen Kathode und Anode übergehende Strommenge und auch diejenige Strommenge, welche die Anode passiert und später den Strahlstrom bildet, wird am Maximumspunkt bei verschiedenen Anodenspannungen verschieden sein, die Krümmung der Bahnkurven wollen wir jedoch für den Maximumspunkt als gleich und unabhängig von der Anodenspannung annehmen. Mathematisch soll das in der Weise ausgedrückt werden, daß wir sagen: Der Maximumspunkt tritt bei jeder Anodenspannung dann ein, wenn infolge der abstoßenden Kräfte gewisse (bei allen Anodenspannungen) gleich große Strecken senkrecht zur Achse des Bündels durchlaufen werden. Ferner nehmen wir an, daß die Längsgeschwindigkeit über die ganze Strecke zwischen Kathode und Anode konstant und proportional der Wurzel aus der Anodenspannung sei.

Es bezeichne:

v die Längsgeschwindigkeit des Elektrons,
U die Anodenspannung,
t die Flugzeit des Elektrons,
s die Wegstrecke quer zur Achse,
b die Beschleunigung infolge der abstoßenden Kräfte,
E die Feldstärke quer zur Achse,
ϱ die je Volumeinheit befindliche Menge fliegender Elektronen,
f den Querschnitt des Strahles,
$\mathfrak{J}$ die Strahlstromstärke,
k_1, k_2 die Konstanten.

Dann gilt zunächst für zwei verschiedene Anodenspannungen 1 und 2:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}} = \frac{t_2}{t_1}. \tag{1}$$

Für die Wegrichtung quer zur Achse gilt (unter der Annahme konstanter Beschleunigung während des Fluges Kathode-Anode)

$$s = \frac{1}{2}\, b \cdot t^2$$

und wenn bei verschiedenen Anodenspannungen gleiche Wegstrecken zurückgelegt werden sollen:

$$\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \frac{b_1}{b_2}. \tag{2}$$

Die Feldstärke E und die Beschleunigung b sind beide proportional der Raumladung

$$b = k_1 E = k_2 f \varrho. \tag{3}$$

Wegen der Beziehung zwischen Raumladung und Stromstärke $\mathfrak{J}$

$$f \cdot \varrho \cdot v = \mathfrak{J} \qquad \varrho = \frac{\mathfrak{J}}{f \cdot v}$$

erhalten wir jetzt

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{\mathfrak{J}_1 v_2}{\mathfrak{J}_2 v_1}$$

und wegen (3), (2) und (1)

$$\frac{\varrho_1}{\varrho_2} = \frac{b_1}{b_2} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 = \frac{U_1}{U_2}.$$

In

$$\frac{\mathfrak{J}_1 v_2}{\mathfrak{J}_2 v_1} = \frac{U_1}{U_2}$$

wird noch nach (1) die Geschwindigkeit durch die Spannung ausgedrückt, dann ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{J}_1}{\mathfrak{J}_2} = \left(\frac{U_1}{U_2}\right)^{3/2}$$

eine Gleichung, die den experimentell gefundenen Verlauf (Bild 5) näherungsweise beschreibt.

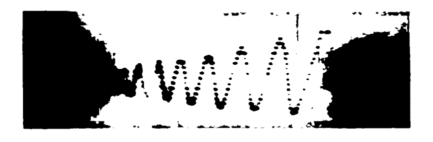


Bild 6. Wirkung des zu weitmaschigen Beschleunigungsgitters.

5. Beschleunigungsgitter. Wie schon im Abschnitt 1 bemerkt, kann die Intensität der weichen Kathodenstrahlen vor ihrem Auftreffen auf den Leuchtschirm noch gesteigert werden, indem man in geringem Abstand vor dem Schirm ein Gitter anbringt und zwischen diesem Gitter und dem Schirm eine beschleunigende Spannung wirken läßt (vgl. Bild 1b).

Nach welchen Gesichtspunkten hat man nun bei einem solchen Gitter Drahtdicke und Maschenweite zu wählen? Ist der Abstand der Gitterstäbe zu groß, etwa größer als der Durchmesser des Leuchtfleckes, so treten in der auf dem Schirm geschriebenen Linie Unterbrechungen auf (vgl. Bild 6). Das Gitter bestand aus parallel gespannten Drähten von 0,1 mm Durchmesser und 0,6 mm Abstand. Außerdem darf die lichte Gitterfläche gegenüber der Gesamtfläche des Gitters nicht zu klein sein, da sonst ein merklicher Teil der Elektronen auf das Gitter aufprallt, dort entweder abgeführt wird oder sekundäre Elektronen freimacht bzw. reflektiert wird. Jedenfalls gelangen sekundäre oder reflektierte Elektronen an eine andere Stelle des Schirmes als diejenigen, die das Gitter ohne Berührung durchlaufen. Die so eintretende Energieverminderung des Strahles kann man ungefähr aus dem Verhältnis lichte Gitterfläche zu Gesamtfläche, dem „Wirkungsgrad des Gitters", abschätzen.

Das endgültige Beschleunigungsgitter bestand aus parallel gespannten Drähten von 0,03 mm Dicke in einem Abstand von 0,2 mm (Wirkungsgrad 85%). Bei dieser Ausführung ist auf den Oszillogrammen von der Struktur des Gitters fast nichts mehr zu sehen (Bild 7—15).

Die Größe der Beschleunigungspannung können wir vollkommen frei wählen. Je nach der Schreibgeschwindigkeit, die in einem gegebenen Fall nötig ist, wird man größere oder kleinere Spannungen bevorzugen. Die unten wiedergegebenen Oszillogramme sind mit 3000—5000 Volt aufgenommen. Höhere Spannungen waren in der Versuchsröhre aus Isolationsgründen nicht möglich.

6. Leuchtschirm und photographische Platte. Am Orte des Leuchtschirmes steht uns nun das Kathodenstrahlbündel von gegebenen Elektronenmengen und gegebener Härte zur Verfügung. Um diese Energie möglichst gut zur Fluoreszenzerregung auszunützen, werden wir nach der Leuchtmasse fragen, die bei gegebener Energie die visuell hellste Leuchterscheinung ergibt bzw. bei gegebener visueller Helligkeit die größte Schreibgeschwindigkeit gestattet. Der Zusammenhang zwischen

Elektronenmenge, Elektronenhärte und Spektralgehalt von Fluoreszenzerscheinungen ist nicht ganz einfach[1]. Ferner ist die Empfindlichkeit des Auges für verschiedene Spektralfarben verschieden. Auf der anderen Seite müssen wir damit rechnen, daß die Grenzleistung der Röhre immer kleinen Schwankungen unterworfen sein wird, so daß der Gewinn einer eingehenden Leuchtmassen-Untersuchung möglicherweise wieder verloren geht. Deshalb wurde auf die genaue Untersuchung verzichtet und die zweckmäßigste Leuchtmasse nach folgendem Versuch ausgewählt. Die vier zur Verfügung stehenden Präparate waren auf demselben Leuchtschirm nebeneinander aufgebracht, und zwar:

Präparat	Bezeichnung	Hersteller
A	Zinksulfid	Kahlbaum
B	„	Chininfabrik Buchler, Braunschweig
C	„	Poulenc Frères, Paris[2]
D	Kalziumwolframat	Kahlbaum

Auf diesen Leuchtschirm kann man nun einen ungedämpften Wellenzug aufzeichnen und die Fluoreszenzhelligkeit der verschiedenen Substanzen miteinander vergleichen. Für Härten zwischen 1000 und 6000 Volt erschienen die Leuchtmassen *B* und *C* etwa gleich hell und merklich heller als *A* und *D*. *C* zeigt bei Bestrahlung mit Licht eine ganz ungewöhnlich starke Phosphoreszenzhelligkeit, aber auf langsame Kathodenstrahlen reagiert es nicht stärker als *B*.

Die Schwingungen, die auf dem Schirm beobachtet werden, müssen nun auch auf der photographischen Platte einen sichtbaren Eindruck hinterlassen. Gewöhnliche Emulsionen und Röntgenplatten, die bei Spannungen von etwa 20 000 Volt an aufwärts stark geschwärzt werden, versagen bei Geschwindigkeiten unter 5000 bis 10 000 Volt vollkommen. Dies hängt offensichtlich mit der geringen Eindringtiefe langsamer Kathodenstrahlen und mit dem geringen Gehalt an Bromsilberkörnern zusammen. Es sind Schumannplatten empfohlen worden[3], deren Bromsilbergehalt erheblich höher ist als der normaler Emulsionen. Schumannplatten haben aber den Nachteil äußerst leichter Verletzlichkeit bei der Entwicklung und sind sehr teuer. Es wurde deshalb ein auch schon von Wood angegebener Kunstgriff[3] der Sensibilisierung benutzt, nämlich das Aufstreuen einer dünnen Lage von Fluoreszenzmasse auf die lichtempfindliche Schicht. Von allen Kombinationen der Leuchtmassen und Platten

Zinksulfid (Buchler),
Kalziumwolframat (Kahlbaum),
Lumière-Optaplatten,
Herzog-Isoduxplatten,
Hauff-Röntgenplatten

wurde als zweckmäßigste die Zusammenstellung Röntgenplatte mit Kalziumwolframat ausgewählt. Die Herzog-Isoduxplatte mit Zinksulfid war fast ebenso stark, die Lumière-Optaplatte mit Kalziumwolframat überraschenderweise sehr viel weniger geschwärzt. Hauff-Röntgenplatten mit Kalziumwolframat geben stets, wenn die Schwingung auf dem Leuchtschirm noch einigermaßen deutlich erkennbar ist, eine ausreichende Schwärzung.

Die Versuche wurden auch hier in der Weise ausgeführt, daß verschiedene Plattensorten unter derselben Leuchtmasse und verschiedene Leuchtmassen über derselben Platte mit einer ungedämpften Schwingung überschrieben wurden.

---

[1] Vgl. z. B. Ernst, Ann. f. Phys. Bd. 82, Nr. 8, S. 1051, 1927.
[2] Dieses Präparat verdanke ich Herrn Dr. Dällenbach, Zürich.
[3] Wood, a. a. O.

7. Die Oszillogramme. Aus den im Abschnitt 1 auseinandergesetzten Gründen ist bei den folgenden Oszillogrammen außer dem Spannungsmaßstab auch die Anodenspannung als Maß für die Spannungsempfindlichkeit mit angegeben. Die Spannungsempfindlichkeit E ist umgekehrt proportional der Anodenspannung U

$$E = k \cdot \frac{1}{U}.$$

Die Konstante k hängt u. a. von den Abmessungen des Oszillographen ab, sie betrug bei der Versuchsröhre etwa 100 cm, wenn E in cm/Volt und U in Volt ausgedrückt wird.

Die Schreibgeschwindigkeiten und Spannungsmaßstäbe sind in der folgenden Tabelle eingetragen:

Bild Nr.	7	8	10	11	14	15
Anodenspannung in Volt	1000	1000	600	400	250	150
Spannungsmaßstab in cm/Volt	0,1	0,1	0,18	0,26	0,42	0,7
Schreibgeschwindigkeit in m/sec	61000	58000	13000	23000	2900	1200

Bild 7—11 sind Schwingungen eines Röhrensenders; aufgenommen wurde die Spannung am Kondensator im Schwingkreis. Bild 7—9 zeigen sinusförmigen, Bild 10 mehr dreieckförmigen, Bild 11 einen sehr oberwellenreichen Verlauf der Schwingspannung. Die geschwärzte Kreisfläche auf den Bildern rührt vom Lichte der Glühkathode her.

Man kann diese Störung zum Verschwinden bringen, wenn man statt der Wolframkathode einen schon bei Gelb- oder Rotglut emittierenden Glühfaden verwendet. Bild 7 und 8 zeigen solche Aufnahmen mit einer Thoriumoxydkathode. Die Bilder 12 und 13 sind Wanderwellen an einem 30 und einem 100 m langen Kabel, Ende offen. Gemessen wurde die Spannung am Ende der Leitung, Spannungsteilung durch Kondensatoren, Schaltspannung 110 Volt. Bild 12 weist gewisse Verzerrungen auf, die von der gegenseitigen induktiven Beeinflussung von Schwing- und Zeitkreis herrühren. Immerhin sieht man den Übergang vom rechteckähnlichen zum sinusförmigen Verlauf. In Bild 13 stimmt die Kurvenform der Wanderwelle überein mit dem auch sonst gemessenen Verlauf[1]. Die erste und zweite Halbwelle sind ziemlich rechteckförmig, die letzte schon rein sinusförmig. Bild 14 und 15 sind gedämpfte Schwingungen bei 250 und 150 Volt Anodenspannung. Im Bild 15 ist eine Art von Verzeichnungsfehler besonders zu sehen, die Schrägschrift. Die Schwingungsablenkung zieht den Kathodenstrahl nicht überall senkrecht zur Zeitablenkung hin und her. Diese Erscheinung hat in der Bauart der Röhre unterhalb der Sammelspule ihren Grund und wird sich bei einer im Bau befindlichen Ausführung vermeiden lassen.

8. Ergebnisse anderer Autoren. Von den bisher bekannt gewordenen Versuchen, die in der Richtung einer sehr spannungsempfindlichen Braunschen Röhre gehen, haben insbesondere zwei Ausführungen im Laboratorium Verwendung gefunden.

Wood[2] beschreibt einen Oszillographen mit Glühkathode und Innenphotographie, der ganz aus Metall hergestellt ist und in der Regel mit 3000 Volt Anodenspannung betrieben wird. Er erreichte Spannungsempfindlichkeiten von rund 0,025 cm-Volt bei Schreibgeschwindigkeiten von etwa 500 m/sec. Das Beschleunigungsgitter hat er nicht angewendet.

Die zweite Ausführung wurde von Johnson[3] beschrieben, auch er verwendet eine Glühkathode, beschränkt sich aber zugunsten einer bequemeren Handhabung

[1] Rogowski, Flegler und Tamm, Arch. f. Elektrot. Bd. 18, S. 479, 1927.
[2] A. B. Wood, a. a. O.
[3] Johnson, a. a. O.



Bild 7. Ungedämpfte Schwingung $1{,}4 \cdot 10^6$ Hertz.
Anodenspannung: 1000 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,1 cm/Volt.

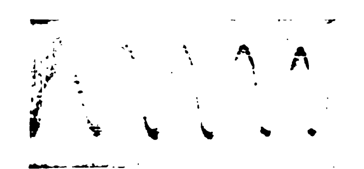


Bild 8. Ungedämpfte Schwingung wie Bild 7.

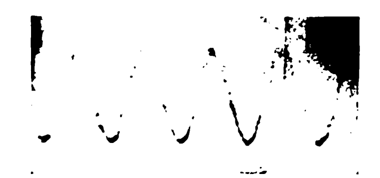


Bild 9. Ungedämpfte Schwingung $1{,}0 \cdot 10^6$ Hertz.
Anodenspannung: 1000 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,1 cm/Volt.



Bild 10. Ungedämpfte Schwingung $0{,}5 \cdot 10^6$ Hertz.
Anodenspannung: 600 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,18 cm/Volt.

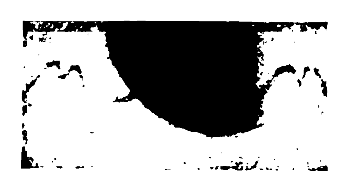


Bild 11. Ungedämpfte Schwingung $0{,}3 \cdot 10^6$ Hertz.
Anodenspannung: 400 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,26 cm/Volt.



Bild 12. Wanderwelle auf 25 m Kabel.
Anodenspannung: 800 Volt.

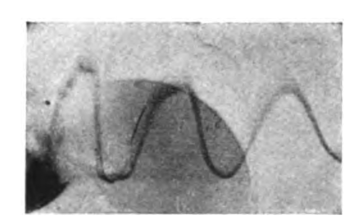


Bild 13. Wanderwelle auf 100 m Kabel.
Anodenspannung: 800 Volt.



Bild 14. Gedämpfte Schwingung $60 \cdot 10^3$ Hertz.
Anodenspannung: 250 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,42 cm/Volt.

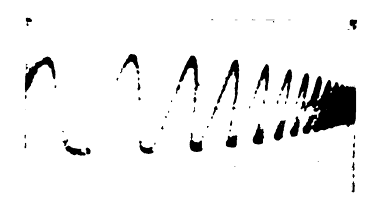


Bild 15. Gedämpfte Schwingung $25 \cdot 10^3$ Hertz.
Anodenspannung: 150 Volt.
Spannungsmaßstab: 0,7 cm/Volt.

auf Photographie des Leuchtschirmes von außen mit einer gewöhnlichen Kamera. Die verwendete Anodenspannung beträgt nur 300—500 Volt, die Empfindlichkeit rund 0,1 cm/Volt. Die Röhre soll offenbar in der Hauptsache zur Aufzeichnung von Lissajous-Figuren dienen, auf die Erreichung hoher Schreibgeschwindigkeiten ist dementsprechend weniger Wert gelegt worden. Ein Beschleunigungsnetz wird auch hier nicht verwendet. Die Strahlensammlung wird durch Gasfüllung erreicht.

In der folgenden Zahlentafel sind die von Wood, Johnson und dem Verfasser erreichten Spannungsempfindlichkeiten und Schreibgeschwindigkeiten eingetragen.

Bauart	Anodenspannung Volt	Spannungs-empfindlichkeit cm/Volt	Schreibgeschwindigkeit m/sec
Wood	3000	0,025	500
Johnson	300—500	0,1	—
Verfasser	1000	0,1	60000
	150	0,7	1200

Meinem verehrten Lehrer Herrn Prof. Dr.-Ing. Rogowski, dem ich auch die Stellung der Aufgabe verdanke, bin ich für sein stetes Interesse und für seine Unterstützung aufrichtigen Dank schuldig.

Ebenso danke ich der Notgemeinschaft Deutscher Wissenschaft, deren Mittel die Durchführung der obigen Untersuchung ermöglichten.



Empfindlicher Glühkathodenoszillograph für Innenaufnahmen in einem Vorvakuum.

Von

W. Rogowski, E. Sommerfeld und **W. Wolman.**

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

In der vorigen Arbeit hat Herr E. Sommerfeld einen Glühkathodenoszillographen für niedrige Spannungen beschrieben, den er auf Anregung von Rogowski ausgearbeitet und erprobt hat. Seine Apparatur lehnt sich an die Rogowski-Größersche Bauart an. Es wurden folgende Ergebnisse erzielt:

1. Langsame Elektronen (150 bis etwa 2000 Volt) schwärzen die photographische Platte nur wenig. Ihre Einwirkung nimmt außerordentlich rasch mit der Voltgeschwindigkeit ab. Es ist so gut wie ausgeschlossen, den Abfall der Plattenempfindlichkeit durch erhöhte Elektronenmenge für rasch veränderliche Vorgänge zu kompensieren.

2. Man kann den abgelenkten langsamen Elektronen kurz vor ihrem Auftreffen auf die Platte durch ein Beschleunigungsgitter erhöhte Geschwindigkeit geben. Nennenswerte Verzerrungen entstehen hierdurch nicht.

3. Bei niedrigen Geschwindigkeiten schwärzen die Elektronen die photographische Platte so gut wie gar nicht. Sie können aber noch eine merkliche Fluoreszenzwirkung haben. Es ist daher bei niedrigen Geschwindigkeiten besser, das Fluoreszenzlicht zu photographieren und nicht die Platte direkt den Elektronen auszusetzen.

4. Gute Aufnahmen erfordern ein sehr hohes Vakuum.

Gerade die letzte Forderung bedeutet für die Ausführung von Messungen eine sehr lästige Erschwernis. Bei jeder Herausnahme von Platten wird das Vakuum zerstört und muß wieder aufs neue hergestellt werden. Ohne Frage muß das Vakuum höher getrieben werden als bei den Glühkathodenoszillographen nach Rogowski und Baumgart, der mit höheren Spannungen arbeitet. Dies hohe Vakuum erfordert daher Zeit und Geduld. Aus diesem Grunde bedeutet es einen weiteren Fortschritt, wenn man das einmal hergestellte Hochvakuum beibehalten und doch Aufnahmen hintereinander ausführen kann. Dies legt den Gedanken nahe, Glühkathode, Ablenkplatten, Beschleunigungsgitter in ein abgeschlossenes Ganzes zu legen, und dieses durch eine dünne durchsichtige Platte, die innen mit Fluoreszenzmasse belegt ist, abzuschließen. Dieser Raum erhält das eigentliche Hochvakuum (Hauptvakuum). Die photographische Platte soll bei der eigentlichen Aufnahme direkt an die Außenseite der durchsichtigen Folie gedrückt werden. Das Licht und nicht die Elektronen schwärzen somit die Platte. Um scharfe Bilder zu erzielen, muß man sehr dünne Platten verwenden. Man kann diesen nicht zumuten, den normalen Atmosphärendruck auszuhalten. Deshalb wird die photographische Platte in einen ausgepumpten Raum gebracht. Es schließt sich somit an das Hauptvakuum ein zweites Vakuum an, das Vorvakuum, in dem sich die photographische Platte befindet und in dem das Photographieren vor sich geht. Entsprechend soll diese Art der Aufnahme Innenaufnahme im Vorvakuum genannt werden im Gegensatz zur erstgenannten, die eine Innenaufnahme im Hauptvakuum darstellt. Das Vorvakuum braucht nicht so hoch zu sein wie das Hauptvakuum. Ein Druck von 1 mm Hg würde eine Belastung von $\sim 1{,}0$ g/cm^2 ergeben und daher durchaus tragbar sein.

Es ist wichtig, daß sich niemals größere Druckunterschiede zu beiden Seiten der Fluoreszenzscheibe ergeben. Zu dem Zwecke werden Haupt- und Vorvakuum durch ein Rohr verbunden. Die Pumpe, die den Druckunterschied zwischen Haupt-



und Vorvakuum herstellt, ist in dieses Verbindungsrohr eingebaut. Sie kann das Vorvakuum als Vorvakuum für sich selbst benutzen.

Will man fortlaufend Aufnahmen machen, ohne das einmal erreichte Hauptvakuum zu zerstören, so braucht man noch einen dritten Raum, eine Einlaßkammer, die vom Vorvakuum nach Belieben abgesperrt oder mit ihm verbunden werden kann. Die Einlaßkammer soll bei Absperrung mit der Außenluft in Verbindung gebracht werden können. In sie kann dann bequem die photographische Platte eingeführt werden. Alsdann soll die Einlaßkammer gegen die Außenluft verriegelt und ausgepumpt werden. Die vorliegende Ausführung arbeitet derart, daß jetzt erst die Verbindung von Einlaßkammer und Vorvakuum hergestellt und die photographische Platte an den Leuchtschirm herangebracht wird.

Entsprechend geht auch die Entfernung der Platte über die abschließbare Einlaßkammer vor sich.

Bei den einzelnen Bewegungsgängen von Platte bzw. Film können die Antriebe sowohl durch Schliffe als auch durch mechanische und elektromagnetische

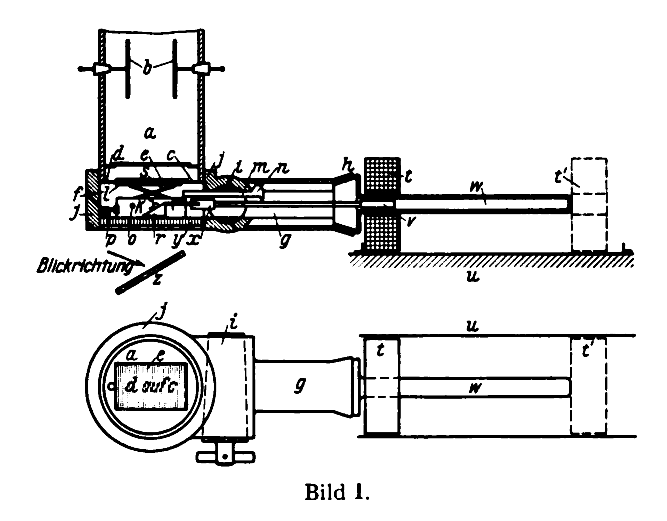


Bild 1.

Mittel durch die Wand her erfolgen. Auch kann man mit Vorteil davon Gebrauch machen, gewisse im Vorvakuum oder in der Einlaßkammer befindliche Bewegungsmechanismen durch Schliffe oder mechanische oder elektromagnetische Mittel auszulösen oder zu sperren.

Eine Ausführung ist in Bild 1 skizziert. Der Raum a mit den Ablenkplatten b gehört zum Hochvakuumteil der Braunschen Röhre, er ist abgeschlossen durch eine dünne Folie c aus Glas oder Glimmer, welche die Leuchtmasse d und ein Feindrahtgitter e zur Abführung des Elektronenstromes trägt. Der Raum f wird auf Vorvakuum ausgepumpt, so daß die Folie c praktisch keiner mechanischen Beanspruchung ausgesetzt ist. Zwischen dem Raum f und dem Einlaßraum g, der durch den leicht abnehmbaren Fettschliff und Deckel h verschlossen ist, befindet sich ein Hahn i mit einer rechteckigen Öffnung im Küken. Die Aufnahme geht nun folgendermaßen vor sich: Der Hahn mit dem Küken i wird geschlossen. Er trennt g und f luftdicht voneinander ab. In den Einlaßraum g wird die Kassette k durch den Deckel h eingeführt. Die Platte ist lichtdicht verschlossen. Nach Schließen des Deckels h wird der Einlaßraum g auf Vorvakuum gebracht. Jetzt wird der Hahn mit dem Küken i geöffnet und die Kassette k mit der lichtempfindlichen Platte l vom Raum g in den Raum f gebracht. Während des Einschiebens der Kassette in f bleibt der Kassettendeckel m infolge des Anschlages n im Innern des Hahnkükens zurück und gibt so die Platte l zur Belichtung frei. Nur in der gezeichneten Lage können zwei

Sperrstifte o in Aussparungen einspringen. Der bewegliche Anschlagstift p gibt den Mechanismus zum Anheben der Platte frei. Erst dann hebt der Kassettenmechanismus r und s die Platte an und drückt sie gegen die dünne Folie c. Sämtliche Vorgänge werden von außen durch Verschieben einer Magnetspule auf der Gleitbahn u

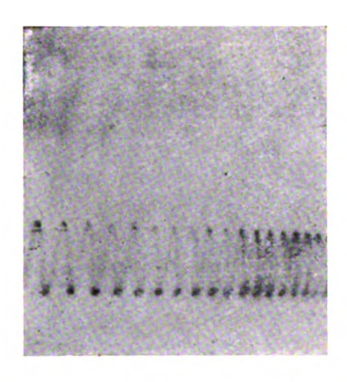


Bild 2. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 240000 Hertz. Spannung Kathode/Anode 700 Volt. Spannung zwischen den beiden Beschleunigungsgittern 4000 Volt. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1,2 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 3,3 Volt.

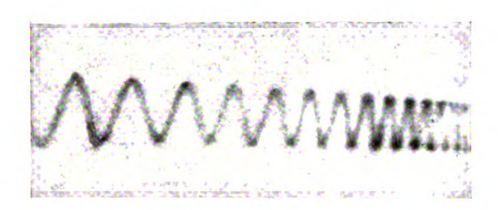


Bild 3. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 10^5 Hertz. Spannung Kathode/Anode 700 Volt. Spannung zwischen den beiden Beschleunigungsgittern 2500 Volt. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1,34 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 3,3 Volt.

von t' nach t ausgelöst. Diese Magnetspule nimmt den Weicheisenkern v, der im Rohr w gleitet, mit sich. Der Weicheisenkern ist durch eine Stange und ein schnell zu öffnendes Schloß x mit der Kassette mechanisch verbunden. Die aufzunehmende Schwingung wird nun auf den Leuchtschirm geschrieben und dadurch die dicht

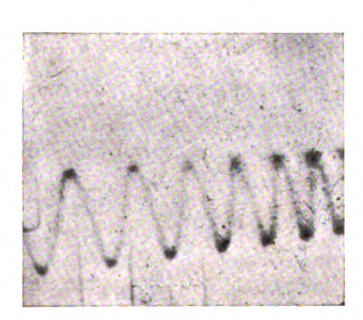


Bild 4. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 10^5 Hertz. Spannung Kathode/Anode 700 Volt. Spannung zwischen den beiden Beschleunigungsgittern 2500 Volt. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = 10^{-5} sec. Ordinate 1 cm = 3,3 Volt.

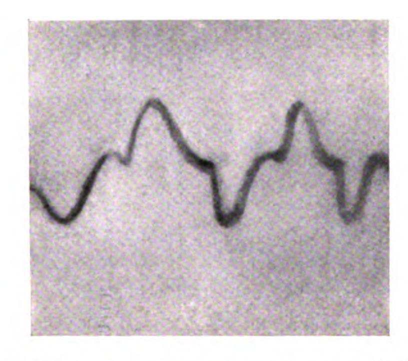


Bild 5. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz der Grundschwingung 240000 Hertz. Spannung Kathode/Anode 1000 Volt. Spannung zwischen den beiden Beschleunigungsgittern 2000 Volt. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $3 \cdot 10^{-6}$ sec. Ordinate 1 cm = 5,3 Volt.

unter der leuchtenden Linie liegenden Teile der lichtempfindlichen Schicht geschwärzt. Das Ausschleusen der Platte geschieht derart, daß die Spule t mit dem Eisenkern v wieder in die Lage t' zurückgeschoben wird. Dadurch versenkt der Mechanismus r und s die Platte l wieder in die Kassette k, die Sperrstifte o springen zurück, und der Deckel m schiebt sich durch einen Anschlag spätestens bei h wieder über die licht-

empfindliche Platte. Die Kassette liegt dann vollständig wieder im Raum g. Der Hahn mit dem Küken i wird geschlossen, g mit Luft gefüllt, und die Kassette nach Lösen des Schliffes h und des Stangenschlosses x herausgenommen. Zur Beobachtung des Leuchtschirmes d durch die geschliffene Glasscheibe y hindurch dient, wenn die Kassette in g liegt, der Planspiegel z.

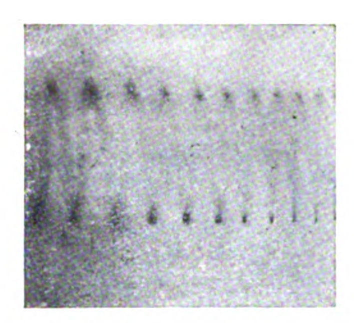


Bild 6. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz $1{,}5 \cdot 10^6$ Hertz. Spannung Kathode/Anode 1600 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1{,}34 \cdot 10^{-6}$ sec. Ordinate 1 cm = 7,6 Volt.

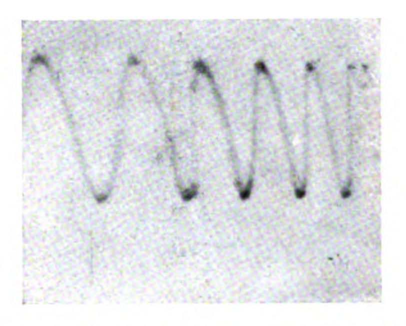


Bild 7. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz $0{,}5 \cdot 10^6$ Hertz. Spannung Anode/Kathode 1600 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1{,}54 \cdot 10^{-6}$ sec. Ordinate 1 cm = 7,6 Volt.

Die vorliegende Ausführungsform ist nur als Beispiel gedacht. Natürlich läßt der Grundgedanke der photographischen Aufnahme im Vorvakuum noch mannigfache Varianten der Ausführung zu. Wir werden später selbst weitere mitteilen.

Der Aufbau unseres Oszillographen geht aus Bild 1 hervor: Daß er im wesentlichen aus Metall besteht, versteht sich bei unseren heutigen Erfahrungen von selbst.

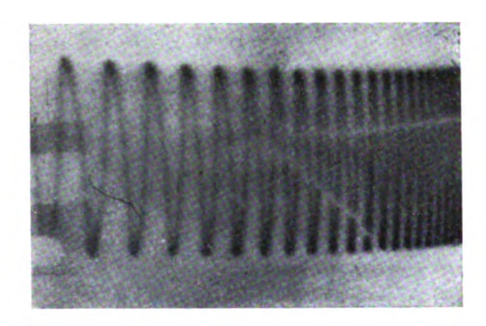


Bild 8. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 150000 Hertz Spannung Kathode/Anode 1600 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1{,}1 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 7,6 Volt.

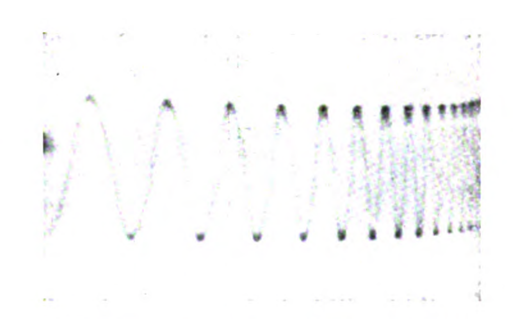


Bild 9. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 60000 Hertz. Spannung Kathode/Anode 1600 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $1{,}67 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 7,6 Volt.

Die beifolgenden Bilder [1] zeigen einige Aufnahmen mit der neuen Ausführungsform des Oszillographen. Als Hochfrequenzquelle für die ungedämpften Schwingungen diente ein kleiner Röhrengenerator, welcher über einen rein kapazitiven Spannungsteiler an das eine Paar der Ablenkplatten angeschlossen war. Das andere Paar der Ablenkplatten lag an einem Ohmschen Widerstand, der mit einer Akkumu-

[1] Herr Dipl.-Ing. Graupner hat sich an diesen Aufnahmen beteiligt.

latorenbatterie und einer Induktivität hintereinander geschaltet war. Als Spannungsempfindlichkeit der Röhre wurde 0,3 cm pro Volt bei 700 Volt Anodenspannung gemessen. Die Auslösung der Zeitablenkung und das Einschalten der Erregerspannung

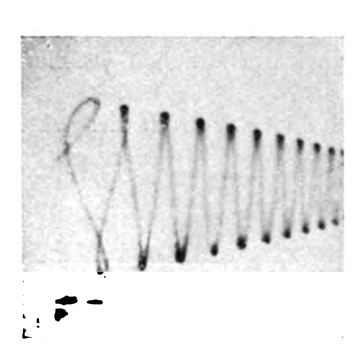


Bild 10. Gedämpfte Entladeschwingung eines Kondensators. Frequenz 25000 Hertz. Spannung Kathode Anode 2000 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $8 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 28,3 Volt.

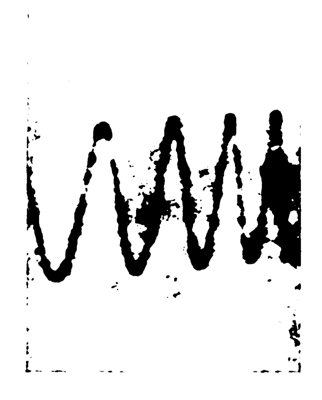


Bild 11. Spannung am Kondensator eines Röhrengenerators. Frequenz 360000 Hertz. Spannung Kathode/Anode 5200 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $2{,}3 \cdot 10^{-6}$ sec. Ordinate 1 cm = 74 Volt.

wurde mit dem in der Sommerfeldschen Arbeit beschriebenen Schalter vorgenommen. Als Elektronenquelle diente der dort beschriebene, aus Glas geblasene Kopf mit eingebauter Glühkathode, Kappe und Molybdänanode. Zum Herabdrücken

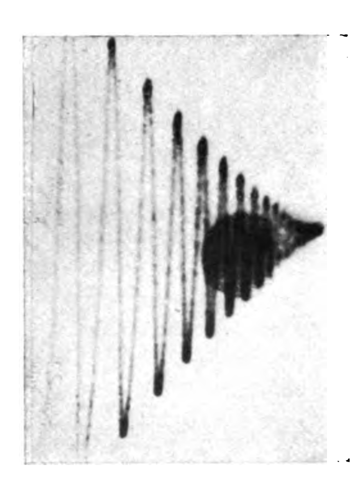


Bild 12. Strom in einem gedämpften Schwingungskreis. Frequenz $67{,}7 \cdot 10^3$ Hertz. Spannung Kathode/Anode 5200 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ sec. Ordinate 1 cm = 74 Volt.

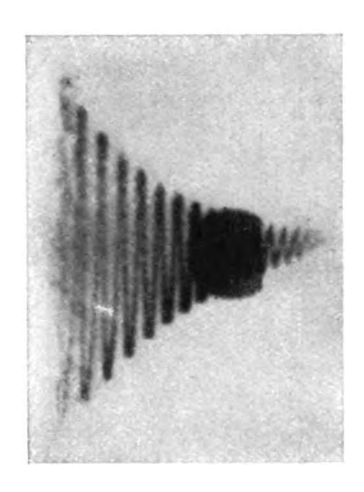


Bild 13. Stromverlauf in einem gedämpften Schwingungskreis. Frequenz 450000 Hertz. Spannung Kathode/Anode 5200 Volt. Kein Beschleunigungsgitter. Zeitmaßstab 1 cm anfänglich = $7{,}4 \cdot 10^{-6}$ sec. Ordinate 1 cm = 74 Volt.

der durch diffuse Elektronen hervorgerufenen Überstrahlung wurde allerdings an den alten Schalter ein weiterer Kontakt angebaut, der die Beschleunigungsspannung erst kurz vor Einschalten der Anodenspannung an das Gitter legte und kurz nach Ausschalten der Erregung wieder abschaltete. Aus Isolationsgründen konnte mit

der Beschleunigungsspannung bei der vorliegenden Ausführung nicht höher als 4000 Volt gegangen werden. Doch dürfte es mit Hilfe einer abgeänderten Ausführung des Beschleunigungsgitters möglich sein, eine wesentlich höhere Beschleunigungsspannung anwenden zu können und dadurch die Leistungsfähigkeit des Oszillographen noch bedeutend zu steigern.

Im Durchschnitt erreichen die Bilder noch nicht die Güte der bei höheren Spannungen aufgenommenen Oszillogramme. Sie genügen indessen, um zu zeigen, daß der vorgeschlagene Weg zu einem brauchbaren empfindlichen Oszillographen führen wird.

Der Notgemeinschaft Deutscher Wissenschaft haben wir auch diesmal für ihre gütige Unterstützung zu danken.



Stoßspannungen und Funkenbilder.

Von

W. Rogowski und **R. Tamm.**

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen.

1. Ziel. Bereits früher zeigte der eine von uns[1], daß Schwierigkeiten entstehen, wenn man die Townsendsche Theorie zur Erklärung des Stoßdurchschlags von Gasen heranziehen will. Unsere oszillographischen Untersuchungen[2] verstärkten die vorgebrachten Bedenken.

Die folgende Arbeit, die von der optischen Seite an das Durchschlagsproblem herangeht, bringt weitere Versuche, die uns mit der Townsendschen Theorie unvereinbar zu sein scheinen. Als Untersuchungshilfsmittel werden benutzt die photographische Festhaltung der Lichterscheinung bei Stoßdurchschlag und die spektrographische Zerlegung derselben.

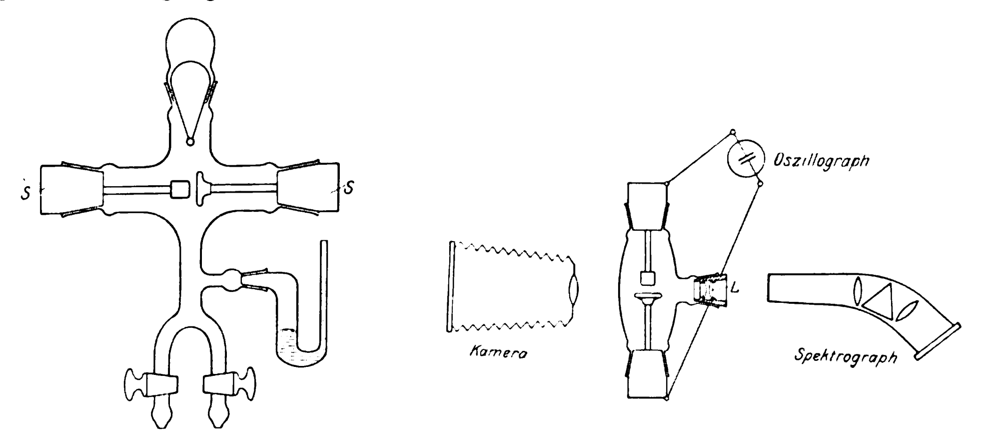


Bild 1. Versuchsanordnung.

Bild 2. Funkenstrecke, Oszillograph, Kamera und Spektrograph.

2. Versuchsanordnung. Die Plattenelektroden befinden sich in einem Glasgefäß, das evakuiert und mit Gas gefüllt werden kann (Bild 1). Nach Herausnehmen der Schliffe S kann der Abstand der Elektroden geändert werden. Im Gefäß befindet sich für die Vorionisierung ein dünnwandiges Glasröhrchen mit einem Radiumpräparat (6,07 mg Rad.-El.). Eine Quecksilberlampe wäre zwar zur Erzielung starker Vorionisierung vorteilhafter[3], aber man müßte nach spektraler Zerlegung der Strahlung das sichtbare Licht abblenden.

Der Druck wurde mit einem Quecksilberbarometer gemessen. Anfangs wurden Messing-, später Silberelektroden verwandt.

Bild 2 zeigt schematisch die Anordnung. Der Funke wird durch die Glaswand des Gefäßes hindurch photographiert. Man erhält also ein Bild des sichtbaren Funkenlichtes. Es ist für spätere Versuche vorgesehen, Objektiv und Gefäßwand aus Quarz zu wählen, damit auch das ultraviolette Licht ausgenutzt werde. Anfangs wurden Herzog Ortho-Isodux-, später Lumiere-Opta-Platten verwandt. Letztere scheinen

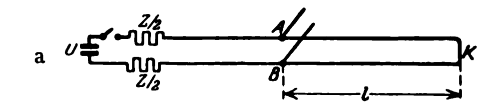
[1] Rogowski, Arch. f. Elektrot. XVI, 496, 1926.

[2] Rogowski, Flegler, Tamm, Arch. f. Elektrot. XVIII, 479, 1927. — Tamm, Arch. f. Elektrot. XIX, 235, 1928.

[3] Rogowski, Arch. f. Elektrot. XX, S. 99, 1928. — Rogowski und Tamm, Arch. f. Elektrot. XX, S. 107, 1928.

für den benutzten Spektralbereich etwas empfindlicher zu sein. Die Quarzlinse L besteht aus zwei plankonvexen Einzellinsen, von denen eine in eine Metallfassung mit Picein eingekittet wurde, während die andere unter Zwischenlage von Abstandstücken mit einem Ring mit Gewinde dagegen geschraubt ist. Die Fassung ist in das Glasgefäß eingekittet. Die Linse L (Brennweite 4 cm) entwirft ein reelles Bild in die Spaltebene des Quarzspektrographen[1]. Der Abstand Funkenstrecke-Linse und Linse-Spalt beträgt ungefähr je 8 cm, so daß man eine Abbildung in natürlicher Größe erhält. Durch Verschieben des Spaltes parallel zur Achse der Funkenstrecke kann man jeden Teil des Funkens herausgreifen und den Anregungszustand an ihm bestimmen. (Quarz ist für ultraviolettes Licht durchlässig bis etwa 2000 A.-E.)

3. Die Schaltanordnung. Die Ablenkplatten des Oszillographen sind über Dämpfungswiderstände direkt an die Elektroden der Funkenstrecke angeschlossen. Man erhält also im Oszillogramm den Spannungsverlauf an den Elektroden. Es sollen rechteckige Spannungstöße bestimmter Dauer erzeugt werden. Wird in Bild 3 der Schalter eingelegt, so zieht eine Wanderwelle von der Höhe $U/_2$ in die Leitung



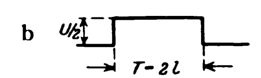


Bild 3. a) Schaltbild I, b) Spannung zwischen A und B.

ein. Sie wird am kurzgeschlossenen Ende K mit umgekehrtem Vorzeichen reflektiert und trifft wieder auf die Anfangswiderstände, wo sie reflexionslos geschluckt wird. Damit ist der stationäre Zustand erreicht: Die Spannung U liegt an den Ohmschen Widerständen, in der Leitung fließt ein Strom $\mathfrak{J} = U/Z$. Zwischen den Punkten A und B erhält man den in Bild 3b dargestellten Spannungsverlauf. In dieser Form ist aber die Schaltung noch nicht brauchbar. Die Spannungswelle ist nicht „be-

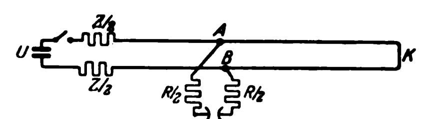


Bild 4. Schaltbild II.

lastbar". Jede Energieentnahme zwischen A und B macht sich nach einer Zeit, die dem Laufweg AKB ($T = \frac{2 \cdot 1}{v}$ sec) entspricht, bemerkbar. Würden wir beispielsweise zwischen A und B eine Funkenstrecke anschließen, deren Spannung in einem bestimmten Augenblick plötzlich auf Null zusammenbräche, so würde die im kurzgeschlossenen Leitungsende aufgespeicherte Energie ausschwingen, bis sie durch die sehr geringe Dämpfung aufgezehrt wäre. Man würde dann im Funken den stationären Strom erhalten, dem sich der Schwingstrom der nunmehr kurzgeschlossenen Leitungschleife überlagert. Um diesen letzten Einfluß herabzudrücken, wurden vor die Funkenstrecke Ohmsche Widerstände vorgeschaltet (Bild 4). Diese Schaltanordnung verhält sich genau so wie die in Bild 3a angegebene, bei der jedoch der Wellenwiderstand der Leitung nicht Z, sondern $Z + R$ beträgt und bei der die Rückwirkung der aus dem Kurzschlußpunkt zurückkommenden Welle im Verhältnis $\frac{Z}{Z + R}$ herabgesetzt ist. Man sieht daraus ohne weiteres, daß es günstig ist, Z möglichst klein zu machen, d. h. die Leitung aus Kabeln zu machen. Es wurden hier

[1] Herrn Prof. Starke sei für Überlassung des Spektrographen, Herrn Privatdozenten Dr. Kirschbaum für seinen Rat bei den spektrographischen Aufnahmen bester Dank ausgesprochen.



Gummischlauchleitungen verwandt mit einem Wellenwiderstand von rund **90** Ohm. Der Widerstand R betrug etwa **300** Ohm.

Bild 5 zeigt das Oszillogramm einer solchen Stoßwelle. Man sieht, die Rechteckform ist einigermaßen eingehalten. Auf- und Abstieg sind infolge der Verschleifung der Wellenfront abgeflacht.

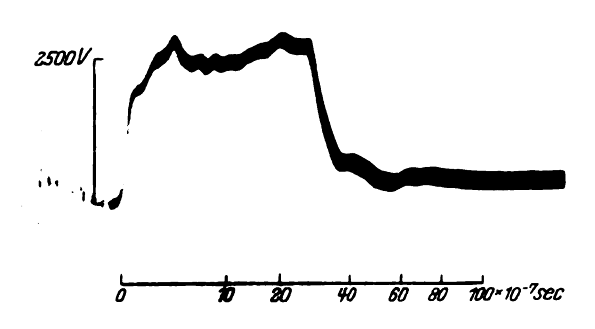


Bild 5. Oszillogramm der Rechteckstoßwelle (Zeichen ⎍), Schaltung nach Bild **4**.

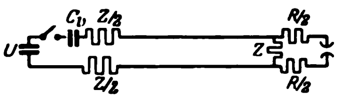


Bild 6. Schaltbild III.

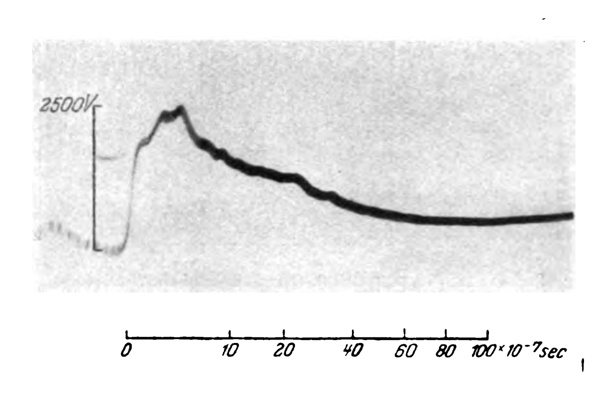


Bild 7. Oszillogramm der Stoßwelle mit Schaltung Bild **6** (Zeichen ⋀).

Außer dieser Schaltung wurde noch die in Bild **6** angegebene benutzt. Man erhält damit keine Rechteckstöße, sondern exponentiell abklingende Spannungstöße nach Bild 7 (die Zeitkonstante $T = 2 C_v \cdot Z$).

Mit dieser Schaltung wurde die Ausbildung des Funkens bei langen Zeiten untersucht, bei denen die vorhandenen Kabel nicht ausreichten, um genügend lange Stoßwellen nach Bild 5 herzustellen ($T_{\max} = 46{,}6 \cdot 10^{-7}$ sec). Mit beiden Stoßwellenformen erhält man praktisch gleiche Funkenbilder. Die Untersuchungen wurden mit einer Schaltspannung von etwa 5 kV, also mit einer Stoßwellenhöhe von etwa 2,5 kV durchgeführt. Bei den spektrographischen Aufnahmen wurde der Schalter motorisch angetrieben, es erfolgte etwa alle 2 Sekunden ein Schaltvorgang.

Die Laufgeschwindigkeit der Wanderwelle auf dem Kabel wurde durch Vergleich mit einer Freileitungs-Rechteck-Wanderwelle zu etwa $0{,}6\ c = 1{,}8 \cdot 10^8$ m/sec oszillographisch bestimmt.

a) $1{,}44 \cdot 10^{-7}$ sec (50 Stromdurchgänge), d) $22{,}1 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x), g) $46{,}6 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),

b) $2{,}88 \cdot 10^{-7}$ sec (10 x), e) $30{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x), h) $T = 140 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),

c) $7{,}08 \cdot 10^{-7}$ sec (3 x), f) $46{,}6 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x), i) $T = 160 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),

k) $T = 400 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x).

Bild 8. Funkenphotographien (Luft), $p = 42$ mm Hg, $a = 3$ mm.

4. Die photographischen Aufnahmen. Die früheren oszillographischen Aufnahmen hatten gezeigt, daß der Spannungszusammenbruch am Funken in einer Stufe vor sich gehen kann (vgl. Bild 9). Diese Stufe kann bei Atmosphärendruck sehr kurz sein. Sie wird um so länger, je tiefer der Druck sinkt. Ist der Druck so niedrig, daß



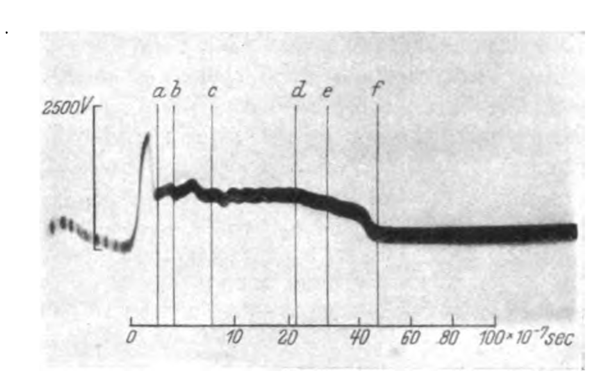
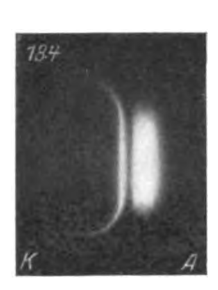
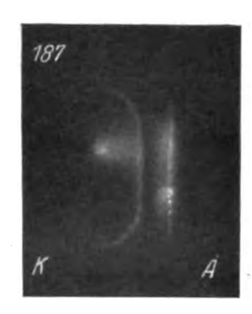


Bild 9. Funkenoszillogramm p = 42 mm Hg, a = 3 mm. Die senkrechten Striche geben die Zeiten an, bei denen in Bild 8a bis f die Stoßwelle abgebrochen wurde.



a) ⎍ $1,44 \cdot 10^{-7}$ sec (50 Durchschläge),



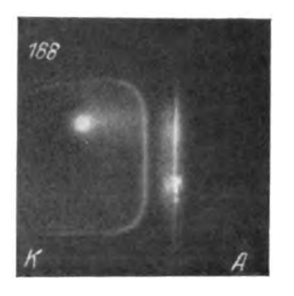
d) ⎍ $22,1 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),



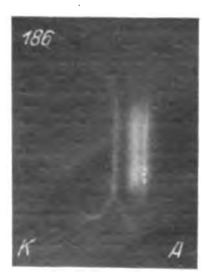
g) ⟋⟍ $T = 180 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x).



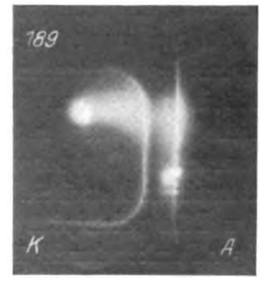
b) ⎍ $2,88 \cdot 10^{-7}$ sec (10 x),



e) ⎍ $30,2 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),



c) ⎍ $7,08 \cdot 10^{-7}$ sec (3 x),

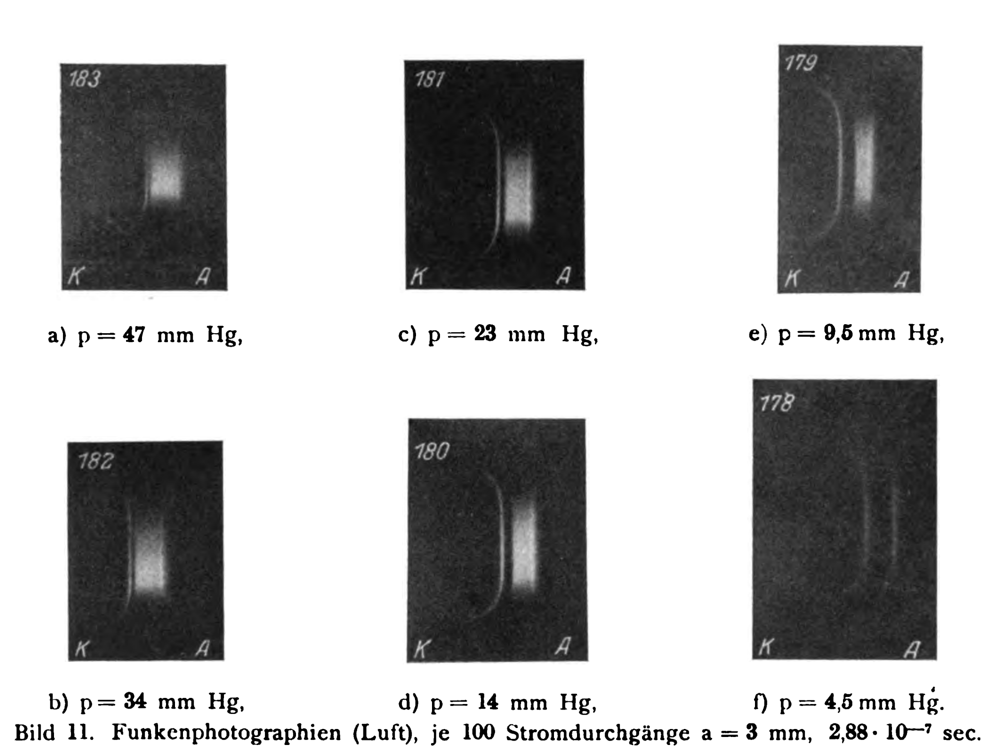


f) ⎍ $46,6 \cdot 10^{-7}$ sec (1 x),

Bild 10. Funkenphotographien (Luft) p = 13 mm Hg, a = 3 mm.

die Stufe „unendlich“ lang wird, so beobachtet das Auge eine Art von „Glimmentladung“, während bei kurzen Stufenlängen eine helle Leuchterscheinung zu sehen war. Der Übergang bei Verminderung des Druckes ist stetig.

Wir prägten nun der Funkenstrecke verschieden lange Stoßwellen auf. Durch diesen Kunstgriff kann man die zeitliche Ausbildung der Leuchterscheinung verfolgen. Bild 8 zeigt eine derartige Versuchsreihe für Luft. Die Elektroden hatten einen Abstand von rund 3,0 mm. Bei einem Druck $p_0 = 82$ mm Hg sprach die Funkenstrecke bei der benutzten Stoßwelle (Bild 5) gerade noch an. Die Aufnahmen wurden



a) p = 47 mm Hg, c) p = 23 mm Hg, e) p = 9,5 mm Hg,

b) p = 34 mm Hg, d) p = 14 mm Hg, f) p = 4,5 mm Hg.

Bild 11. Funkenphotographien (Luft), je 100 Stromdurchgänge a = 3 mm, $2{,}88 \cdot 10^{-7}$ sec.

bei einem Druck von 42 mm Hg aber unverminderter Höhe der Spannung gemacht. Bei ganz kurzen Stößen (Bild 8a) sehen wir die Kathode mit einer leuchtenden Schicht überzogen. Dann folgt ein Dunkelraum. Der übrige Raum bis zur Anode ist ziemlich gleichmäßig erleuchtet. Die Anode selbst tritt nicht besonders hervor, wahrscheinlich infolge reflektierten Lichtes ist sie als Strich schwach sichtbar. Diese Art der Durchschlagserscheinung bezeichnen wir als Phase 1 der Entladung. Der Vergleich mit der Glimmentladung drängt sich uns auf. Eine genaue Zuordnung der einzelnen Teile der Leuchterscheinung zu den entsprechenden der Glimmentladung kann erst dann erfolgen, wenn wir, wie wir beabsichtigen, auch das übliche Kathodenrohr Stoßspannungen aussetzen und auch hier die zeitliche Ausbildung der bekannten Lichterscheinungen verfolgt haben werden. Vielleicht ist der leuchtende Saum auf der Kathode mit der ersten Kathodenschicht, der Dunkelraum mit dem negativen (Hittorfschen, Crookschen) Dunkelraum, der leuchtende Restteil mit dem negativen Glimmlicht identisch. Vergrößert man die Stoßdauer (Bild 8b und c), so ändert sich das Bild prinzipiell nicht, nur wird die Leuchtstärke größer, d. h. man braucht weniger Funkendurchgänge, um eine genügende Schwärzung zu erhalten.

Verblüffend wirkt die große Exaktheit, mit der nach jeder Entladung die Kontraste der Lichterscheinung wiederkehren. Denn sonst könnten nicht die scharfen Begrenzungen der kathodischen Teile namentlich des Dunkelraums er-



halten bleiben, trotzdem es sich doch hier um Vielfachwindungen bisweilen um das Ergebnis von **100** Durchschlägen handelt.

Bei weiterer Vergrößerung der Stoßdauer sehen wir plötzlich (8d) helle Punkte auf der Anode, bei noch größerer Stoßdauer (8e) hat man den Eindruck, daß aus dem hellen Fußpunkt der Anode ein leuchtender, sich verbreiternder Saum in die Entladungsbahn hereinwächst. Später bildet sich ein Fußpunkt auf der Kathode (8f)

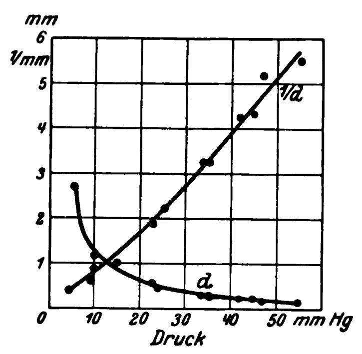


Bild **12**. Dicke (d) des Dunkelraumes als Funktion des Druckes.

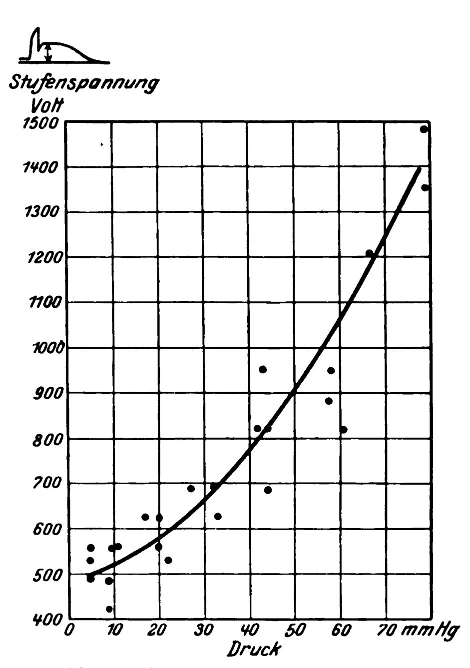


Bild **13**. Stufenspannung als Funktion des Druckes.

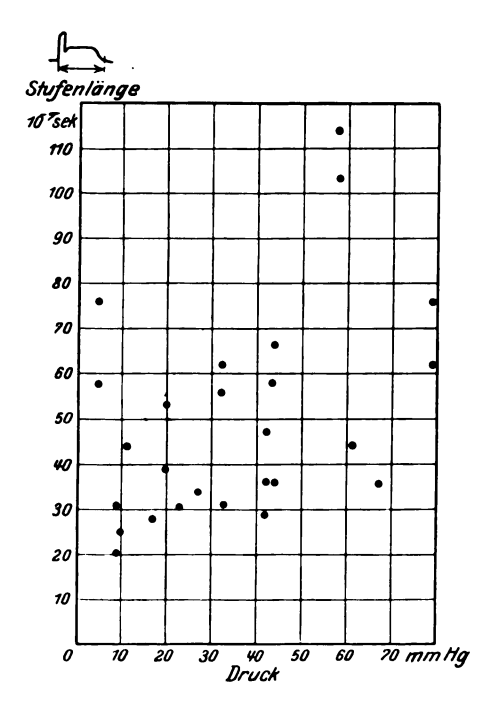


Bild **14**. Stufenlänge als Funktion des Druckes.

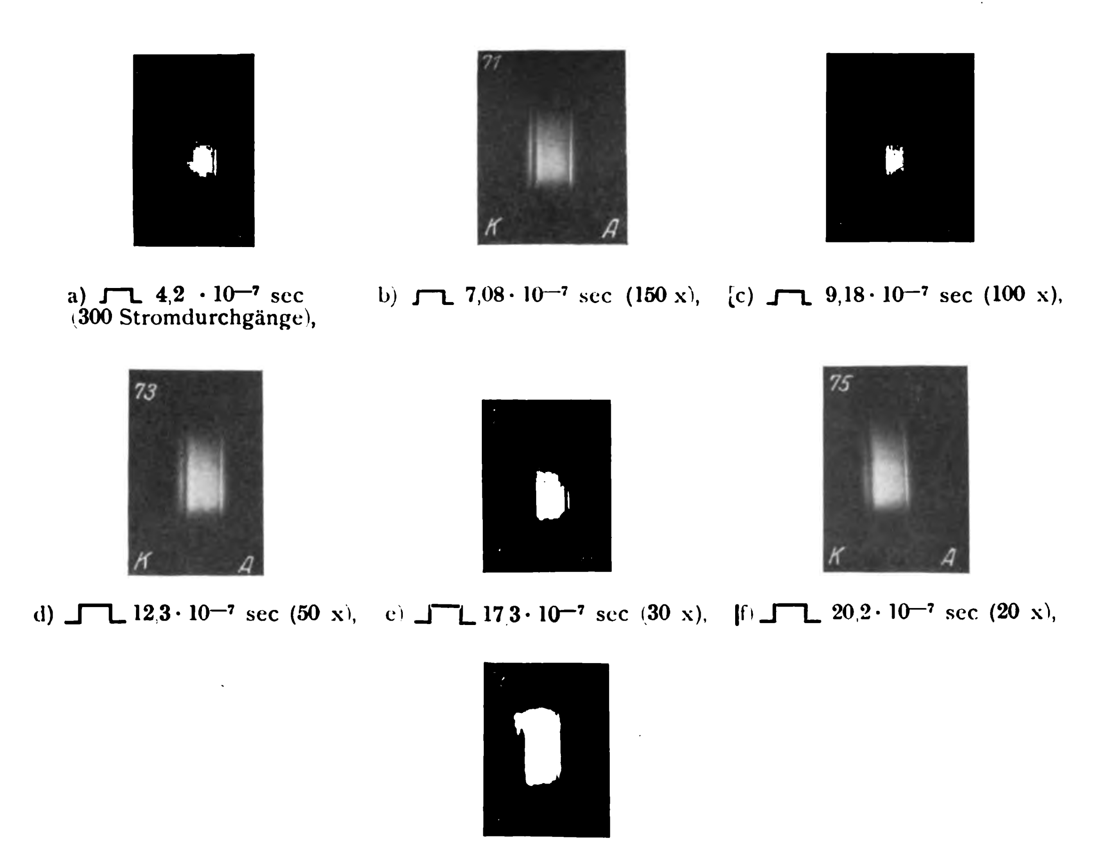
und schließlich erhält man einen leuchtenden Kanal zwischen zwei Punkten der Anode und Kathode.

Diesen zweiten Teil der Entladung, der durch ausgezeichnete Fußpunkte auf der Anode und der Kathode wie durch stärker leuchtende Fäden charakterisiert ist, bezeichnen wir als Phase II der Entladung. In allen beobachteten Fällen setzt der Kanal auf der Anode senkrecht an, während er an der Kathode mitunter längs der Oberfläche verläuft.

Bereits früher sind vielfach Funkenbilder aufgenommen worden. Zuletzt noch mit großem Erfolg von Torok (Journal of the A.I.E.E., **1928**, S. **127**). Aber alle

früheren Bilder zeigen die wesentlichen Züge der Phase II des Entladungsvorgangs. So sieht man auf den Bildern Teroks recht schön die leuchtenden Fußpunkte der Kanäle an Anode und Kathode. Soweit wir sehen, weist erst die vorliegende Arbeit nach, daß anfänglich Kanäle und Fußpunkte fehlen, und daß ihr eine Art Glimmentladung mit charakteristischen Leuchterscheinungen (Phase 1) vorangeht.

Bild 9 zeigt den Spannungsverlauf an der Funkenstrecke bei „unendlich" langem Funken und gibt die Punkte an, in denen bei den widergegebenen Photographien die Stoßwelle abgebrochen, d. h. die Spannung von der Funkenstrecke weggenommen wurde.



a) ⊓ 4,2 · 10^{-7} sec (300 Stromdurchgänge), b) ⊓ 7,08 · 10^{-7} sec (150 x), c) ⊓ 9,18 · 10^{-7} sec (100 x),

d) ⊓ 12,3 · 10^{-7} sec (50 x), e) ⊓ 17,3 · 10^{-7} sec (30 x), f) ⊓ 20,2 · 10^{-7} sec (20 x),

g) ⊓ 28,2 · 10^{-7} sec (20 x).

Bild 15. Funkenphotographien (Wasserstoff) p = 50 mm Hg, a = 4 mm.

Wahrscheinlich nimmt bei der Phase I („Glimmentladung") der gesamte Querschnitt am Elektrizitätstransport teil. Dieser Zustand kann sich bei praktisch konstantem Strom eine ganz beträchtliche Zeit aufrecht erhalten. Die leuchtenden Fußpunkte der Kanäle (Phase II), bilden sich immer zuerst an der Anode. Polt man die Funkenstrecke um, so erscheinen sie sofort an der nunmehrigen Anode. Gleichzeitige oszillographische Aufnahmen zeigten, daß die Ausbildung der Funkenkanäle mit dem zweiten Spannungszusammenbruch ungefähr zusammenfällt.

Bild 10 gibt noch eine Aufnahmereihe bei niedrigerem Druck (13 mm Hg). Sie bringt gegenüber dem Vorhergehenden prinzipiell etwas Neues: Der Dunkelraum ist größer. Bild 11 zeigt, wie sich das Funkenbild bei Verminderung des Druckes ändert (die Stoßlänge, die Stoßhöhe und der Elektrodenabstand blieben dabei konstant). Die Bilder unterscheiden sich voneinander hauptsächlich dadurch, daß bei Verminderung des Druckes die Länge des Dunkelraumes wächst. Wir befinden uns

bei allen Bildern noch im Gebiet der Phase I. In Bild **12** ist die Breite des Dunkelraumes in Abhängigkeit vom Druck aufgetragen, die Meßgenauigkeit ist dabei nicht sehr groß, die Breite ergibt sich ungefähr umgekehrt proportional dem Druck. Bild **13** und **14** zeigen den Zusammenhang von Stufenhöhe und Stufenlänge mit dem Druck. Die Stufenhöhe wächst mit dem Druck. Die Stufenlänge scheint sehr stark von Zufälligkeiten oder unbekannten Ursachen abzuhängen.

Bild **15** zeigt eine Aufnahmereihe für Wasserstoff. Der Elektrodenabstand betrug rund 4,0 mm. Bei einem Druck $p_0 = 108$ mm Hg sprach die Funkenstrecke gerade noch an. Die Aufnahmen wurden bei einem Druck von 50 mm Hg gemacht. Bei diesem verminderten Druck schlug die Funkenstrecke infolge der unverminderten Spannungshöhe regelmäßig durch. Während bei ganz kurzen Stößen die Verteilung der Helligkeit zwischen Dunkelraum und Anode gleichmäßig ist, sitzt bei längeren Stößen die größte Helligkeit unmittelbar an der Kante des Dunkelraumes. Man hat

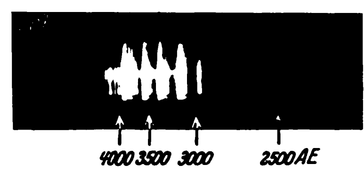


Bild **16**. Spektrum des „unendlich" langen Funkens (Luft) an der Kathode (90 Stromdurchgänge).

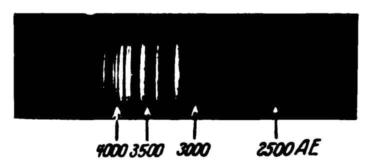


Bild **17**. Spektrum des abgebrochenen Funkens (Luft) an der Kathode (900 Stromdurchgänge). ⎍ $43{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec.

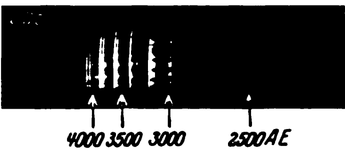


Bild **18**. Spektrum des abgebrochenen Funkens (Luft) an der Anode (900 Stromdurchgänge) ⎍ $43{,}2 \cdot 10^{-7}$ sec.

den Eindruck, daß sich die Helligkeit um so mehr an den Dunkelraum heranschiebt, je länger die Stöße werden. In dessen scheint dies eine besondere Eigentümlichkeit des Wasserstoffs zu sein. Bei Luftdurchschlägen wurde diese Erscheinung nie beobachtet. Auch ist es nicht ganz sicher, ob sich bei Wasserstoff der erste leuchtende Fußpunkt an der Anode bildet. Mindestens fast gleichzeitig tritt ein leuchtender Punkt an der Kathode auf.

5. Spektrographische Untersuchung. Wir haben diese nur oberflächlich durchführen können, da die Versuche durch äußere Gründe unterbrochen werden mußten. Unsere Apparatur erlaubte uns im Wesentlichen nur den ultravioletten Teil des Spektrums zu fassen. Nimmt man das Spektrum des „unendlich" langen Funkens auf (Phase II), so erhält man ein Bandenspektrum (Bild **16**). Wir konnten keine wesentlichen Änderungen bemerken, wenn wir bei unendlich langem Funken den Spalt auf verschiedene Stellen der Funkenbahn einstellten.

Beim abgebrochenen Funken (etwa Bild 8f) erhält man deutliche Unterschiede je nach Einstellung des Spalts. So gibt Bild **17** das Spektrum an der Kathode, Bild **18** das an der Anode für kürzere Funken. Der Intensitätsabfall innerhalb der Banden scheint wesentlich steiler zu sein als bei Phase II. Die Kathodenschicht Bild **17** weist außerdem bei etwa 3900—4000 A.-E. Linien auf, die für die Anode (Bild **18**) nicht vorhanden sind. In Bild 18 sind die leuchtenden Fußpunkte auf der Anode im Spektrogramm deutlich ausgeprägt. Sie scheinen einen langsameren Intensitätsabfall innerhalb der Bande zur Folge zu haben, ähnlich wie Bild 16, das für die Phase II gilt. Bei Phase I sind somit an der Kathode andere Anregungsbedingungen vorhanden, als im übrigen Entladungsraum. Die Kathodenschicht spielt auch hier eine besondere Rolle.

Die leuchtenden Fußpunkte auf der Anode und der dort ansetzende Strahl zeigen anscheinend bereits das Spektrum der Phase II.

Macht man diese gleichen Aufnahmen in Stickstoff statt in Luft, so erhält man die gleichen Spektren. Der Sauerstoff spielt also somit keine wesentliche Rolle. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, daß Sauerstoff an sich sehr wenig angeregt wird. Füllt man nämlich das Gefäß mit Sauerstoff, so bekommt man bei der gleichen Funkenzahl keine merkliche Schwärzung der Platte. Diese erhält man erst bei einer etwa 10—100mal so großen Funkenzahl. Berücksichtigt man weiter, daß das Verhältnis Sauerstoff zu Stickstoff in Luft etwa 1 : 4 ist, so könnte man in Bild 16 erst bei einer entsprechend größeren Funkenzahl Spuren des Sauerstoffspektrums finden. Dann ist allerdings die Schwärzung der Stickstoffbanden derartig stark, daß das Sauerstoffspektrum verloren geht.

6. Folgerungen. Was lehren nun unsere Bilder für den Mechanismus des Durchschlagsvorganges?

Zunächst ist zu bedenken, daß sie genau wie auch die oszillographischen Untersuchungen nur etwas über die Vorgänge aussagen können, die dem eigentlichen Durchschlagsphänomen unmittelbar folgen. Nehmen wir an, in Zeiten von der Größenordnung 10^{-7} sec kämen die positiven Ionen nicht wesentlich von der Stelle. Dann wird man wenigstens einen exponentiell von der Kathode aus ansteigenden Elektronenstrom mit Townsend annehmen wollen. Machen wir weiter noch die Annahme, daß mit zunehmender Ionisierung auch die Anregung wächst, so erwarten wir eine mit der Entfernung von der Kathode aus ansteigende Leuchterscheinung. Die wirklich beobachtete ist aber ganz anders: Kathodenschicht und Dunkelraum und gleichmäßig leuchtende Glimmsäule der Phase I stehen in vollem Gegensatz zu allem, was man nach Townsend erwarten sollte.

Auch die völlige Unveränderlichkeit im Aussehen der Phase I nach der Entladung in Zeiten von der Größenordnung von 10^{-6} sec spricht offen dagegen, daß etwa sich gegenseitig emportreibende Ionenlawinen den Entladungsraum durchsetzen.

Dagegen stehen die Bilder mit einigen Folgerungen in Einklang, die Rogowski[1] aus oszillographischen Untersuchungen bereits gezogen hat.

Zunächst ist von Bedeutung die ganz auffallende Sonderstellung der Kathode. Hier spielt sich somit ein besonderer und wahrscheinlich der für die Entladung charakteristische Vorgang ab. Rogowski hatte bereits bei oszillographischen Untersuchungen geschlossen, daß an der Kathode der eigentliche Ionisierungsherd liegen müsse und daß im übrigen Teile der Funkenstrecke während der Dauer der Stufenspannung keine wesentliche Ionisierung eintreten könne. Hiermit stehen die Bilder im Einklang, zum mindesten aber nicht im Widerspruch.

Es ist bemerkenswert, daß die üblichen kathodischen Entladungsteile mit dem Durchschlag sofort da sind und sich in ihrer Gestaltung zunächst (10^{-6} sec lang) nicht weiter entwickeln. Danach scheint der Hauptteil des Durchschlagsphänomens tatsächlich in der plötzlichen Entwicklung dieser kathodischen Entladungsteile zu bestehen.

Unsere Bilder widerlegen die sich zur Zeit einnistende Meinung, als ob der Durchschlag in der Ausbildung eines leitenden Kanals bestehe. Anfänglich nimmt offenbar der ganze Funkenraum an der Ionenleitung teil. Erst später bilden sich die leuchtenden Fußpunkte auf den Elektroden und die leuchtenden Kanäle aus. Letztere gehören somit nicht dem Anfang, sondern der weiteren Entwicklung des Durchschlagsphänomens an und sind daher als eine sekundäre Erscheinung aufzufassen.

Es liegt nahe, die hellen Fußpunkte auf Anode und Kathode als Punkte hoher Temperatur anzusehen und die leuchtenden Kanäle als leuchtende Metallionen. Ob diese Meinung zutrifft, darüber können nur weitere Versuche Auskunft geben.

[1] Rogowski, Archiv für Elektrotechnik, XX, S. 99, 1928.



Die erste Außenaufnahme einer Wanderwelle.

Von

W. Rogowski und **E. Flegler.**

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Aachen[1].

Vor drei Jahren konnten wir im Archiv für Elektrotechnik die erste Aufnahme einer Wanderwelle zeigen[2]. Wir erhielten sie, als wir an eine Doppelleitung von 75 m Länge eine Spannung von 1000 Volt schalteten. Unser Hilfsmittel war der Kathodenoszillograph. Die photographische Platte wurde in das Innere des Vakuums hereingebracht und unmittelbar von den Elektronen beschossen.

In der Folgezeit wurde der Kathodenoszillograph auf eine neue Stufe seiner Leistungsfähigkeit gehoben. Die verwendeten Kunstgriffe, die ein außerordentlich sicheres Arbeiten des Kathodenoszillographen und einen kräftigen Elektronenstrahl von bis dahin für Kathodenoszillographen nicht gekannter Stärke gewährleisten, sind im Arch. f. Elektrot., Bd. 18, 1928 S. 519 beschrieben.

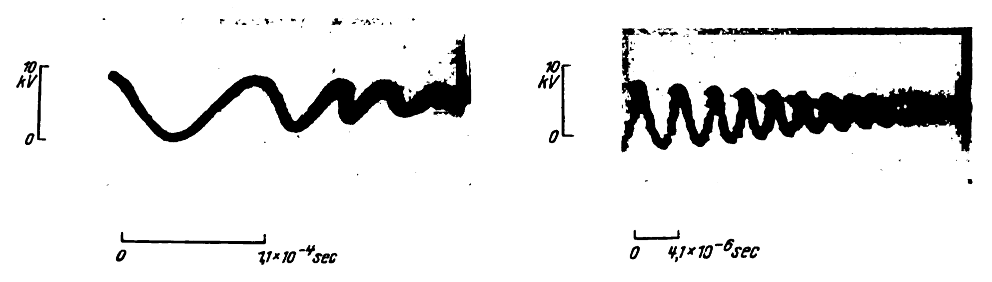


Bild 1. Gedämpfte Schwingung 9100 Hertz, höchste Schreibgeschwindigkeit auf dem Leuchtschirm 0,25 km/sec.

Bild 2. Gedämpfte Schwingung 245000 Hertz, höchste Schreibgeschwindigkeit auf dem Leuchtschirm 5 km/sec.

Es lag nahe, mit den heutigen Mitteln wieder in der gewöhnlichen alten Weise von außen her das Fluoreszenzbild zu photographieren, wie dies Zenneck vor Jahren getan hatte, der einmalige Vorgänge von rund eintausendstel Sekunde Dauer durch Außenaufnahmen auf der photographischen Platte festgehalten hatte. Man konnte hoffen, einen guten Schritt weiter zu kommen, und uns lag daran, die heute mögliche Grenzleistung festzustellen.

In Bild 1 zeigen wir einen Schwingungsvorgang von einzehntausendstel Sekunde Dauer. In Bild 2 folgt ein Vorgang von einzweihundertfünfzigtausendstel Sekunde Dauer. In Bild 3 sehen wir, daß wir auch bei rund einmillionstel Sekunde Dauer immer noch nicht an der Grenze sind. Schließlich zeigen wir in Bild 4 die erste Außenaufnahme einer Wanderwelle an einer 60 m langen Leitung, an die plötzlich 5000 Volt geschaltet werden. Die horizontalen Striche, die in rund $4 \cdot 10^{-7}$ sec geschrieben sind, kommen noch in kräftiger Schrift heraus. Aber deutlich sieht man auch die senkrechten Auf- und Abstriche, die, wie wir wissen, in kürzerer Zeit als einhundertmillionstel Sekunde durchlaufen werden.

Die Aufnahmen sollen beweisen, daß wir heute bereits bei unserem Oszillographen mit kalter Kathode Wanderwellenvorgänge durch Außenaufnahmen erfassen können. Die hierfür benötigte außerordentliche Energie ist der Vorkonzentrierung zu verdanken. Diese erweist sich somit als ein viel wirksamerer Kunstgriff als das Hereinbringen der Platte ins Vakuum.

---

[1] Bereits mitgeteilt auf der Tagung des VDE am 18. Juni 1928 in Berlin.

[2] Rogowski und Flegler, Arch. f. Elektrot., XIV., 1925, S. 529.

Durch die vorliegenden Aufnahmen kommt die Entwicklungsarbeit am Kathodenoszillographen in neue Bahnen. Für Gewitteraufnahmen und Aufnahmen im Betriebe, überall, wo wir registrieren wollen, ist die Außenaufnahme das Gegebene.

Dabei hat man zu bedenken, daß man bei den vorliegenden Aufnahmen mit Linse und photographischer Kamera nur Bruchteile eines Prozentes der gesamten Fluoreszenzstrahlen ausnützt. Man könnte die Ausnützung des Lichtes wesentlich

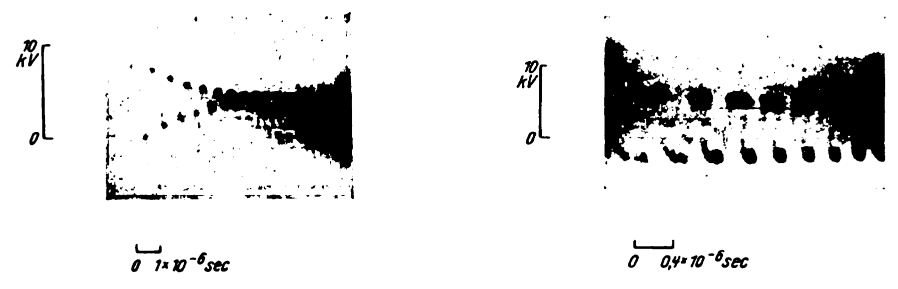


Bild 3. Gedämpfte Schwingung 1100000 Hertz, höchste Schreibgeschwindigkeit auf dem Leuchtschirm 20 km/sec.

Bild 4. Einschaltvorgang am Ende einer 60 m Doppelfreileitung, höchste Schreibgeschwindigkeit auf dem Leuchtschirm etwa 2000 km/sec[1].

erhöhen, wenn man den Fluoreszenzschirm durchsichtig macht und die photographische Schicht unmittelbar auf seine Rückseite drückt. Für Aufnahmen im Betriebe oder bei Gewitter hätte man noch für selbsttätiges Vorrücken des Films zu sorgen. Man kommt dann mit wesentlich geringeren Elektronenmengen zum Ziel. Unsere Aufnahmen beweisen aber, daß man diese nicht gerade elegante Lösung entbehren und bei völlig normalem photographischen Verfahren bleiben kann.

Kalt- wie Glühkathodenoszillograph sind beide noch außerordentlicher Steigerung fähig. Man kann erwarten, daß in absehbarer Zeit, sowohl beim empfindlichen wie beim unempfindlichen Oszillographen alles wieder von außen her aufgenommen wird, herunter bis zur milliardstel Sekunde.

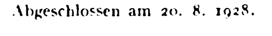
Der Notgemeinschaft auch dieses Mal verbindlichster Dank für ihre tatkräftige Hilfe.

[1] Die weißen Stellen, die sich in der zweiten und dritten Schwingung finden, rühren von ausgebrannten Stellen auf dem Leuchtschirm her. Da das Oszillogramm unbearbeitet wiedergegeben worden ist, erscheinen alle Unregelmäßigkeiten im Leuchtschirm auch im Bild.

Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl- und Phasenregelung mittels Frequenzumformer“.

Zu dem obigen Aufsatz sei der Hinweis gestattet, daß das Kreisdiagramm für den Drehstrommotor mit Frequenzwandler, bei dem die Ableitung der Mittelpunktskoordinaten zitiert wird, sich bereits in dem Aufsatz von Rüdenberg über Phasenschieber und ihre Verwendung EKB 1914, S. 425 findet. Dieser Aufsatz, in dem entsprechend dem ganzen Charakter der Darstellung auf eine Bestimmung des Mittelpunktes verzichtet war, gab die Veranlassung zu einer mathematischen Behandlung, die wohl jetzt besser durch symbolische Rechnung durchgeführt würde.

Karlsruhe, den 25. Februar 1928. Ad. Thomälen.


Abgeschlossen am 20. 8. 1928.



Neue Literatur aus dem Gebiete der
Elektrotechnik
aus dem Verlage Julius Springer
in Berlin W 9 Linkstr. 23/24

Juni 1928

Letzte Erscheinungen

Wirkungsweise elektrischer Maschinen. Von Dr. techn. **Milan Vidmar,** o. Professor an der jugoslawischen Universität Ljubljana. Mit 202 Textabbildungen. Etwa 232 Seiten. 1928. Etwa RM 12.50; gebunden etwa RM 14.—
Seite 2

Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Von Dr. techn. **Milan Vidmar,** o. Professor an der jugoslavischen Universität Ljubljana. Mit 352 Textabbildungen. X, 451 Seiten. 1928. RM 15.—; gebunden RM 16.50
Seite 10

Elektrische Vollbahnlokomotiven. Ein Handbuch für die Praxis sowie für Studierende von Dr. techn. **Karl Sachs,** Ingenieur der A.-G. Brown, Boveri & Co., Baden (Schweiz). Mit 448 Abbildungen im Text und 22 Tafeln. XI, 461 Seiten. Quartformat. 1928. Gebunden RM 84.—
Seite 6

Hochfrequenzmeßtechnik. Ihre wissenschaftlichen und praktischen Grundlagen. Von Dr.-Ing. **August Hund,** Fellow of the Institute of Radio Engineers, Fellow of the American Physical Society. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 287 Textabbildungen. XIX, 526 Seiten. 1928. Gebunden RM 39.—
Seite 7

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker.** Zehnte, umgearbeitete Auflage. **Schwachstromausgabe.** (Fernmeldetechnik.) Mit 1057 Abbildungen. XXII, 1137 Seiten. 1928. Gebunden RM 42.—
Seite 12

Theorie der Wechselstromübertragung. (Fernleitung und Umspannung.) Von Dr.-Ing. **Hans Grünholz.** Mit 130 Abbildungen im Text und auf 12 Tafeln. VI, 222 Seiten. Quartformat. 1928. Gebunden RM 36.75
Seite 5

Erdströme. Grundlagen der Erdschluß- und Erdungsfragen. Von Dr.-Ing. **Franz Ollendorff.** Mit 164 Textabbildungen. VIII, 260 Seiten. 1928. Gebunden RM 20.—
Seite 4

Die symbolische Methode zur Lösung von Wechselstromaufgaben. Einführung in den praktischen Gebrauch von **Hugo Ring.** Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 50 Textabbildungen. VII, 80 Seiten. 1928. RM 4.50
Seite 5

Die Meßwandler. Ihre Theorie und Praxis. Von Dr. **I. Goldstein,** Oberingenieur der AEG-Transformatorenfabrik. Mit 130 Textabbildungen. VII, 166 Seiten. 1928. RM 12.—; gebunden RM 13.50
Seite 7

Theorie der Wechselstromübertragung

(Fernleitung und Umspannung)

Von

Dr.-Ing. **Hans Grünholz**

Mit 130 Abbildungen im Text und auf 12 Tafeln. VI, 222 Seiten. 4°. 1928. Gebunden RM 36.75

Inhaltsübersicht:

A. Die Grundgesetze der Energieübertragung mittels Wechselstroms. B. Der symmetrische Übertragungskreis. I. Die Berechnungsgrundlagen. II. Die Grundlagen des graphischen Verfahrens. III. Die Diagramme der Betriebsgrößen. IV. Die Übertragung auf der homogenen Leitung. V. Die Übertragung im Transformator. C. Der unsymmetrische Übertragungskreis. I. Grundlagen der Berechnung und des graphischen Verfahrens. II. Das Einfachdiagramm. III. Das Doppeldiagramm. D. Die Zusammenschaltung von Übertragungskreisen. E. Beispiele für praktische Anwendung. Anhang. I. Die Darstellung von Wechselstromgrößen. II. Geometrische Beziehungen zwischen Kreisen. III. Angaben zur Ermittlung der vier kilometrischen Konstanten von Freileitungen und Kabeln. Literaturverzeichnis. Zusammenstellung der wichtigsten Formeln.

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen. Von Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. **Reinhold Rüdenberg,** Chefelektriker, Privatdozent, Berlin. Zweite, berichtigte Auflage. Mit 477 Abbildungen im Text und 1 Tafel. VIII, 510 Seiten. 1926. Gebunden RM 24.—

Die elektrischen Einrichtungen für den Eigenbedarf großer Kraftwerke. Von Oberingenieur **Friedrich Titze.** Mit 89 Textabbildungen. VI, 160 Seiten. 1927. Gebunden RM 12.—

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Kurzschlußströme beim Betrieb von Großkraftwerken. Von Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. **Reinhold Rüdenberg,** Chefelektriker, Privatdozent, Berlin. Mit 60 Textabbildungen. IV, 75 Seiten. 1925. RM 4.80

Anlaß- und Regelwiderstände. Grundlagen und Anleitung zur Berechnung von elektrischen Widerständen. Von **Erich Jasse.** Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage. Mit 69 Textabbildungen. VII, 177 Seiten. 1924. RM 6.—; gebunden RM 7.20

Der Quecksilberdampf-Gleichrichter. Von **Kurt Emil Müller,** Ingenieur.

Erster Band: Theoretische Grundlagen. Mit 49 Textabbildungen und 4 Zahlentafeln. IX, 217 Seiten. 1925. Gebunden RM 15.—

Zweiter Band: Konstruktive Grundlagen. Mit 336 Textabbildungen und 5 Tafeln. Etwa 300 Seiten. Gebunden etwa RM 26.—

Erscheint Ende Juni 1928.

Die Stromversorgung von Fernmelde-Anlagen. Ein Handbuch von Ing. **G. Harms.** Mit 190 Textabbildungen. VI, 137 Seiten. 1927. RM 10.20; gebunden RM 11.40

Die symbolische Methode zur Lösung von Wechselstromaufgaben. Einführung in den praktischen Gebrauch von **Hugo Ring.** Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 50 Textabbildungen. VII, 80 Seiten. 1928. RM 4.50

Anleitung zur Entwicklung elektrischer Starkstromschaltungen. Von Dr.-Ing. **Georg I. Meyer,** beratender Ingenieur für Elektrotechnik. Mit 167 Textabbildungen. VI, 160 Seiten. 1926. Gebunden RM 12.—

Deutschlands Großkraftversorgung. Von Dr. **Gerhard Dehne.** Zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 70 Textabbildungen. VI, 142 Seiten. 1928. RM 11.50; gebunden RM 12.50

Außer der neuesten Übersichtskarte über die deutschen Hochspannungsleitungen und Kraftwerke sowie einem ausführlichen Sachregister wird an Hand der Produktionserhebung 1925 ein Überblick über die gesamte deutsche Elektrizitätsversorgung gegeben.

Das Bayernwerk und seine Kraftquellen. Von Dipl.-Ing. **A. Menge,** München. Mit 118 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. VIII, 104 Seiten. 1925. RM 6.—

Taschenbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. Bearbeitet von zahlreichen Fachleuten. Herausgegeben von Dr. **F. Banneitz.** Mit 1190 Abbildungen und 131 Tabellen. XVI, 1253 Seiten. 1927. Gebunden RM 64.50

Dies Buch enthält in knapper und exakter Darstellung alles, was der Ingenieur, Forscher und Betriebsbeamte an Unterlagen für Arbeiten auf dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie und Telephonie braucht. Die einzelnen Abschnitte sind unter Berücksichtigung der letzten Erfahrungen von anerkannten Fachleuten bearbeitet. Durch ausführliche Literaturhinweise sind die einzelnen Kapitel ergänzt.

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Die wissenschaftlichen Grundlagen des Rundfunkempfanges. Vorträge zahlreicher Fachleute, veranstaltet durch das Außeninstitut der Technischen Hochschule zu Berlin, den Elektrotechnischen Verein und die Heinrich Hertz-Gesellschaft zur Förderung des Funkwesens. Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. e. h. Dr. **K. W. Wagner,** Mitglied der Preußischen Akademie der Wissenschaften, Präsident des Telegraphentechnischen Reichsamts. Mit 253 Textabbildungen. VIII, 418 Seiten. 1927. Gebunden RM 25.—

Für die Mitglieder der Heinrich Hertz-Gesellschaft, des Elektrotechnischen Vereins Berlin sowie für die Beamten der Reichspost- und Telegraphenverwaltung Vorzugspreis.

Die erste Voraussetzung für erfolgreiches Arbeiten im Rundfunk ist Klarheit über die physikalischen Vorgänge und scharfes Erkennen der zu lösenden Aufgaben. Diese Forderung hat die Heinrich Hertz-Gesellschaft veranlaßt, in Gemeinschaft mit dem Außeninstitut der Technischen Hochschule Berlin und dem Elektrotechnischen Verein die hier veröffentlichte Vortragsreihe zu veranstalten. Jedes Sondergebiet ist von einem hervorragenden Fachmann bearbeitet, so daß die Vorträge eine einzigartige Gelegenheit bieten, sich über die wissenschaftlichen Grundlagen der Rundfunktechnik zuverlässig zu unterrichten.

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Radiotelegraphisches Praktikum. Von Dr.-Ing. **H. Rein.** Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage von Professor Dr. **K. Wirtz,** Darmstadt. Mit 432 Textabbildungen und 7 Tafeln. XVIII, 560 Seiten. 1922. Berichtigter Neudruck 1927. Gebunden RM 24.—

Die Grundlagen der Hochfrequenztechnik. Eine Einführung in die Theorie von Dr.-Ing. **Franz Ollendorff,** Charlottenburg. Mit 379 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. XVI, 640 Seiten. 1926. Gebunden RM 36.—

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Ein Leitfaden für Ingenieure und Studierende von **L. B. Turner,** Member of Academy, Member of Institution of Electrical Engineers. Ins Deutsche übersetzt von Dipl.-Ing. **W. Glitsch,** Assistent am Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Darmstadt. Mit 143 Textabbildungen. IX, 220 Seiten. 1925. Gebunden RM 10.50

Das Telephon und sein Werden. Von **August Rotth,** Oberingenieur der Siemens & Halske A.-G. Mit einem Geleitwort von Dr.-Ing. e. h. **E. Feyerabend,** Staatssekretär im Reichspostministerium. Mit 33 Textabbildungen. VIII, 148 Seiten. 1927. Gebunden RM 4.50

Aussendung und Empfang elektrischer Wellen. Von Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. **Reinhold Rüdenberg.** Mit 46 Textabbildungen. VI, 68 Seiten. 1926. RM 3.90

Englisch-Deutsches und Deutsch-Englisches Wörterbuch der Elektrischen Nachrichtentechnik. Von **O. Sattelberg** im Telegraphentechnischen Reichsamt Berlin.
Erster Teil: **Englisch-Deutsch.** Taschenformat. VII, 292 Seiten. 1925. Gebunden RM 11.—
Zweiter Teil: **Deutsch-Englisch.** Taschenformat. VIII, 319 Seiten. 1926. Gebunden RM 12.—

Telephon- und Signal-Anlagen. Ein praktischer Leitfaden für die Errichtung elektrischer Fernmelde- (Schwachstrom-) Anlagen. Von **Carl Beckmann,** Oberingenieur der A.-G. Mix & Genest, Berlin. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 418 Abbildungen und Schaltungen und einer Zusammenstellung der gesetzlichen Bestimmungen für Fernmeldeanlagen. IX, 325 Seiten. 1923. Gebunden RM 7.50

Die Wanderwellenvorgänge auf experimenteller Grundlage. Aus Anlaß der Jahrhundertfeier der Technischen Hochschule Dresden nach den Arbeiten des Instituts für Elektromaschinenbau und elektrische Anlagen dargestellt von Dr.-Ing. **Ludwig Binder,** Professor und Direktor des vorgenannten Instituts. Mit 257 Textabbildungen. VII, 201 Seiten. 1928. RM 22.—; gebunden RM 23.50

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet u. herausgegeben von Dr. **Karl Strecker.** Zehnte, umgearbeitete Auflage. **Schwachstromausgabe (Fernmeldetechnik).** Mit 1057 Textabbildungen. XXII, 1137 Seiten. 1928. Gebunden RM 42.—

(Siehe auch Anzeige Seite 12)

Beleuchtung. Leitungsnetze

Licht und Arbeit. Betrachtungen über Qualität und Quantität des Lichtes und seinen Einfluß auf wirkungsvolles Sehen und rationelle Arbeit. Von **M. Luckiesh,** Direktor des Forschungslaboratoriums für Beleuchtung der National Lamp Works der General Electric Co. Deutsche Bearbeitung von Ing. Rudolf Lellek in Witkowitz, Č. S. R. Mit 65 Abbildungen im Text und auf zwei Tafeln sowie einer Farbmustertafel. X, 212 Seiten. 1926. Gebunden RM 15.—

Die Beleuchtung von Eisenbahn-Personenwagen mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Beleuchtung. Von Dr. **Max Büttner.** Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 120 Textabbildungen. VI, 207 Seiten. 1925. Gebunden RM 12.—

Leitfaden der Lichttechnik für Unterricht und Praxis. Von Prof. Dr.-Ing. **W. Voege,** Elektrisches Prüfamt Hamburg. Mit 47 Abbildungen im Text sowie zahlreichen Tabellen und Beispielen. V, 80 Seiten. 1928. RM 4.50

Herzog-Feldmann, Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Vierte, völlig umgearbeitete Auflage von **Clarence Feldmann,** Professor an der Technischen Hochschule zu Delft. Mit 485 Textabbildungen. X, 554 Seiten. 1927. Gebunden RM 38.—

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Isolierstoffe und Isolatoren

Gummifreie Isolierstoffe. Technisches und Wirtschaftliches. Unter Mitarbeit von Fachgenossen verfaßt von Dr.-Ing. **Arthur Sommerfeld,** Süddeutsche Isolatorenwerke G. m. b. H., Freiburg i. Br. Mit zahlreichen Abbildungen. 103 Seiten. 1927. RM 2.80; gebunden RM 3.60

Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. Eine Sammlung von Versuchsergebnissen aus Technik und Wissenschaft. Von Dr. phil. **U. Retzow,** Abteilungsleiter der AEG, Fabrik für elektr. Meßinstrumente, Berlin. Mit 330 Abbildungen. VI, 250 Seiten. 1927. Gebunden RM 24.—

Die wesentlichsten Eigenschaften der für die Isoliertechnik in Frage kommenden Stoffe werden dargelegt. Was Wissenschaft und Technik zur Lösung dieser Fragen beigetragen haben, wird, soweit sich dieses Gebiet überhaupt erschöpfend behandeln läßt, zusammengefaßt. Da die Isoliertechnik bisher keine geschlossene Darstellung gefunden hat, wird das Buch freudig begrüßt werden.

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Die Porzellan-Isolatoren. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke.** Zweite, erweiterte Auflage. Mit 162 Abbildungen im Text. 116 Seiten. 1923. RM 4.80; gebunden RM 5.60

Dielektrisches Material. Beeinflussung durch das elektrische Feld. Eigenschaften, Prüfung, Herstellung. Von Dr.-Ing. **A. Bültemann,** Dresden. Mit 17 Textabbildungen. VI, 160 Seiten. 1926. RM 10.50; gebunden RM 12.—

Elektrische Festigkeitslehre. Von Dr.-Ing. **A. Schwaiger,** o. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule, Vorstand des Hochspannungslaboratoriums, München. Zweite, vollständig umgearbeitete und erweiterte Auflage des „Lehrbuchs der elektrischen Festigkeit der Isoliermaterialien". Mit 448 Textabbildungen, 9 Tafeln und 10 Tabellen. VIII, 474 Seiten. 1925. Gebunden RM 27.—

Die Isolierstoffe der Elektrotechnik. Vortragsreihe, veranstaltet von dem Elektrotechnischen Verein E. V. und der Technischen Hochschule Berlin. Herausgegeben im Auftrage des Elektrotechnischen Vereins E. V. von Prof. Dr. **H. Schering.** Mit 197 Abbildungen im Text. IV, 392 Seiten. 1924. Gebunden RM 16.—

Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendung. Von **W. O. Schumann,** a. o. Professor der Technischen Physik an der Universität Jena. Mit 80 Textabbildungen. VII, 246 Seiten. 1923. RM 7.20; gebunden RM 8.40

Mitteilungen der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co. A.-G.
Heft 13: Über einige Fragen zur Isolierung von Hochspannungsfreileitungen. Von Dr.-Ing. **K. Draeger,** Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co. A.-G., Selb (Bayern). Mit 22 Textabbildungen. 40 Seiten. 1928. RM 2.—

Die Materialprüfung der Isolierstoffe der Elektrotechnik. Herausgegeben von **Walter Demuth,** Oberingenieur, Vorstand des Mech.-Techn. Laboratoriums der Porzellanfabrik Hermsdorf i. Th., unter Mitarbeit der Oberingenieure **Hermann Franz** und **Kurt Bergk.** Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 132 Abbildungen im Text. VIII, 254 Seiten. 1923. Gebunden RM 12.—

Ich bestelle hiermit aus dem Prospekt **„Neue Literatur aus dem Gebiete der Elektrotechnik“:**

....

....

....

....

....

(Verlag von Julius Springer in Berlin)

Betrag anbei — folgt gleichzeitig durch Postanweisung, Postscheck, Überweisung auf Bank — ist nachzunehmen.

(Nichtzutreffendes bitte zu streichen.)

Name und Adresse:...

(Um genaue und deutliche Angaben wird höflichst gebeten.)

.... *Datum:*.............................

1018. 6. 28. 387.

Bücherzettel

An die Buchhandlung

Vorlesungen über Elektrizität

Von Professor **A. Eichenwald**

Dipl.-Ing. (Petersburg), Dr. phil. nat. (Straßburg), Dr. phys. (Moskau)

Mit 640 Abbildungen. VIII, 664 Seiten. 1928. RM 36.—; gebunden RM 37.50

Dieses Buch ist aus Experimentalvorlesungen entstanden, die vom Verfasser an Technischen Hochschulen und an der Universität in Moskau gehalten wurden; es hat auch an mehreren Stellen den Charakter einer Vorlesung beibehalten. — Sein Zweck ist, als Einführung in die Elektrizitätslehre zu dienen, eine Übersicht über ihre mannigfaltigen Gebiete zu gestatten und zum weiteren Studium anzuregen. — In russischer Sprache ist das Werk seit 1911 bereits in 35000 Expl. erschienen, die deutsche Ausgabe kann demnach als die 6., völlig umgearbeitete Auflage angesehen werden. — Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung.

Einführung in die Elektrizitätslehre

Von **R. W. Pohl**

Professor der Physik an der Universität Göttingen

Mit 393 Abbildungen. VII, 257 Seiten. 1927. Gebunden RM 13.80

Das Buch bildet den ersten Teil einer „Einführung in die Physik". Professor Pohls Experimentalkolleg genießt Weltruf. Seine Vorlesungen wenden sich an den großen Kreis aller naturwissenschaftlich und technisch Interessierten.

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung

Das elektromagnetische Feld

Ein Lehrbuch von

Emil Cohn

ehemals Professor der theoretischen Physik an der Universität Straßburg

Zweite, völlig neubearbeitete Auflage. Mit 41 Abbildungen. VI, 366 Seiten. 1927. Gebunden RM 24.—

Dieses Werk des bekannten Physikers nimmt wegen seiner Eigenart einen besonderen Platz in der Elektrizitätslehre ein. Es ist eine dem heutigen Stande der Forschung entsprechende freie und erweiterte Bearbeitung der 1900 erschienenen bekannten Schrift „Das elektromagnetische Feld. Vorlesungen über die Maxwellsche Theorie".

Ausführlicher Sonderprospekt steht kostenlos zur Verfügung

Elektrotechnik

Bearbeitet von **H. Behnken, F. Breisig, A. Fraenckel, A. Güntherschulze, F. Kiebitz, W. O. Schumann, R. Vieweg, V. Vieweg**

Redigiert von **W. Westphal**

(Bildet Band XVII des Handbuches der Physik, herausgegeben von H. Geiger und Karl Scheel.)

Mit 360 Abbildungen. VII, 392 Seiten. 1926. RM 31.50; gebunden RM 33.60

Inhaltsübersicht:

Telegraphie und Telephonie auf Leitungen. Von Dr. F. Breisig, Berlin. Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Von Prof. Dr. F. Kiebitz, Berlin. Röntgentechnik, Elektromedizin. Von Dr. H. Behnken, Berlin. Transformatoren. Elektrische Maschinen. Von Dr. R. Vieweg und Dipl.-Ing. V. Vieweg, Berlin. Technische Quecksilberdampf-Gleichrichter. Von Prof. Dr. A. Güntherschulze, Berlin. Hochspannungstechnik. Von Prof. Dr. W. O. Schumann, München. Überströme und Überspannungen. Von Dr. A. Fraenckel, Berlin.

Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Von Dr. **A. Thomälen,** a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe. Neunte, verbesserte Auflage. Mit 555 Textbildern. VIII, 396 Seiten. 1922. Gebunden RM 9.—

Die Erscheinungen und Vorgänge der Starkstromtechnik werden aus den einfachen Grundgesetzen auf physikalischem und mathematischem Wege abgeleitet. Die Hauptgesetze des Gleichstromes, die Elemente, Akkumulatoren und Gleichstrommaschinen, die Grundgesetze des Wechsel- und Drehstromes werden ausführlich gegeben. An Hand von Diagrammen wird die Wirkungsweise von Transformatoren, Synchron- und Asynchronmaschinen, Drehstrom-Regelsätzen und Einankerumformern dargestellt.

Die Elektrotechnik und die elektromotorischen Antriebe. Ein elementares Lehrbuch für technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von Dipl.-Ing. **Wilhelm Lehmann.** Mit 520 Textabbildungen und 116 Beispielen. VI, 452 Seiten. 1922. Gebunden RM 9.—

1018. 6. 28. 500.

Voranzeige.

In den nächsten Heften des Archivs für Elektrotechnik werden voraussichtlich folgende Arbeiten erscheinen:

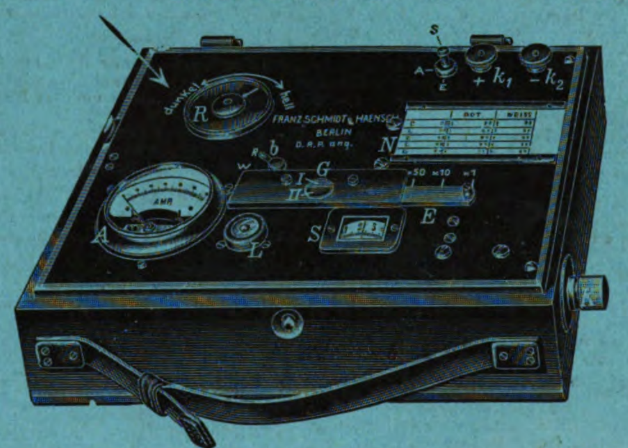
W. Grösser, Über einige elektrostatische Probleme des Hochspannungstransformators.
W. Grösser und **H. Eckstein,** Methode zur absoluten Spannungsmessung von hochgespanntem Gleichstrom und von Scheitelwerten hochgespannten Wechselstromes.
L. Dreyfus, Theorie der Ausgleichsvorgänge bei Kurzschlüssen des Einankerumformers.
A. Thomälen, Zum Aufsatz von G. Bolz „Drehzahl und Phasenregelung mittels Frequenzumformer".
P. Altbürger, Experimentelle Untersuchung des Abschaltvorganges unter Öl bei 6000 Volt.
M. Liwschitz, Einfluß der Dämpferwicklung auf die Eigenschwingungszahl der Synchronmaschine.
C. Schenfer, Pendelerscheinungen an Einankerumformern.
F. Punga, Die günstigste Dimensionierung des Boucherot-Motors.
E. Espermüller, Untersuchungen über die Elektrizitätsleitung durch sehr dünne Schichten fester Dielektrika.
F. Ollendorff, Zur qualitativen Theorie gesättigter Eisendrosseln. I. Teil: Grundlagen, einfachste Anwendungen.
H. Buchholz, Untersuchungen über die Wärmeverluste, die magnetische Energie und das Induktionsgesetz bei Mehrfachleitersystemen unter Berücksichtigung des Einflusses der Erde.
P. Böning, Zur Theorie des elektrischen Durchschlags III. Die Verzögerung des Durchschlags.
L. Fleischmann, Die magnetische Feldstärke in der Ebene einer stromumflossenen Kreisfläche.
R. Naeher, Über die Durchschlagsfestigkeit einiger flüssiger Isolierstoffe bei Beanspruchungen von langer bis zu kurzer Dauer.
J. Krutsch, Eine neue Methode zur Messung der maximalen Wanderwellensteilheit.
A. Brüser, Die Stromgleichungen des Dreiphasen-Doppelkäfigmotors mit beliebigen Leiterzahlen der Wicklungen.
W. Geyger, Messungen an eisengeschlossenen elektrodynamischen Wechselstrom-Leistungsmessern nach der Kompensationsmethode.
A. Thomälen, Zur Theorie des Drehstrommotors mit Doppelkäfiganker.
E. Kübler, Das magnetische Gesamtfeld bei Drehstrommotoren im Kurzschluß und Betrieb.
J. Vorhoeve, Ein für praktische Verwendung geeignetes Verfahren für Spannungsregelung an Generatoren mit Hilfe von Hochvakuumröhren.
K. Inge und **A. Walther,** Durchschlag von festen Isolatoren bei Hochfrequenz.
M. W. Tomaschevsky, Die isolierende Fähigkeit des Hochvakuums.
S. Franck, Anfangspannung und Gasdichte bei verschiedenen Elektrodenformen.
L. Kneissler-Maixdorf, Energieumwandlung und Energiefluß im elektromagnetischen Feld.
J. Labus, Der Potential- und Feldverlauf längs einer Transformatorwicklung.
R. Wideröe, Über ein neues Prinzip zur Herstellung hoher Spannung.
G. Güllner, Zum Durchschlag fester Isolatoren.
G. Rasch, Weiteres über das kreisförmige Drehfeld.
L. Fleischmann, Kraftfluß-Durchsetzung und Kraftlinienverkettung.
F. Haas, Über den maximalen Spannungsradienten in normal verseilten Dreileiterkabeln.
K. May, Unabhängigkeit der Funkenkonstante vom Luftdruck.
F. Kirschstein, Über Kippvorgänge bei Funkenentladungen.
K. Halbach, Untersuchungen über den Durchschlag und die Verluste einiger fester Isolierstoffe.
G. Frühauf, Eine neue Schaltung von Schwingungen mit linearem Spannungsverlauf.
A. Ph. Walther, Durchschlag von öldurchtränkter Papierisolation.
M. Toepler, Elektronenkapazität und Wanderwellengestalt.
L. Lombardi, Messung des lokalen Leistungsverlustes.
R. Matthies und **Gauswindt,** Über die Frequenzabhängigkeit von Verstärkertransformatoren.

Franz Schmidt & Haensch

Optisch-Mechanische Werkstätten

Prinzessinnenstr. 16 ▫ **BERLIN S 42** ▫ Prinzessinnenstr. 16

Photometer für



wissenschaftliche und technische Zwecke

Neuer Beleuchtungsmesser (Luxmeter)

nach Bechstein,

auch in Verbindung mit Schattenwerfeinrichtung nach Norden

zur Kontrolle von Beleuchtungsanlagen

Der verbrannte Motor überzeugt Sie, daß die Abschmelzsicherung keine Sicherung des Motors ist, sondern nur eine Sicherung der Leitungsanlage. Bei geringer Überlastung des Motors spricht sie nicht an, obgleich er Schaden leidet. Eine vollkommene Sicherung des Motors ist nur der **Klöckner-Motorschutzschalter, er schützt** gegen Überlastung, gegen die Folgen starken Spannungsrückganges und Ausbleiben einer Phase **und spart** Abschmelzsicherung, Stromkosten durch bessere Ausnutzung des Motors, sowie Arbeitszeit, Betriebsstörungen, Ärger und Verdruß. Mit RWE-(Heinisch-Riedl)-Schutzschaltung gegen gefährliche Berührungsspannung (DRP. 277370) versehen, ist der Klöckner-Motorschutz

der vollkommenste Wächter.



F. KLÖCKNER · KÖLN-BAYENTHAL



VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Soeben erschien:

Geschichtliche Einzeldarstellungen aus der Elektrotechnik

Herausgegeben vom

Elektrotechnischen Verein E. V.

Erster Band

Mit 99 Textabbildungen. IV, 98 Seiten. 1928. RM 6.—; geb. RM 7.—

Inhaltsverzeichnis: I. Die Geschichte des Transformators. Von L. Schüler. — II. Über Wechselstrom-Transformatoren unter besonderer Berücksichtigung des besten Verhältnisses zwischen Eisen und Kupfer. Von Gisbert Kapp. — III. Über den Wirkungsgrad von Transformatoren. Von M. von Dolivo-Dobrowolsky. — IV. Über die Vorausbestimmung des Spannungsabfalles bei Transformatoren. Von Gisbert Kapp. — V. Zur Geschichte des Elektrizitätszählers. Von W. Stumpner.

Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin W 9.

Druck der Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.